

딥러닝 기반 탄성파 전파형 역산 연구 개관

편석준^{1*} · 박윤희²

¹인하대학교 에너지자원공학과

²한국해양과학기술원

A Review of Seismic Full Waveform Inversion Based on Deep Learning

Sukjoon Pyun^{1*} and Yunhui Park²

¹Department of Energy Resources Engineering, Inha University

²Korea Institute of Ocean Science and Technology

요약

전파형 역산은 석유가스 탐사를 위한 탄성파 자료처리 분야에서 지층의 속도 모델을 추정하는데 사용되는 역산 기법이다. 최근 탄성파 자료처리에 딥러닝 기술의 활용이 급격하게 증가하고 있는데, 전파형 역산 기술도 마찬가지로 다양한 연구가 이루어지고 있다. 초기에는 머신러닝 기술을 활용한 자료처리 기법이 전파형 역산을 위한 입력자료의 전처리 목적으로 활용되는 수준이었으나, 딥러닝 기술을 통해 전파형 역산을 직접적으로 구현하는 연구가 등장하기 시작하였다. 딥러닝 기술을 활용한 전파형 역산은 순수 데이터 기반 접근법, 물리 기반 신경망 활용법, 인코더-디코더 구조 활용법, 신경망 재매개변수화를 이용한 구현법, 물리정보 기반 신경망 기법 등으로 구분할 수 있다. 이 논문에서는 딥러닝 기반 전파형 역산 기법을 발전 과정 순서로 체계화하여 각각의 접근법에 대한 이론과 특징을 설명하였다. 전파형 역산 기술에 딥러닝 기법을 도입한 초기에는 데이터 과학의 기본 원리에 충실하게 대량의 학습자료를 준비하고 순수 데이터 기반 예측 모델을 적용하여 속도 모델을 역산하는 연구로 시작하였다. 최근 연구 동향은 탄성파 자료의 잔차나 파동방정식 자체의 물리정보를 심층 신경망에 활용하여 순수 데이터 기반 접근법의 단점을 보완해 나가는 방향으로 진행되고 있다. 이러한 발전으로 대량의 학습자료가 필요하지 않고, 전파형 역산의 태생적 한계점인 주기 농침 현상을 완화하며 계산 시간을 획기적으로 줄일 수 있는 딥러닝 기반 전파형 역산 기술이 등장하고 있다. 딥러닝 기술의 도입으로 전파형 역산 기술은 탄성파 자료처리 분야에서 가치가 더 높아질 것으로 생각된다.

주요어

전파형 역산, 딥러닝, 재매개변수화, 물리정보 기반 신경망

ABSTRACT

Full waveform inversion (FWI) in the field of seismic data processing is an inversion technique that is used to estimate the velocity model of the subsurface for oil and gas exploration. Recently, deep learning (DL) technology has been increasingly used for seismic data processing, and its combination with FWI has attracted remarkable research efforts. For example, DL-based data processing techniques have been utilized for preprocessing input data for FWI, enabling the direct implementation of FWI through DL technology. DL-based FWI can be divided into the following methods: pure data-based, physics-based neural network, encoder-decoder, reparameterized FWI, and physics-informed neural network. In this review, we describe the theory and characteristics of the methods by systematizing them in the order of advancements. In the early days of DL-based FWI, the DL model predicted the velocity model by preparing a large training data set to adopt faithfully the basic principles of data science and apply a pure data-based prediction model. The current research trend is to supplement the shortcomings of the pure data-based approach using the loss function consisting of seismic data or physical information from the wave equation itself in deep neural networks. Based on these developments, DL-based FWI has evolved to not require a large amount of learning data, alleviating the cycle-skipping problem, which is an intrinsic limitation of FWI, and reducing computation times dramatically. The value of DL-based FWI is expected to increase continually in the processing of seismic data.

Received: 2 November 2022; Revised: 25 November 2022; Accepted: 28 November 2022

*Corresponding author

E-mail: pyunsj@inha.ac.kr

Address: Department of Energy Resources Engineering, Inha University, 100 Inharo, Michuhol-gu, Incheon 22212, Korea

©2022, Korean Society of Earth and Exploration Geophysicists

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

KEYWORDS

full waveform inversion, deep learning, reparameterization, physics-informed neural network

서론

전파형 역산(full waveform inversion, FWI)은 석유가스 탐사를 위한 탄성과 탐사 분야에서 지층의 탄성과 속도를 추정하는데 사용되는 자료처리 기법 중 하나이다. 지층의 탄성과 전파 속도를 추정하는 자료처리 기법은 셈블런스(semblance) 기반의 겹쌓기 속도 분석(stacking velocity analysis, SVA) (Taner and Koehler, 1969; Al-Chalabi, 1974), 주시 토모그래피(traveltime tomography) (Stefani, 1995; Woodward *et al.*, 2008), 참반사 보정 속도 분석(migration velocity analysis, MVA) (Al-Yahya, 1989), 별림거리 대비 진폭 변화(amplitude variation with offset, AVO) 역산(Chopra and Castagna, 2014) 등 다양한 방법이 있다. 이 중 전파형 역산은 함수해석학적 국부 최적화 기법을 이용하여 목표로 하는 매개변수의 최적값을 결정하는 역문제 이론에 근거하고 있다. 또한 속도 매개변수와 완전한 파동방정식 사이의 비선형적인 함수 관계를 직접적으로 최적화 과정에 사용하므로 파형 전체를 데이터로 이용해야 하는 방식이다. 따라서 전파형 역산 기술은 파형 중 주시 정보만을 이용하는 주시 토모그래피나 잘 가공된 자료의 진폭 정보만을 이용하는 AVO 역산과는 다르며, 전파형 역산이라는 고유의 명칭으로 불리고 있다.

지층 구조를 규명하고자 하는 대부분의 탄성과 자료처리 기법들은 본질적으로 역문제라고 볼 수 있으나, 자료처리를 통해 자료의 일부분만을 추출해 사용하거나 자료 구조의 변형을 거쳐 순수하게 파동방정식과 속도 매개변수의 함수 관계를 직접적으로 사용하지 않기 때문에 전파형 역산과 구분된다고 할 수 있다. 이런 의미에서 대부분의 문헌은 전파형 역산의 시작을 언급할 때 Lailly (1983)와 Tarantola (1984)의 논문을 인용한다. Tarantola (1984)의 논문이 발표될 당시에는 컴퓨터 성능의 한계와 세부적인 이론 정립이 미흡하여 개념적으로 제안된 것이었지만 현재까지 개발되어 사용되고 있는 전파형 역산 기술은 대부분 Tarantola (1984)의 아이디어에 기반하고 있다. 이후 많은 연구자들에 의해 전파형 역산 기술 구현을 위한 논문들이 발표되었고 일부 현장자료에도 적용한 결과가 보고되었다(Mora, 1987; Pica *et al.*, 1990; Crase *et al.*, 1990; Bunks *et al.*, 1995; Pratt *et al.*, 1998). 2000년대 들어서 더 많은 연구자들이 전파형 역산 기술에 대해 연구하기 시작했고(Sirgue and Pratt, 2004; Operto *et al.*, 2006; Plessix, 2009; Vigh and Starr, 2008; Warner *et al.*, 2007; Herrmann *et al.*, 2009), 국내에서도 일부 대학을 중심으로 집중적인 연구가 이루어졌다(Shin and Min, 2006; Shin *et al.*, 2007; Shin and Cha, 2008, 2009). 2007, 2008년에 라플라스 영역 전파형 역산이 국내 연구진에

의해 발표되면서 전파형 역산 기술의 난제인 국부 최소값(local minima) 문제(또는 주기 놓침(cycle skipping) 문제)를 해결하려는 연구가 다양하게 시도되었고, 2010년대에 이르러 적응식 파형역산(adaptive waveform inversion, AWI) (Warner and Guasch, 2014, 2016), 파동장 재구축 역산(wavefield reconstruction inversion, WRI) (van Leeuwen and Herrmann, 2013, 2015), 포락선 역산(envelope inversion) (Wu *et al.*, 2014), 확장 송신원 파형 역산(extended-source waveform inversion) (Huang and Symes, 2015; Huang *et al.*, 2016, 2017), 최적 수송 거리(optimal transport distance) (Engquist *et al.*, 2016; Métivier *et al.*, 2016; Yang *et al.*, 2016, 2018) 등 주기 놓침 문제를 완화할 수 있는 알고리즘들이 개발되었다. 이렇게 이론적 발전을 통해 전파형 역산은 상업적으로 성공하게 되었고 현재 대부분의 석유탐사 기업들은 전파형 역산 기술을 확보하고 있거나 기술 서비스를 제공하고 있다.

전파형 역산 기술의 상업적 성공에도 불구하고 여전히 연산에 많은 비용이 들고 주기 놓침 현상과 같은 기술적 제약이 있다는 점에서 지속적인 이론 개발과 성능 향상에 대한 필요성이 잔존하고 있다. 이에 대한 돌파구로 최근 유행하고 있는 딥러닝 기술을 전파형 역산에 적용하려는 연구가 많은 주목을 받고 있다. 딥러닝은 빅데이터 기반으로 학습을 통해 임의의 함수를 생성해내는 깊은 인공신경망 기법이다. 이러한 접근 방식은 이론적으로 보편적 근사 정리(universal approximation theorem) 이론(Cybenko, 1989; Hornik *et al.*, 1989)에 근간을 두고 있는데, 이 방법이 성공할 수 있었던 것은 고차원 데이터를 저차원의 다양체(manifold)에 집중해서 설명하기 때문이다(He and Wang, 2021; Lei *et al.*, 2020). 전파형 역산은 데이터로부터 모델 매개변수를 추정하는 역 사상 함수(inverse mapping function)를 최적화 과정을 통해 간접적으로 구현하는 것이므로 딥러닝과 같은 데이터 기반 접근법과 본질적으로 같다고 할 수 있다. 다만, 전파형 역산이 목적함수를 최소화시키는 모델 매개변수를 찾는 간접 역산(indirect inversion)인데 비해(Virieux *et al.*, 2016), 딥러닝을 이용한 전파형 역산은 데이터를 함수의 입력으로 넣고 함수의 출력이 모델 매개변수가 되는 직접 역산(direct inversion)법이다.

딥러닝을 이용한 전파형 역산에 관한 연구가 많이 발표되면서 전파형 역산이라는 기술의 범주가 모호해지고 있다. 딥러닝 모델의 입력자료가 파형 전체를 사용한다는 측면에서는 전파형 역산이라고 할 수 있지만 속도 모델을 얻는 알고리즘이 다르다는 점에서 명칭의 모호성이 발생한다. 발표된 논문들도 비슷한 방법을 사용하면서도 명시적으로 전파형 역산이라 부르기도 하고 다른 명칭으로 부르는 경우도 있다. 최근 들어 순수

한 데이터 기반의 딥러닝 기법에서 벗어나 전파형 역산 기법의 전통적 구조인 탄성과 자료의 오차를 최소화하는 최적화 기법을 혼합한 방식이 제안되면서 딥러닝 기반의 속도 역산 기법을 전파형 역산이라고 명명하는 사례가 많아지고 있다. 이러한 접근법은 데이터 기반 기법과 전통적인 물리(physics) 기반의 기법을 결합한 것이어서 물리 기반 신경망(physics-guided neural network, PGNN)나 물리 정보 신경망(physics-informed neural network, PINN) 등으로 불린다. 이 기법들은 대부분 비슷한 전략을 취하고 있는데, 결정론적인 전통적 전파형 역산 기법과 순수 데이터 기반 방법의 단점들을 해소할 수 있는 방법으로 주목을 받고 있다. 전통적인 전파형 역산 기법은 국부 최소값 문제, 주기 놓침 문제, 저주파수 부족 문제, 초기 속도 모델 의존성 등 많은 문제가 있는데 비해 딥러닝 기반 전파형 역산은 이런 문제점을 해소해 줄 수 있다(Yang and Ma, 2019). 또한, 순수한 데이터 기반 딥러닝이 대량의 라벨링된 데이터가 필요한 데 비해, 물리 기반 딥러닝 기법은 데이터가 많을 필요가 없고 라벨링이 필요 없다. 어떤 연구자는 초기 속도 모델이 필요 없다고 주장하기도 하지만 실제로는 신경망 가중치를 초기화하는 것이 결국 초기 속도 모델을 사용하는 셈이 된다. 그러나 초기 속도 모델의 의존성이 낮고 국부 최소값 문제를 완화할 수 있으며, 잡음에도 강한 것으로 보고되고 있다(Ren *et al.*, 2020; Sun *et al.*, 2020).

이 논문에서는 딥러닝 기반의 전파형 역산 기법에 대한 연구 사례를 분석하여 기술 발전의 흐름을 파악하고 앞으로의 발전 방향에 대해 전망하고자 한다. 이를 위해 속도 모델 구축 문제에 인공 신경망 기법(artificial neural network, ANN)을 적용한 과거 연구 사례에 대해 분석하고, 전파형 역산 기술에 딥러닝을 적용한 연구를 발전 순서에 따라 몇 단계로 구분하여 설명한다. 또한, 각 단계별 기법의 구현 방법을 이해하기 위한 이론 식을 설명하고 특징을 비교, 분석한다.

기본 이론

전파형 역산

전파형 역산은 현장에서 취득한 탄성과 자료와 수치 계산을 통해 합성한 탄성과 자료의 차이를 최소화하는 속도 모형을 찾는 최적화 문제이다. 현장 자료와 합성 자료의 차이를 측정하는 방법은 수학적으로 벡터의 길이를 측정하는 노름(norm)으로 정의된다. 일반적으로 많이 사용하는 l_2 -노름을 적용하면 두 자료의 차이를 정량화하는 목적 함수(E_d)는 다음과 같이 표현된다.

$$E_d = \frac{1}{2} \|\mathbf{R}\mathbf{u} - \mathbf{d}\|_2^2 \quad (1)$$

여기서 아래 첨자 d 는 자료에 대한 오차를 의미하고 모델 매개변수 차이로부터 계산되는 목적 함수(E_m)와 구분하기 위하

여 표시하였다. 식 (1)에서 행렬 \mathbf{R} 은 수신기 위치에서의 파동장을 구하기 위한 투영(projection) 연산자이고 벡터 \mathbf{d} 는 취득 자료, \mathbf{u} 는 파동 방정식 모델링을 통해 생성된 합성 자료를 나타낸다. 연구 목적이나 문제 해결 방식에 따라 파동방정식을 풀이하는 방법이 달라질 수 있는데, 만약 주파수 영역 파동장을 계산하고자 한다면 파동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{S}(\mathbf{m})\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{S} 는 파동방정식을 나타내는 편미분 연산자이고 \mathbf{f} 는 송신원 벡터, \mathbf{m} 은 모델 매개변수 벡터이다. 식 (1)의 계산 파동장 \mathbf{u} 는 식 (2)의 모델링 결과를 통해 얻을 수 있다.

전파형 역산은 식 (2)를 제약조건으로 하고 식 (1)의 목적함수를 최소화하는 최적화 문제로 정의할 수 있다. 경우에 따라 송신원 파형요소를 동시에 결정하려면 변수 투영법(variable projection method) (Pratt *et al.*, 1998; Pratt, 1999; Rickett, 2013) 등을 이용하여 속도 매개변수와 송신원 항을 교대로 역산하기도 한다. 식 (1)을 기반으로 한 전파형 역산은 전형적인 간접 역산(Virieux *et al.*, 2016)이면서 비선형 최적화 문제이므로 한 번에 해를 계산할 수 없다. 목적함수를 테일러 전개하여 근사적으로 풀이하는 뉴턴법(Newton method)이나 파동장을 테일러 전개하여 1차 근사하는 가우스-뉴턴법(Gauss-Newton method), 목적함수의 경사 방향만을 이용하는 경사법(gradient method) 등으로 최적화할 수 있다(Pratt *et al.*, 1998). 일반적으로 계산 효율성을 고려하여 경사법을 가장 많이 사용하는데, 속도 매개변수 벡터를 다음과 같이 반복 계산하여 역산한다.

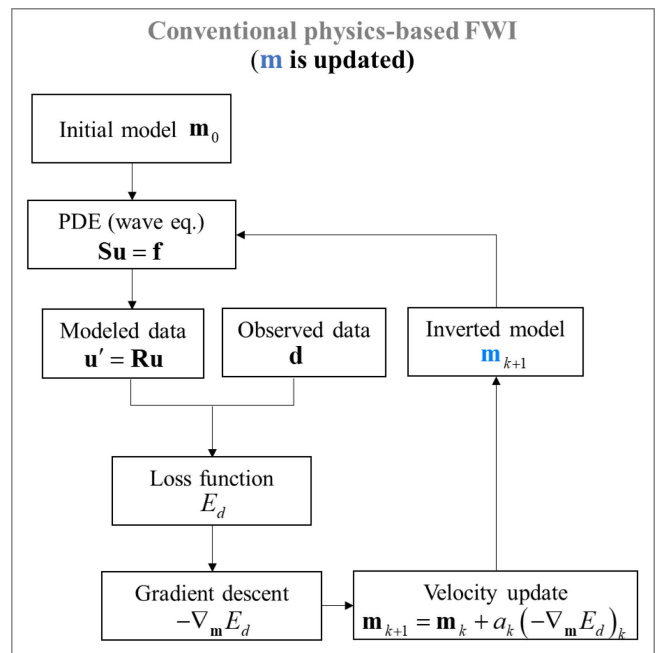


Fig. 1. Workflow of full waveform inversion based on gradient method.

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \alpha_k (-\nabla_{\mathbf{m}} E_d)_k \quad (3)$$

여기서 $-\nabla_{\mathbf{m}} E_d$ 는 식 (1)의 목적 함수에 대한 경사 하강 방향 (gradient descent direction)이고 α 는 구간 길이(step length), 아랫첨자 k 는 역산 반복 단계를 나타낸다. 식 (3)의 반복 역산 과정은 수렴성을 향상시키기 위해 경사 하강 방향을 수정하거나 구간 길이를 결정하는 방법에 따라 최대 경사 하강법 (steepest descent method), 비선형 켈레 경사법 (nonlinear conjugate gradient method), l -BFGS법 (limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno method) 등으로 구현할 수 있다. Fig. 1은 경사법 기반의 전파형 역산 작업 흐름을 보여주는 구조도이다.

딥러닝

딥러닝은 여러 비선형 변환기의 조합을 통해 높은 수준의 추상적 표현 (abstract representation)을 달성할 수 있는 기계 학습 알고리즘으로 정의할 수 있다 (Bengio *et al.*, 2013). 비선형 변환기라는 것은 인공 신경망의 뉴런 (neuron)을 의미하고, 이들의 조합은 여러 개의 뉴런으로 층 (layer)을 구성하거나 여러 개의 층을 쌓아 깊은 네트워크를 만드는 것이라고 할 수 있다. 높은 수준의 추상적 표현이라는 것은 일반적으로 기계가 할 수 없는 인간의 사고에 기반한 표현을 의미한다고 할 수 있는데, 인공지능을 구현하는데 필요한 기본적인 기능이라고 생각할 수 있다. 예를 들면, 사진을 보고 어떤 사물인지 판단하거나 음성을 듣고 어떤 의미인지 이해할 수 있는 등의 행위를 말한다.

딥러닝의 근간을 이루는 원리는 보편 근사 정리로 알려져 있으며, 이는 수학적으로 함수 근사 (function approximation)를 의미한다. Cybenko (1989)와 Hornik (1991), Hornik *et al.* (1989), Leshno *et al.* (1993) 등에 따르면 한 개의 은닉층 (hidden layer)으로 구성된 바로먹임 (feedforward) 네트워크만으로도 임의의 함수 또는 도함수를 임의의 정확도로 근사할 수 있다는 것이 증명되어 있다. 물론 활성화 함수 (activation function)가 적절한 조건을 만족해야 하고 주어진 조건에 따라 근사할 수 있는 함수의 범위가 달라질 수 있지만, 기본적으로 딥러닝은 학습 데이터를 잘 설명할 수 있는 함수를 근사하는 작업이라고 볼 수 있다. 다만 복잡한 비선형 함수를 근사하기 위해서는 한 개의 은닉층을 사용하는 경우 몇 개의 뉴런이 필요할지 정확히 알 수 없고, 학습을 위한 계산 시간이 많이 필요해서 매우 비효율적이다. 따라서 계산 효율을 위해 개별 층의 뉴런 수를 증가시키기 보다 은닉층의 개수를 증가시키는 방법을 사용하게 되었고, 오늘날 딥러닝이 심층 신경망 (deep neural network, DNN) 구조로 발전하게 된 이유이기도 하다.

수학적으로 보면 딥러닝은 비선형 함수를 근사하기 위해 네트워크 아키텍처를 단순화시키고 훈련 편의를 높이기 위해 조각적 선형 (piecewise linear)층들로 구성한다. 이러한 단순한 구

조는 보렐 가측 함수 (Borel-measurable function)들로 구성된 함수 공간을 조각적 선형 다항식 (piecewise linear polynomial)들이 생성 (span)할 수 있다는 수학의 정리에 근거한다 (He and Wang, 2021). 해석학적으로 임의의 보렐 가측 함수 $g(\mathbf{x})$ 는 다음과 같이 조각적 선형 다항식에 의해 원하는 정확도로 근사될 수 있다 (He and Wang, 2021).

$$g(\mathbf{x}) \approx \sum_{n=0}^N e_n \phi_n(\mathbf{x}) \quad (4)$$

여기서 e_n 은 조각적 선형 다항식 ϕ_n 의 계수이다. 딥러닝 관점으로 보면 임의의 보렐 가측 함수를 생성할 수 있는 조각적 선형 함수가 신경망 구조로 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}; \mathbf{w}) := \mathbf{G}_L \left[\mathbf{w}_L, \mathbf{G}_{L-1} \left(\mathbf{w}_{L-1}, \dots, \mathbf{G}_1 \left(\mathbf{w}_1 \right) \right) \right] (\mathbf{x}) \quad (5)$$

여기서 $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{w})$ 는 신경망의 층에 해당하는 함수로 입력값 (\mathbf{x})과 가중치 (\mathbf{w})의 연산으로 구성된다. 아랫첨자는 신경망의 층 깊이를 뜻한다. 일반적으로 심층 신경망은 각 은닉층에서 활성화 함수를 적용하는데 식 (5)에서 한 개의 층에 활성화 함수 (σ_k)를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{G}_k(\mathbf{x}, \mathbf{w}_k) = \sigma_k (\mathbf{w}_k \mathbf{x} + \mathbf{b}_k) \quad (6)$$

여기서 \mathbf{w}_k 를 곱하는 것은 아핀 변환 (affine transformation)을 의미하고, \mathbf{b}_k 는 편향 (bias)을 가리킨다. 활성화 함수는 보통 ReLU (rectified linear unit)를 사용하는데 목적에 따라 다양한 변형을 사용하거나 적절한 활성화 함수를 선택해야 한다.

딥러닝 기반 속도 역산

석유 탐사 분야에 인공 신경망 이론이 적용되기 시작한 것은 매우 오래전이지만 주로 물리검층 자료를 이용한 저류층 물성 예측이나 탄성과 속성 자료를 이용한 암상 구분 등이 주요 적용 대상이었다. 그러나 최근 딥러닝 기술의 발전으로 모든 분야에서 딥러닝 기술이 일반화되면서 탄성과 속도 모델 구축에도 딥러닝을 적용한 연구가 빠르게 증가하고 있다. 가장 간단한 접근 방법은 기존의 속도 분석 (velocity analysis) 과정을 딥러닝으로 대체하는 것이다. 예를 들면, Ma *et al.* (2018)은 합성곱 신경망 (convolutional neural network, CNN)을 이용하여 수직시간차 (normal moveout, NMO) 보정이 이루어진 공통중간점 (common midpoint, CMP) 모음 (gather) 자료에서 속도 오차를 추정하였다. 비슷한 방식으로 Park and Sacchi (2020)는 CNN을 이용하여 셸블런스 패널에서 RMS (root mean square) 속도를 발췌 (picking)하였다. Fabien-Ouellet and Sarkar (2020)는 CNN과 순환 신경망 (recurrent neural network, RNN)을 이용하여 CMP 모음으로부터 RMS 속도와 구간 (interval) 속도를 동시에 추정하는 모델을 제안하였다. Wang *et al.* (2021)은 수정된 U-Net 모델 (Ronneberger *et al.*, 2015)

을 사용하여 샘플링에서 RMS 속도를 추정하였는데, 합성자료를 이용하여 사전 학습 후 현장자료를 이용하여 미세 조정하는 방식을 제안하였다.

Araya-Polo *et al.* (2018)은 딥러닝을 이용한 토모그래피 기법을 발표했는데, 실제로는 샘플링 기반의 특성(feature)을 겹쌓기 전 자료(prestack data)로부터 추출하고 이를 DNN의 입력자료로 넣어 훈련시키는 방법을 제안하였다. 탄성파 주시 자료로부터 속도 모델을 역산하는 주시 토모그래피 기법이 딥러닝으로 직접 구현된 사례는 많지 않으며, 주시 토모그래피를 위한 초동 주시 발체를 딥러닝 기술로 구현한 사례가 많았다(Wang *et al.*, 2019). 이렇게 탄성파 속도 역산 분야에서 딥러닝 기술이 도입된 초기에는 속도 역산을 보조하는 전처리 기술로서 활용되는 사례가 많았다. 이 시기에는 전파형 역산 기술에도 딥러닝을 직접 적용하기보다 전파형 역산을 성공적으로 수행하기 위한 전처리 과정에 딥러닝을 적용하는 사례가 많았다. Ovcharenko *et al.* (2019)은 역산의 주기 농침 문제를 해결하기 위하여 합성곱 신경망을 이용해 저주파수 성분을 예측하였으며, 예측된 저주파수 정보를 활용하여 전파형 역산 결과를 개선시켰다. 그들의 논문을 필두로 하여 다양한 연구들이 지속적으로 제안되고 있는데, Sun and Demanet (2020)은 심층 신경망을 이용하여 탄성파 자료의 저주파수 성분을 외삽하고 전파형 역산 결과가 개선될 수 있음을 보였다. 앞선 연구들이 수치 속도 모형이나 벤치 마크 모델에 국한된 연구를 수행하였다면, Fang *et al.* (2020)은 훈련 자료에 사용되지 않은 현장 자료를 이용하여 네트워크 일반화 성능을 검증하고 다중스케일(multi-scale) 전파형 역산과 최소제곱 거꾸시간 참반사 보정(least-squares reverse-time migration)의 결과가 개선됨을 보여주었다.

딥러닝 기반 전파형 역산의 잠재력 확인

딥러닝 기법이 전파형 역산에 적용되기 시작한 초기에는 주로 전파형 역산의 입력자료인 공통 송신원 모음 자료의 전처리에 초점이 맞춰져 있었지만, 그 이전부터 딥러닝을 이용한 전파형 역산의 가능성은 여러 연구를 통해 알려지고 있었다. Röth and Tarantola (1994)는 처음으로 신경망을 이용하여 탄성파 자료로부터 1차원 속도 모델을 역산하였다. 학습에 사용한 자료가 매우 적고 1차원 속도 모델이었지만 딥러닝 기법이 전파형 역산에 적용될 수 있는 가능성을 처음으로 보여주었다는 점에서 의미가 있다. Richardson (2018a)은 텐서플로우 라이브러리를 이용하여 RNN으로 파동방정식 모델링을 수행하고 전파형 역산을 구현하였다. 이 연구는 딥러닝 기반의 전파형 역산이라기보다 전파형 역산을 딥러닝 라이브러리를 이용하여 구현한 것에 지나지 않지만, 머신러닝 라이브러리의 역모드 자동미분(reverse-mode automatic differentiation)으로 손실함수(loss function)의 그래디언트를 계산하는 것이 전파형 역

산의 수반 상태법(adjoint state method)과 동일하다는 것을 보였다. 이 점에서 중요성을 갖는다.

Moseley *et al.* (2018)은 오디오 신호 생성 목적으로 설계된 WaveNet (Oord *et al.*, 2016)을 활용하여 빠른 탄성파 자료 모델링 기법을 구현하였고 이를 1차원 속도 모델 역산에 적용하였다. 이 논문에서는 제안한 방법이 전파형 역산에 쉽게 적용될 수 있다고 주장하며 1차원 속도모델 역산 예제를 보여주었으나 반사계수 모델을 역산하고 깊이-시간 변환 모듈을 사용하였기 때문에 진정한 전파형 역산으로 보기는 어렵다. 그러나 이러한 접근 방법은 이후 발표된 연구 논문에서 사용하는 심층 신경망 모델을 사용한 전파형 역산 방법과 유사한 점이 많기 때문에 딥러닝의 잠재력을 확인할 수 있는 연구로 볼 수 있다. Lewis and Vigh (2017)은 전파형 역산에 딥러닝 기법을 적용하여 암염 속도 모델 역산의 성능을 개선하였다(Yang and Ma, 2019). 이 연구에서는 AlexNet (Krizhevsky *et al.*, 2017)을 변형한 모델을 사용하여 암염층을 찾는 딥러닝 모델을 구성하였고, 탄성파 단면에 적용하여 암염층 존재에 대한 확률 지도를 얻었다. 이렇게 얻은 암염층 확률 지도를 선행(a priori) 모델로 가정하고 전파형 역산의 목적함수에 결합하여 정규화(regularization) 기법으로 사용하였다. 이 연구 역시 딥러닝 기법이 직접적인 전파형 역산을 구현한 것은 아니지만 정규화 기법으로 활용하여 전파형 역산의 성능을 개선할 수 있다는 가능성을 보여준 것에 의미가 있다. 이 밖에도 Richardson (2018b)과 Mosser *et al.* (2020)은 적대적 생성 신경망(generative adversarial network, GAN)을 이용해서 지질구조에 대한 선행 모델을 구축하는 방법을 제안하였고, Vantassel *et al.* (2022)은 토양-기반암 형태의 천부 지층에 대한 초기 속도모델 구축에 CNN을 사용하였다.

순수 데이터 기반 전파형 역산

진정한 의미의 딥러닝 기반 전파형 역산은 다양한 속도 모델과 그 속도 모델을 이용하여 모델링한 공통 송신원 모음 자료를 학습자료로 구성하여 훈련한 심층 신경망을 이용하는 것이다. 이렇게 학습된 심층 신경망은 공통 송신원 모음 자료를 입력으로 받아 속도 모델을 예측하는 예측함수라고 할 수 있다. 이러한 방식의 전파형 역산은 순수 데이터 기반의 전파형 역산이라고 할 수 있는데, 훈련과정에는 많은 양의 학습자료가 필요하다는 단점이 있으나 적용할 때에는 기존 전파형 역산에 비해 훨씬 빠르게 속도 모델 예측이 가능하다는 장점이 있다. 이러한 방식의 연구는 사용된 심층 신경망의 종류에 따라 분류될 수 있다(Jo and Ha, 2021). GeoDNN은 Araya-Polo *et al.* (2018)에 의해 제안되었는데 샘플링 페널로부터 2차원 속도 모형을 예측하는 기법이므로 전파형 역산으로 분류하기는 어렵다. Wang and Ma (2019)는 VMB-Net이란 모델을 개발하였는데 완전 연결 층(fully connected layer)과 완전 합성곱 신경

망(fully convolutional network, FCN)을 연결한 방식으로 아키텍처가 구성되어 있고, 공대공(crosswell) 자료 구조에 대해 전파형 역산을 구현하였다. 특이한 점은 자연 이미지(일반 사물 사진)를 속도 모델로 변형하여 학습에 사용하였다는 것이다. 따라서 방대한 양의 학습자료를 구축할 수 있었고, 이를 통해 일반화 성능을 향상시켰다. Wu *et al.* (2018)은 InversionNet이라는 이름의 CNN기반 딥러닝 모델을 제안하였는데, U-Net (Ronneberger *et al.*, 2015)과 같은 인코더-디코더 구조로 구성되어 있고 명시적으로 탄성과 파형역산을 구현한 모델이라고 설명하였다. 이후 InversionNet보다 개선된 SeisInvNet이 Li *et al.* (2020)에 의해 개발되었는데, 이 네트워크는 공간적으로 정렬된 특성 맵을 학습하는 방식으로 반사-수신 관계의 불확실성을 해결하였다(Jo and Ha, 2021). 또한, 순환 신경망 (RNN)을 기반으로 하거나 합성곱 신경망에 융합하여 속도 모형을 재현하는 연구들도 다수 제안되었다(Biswas *et al.*, 2018; Adler *et al.*, 2019; Fabien-Ouellet and Sarkar, 2020). VelocityGAN은 생성기와 판별기로 구성된 GAN을 기반으로 하는 속도 예측 네트워크로 Zhang and Lin (2020)에 의해 제안되었다.

순수 데이터 기반의 전파형 역산에서 훈련자료는 임의의 다양한 속도 모형(\mathbf{m}_r)과 식 (2)와 같은 파동방정식 모델링을 통해 계산된 탄성과 자료($\mathbf{r}' = \mathbf{R}\mathbf{u}$)로 구성되는데, \mathbf{m}_r 는 훈련 자료의 라벨(label)이 되고 \mathbf{u}' 는 입력 자료가 된다. 속도 모형을 예측하는 심층 신경망은 다음과 같이 입력 자료와 속도 모델 관계를 아핀 매핑(affine mapping)하는 함수로 정의할 수 있다.

$$\mathbf{m}' = \mathbf{G}(\mathbf{u}'; \mathbf{w}) \quad (7)$$

여기서 \mathbf{w} 는 신경망을 구성하는 훈련가능한 가중치이고, \mathbf{G} 는 심층 신경망, \mathbf{m}' 은 신경망(\mathbf{G})의 출력으로 예측된 속도 모형을 의미한다. 실제 목표로 하는 속도 모형이 \mathbf{m}_r 이기 때문에 심층 신경망을 훈련시키기 위한 손실 함수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$E_m(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{m}' - \mathbf{m}_r\|_2^2 = \frac{1}{2} \|\mathbf{G}(\mathbf{u}'; \mathbf{w}) - \mathbf{m}_r\|_2^2 \quad (8)$$

식 (8)의 손실함수는 평균제곱오차(mean square error, MSE)를 적용한 것이나 목적에 따라 여러 가지 형태의 손실함수를 설계하여 사용할 수 있다. 학습을 위해서는 다음과 같이 식 (8)을 최소화할 수 있는 가중치를 찾아야 한다.

$$\mathbf{w}^* = \arg \min_{\mathbf{w}} E_m(\mathbf{w}) \quad (9)$$

식 (9)의 최적화 문제를 풀기 위해 역전파 기법(back-propagation algorithm) (Rumelhart *et al.*, 1986)을 사용하여 손실함수의 그래디언트를 계산하고 다음과 같이 경사 하강법으로 가중치를 업데이트한다.

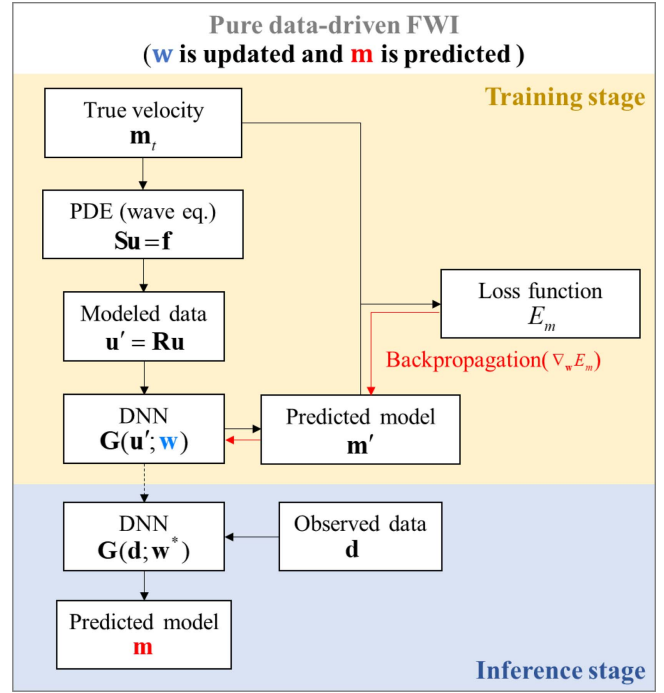


Fig. 2. Workflow of pure data-driven full waveform inversion.

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \alpha [-\nabla_{\mathbf{w}} E_m]_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_k} \quad (10)$$

여기서 α 는 학습률(learning rate)로 식 (3)의 구간 길이와 본질적으로 동일한 기능을 하고, $\nabla_{\mathbf{w}} E_m$ 는 그래디언트를 의미한다. 딥러닝에서는 매 반복 단계를 에포크(epoch)라고 하며, 미니배치 경사하강법(mini-batch gradient descent method)을 사용하는 경우 각 에포크는 모든 미니배치를 학습하도록 반복하는 과정을 포함한다. 충분한 에포크 동안 훈련을 반복하여 식 (9)를 만족하는 가중치를 얻게 되면 심층 신경망 학습이 완료된다. 학습이 완료된 네트워크에 취득 자료를 입력하면 아래 식과 같이 최종적으로 속도 모형을 예측할 수 있다.

$$\mathbf{m} = \mathbf{G}(\mathbf{d}; \mathbf{w}^*) \quad (11)$$

Fig. 2는 순수 데이터 기반 전파형 역산의 작업흐름도를 보여준다.

물리 기반 RNN 구조 활용 전파형 역산

순수 데이터 기반 전파형 역산이 최근 유행하고 있는 딥러닝 기술을 오롯이 받아들이며 전파형 역산을 구현해 낼 수 있는 방법을 찾는 반면, 딥러닝 라이브러리의 편의성만을 이용하는 전파형 역산 구현 사례도 찾아볼 수 있다. Richardson (2018a)은 딥러닝 기법 중 RNN 구조가 시간영역 파동방정식을 유한 차분법으로 시간 적분하여 풀이하는 과정과 유사함에 착안하여 전파형 역산을 딥러닝으로 구현하는 방법을 제안하였다. 이

방법은 전통적인 전파형 역산과 동일한 알고리즘을 딥러닝 라이브러리(예를 들면 TensorFlow)로 구현한 것에 지나지 않지만, 딥러닝 라이브러리가 갖는 장점을 모두 이용할 수 있다는 점에서 매우 큰 잠재력을 지닌다고 할 수 있다. 기본적으로 목적함수의 그래디언트 방향을 계산할 때 자동미분을 이용할 수 있고, GPU를 사용하여 계산 과정을 가속시킬 수 있으며 딥러닝 분야에서 개발되는 다양한 이론들을 전파형 역산에 쉽게 적용해 볼 수 있는 환경을 갖추게 된다.

Fig. 3은 RNN구조를 이용하여 파동방정식을 모사하기 위한 신경망 구조를 보여준다. RNN 메모리 셀의 이전 시간 단계의 파동장($u_{t-\Delta t}$)과 현재 시간 단계의 파동장(u_t), 그리고 송신파형(f_t)을 입력으로 받고, 다음 시간 단계의 파동장($u_{t+\Delta t}$)과 수신기 위치의 파동장($u'_{t+\Delta t}$)을 출력으로 내보낸다. 현재 시간 단계의 파동장과 다음 시간 단계의 파동장은 메모리 셀의 상태로 출력되어 다음 시간 단계에서 입력 값으로 사용된다. RNN 셀에서 훈련가능한 가중치는 속도인데, 이 값을 동결(freeze)시키면 정해진 속도 모델에서 파동장을 생성하는 모델링 신경망으로 작동한다. 속도 값을 훈련가능한 가중치로 설정하고 관측 파동장을 라벨로 사용하면 전파형 역산을 구현할 수 있다. Fig. 4는 RNN을 이용한 전파형 역산의 알고리즘 구조를 보여준다.

RNN을 이용한 전파형 역산이 전통적인 수반 상태법 기반의 전파형 역산과 정확하게 등가라는 사실은 Sun *et al.* (2020)에서 더 명확하게 설명되었다. Sun *et al.* (2020)은 RNN 구조를 이용하여 파동방정식 모델링을 구현하고 전파형 역산에 사용하였는데, 모델링만 수행한다고 할 경우에는 RNN을 학습시킬 필요가 없는 구조이다. 즉, RNN을 위한 딥러닝 라이브러리를 이용하여 정확하게 파동방정식의 유한차분 풀이법을 구현한 것이다. 전파형 역산을 수행하기 위해서 RNN 구조에 포함되는 지층 모델의 속도 값을 훈련 가능한 매개변수로 설정하고, 관측 파동장과 모델링 파동장의 잔차를 목적함수로 하여 이 목적함수를 최소화시키도록 RNN의 속도 매개변수를 훈련시킨다. 이렇게 구현한 전파형 역산은 전통적인 방법과 마찬가지로 물리 기반 전파형 역산이다. Ren *et al.* (2020)도 전파형 역산을 수행하기 위한 물리 기반 신경망(SWINet)을 제안하였는데, Sun *et al.* (2020)이 제안한 방법과 기본적으로 동일한 개념을 구현한 것이다.

이러한 물리 기반 전파형 역산은 전통적인 전파형 역산과 본질적으로 동일하다는 특징이 있기 때문에 전통적인 전파형 역산이 갖는 단점도 그대로 지니고 있다(Sun *et al.*, 2021). 즉, 전파형 역산의 가장 큰 문제점인 국부 최소값 문제를 벗어나지 못하기 때문에 국부 최소값으로 수렴하지 않도록 하기 위해 정확한 초기 속도 모델이 필요하다(Song and Alkhalifah, 2022). 초기 속도 모델이 부정확할 경우에는 관측 파동장에 저주파 성분이 충분해야 정확한 속도 모델로 수렴할 수 있다. 또한 이 방법은 전파형 역산 과정 자체가 신경망의 학습과정과

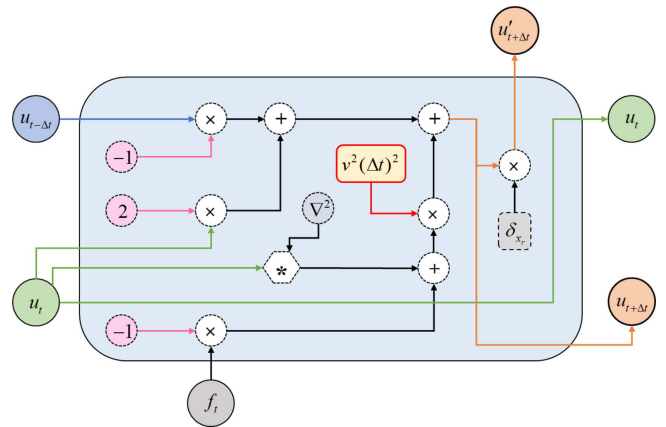


Fig. 3. Single-cell architecture of the waveform RNN (reproduced after Sun *et al.* (2020)).

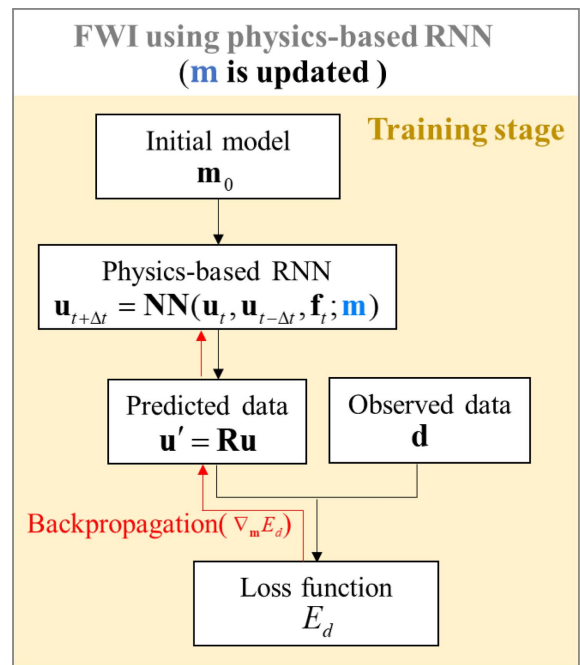


Fig. 4. Workflow of physics-based FWI using RNN.

동일하기 때문에 목적으로 하는 탄성파 자료가 바뀌면 동일한 학습과정을 다시 되풀이해야 한다.

인코더-디코더 구조를 이용한 전파형 역산

탄성파 전파형 역산에 딥러닝 기술이 적용되면서 다양한 형태의 모델이 제안되었는데, 그 중에서도 가장 인기 있는 모델은 U-Net과 비슷한 인코더-디코더 구조의 CNN기반 딥러닝 모델이다. CNN기반의 네트워크 모델은 일반적인 완전 연결 신경망 기반 네트워크에 비해 훈련시켜야 할 매개변수가 적어 계산이 효율적이라고 알려져 있다. 또한 입출력 자료 모두 이미지 형태로 되어 있기 때문에 공통 송신원 모음 자료를 입력

으로 하고 속도 모델을 출력으로 하는 순수 데이터 기반 전파형 역산 구조에 매우 적합하다. 그러나 입력 자료와 출력 자료의 영역(domain)이 다르기 때문에 일반적인 영상 처리 문제에 사용되는 U-Net 계열의 모델보다는 더 세밀한 학습 전략이 필요하다. 또한 오토인코더(autoencoder) 형태의 모델을 사용한 딥러닝 기반 속도 역산은 작은 구조가 많은 속도 모델일수록 세부적인 구조를 보존하기 어렵다고 알려져 있으므로(Li *et al.*, 2020), 이를 해결하기 위한 장치가 필요하다.

Yang and Ma (2019)는 가장 기본적인 인코더-디코더 구조를 사용한 딥러닝 기반 속도 역산을 제안했다(Fig. 5). 잡음이 포함된 자료나 진폭이 왜곡된 자료, 저주파수 성분이 부족한 자료에 대해 예측 모델의 정확도를 분석함으로써 딥러닝 기반 속도 역산의 장점을 강조했지만, 예측 결과는 문제점이 많았고 결국 다양한 훈련자료가 뒷받침되어야 한다는 상식적인 결론을 이끌어내는데 그쳤다. Wu and Lin (2019)은 InversionNet이라는 이름의 CNN기반 딥러닝 모델을 제안하였는데, 다른

연구와 마찬가지로 인코더-디코더 구조로 구성되어 있지만 입력 탄성과 자료와 출력 속도 모델의 영역과 크기가 다른 점을 고려하여 조건부 무작위 장(conditional random field, CRF) 개념을 적용하였다. CRF는 통계적 모델링 방법 중의 하나로 이웃하는 표본을 고려하여 예측하는 모델이다. 이를 이용하여 출력 속도 모델에서 공간적으로 서로 다른 위치 간의 상호작용을 모델링하여 지층 경계면이나 단층 부근의 속도를 더 정확하게 예측하였다. InversionNet보다 개선된 SeisInvNet (Li *et al.*, 2020)은 CNN과 완전 연결 네트워크를 최적화하여 성능을 개선시켰다. 기존 모델과 달리 SeisInvNet은 탄성과 자료가 취득된 위치 정보와 속도 모델의 반사면 사이의 공간적 관계를 강조하기 위한 네트워크 구조를 설계하였다. 주변 트레이스 정보와 자료취득 구조(acquisition geometry), 속도 분포 및 지층 경계면 개수 등의 정보를 임베딩 인코더를 통해 입력 받아 공간적으로 정렬된 특성을 생성하고 속도 모델이 출력될 수 있도록 네트워크를 구성하였다. Liu *et al.* (2021)은 SeisInvNet

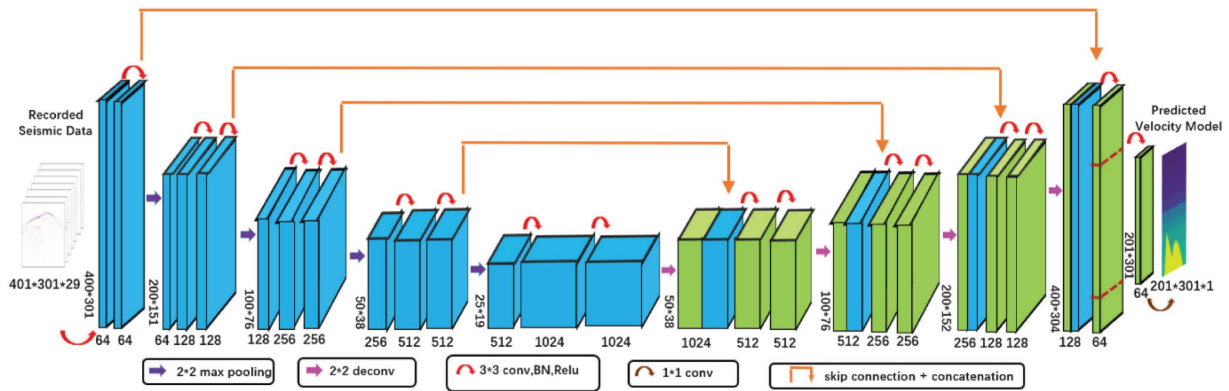


Fig. 5. Architecture of the encoder-decoder network used for seismic velocity inversion (Yang and Ma, 2019).

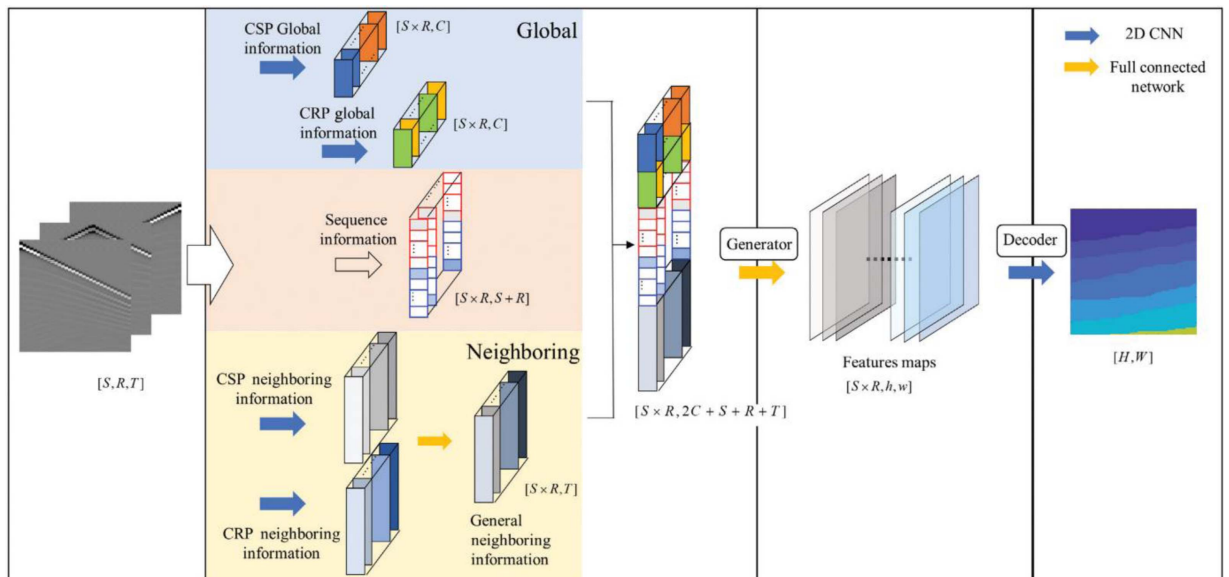


Fig. 6. Architecture of the modified SeisInvNet (Liu *et al.*, 2021).

을 기본 네트워크로 사용하면서 암염층이나 단층을 포함하는 좀 더 현실적이고 복잡한 모델을 다루기 위해 수정된 네트워크를 제안하였다(Fig. 6). SeisInvNet이 공통 수신원 모음 자료만 이용하는데 비해 Liu *et al.* (2021)은 공통 수신원 모음 자료도 같이 이용하여 특징을 추출하였다.

신경망 재매개변수화를 이용한 전파형 역산

보다 혁신적인 딥러닝 기반 전파형 역산 기법은 전통적인 전파형 역산과 순수 데이터 기반 전파형 역산을 혼합한 모델이라고 볼 수 있다. 전통적인 전파형 역산은 식 (1)과 같이 관측한 탄성과 자료와 합성한 탄성과 자료의 차이로 정의되는 목적함수를 최소화하도록 속도 모델을 결정한다. 반면에 순수 데이터 기반 전파형 역산은 손실함수가 식 (8)과 같이 속도 모델의 차이를 측정하는 함수로 구성되므로 신경망의 가중치가 속도 모델의 차이를 최소화시키도록 학습된다. 이 두가지 접근법을 혼합하는 방법은 전통적인 전파형 역산의 목적함수를 최소화시키도록 신경망의 가중치를 훈련시키는 것이다. 이러한 접근법은 문헌 상에서 매개변수화된 CNN 영역 전파형 역산(Wu and McMechan, 2019), 딥러닝을 이용한 재매개변수화된 전파형 역산(reparameterized FWI) (He and Wang, 2021; Zhu *et al.*, 2022), 물리 기반 신경망 전파형 역산(Sun *et al.*, 2021) 등으로 명명되고 있다. 이 논문에서는 편의상 재매개변수화된 전파형 역산으로 일컫도록 하겠다.

재매개변수화된 전파형 역산의 목적함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_r = \frac{1}{2} \|\mathbf{R}\mathbf{u}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}\|_2^2 = \frac{1}{2} \|\mathbf{R}\mathbf{u}(\mathbf{G}(\mathbf{d}; \mathbf{w})) - \mathbf{d}\|_2^2 \quad (12)$$

식 (12)의 목적함수는 식 (1)과 같은 전통적인 전파형 역산의 목적함수에 순수 데이터 기반 전파형 역산의 심층 신경망 모델인 식 (11)을 대입하여 정리한 식이다. 물론 역산 초기 단계에서는 심층 신경망 모델의 가중치(\mathbf{w})가 최적값(\mathbf{w}^*)이 아니므로 엄밀하게 말하면 식 (11)의 신경망 모델과는 차이가 있다. 식 (12)의 목적함수를 최소화시키기 위해 미분의 연쇄 법칙(chain rule)을 통해 다음과 같이 신경망 가중치에 대한 경사 방향을 계산할 수 있다(He and Wang, 2021).

$$\nabla_{\mathbf{w}} E_r = \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}} \right)^T \nabla_{\mathbf{m}} E_r \quad (13)$$

여기서 우변 첫번째 항은 신경망 가중치(\mathbf{w})에 대한 네트워크(\mathbf{G} , 결과적으로 속도 모델 \mathbf{m})의 자코비안 행렬로 역전파 알고리즘에 의해 쉽게 계산할 수 있다. 우변 두번째 항은 전통적인 전파형 역산의 속도 모델에 대한 경사 방향으로 수반 상태법

에 의해 효율적으로 계산할 수 있다(Plessix, 2006). 식 (13)의 경사 방향은 파동방정식의 순방향 모델링(forward modeling)을 어떤 방식으로 계산하는가에 따라 달라지게 된다. 전통적인 유한차분법이나 유한요소법 등의 수치해법으로 풀이한다면 속도 모델에 대한 경사 방향은 전통적인 수반 상태법으로 계산하고, 신경망 가중치에 대한 경사 방향을 계산할 때 이것을 출력의 잔차(residual) 대신 넣어준다. 만약 순방향 모델링을 신경망 또는 딥러닝 라이브러리 함수로 구현한다면 전체 과정을 역전파 알고리즘으로 쉽게 계산할 수 있다. 가중치에 대한 경사 방향이 구해지면 다음과 같이 가중치를 업데이트함으로써 신경망 모델에 대한 훈련이 이루어진다.

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \alpha [-\nabla_{\mathbf{w}} E_r]_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_k} \quad (14)$$

재매개변수화된 전파형 역산의 자세한 알고리즘 구조는 Fig. 7에서 보여주고 있다.

재매개변수화된 전파형 역산은 전통적인 전파형 역산과 마찬가지로 탄성과 자료의 오차를 최소화하는 간접 역산의 구조를 가지지만 모델 영역(model space)이 속도 모델에서 속도 모델을 예측하는 신경망의 가중치로 재매개변수화 된다는 차이가 있다. 모델 영역이 확장된다는 측면에서 AWI (Warner and Guasch, 2014, 2016)나 확장 수신원 파형 역산(Huang and Symes, 2015; Huang *et al.*, 2016, 2017)과 유사하다고 볼 수도 있으나 확장된 모델 영역이 속도 모델과 탄성과 자료를 매개하는 구조가 아닌 속도 모델을 구성하는 기저 역할을 한다는 점에서 차이가 있다. 재매개변수화된 전파형 역산의 이러한 구조는 물리적 모델을 희소 표현(sparse representation)하여 국부 최소값 문제를 약화시킨다는 장점이 있다. 또한, 사전 정보를 선행 학습(pretraining) 형태로 구현하여 정규화 기법을 암묵적으로 포함시킬 수 있으며, GPU를 이용한 가속이 편리하

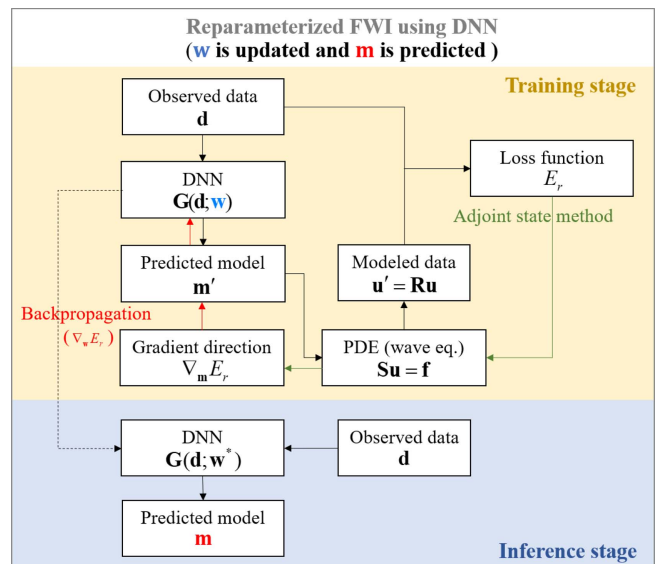


Fig. 7. Workflow of a DNN-based reparameterized FWI.

다는 점도 매우 큰 장점이 된다(He and Wang, 2021).

재매개변수화된 전파형 역산은 비교적 최근에 논문으로 발표되기 시작해서 아직 발표된 논문의 수가 많지는 않다. Wu and McMechan (2019)은 CNN을 이용하여 재매개변수화된 전파형 역산을 구현하였는데 초기 속도 모델의 특성을 학습하기 위해 선행 학습 전략을 사용하였다. 무작위 난수를 입력으로 하여 일관된 장파장 속도 모델이 출력되도록 훈련시킴으로써 속도 모델의 국부적 변화에 둔감한 특성을 만들어내는 네트워크를 만들었다. 이런 방식으로 초기 속도 모델의 특성을 유지하는 전파형 역산 신경망을 훈련시킬 수 있었는데, 이는 초기 속도 모델을 사전 정보로 하는 정규화 효과를 간접적으로 구현한 것으로 볼 수 있다. He and Wang (2021)은 재매개변수화된 전파형 역산을 일반화하여 설명했으며 TV (total variation) 정규화 전파형 역산(Peters and Herrmann, 2017; Esser *et al.*, 2018)과 비교하여 우수한 성능을 보여주었다. 다만 순방향 모델링을 4차 유한차분법(Hustedt *et al.*, 2004)을 사용하여 C언어로 구현하였고 MPI (message passing interface) 라이브러리와 HSS-structured multifrontal solver (Ghysels *et al.*, 2016; Rouet *et al.*, 2016)를 사용하여 풀이하였기 때문에 계산 효율 측면에서 완성된 형태라고 보기는 어렵다.

Zhu *et al.* (2022)은 속도 모델 예측과 순방향 모델링을 모두 딥러닝 라이브러리로 구현하여 전파형 역산을 위한 경사 방향 계산을 역전파 기법으로 계산하였다. 이전 연구들과 다르게 선행 학습이 필요 없고 드롭 아웃(dropout) 층을 이용하여 불확실성 분석이 가능함을 보여주었다. Dhara and Sen (2022)은 물리 기반 심층 오토인코더(physics-guided deep autoencoder)를 사용하여 전파형 역산을 구현하였는데, 근본적인 개념은 재매개변수화된 전파형 역산과 동일하고 전파형 역산의 초기 모델을 구축하기 위한 용도로 이 방법을 제시하였다. 이러한 방식의 딥러닝 기반 전파형 역산은 다양한 학습자료를 필요로 하지 않기 때문에 데이터 기반 접근법으로 보기 힘들고, 극단적으로 해석하면 딥러닝 라이브러리를 사용하여 속도 모델을 한 단계 더 매개변수화된 전파형 역산의 변형된 구현이라고 볼 수 있다. Sun *et al.* (2021)에서는 재매개변수화된 전파형 역산을 물리 기반 신경망 전파형 역산이라고 분류했는데, 순방향 모델링 부분이 물리 기반 RNN으로 구현된 것을 제외하면 재매개변수화된 전파형 역산과 동일한 알고리즘으로 구현되었다. 다른 연구들과 차이점이 있다면 손실 함수를 모델 오차와 데이터 오차의 가중평균으로 구성하여 전통적인 물리 기반 전파형 역산과 순수 데이터 기반 전파형 역산을 결합한 모델(hybrid PGNN)도 제안하였다는 것이다.

물리 정보 기반 신경망을 이용한 전파형 역산

전파형 역산은 실제 측정된 탄성파 자료와 컴퓨터로 합성한 탄성파 자료를 유사하게 만드는 속도 모델을 찾는 최적화 방

법이므로 기본적으로 탄성파를 모델링하는 기법이 매우 중요하다. 전통적으로 모델링 기법은 유한차분법이나 유한요소법과 같은 수치해법을 이용하여 파동의 전파현상을 기술하는 편미분 방정식을 풀이하는 방식이 주를 이루었다. 머신러닝 기법이 발전하면서 탄성파 모델링 기법을 대체하려는 연구가 많아지고 자연스럽게 전파형 역산 기법도 머신러닝을 이용하여 구현되고 있다. 최근에는 물리적 현상을 전통적인 결정론적 수치해법으로 모사하지 않고 머신러닝을 이용하면서도 많은 학습자료가 필요한 단점을 해소하기 위한 대안으로 PINN 기법도 도입되고 있다(Raissi *et al.*, 2019, Karniadakis *et al.*, 2021). PINN은 일반적인 데이터 기반 모델이 학습자료는 잘 설명하면서 새로운 자료에 대해 물리적으로 일관성 없는 결과를 예측하는 단점을 해결하고자 제안되었다. 즉, 머신러닝 모델에게 기본적인 물리 법칙과 도메인 지식을 학습시켜 강력한 이론적 제약조건을 부과하는 방법이라고 할 수 있다(Karniadakis *et al.*, 2021). PINN 기법에서 파동전파와 같은 물리적 현상을 모사하는 방법은 속도 모델과 파동장의 쌍으로 이루어진 학습자료를 이용하는 지도 학습뿐만 아니라 모사하고자 하는 파동방정식을 이용하는 비지도 학습을 동시에 적용하는 것이다. 구체적으로는 신경망을 학습시키기 위한 손실함수에 편미분방정식의 잔차를 추가하는 방법으로 구현된다. 전파형 역산 기법도 이러한 기술을 빠르게 수용하고 있으며, 앞 절에서 설명한 재매개변수화된 전파형 역산 기법도 PINN에서 파생되었거나 PINN의 범주에 포함된다고 해석할 수도 있다.

PINN 기반 전파형 역산은 탄성파 자료를 모델링하는 순방향 문제와 속도 모델을 구하는 역문제를 담당하는 두 개의 신경망을 이용한다. 물론 앞 절에서 설명한 것처럼 재매개변수화된 전파형 역산이 두 개의 신경망을 이용하는 경우도 있지만(Zhu *et al.*, 2022), 모델링을 구현하는 신경망을 학습시키는 과정에 편미분 방정식을 손실함수로 사용하지 않는다는 점에서 PINN 기반 전파형 역산과 차이가 있다. 그러나 PINN 기반 전파형 역산을 구현할 때 모델링을 위한 신경망과 역산을 위한 신경망을 동시에 훈련시킬 수도 있고, 모델링을 위한 신경망을 미리 개별적으로 훈련시킨 다음 역산을 위한 신경망을 별도로 훈련시킬 수도 있기 때문에 구현 방법만으로 별개의 기법이라고 규정지를 필요는 없어 보인다. 그러나 이 논문에서 딥러닝 기반 전파형 역산 기법을 체계적으로 설명하기 위해 인위적으로 구분해 놓은 것이고 실제로 다른 부류로 구분해 놓은 기법은 세부적인 구현 방법에서 차이를 보인다. 예를 들면, Zhu *et al.* (2022)이 제안한 재매개변수화된 전파형 역산을 위한 신경망은 잠재 공간(latent space)의 무작위 벡터로부터 속도 모델을 생성하는 생성 신경망(generative neural network)인데 비해, Rasht-Behesht *et al.* (2022)이 사용한 PINN 기반 전파형 역산 기법은 공간 좌표를 입력으로 받아 속도 모델을 출력하는 완전 연결층 신경망이다.

PINN 기반의 전파형 역산에 대한 이론은 Rasht-Behesht *et*

al. (2022)에 잘 정리되어 있으므로 여기에서는 Rasht-Behesht et al. (2022)의 이론을 기준으로 핵심적인 내용만 간략하게 설명하고자 한다. PINN은 처음에 물리 현상을 모델링하는 문제를 풀기 위해 제안되었고, 그 구조는 주로 공간과 시간을 나타내는 독립 변수를 입력으로 받아 모사하고자 하는 물리량을 출력으로 하는 완전 연결 신경망으로 구성된다. 물론 개념적으로 볼 때 반드시 이런 구조를 만족해야만 하는 것은 아니다. PINN 기반 전파형 역산 모델에서 파동방정식을 모사하는 신경망과 속도 모델을 예측하는 신경망은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_{sim}(\mathbf{x}, t; \mathbf{w}_s) \quad (15)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{G}_{vel}(\mathbf{x}; \mathbf{w}_v) \quad (16)$$

여기서 \mathbf{u} 는 모델링 신경망(\mathbf{G}_{sim})으로 예측된 파동장이고 \mathbf{v} 는 역산 신경망(\mathbf{G}_{vel})으로 예측된 속도 모델이다. 가중치는 아랫 첨자를 붙여 모델링 신경망(\mathbf{w}_s)과 역산 신경망의 가중치(\mathbf{w}_v)를 구분하였다. 식 (15)와 (16)의 신경망을 훈련시키기 위한 손실 함수는 파동방정식을 나타내는 편미분 방정식의 잔차와 지도 학습을 구현하는 경계 조건(또는 초기 조건), 그리고 관측자료와 모델링 자료의 잔차로 다음 식과 같이 구성된다.

$$E_{PINN} = \lambda_1 E_{PDE} + \lambda_2 E_{BC} + \lambda_3 E_d \quad (17)$$

$$= \lambda_1 \|\mathbf{S}(\mathbf{v})\mathbf{u} - \mathbf{f}\|_2^2 + \lambda_2 \|\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}\|_2^2 + \lambda_3 \|\mathbf{R}\mathbf{u} - \mathbf{d}\|_2^2$$

여기서 E_{PDE} 는 식 (15)와 (16)의 신경망에서 예측된 파동장과 속도를 음향 파동방정식에 직접 대입함으로써 계산될 수 있고, 이때 송신원을 초기값 방법(initial value method) (Alterman and Karal, 1968; Hicks, 2002)으로 구현하기 때문에 송신원 항 \mathbf{f} 는 0으로 간주할 수 있다(Rasht-Behesht et al. 2022). 두 번째 항의 $\hat{\mathbf{u}}$ 은 유한차분법이나 유한요소법으로 미리 계산된 파동장 또는 자유면 경계조건과 같은 물리적 조건이고, λ 는 손

실 함수의 각 항에 대한 가중치이다. 손실 함수를 구성하는 각 항의 가중치는 대부분의 논문에서 경험적으로 시행착오를 통해 구하는 것으로 알려져 있다. 식 (17)을 구성하는 첫번째 항은 네트워크 출력 값의 물리적 현상을 설명하는 지배 방정식(여기서는 음향 파동 방정식)을 만족시키기 위한 조건이고 두 번째 항은 초기 시간대 스냅 사진(snap shot) 또는 경계 조건을 만족시키기 위한 조건이며, 세번째 항은 관측 자료를 만족하도록 하기 위해 필요한 조건이다. PINN 기반 전파형 역산의 알고리즘 구조는 Fig. 8과 같다.

PINN을 이용한 전파형 역산은 최근 연구가 시작되어 아직 많은 논문이 발표되지는 않았다. 발표된 논문 중에서는 Rasht-Behesht et al. (2022)에서 가장 상세한 구현 방법이 소개되어 있다. Rasht-Behesht et al. (2022)은 지표 및 공대공 탐사 구조에 대해 다양한 송신원 조건을 사용하여 PINN 기반 전파형 역산을 테스트하였다. de Souza et al. (2022)는 1차원 수평 층서 모델에 대해서 PINN을 기반으로 전파형 역산을 수행하였는데, 모델링에서 송신원 신호를 고려할 필요가 없고 수렴 속도를 빠르게 하기 위해 산란 파동장을 구하는 편미분 방정식(Alkhalifah et al., 2020)을 사용하였다. 손실 함수는 데이터 잔차와 편미분 방정식 잔차의 합으로 구성하여 전형적인 PINN 구조를 이용하였다. de Souza et al. (2022)은 산란 파동장을 구하는 신경망과 속도 모델 역산을 수행하는 신경망을 교대로 학습시키는 것이 가장 좋은 수렴성을 보여준다고 하였다. Song and Alkhalifah (2022)는 de Souza et al. (2022)의 연구를 확장하여 일반적인 속도 모델에 대해 PINN 기반 전파형 역산을 구현하였는데, PINN을 이용한 전파형 역산이 WRI와 같다고 주장하였다. PINN을 이용한 전파형 역산이 편미분 방정식을 정규화 항으로 사용하여 파동방정식을 완전하게 만족하지 않는 산란 파동장을 생성함으로써 WRI와 마찬가지로 파동방정식을 이완(relaxation)하는 효과를 구현한다고 볼 수 있다.

PINN을 이용한 전파형 역산의 경우 모델링 부분이 아직 완벽하지 않기 때문에 역산 성능에도 영향을 줄 것으로 생각된다. 실제로 문헌에는 복잡한 속도 모델의 경우 반사파나 겹반사파(multiple) 등을 모사하는 것이 매우 어렵다고 기술되어 있다(Rasht-Behesht et al., 2022). 물리학 분야에서 PINN이 처음 도입되었을 때에는 확산 방정식에 적용되었는데, 확산 방정식은 진동이 적은 매끄러운 해를 갖는 특징이 있어 몇 개의 절점만 이용해도 해를 잘 근사한다. 그러나 파동 방정식의 해는 진동하는 특성으로 인해 소수의 절점만으로는 해를 정확히 구하기 어렵다. 특히 고주파수 성분을 정확하게 구하기 어려우며, 전파형 역산은 파동 방정식을 지배 방정식으로 갖는 비선형 역문제가기 때문에 정확하게 구현하는데 어려움이 있다(de Souza et al., 2022). 그러나 PINN은 기존 모델링 기법과 달리 파동방정식을 완벽하게 만족할 필요가 없기 때문에 점탄성 이방성 매질과 같은 복잡한 물리를 고려하는 전파형 역산을 구

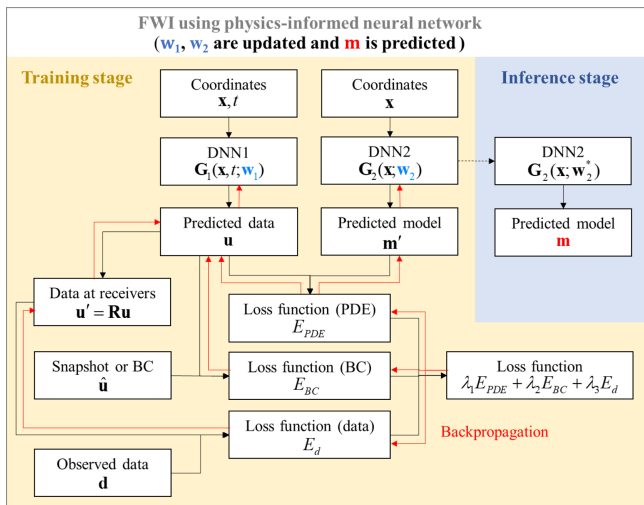


Fig. 8. Workflow of a FWI using PINN.

현하는데 유리할 것으로 생각된다.

결 론

이 논문에서는 최근 연구가 활발하게 진행되고 있는 딥러닝 기술을 활용한 전파형 역산 기술에 대해 소개하였다. 단순하게 딥러닝 라이브러리의 자동 미분을 활용하는 방법부터 순수 데이터 기반 전파형 역산, 신경망을 이용한 속도 모델의 재매개변수화, 물리 정보 기반 전파형 역산까지 전파형 역산을 구현하는 구조에 따라 구분하여 설명하였다. 딥러닝 기술을 활용하여 전파형 역산을 구현하는 경우 GPU를 이용하여 계산 효율을 증가시킬 수 있고, 자동 미분 기능을 이용하여 다양한 목적 함수를 유연하게 설계할 수 있다. 신경망을 이용하여 속도 모델을 재매개변수화하거나 물리 정보 기반 전파형 역산을 사용하는 경우 전파형 역산의 고질적인 문제점인 주기 놓침 현상을 완화할 수 있다. 이는 전파형 역산의 모델 공간 확장과 비슷한 개념으로 신경망 이론에서는 국부 최소값 문제가 거의 없고 안장점(saddle point)을 쉽게 벗어나 수렴한다는 것이 증명되어 있다는 점을 이용하는 것이다. 전파형 역산 기술이 탄성파 자료처리의 한 축을 담당하면서 의사결정 시간을 단축함으로써 많은 가치를 보여주고 있다. 이러한 상황에서 딥러닝 기술의 접목은 전파형 역산 기술의 활용성을 극대화할 것으로 예상된다.

감사의 글

이 논문은 2022년도 정부(산업통상자원부)의 재원으로 한국에너지기술평가원의 지원을 받아 수행된 연구임(20226A10100030: 고성능 해양 CO₂ 모니터링 기술개발 & 20212010200020: CO₂ 지중저장 안전성 확보 기술개발).

References

- Adler, A., Araya-Polo, M., and Poggio, T., 2019, Deep recurrent architectures for seismic tomography, *81st Annual International Conference and Exhibition, EAGE, Extended Abstracts*, 1-5. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.201901512>
- Al-Chalabi, M., 1974, An analysis of stacking, RMS, average, and interval velocities over a horizontally layered ground, *Geophys. Prospect.*, **22**(3), 458-475. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1974.tb00099.x>
- Alkhalifah, T., Song, C., Waheed, U. B., and Hao, Q., 2020, Wavefield solutions from machine learned functions that approximately satisfy the wave equation, *81st Annual International Conference and Exhibition, EAGE, Extended Abstracts*, 1-5. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.202010588>
- Alterman, Z., and Karal, F. C., 1968, Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **58**, 367-398. <https://www.semanticscholar.org/paper/Propagation-of-elastic-waves-in-layered-media-by-Alterman-Karal/fd2895fa7c8fb6221a0e1f25a2a7c1b175c7dc96>
- Al-Yahya, K., 1989, Velocity analysis by iterative profile migration, *Geophysics*, **54**(6), 718-729. <https://doi.org/10.1190/1.1442699>
- Araya-Polo, M., Jennings, J., Adler, A., and Dahlke, T., 2018, Deep-learning tomography, *The Leading Edge*, **37**(1), 58-66. <https://doi.org/10.1190/tle37010058.1>
- Bengio, Y., Courville, A., & Vincent, P., 2013, Representation learning: A review and new perspectives. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, **35**(8), 1798-1828. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2013.50>
- Biswas, R., Vassiliou, A., Stromberg, R., and Sen, M. K., 2018, Stacking velocity estimation using recurrent neural network, *68th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 2241-2245. <https://doi.org/10.1190/segam2018-2997208.1>
- Bunks, C., Saleck, F. M., Zaleski, S., and Chavent, G., 1995, Multiscale seismic waveform inversion, *Geophysics*, **60**(5), 1457-1473. <https://doi.org/10.1190/1.1443880>
- Chopra, S., and Castagna, J. P., 2014, *AVO*, Society of Exploration Geophysicists. <https://doi.org/10.1190/1.9781560803201.refs>
- Crase, E., Pica, A., Noble, M., McDonald, J., and Tarantola, A., 1990, Robust elastic nonlinear waveform inversion: Application to real data, *Geophysics*, **55**(5), 527-538. <https://doi.org/10.1190/1.1442864>
- Cybenko, G., 1989, Approximation by superpositions of a sigmoidal function, *Math. Control Signal Syst.*, **2**(4), 303-314. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02551274>
- De Souza, L., Desassis, N., Chauris, H., and Hachem, E., 2022, First Steps in the Application of Physics-Informed Neural Networks to Full Waveform Inversion, *83rd EAGE Annual Conference and Exhibition Workshop Programme*, 1-5. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.202211045>
- Dhara, A., and Sen, M. K., 2022, Physics-guided deep autoencoder to overcome the need for a starting model in full-waveform inversion, *The Leading Edge*, **41**(6), 375-381. <https://doi.org/10.1190/tle41060375.1>
- Engquist, B., Froese, B. D., and Yang, Y., 2016, Optimal transport for seismic full waveform inversion, *Commun. Math. Sci.*, **14**, 2309-2330. <https://doi.org/10.4310/CMS.2016.v14.n8.a9>
- Esser, E., Guasch, L., van Leeuwen, T., Aravkin, A. Y., and Herrmann, F. J., 2018, Total variation regularization strategies in full-waveform inversion, *SIAM J. Imaging Sci.*, **11**, 376-406. <https://doi.org/10.1137/17M111328X>
- Fabien-Ouellet, G., and Sarkar, R., 2020, Seismic velocity estimation: A deep recurrent neural-network approach, *Geophysics*, **85**(1), U21-U29. <https://doi.org/10.1190/geo2018-0786.1>
- Fang, J., Zhou, H., Elita Li, Y., Zhang, Q., Wang, L., Sun, P., and Zhang, J., 2020, Data-driven low-frequency signal recovery using deep-learning predictions in full-waveform inversion, *Geophysics*, **85**(6), A37-A43. <https://doi.org/10.1190/geo2020->

0159.1

- Ghysels, P., Li, X. S., Rouet, F.-H., Williams, S., and Napov, A., 2016, An efficient multicore implementation of a novel HSS-structured multifrontal solver using randomized sampling, *SIAM J. Sci. Comput.*, **38(5)**, S358-S384. <https://doi.org/10.1137/15M1010117>
- He, Q., and Wang, Y., 2021, Reparameterized full-waveform inversion using deep neural networks, *Geophysics*, **86(1)**, V1-V13. <https://doi.org/10.1190/geo2019-0382.1>
- Herrmann, F. J., Erlangga, Y., and Lin, T. T. Y., 2009, Compressive sensing applied to full-wave form inversion, *71st International Annual Conference and Exhibition, EAGE, Extended Abstracts*, S016. <https://slim.gatech.edu/content/compressive-sensing-applied-full-waveform-inversion>
- Hicks, G. J., 2002, Arbitrary source and receiver positioning in finite-difference schemes using Kaiser windowed sinc functions, *Geophysics*, **67(1)**, 156-165. <https://doi.org/10.1190/1.1451454>
- Hornik, K., 1991, Approximation capabilities of multilayer feedforward networks, *Neural Netw.*, **4(2)**, 251-257. [https://doi.org/10.1016/0893-6080\(91\)90009-T](https://doi.org/10.1016/0893-6080(91)90009-T)
- Hornik, K., Stinchcombe, M., and White, H., 1989, Multilayer feedforward networks are universal approximators, *Neural Netw.*, **2(5)**, 359-366. [https://doi.org/10.1016/0893-6080\(89\)90020-8](https://doi.org/10.1016/0893-6080(89)90020-8)
- Huang, G., and Symes, W. W., 2015, Full waveform inversion via matched source extension, *85th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 1320-1325. <https://doi.org/10.1190/segam2015-5872566.1>
- Huang, G., Nammour, R., and Symes, W., 2017, Full-waveform inversion via source-receiver extension, *Geophysics*, **82(3)**, R153-R171. <https://doi.org/10.1190/geo2016-0301.1>
- Huang, G., Symes, W. W., and Nammour, R., 2016, Matched source waveform inversion: Space-time extension, *86th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 1426-1431. <https://doi.org/10.1190/segam2016-13762051.1>
- Hustedt, B., Operto, S., and Virieux, J., 2004, Mixed-grid and staggered-grid finite-difference methods for frequency-domain acoustic wave modelling, *Geophys. J. Int.*, **157(3)**, 1269-1296. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02289.x>
- Jo, J. H., and Ha, W., 2021, Case analysis of seismic velocity model building using deep neural networks, *Geophys. and Geophys. Explor.*, **24(2)**, 53-66 (in Korean with English abstract). <https://doi.org/10.7582/GGE.2021.24.2.53>
- Karniadakis, G. E., Kevrekidis, I. G., Lu, L., Perdikaris, P., Wang, S., & Yang, L., 2021, Physics-informed machine learning. *Nat. Rev. Phys.*, **3(6)**, 422-440. <https://www.nature.com/articles/s42254-021-00314-5>
- Krizhevsky, A., Sutskever, I., and Hinton, G. E., 2017, ImageNet classification with deep convolutional neural networks, *Commun. ACM*, **60(6)**, 84-90. <https://doi.org/10.1145/3065386>
- Lailly, P., 1983, The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations, *Conference on Inverse Scattering, Theory and Application, SIAM, Expanded Abstracts*, 206-220. [https://www.scirp.org/\(S\(351jmbntv-nsjt1aadkposzje\)\)/reference/referencespapers.aspx?referenceid=3108101](https://www.scirp.org/(S(351jmbntv-nsjt1aadkposzje))/reference/referencespapers.aspx?referenceid=3108101)
- Lei, N., An, D., Guo, Y., Su, K., Liu, S., Luo, Z., Yau, S.-T., and Gu, X., 2020, A geometric understanding of deep learning, *Engineering*, **6(3)**, 361-374. <https://doi.org/10.1016/j.eng.2019.09.010>
- Leshno, M., Lin, V. Y., Pinkus, A., and Schocken, S., 1993, Multilayer feedforward networks with a nonpolynomial activation function can approximate any function, *Neural netw.*, **6(6)**, 861-867. [https://doi.org/10.1016/S0893-6080\(05\)80131-5](https://doi.org/10.1016/S0893-6080(05)80131-5)
- Lewis, W., and Vigh, D., 2017, Deep learning prior models from seismic images for full-waveform inversion, *87th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 1512-1517. <https://doi.org/10.1190/segam2017-17627643.1>
- Li, S., Liu, B., Ren, Y., Chen, Y., Yang, S., Wang, Y., and Jiang, P., 2020, Deep-Learning Inversion of Seismic Data, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **58(3)**, 2135-2149. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2019.2953473>
- Liu, B., Yang, S., Ren, Y., Xu, X., Jiang, P., and Chen, Y., 2021, Deep-learning seismic full-waveform inversion for realistic structural modelsDL seismic FWI, *Geophysics*, **86(1)**, R31-R44. <https://doi.org/10.1190/geo2019-0435.1>
- Ma, Y., Ji, X., Fei, T. W., and Luo, Y., 2018, Automatic velocity picking with convolutional neural networks, *88th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 2066-2070. <https://doi.org/10.1190/segam2018-2987088.1>
- Métivier, L., Brossier, R., Méridot, Q., Oudet, E., and Virieux, J., 2016, Measuring the misfit between seismograms using an optimal transport distance: Application to full waveform inversion, *Geophys. J. Int.*, **205**, 345-377. <https://dx.doi.org/10.1093/gji/ggw014>
- Mora, P., 1987, Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multi offset seismic data, *Geophysics*, **52(9)**, 1211-1228. <https://doi.org/10.1190/1.1442384>
- Moseley, B., Markham, A., and Nissen-Meyer, T., 2018, Fast approximate simulation of seismic waves with deep learning, arXiv preprint arXiv:1807.06873. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1807.06873>
- Mosser, L., Dubrulle, O., and Blunt, M. J., 2020, Stochastic seismic waveform inversion using generative adversarial networks as a geological prior, *Math Geosci.*, **52(1)**, 53-79. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11004-019-09832-6>
- Oord, A. v. d., Dieleman, S., Zen, H., Simonyan, K., Vinyals, O., Graves, A., Kalchbrenner, N., Senior, A., and Kavukcuoglu, K., 2016, Wavenet: A generative model for raw audio, arXiv preprint arXiv:1609.03499. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1609.03499>
- Operto, S., Virieux, J., Dessa, J. X., and Pascal, G., 2006, Crustal imaging from multifold ocean bottom seismometers data by frequency-domain fullwaveform tomography: Application to the eastern Nankai trough, *J. Geophys. Res.*, **111**, B09306. <https://doi.org/10.1029/2005JB003835>
- Ovcharenko, O., Kazei, V., Kalita, M., Peter, D., and Alkhalifah, T.,

- 2019, Deep learning for low-frequency extrapolation from multioffset seismic data, *Geophysics*, **84**(6), R989-R1001. <https://doi.org/10.1190/geo2018-0884.1>
- Park, M. J., and Sacchi, M. D., 2020, Automatic velocity analysis using convolutional neural network and transfer learning, *Geophysics*, **85**(1), V33-V43. <https://doi.org/10.1190/geo2018-0870.1>
- Peters, B., and Herrmann, F. J., 2017, Constraints versus penalties for edge preserving full-waveform inversion: *The Leading Edge*, **36**, 94-100. <https://doi.org/10.1190/tle36010094.1>
- Pica, A., Diet, J., and Tarantola, A., 1990, Nonlinear inversion of seismic reflection data in a laterally invariant medium, *Geophysics*, **55**(3), 284-292. <https://doi.org/10.1190/1.1442836>
- Plessix, R.-E., 2006, A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications, *Geophys. J. Int.*, **167**(2), 495-503. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.02978.x>
- Plessix, R.-É., 2009, Three-dimensional frequency-domain full-waveform inversion with an iterative solver, *Geophysics*, **74**(6), WCC149-WCC157. <https://doi.org/10.1190/1.3211198>
- Pratt, R. G., 1999, Seismic waveform inversion in the frequency domain, Part 1: Theory and verification in a physical scale model, *Geophysics*, **64**(3), 888-901. http://seisweb.usask.ca/classes/GEOL898/2020/WWW/Pratt_Geophysics1999.pdf
- Pratt, R. G., Shin, C., and Hick, G., 1998, Gauss-Newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion, *Geophys. J. Int.*, **133**(2), 341-362. <https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.1998.00498.x>
- Raissi, M., Perdikaris, P., and Karniadakis, G. E., 2019, Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, *J. Comput. Phys.*, **378**, 686-707. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045>
- Rasht-Behesht, M., Huber, C., Shukla, K., and Karniadakis, G. E., 2022, Physics-Informed Neural Networks (PINNs) for Wave Propagation and Full Waveform Inversions, *J. Geophys. Res.-Solid Earth*, **127**(5), e2021JB023120. <https://doi.org/10.1029/2021JB023120>
- Ren, Y., Xu, X., Yang, S., Nie, L., and Chen, Y., 2020, A physics-based neural-network way to perform seismic full waveform inversion, *IEEE Access*, **8**, 112266-112277. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2997921>
- Richardson, A., 2018a, Seismic full-waveform inversion using deep learning tools and techniques, arXiv preprint arXiv:1801.07232. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1801.07232>
- Richardson, A., 2018b, Generative adversarial networks for model order reduction in seismic full-waveform inversion, arXiv preprint arXiv:1806.00828. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1806.00828>
- Rickett, J., 2013, The variable projection method for waveform inversion with an unknown source function, *Geophys. Prospect.*, **61**(4), 874-881. <https://doi.org/10.1111/1365-2478.12008>
- Ronneberger, O., Fischer, P., and Brox, T., 2015, U-net: Convolutional networks for biomedical image segmentation, *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, 234-241. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-24574-4_28
- Röth, G., and Tarantola, A., 1994, Neural networks and inversion of seismic data, *J. Geophys. Res.*, **99**(B4), 6753-6768. <https://doi.org/10.1029/93JB01563>
- Rouet, F.-H., Li, X. S., Ghysels, P., and Napov, A., 2016, A distributed-memory package for dense hierarchically semi-separable matrix computations using randomization, *ACM Trans. Math. Softw.*, **42**(4), 1-35. <https://doi.org/10.1145/2930660>
- Rumelhart, D. E., Hinton, G. E., and Williams, R. J., 1986, Learning representations by back-propagating errors, *Nature*, **323**(6088), 533-536. <https://www.nature.com/articles/323533a0>
- Shin, C., and Min, D.-J., 2006, Waveform inversion using a logarithmic wavefield, *Geophysics*, **71**(3), R31-R42. https://s-space.snu.ac.kr/bitstream/10371/6107/1/Logarithm_inversion_2006_CSShin.pdf
- Shin, C., and Cha, Y. H., 2008, Waveform inversion in the Laplace domain, *Geophys. J. Int.*, **173**(3), 922-931. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2008.03768.x>
- Shin, C., and Ho Cha, Y., 2009, Waveform inversion in the Laplace-Fourier domain, *Geophys. J. Int.*, **177**(3), 1067-1079. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2009.04102.x>
- Shin, C., Pyun, S., and Bednar, J. B., 2007, Comparison of waveform inversion, Part 1: Conventional wavefield vs. logarithmic wavefield, *Geophys. Prospect.*, **55**, 449-464. <https://scholar.google.co.kr/citations?user=9iBCrMcAAAAJ&hl=ko>
- Sirgue, L., and Pratt, R. G., 2004, Efficient waveform inversion and imaging: A strategy for selecting temporal frequencies, *Geophysics*, **69**(1), 231-248. <https://doi.org/10.1190/1.1649391>
- Song, C., and Alkhalifah, T. A., 2022, Wavefield Reconstruction Inversion via Physics-Informed Neural Networks, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **60**, 1-12. <http://dx.doi.org/10.1109/tgrs.2021.3123122>
- Stefani, J., 1995, Turning ray tomography, *Geophysics*, **60**(6), 1917-1929. <https://library.seg.org/toc/gpya7/60/6>
- Sun, H., and Demanet, L., 2020, Extrapolated full-waveform inversion with deep learning, *Geophysics*, **85**(3), R275-R288. <https://doi.org/10.1190/geo2019-0195.1>
- Sun, J., Innanen, K. A., and Huang, C., 2021, Physics-guided deep learning for seismic inversion with hybrid training and uncertainty analysis, *Geophysics*, **86**(3), R303-R317. <https://doi.org/10.1190/geo2020-0312.1>
- Sun, J., Niu, Z., Innanen, K. A., Li, J., and Trad, D. O., 2020, A theory-guided deep-learning formulation and optimization of seismic waveform inversion, *Geophysics*, **85**(2), R87-R99. <https://doi.org/10.1190/geo2019-0138.1>
- Taner, M. T., and Koehler, F., 1969, Velocity spectra—digital computer derivation applications of velocity functions, *Geophysics*, **34**(6), 859-881. <https://doi.org/10.1190/1.1440058>
- Tarantola, A., 1984, Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation, *Geophysics*, **49**(8), 1259-1266. <https://doi.org/10.1190/1.1441754>

- van Leeuwen, T., and Herrmann, F. J., 2013, Mitigating local minima in full-waveform inversion by expanding the search space, *Geophys. J. Int.*, **195**(1), 661-667. doi: 10.1093/gji/ggt258
- van Leeuwen, T., and Herrmann, F. J., 2015, A penalty method for PDE-constrained optimization in inverse problems, *Inverse Probl.*, **32**(1), 015007. doi: 10.1088/0266-5611/32/1/015007
- Vantassel, J. P., Kumar, K., and Cox, B. R., 2022, Using convolutional neural networks to develop starting models for near-surface 2-D full waveform inversion, *Geophys. J. Int.*, **231**(1), 72-90. <https://doi.org/10.1093/gji/ggac179>
- Vigh, D., and Starr, E. W., 2008, 3D prestack plane-wave, full-waveform inversion, *Geophysics*, **73**(5), VE135-VE144. <https://doi.org/10.1190/1.2952623>
- Virieux, J., Brossier, R., Métivier, L., Operto, S., and Ribodetti, A., 2016, Direct and indirect inversions, *J. Seismol.*, **20**(4), 1107-1121. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10950-016-9587-3>
- Wang, W., and Ma, J., 2019, VMB-Net: A deep learning network for velocity model building in a cross-well acquisition geometry, *89th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 2569-2573. <https://doi.org/10.1190/segam2019-3216078.1>
- Wang, W., McMechan, G. A., Ma, J., and Xie, F., 2021, Automatic velocity picking from semblances with a new deep-learning regression strategy: Comparison with a classification approach, *Geophysics*, **86**(2), U1-U13. <https://doi.org/10.1190/geo2020-0423.1>
- Wang, J., Xiao, Z., Liu, C., Zhao, D., and Yao, Z., 2019, Deep learning for picking seismic arrival times, *J. Geophys. Res.-Solid Earth*, **124**(7), 6612-6624. <https://doi.org/10.1029/2019JB017536>
- Warner, M., and Guasch, L., 2014, Adaptive waveform inversion: Theory, *84th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 1089-1093. <https://doi.org/10.1190/segam2014-0371.1>
- Warner, M., and Guasch, L., 2016, Adaptive waveform inversion: Theory, *Geophysics*, **81**(6), R429-R445. <https://doi.org/10.1190/geo2015-0387.1>
- Warner, M., Stekl, I., and Umpleby, A., 2007, Full wavefield seismic tomography - Iterative forward modeling in 3D, *69th International Annual Conference and Exhibition, EAGE, Extended Abstracts*, C025. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.201401526>
- Woodward, M. J., Nichols, D., Zdraveva, O., Whitfield, P., and Johns, T., 2008, A decade of tomography: *Geophysics*, **73**(5), VE5-VE11. <https://doi.org/10.1190/1.2969907>
- Wu, R. S., Luo, J., and Wu, B., 2014, Seismic envelope inversion and modulation signal model, *Geophysics*, **79**(3), WA13-WA24. doi: 10.1190/GEO2013-0294.1
- Wu, Y., Lin, Y., and Zhou, Z., 2018, InversionNet: Accurate and efficient seismic waveform inversion with convolutional neural networks, *88th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 2096-2100. <https://doi.org/10.1190/segam2018-2998603.1>
- Wu, Y., and Lin, Y., 2019, InversionNet: An efficient and accurate data-driven full waveform inversion, *IEEE Trans. Comput. Imaging*, **6**, 419-433. <https://doi.org/10.1109/TCL.2019.2956866>
- Wu, Y., and McMechan, G. A., 2019, Parametric convolutional neural network-domain full-waveform inversion, *Geophysics*, **84**(6), R881-R896. <https://doi.org/10.1190/geo2018-0224.1>
- Yang, F., and Ma, J., 2019, Deep-learning inversion: A next-generation seismic velocity model building method, *Geophysics*, **84**(4), R583-R599. <https://doi.org/10.1190/geo2018-0249.1>
- Yang, Y., Engquist, B., Sun, J., and Froese, B. D., 2016, Application of optimal transport and the quadratic Wasserstein metric to full-waveform inversion, arXiv preprint arXiv: 1612.05075. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1612.05075>
- Yang, Y., Engquist, B., Sun, J., and Hamfeldt, B. F., 2018, Application of optimal transport and the quadratic Wasserstein metric to full-waveform inversion, *Geophysics*, **83**(1), R43-R62. <https://doi.org/10.1190/geo2016-0663.1>
- Zhang, Z., and Lin, Y., 2020, Data-driven seismic waveform inversion: A study on the robustness and generalization, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **58**(10), 6900-6913. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2020.2977635>
- Zhu, W., Xu, K., Darve, E., Biondi, B., and Beroza, G. C., 2022, Integrating deep neural networks with full-waveform inversion: Reparameterization, regularization, and uncertainty quantification, *Geophysics*, **87**(1), R93-R109. <https://doi.org/10.1190/geo2020-0933.1>