

크레인 공간에 기반한 강인한 전달정렬 기법

Robust Transfer Alignment Method based on Krein Space

최성혜¹ · 박기영² · 김형민³ · 양철관^{4*}

^{1,2,3}한화시스템, 항공우주연구소, 영상시스템팀

⁴국민대학교 전자공학부

Sung-Hye Choe¹ · Ki-Young Park² · Hyoung-Min Kim³ · Cheol-Kwan Yang^{4*}

^{1,2,3}Aerospace Research Institute, Hanwha Systems, Gyeonggi-do, 13524, Korea

⁴*School of Electrical Engineering, Kookmin University, Seoul 02707, Korea

[요약]

본 논문에서는 불확실성의 크기가 유한한 파라미터를 갖는 스트랩다운 관성항법시스템에 대한 강인한 전달정렬 기법을 제안하였다. 크레인 공간을 이용하면 에너지가 유한한 불확실성을 갖는 강인한 필터는 일반적인 칼만필터와 동일한 구조를 갖게 된다. 단지 측정 행렬과 측정 잡음의 공분산값을 수정하면 된다. 본 논문에서 제안한 강인한 전달정렬 기법의 성능을 분석하기 위해 서 항체가 고기동 운항을 하면서 측정치에 시간 지연이 발생하는 경우를 가정하여 시뮬레이션을 수행하였고 제안한 기법의 강인성을 검증하였다.

[Abstract]

In this paper, a robust transfer alignment method is proposed for a strapdown inertial navigation system(SDINS) with norm-bounded parametric uncertainties. The uncertainties are described by the energy bound constraint, i.e., sum quadratic constraint(SQC). It is shown that the SQC can be converted into an indefinite quadratic cost function in the Krein space. Krein space Kalman filter is designed by modifying the measurement matrix and the variance of measurement noises in the conventional Kalman filter. Since the proposed Krein space Kalman filter has the same recursive structure as a conventional Kalman filter, the proposed filter can easily be designed. The simulation results show that the proposed filter achieves robustness against measurement time delay and high dynamic environment of the vehicle.

Key word : Inertial navigation system(INS), Transfer alignment, Krein space, Kalman filter, Robust filter.

<https://doi.org/10.12673/jant.2021.25.6.543>



This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Received 23 November 2021; Revised 1 December 2021

Accepted (Publication) 26 December 2021 (30 December 2021)

*Corresponding Author ; Cheol-Kwan Yang

Tel: +82-02-910-6333

E-mail: ckyang@kookmin.ac.kr

I. 서 론

오늘날 스트랩다운 관성항법시스템(SDINS: Strapdown Inertial Navigation System)은 첨단 군사 무기 체계에 필수적으로 이용되고 있다. 특히, MEMS(Micro Electro Mechanical Systems) 기술이 발달함에 따라서 초소형 및 고성능을 발휘하는 제품들이 출시되고 있다. 그러나 이러한 제품들은 아직은 초기 정렬을 자체적으로 수행하기에는 어려운 실정이며 특히 정렬 시간이 매우 길어지는 문제점이 있다. 따라서 초기 정렬을 빠른 시간내에 끝마치기 위해서는 전달정렬(transfer alignment) 기법이 적합하며 이를 위한 다양한 알고리즘들이 있다. 일반적인 전달정렬 기법으로는 속도 및 자세 정합으로 정확한 주 INS(Inertial Navigation System)의 속도 정보와 자세 정보를 이용하여 주 INS의 항법 정보(위치, 속도, 자세)와 센서 오차 그리고 장착비정렬각(misalignment angle)을 추정하여 보상하는 기법이다. 그러나, 만약에 전달받은 주 INS의 항법 정보에 시간 지연(time delay)이 있고 항체가 급격한 가속 운항을 하는 경우에는 전달정렬의 추정 성능이 현저히 저하된다. 따라서, 본 논문에서는 속도 및 자세 정합에 대해서 불규칙적인 시간 지연이 있으며 항체가 고진동 및 고기동 운항을 하는 경우에도 전달정렬의 성능을 보장하는 강인한 필터링 기법을 제안한다.

강인필터(robust filter)는 공정잡음 및 측정잡음과 같은 시스템 잡음들의 부정확한 통계적 정보 및 시스템 모델의 불확실성에 대하여 강인성(robustness)을 가지며, 시스템 모델의 계수 변화(parameter variation)에 대해 민감성이 작은 특성을 가지는 필터이다. 강인 필터는 크게 H2필터, H ∞ 필터, 혼합(mixed) H2/H ∞ 필터 등으로 나눌 수 있다. H2 필터는 시스템 잡음의 통계적 특성은 주어졌으나 대상시스템이 불확실한 모델을 갖는 경우에 주로 구성되는 필터로서 H2 필터 구성 기법으로는 성능보장 추정(guaranteed cost estimation)기법이 주로 사용되며, 상한 경계 값(upper boundness)을 최소화하는 방법과 최소 분산(minimum variance) 기법으로써 추정오차의 분산을 최소화하는 방법이 있다[1]-[6].

본 논문에서는 참고문헌 [7]-[10]에서 제시한 크레인 공간(Krein Space)에서 H2 노음에 기반한 강인한 칼만필터(robust Kalman filter)를 전달정렬에 적합하도록 재설계를 하였다. 일반적으로 H2 노음에 기반한 칼만필터는 구조가 단순하지만, 시스템 잡음에 대한 통계적 특성들을 알고 있어야 하므로 실제 적용하기에는 어려움이 있다. 반면에 크레인 공간에 기반한 추정 이론은 단순하고 유연한 설계 구조로 인해 폭넓은 응용 분야에 적용되고 있다. 구체적으로, 이 기법의 가장 큰 특징으로는 어떤 임의의 비용함수(cost function)를 부정부호 이차 함수(indefinite quadratic form) 형태로 변화해서 이를 최소화하는 문제로 변환할 수 있다는 것이다. 이때 크레인 공간에서의 쇄신(innovation) 분석과 투영(projection) 이론을 적용함으로써 최소값이 존재하기 위한 필요충분조건을 유도한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 크레인 공간을 소개하

고 크레인 공간에서의 최소화 문제를 다룬다. 그리고 다음으로 크레인 공간에서의 강인한 전달정렬 알고리즘을 설계하고, 시뮬레이션을 수행하여 제안한 기법의 성능을 분석한다.

II. 본 론

본 장에서는 크레인 공간에 대하여 간략히 소개하고 이를 바탕으로 강인 필터링 기법을 소개한다. 그리고 이를 활용한 전달정렬 기법을 소개한다.

2-1 크레인 공간에서의 칼만필터

크레인 공간은 힐버트 공간(Hilbert space)과 많은 부분에서 공통된 성질을 지니고 있으나 몇 가지 중요한 차이점들이 있다. 특히, 크레인 공간에서는 부정부호 행렬(indefinite matrix)에 대하여 최소화 문제를 다룰 수 있는 특징이 있다. 구체적인 내용을 기술하기전에 다음과 같은 정의부터 살펴보자.

<정의 1: 크레인 공간>

K 를 복소 벡터공간 C 의 선형 공간이라 하자. 그리고 어떤 임의의 원소들 $x, y, z \in K, \alpha, \beta \in C$ 에 대하여 다음의 두 성질을 만족하면 벡터공간 K 는 크레인 공간이라고 한다.

i) 벡터공간 K 에서 복소값을 갖는 내적이 정의되고 다음의 성질을 만족한다.

$$\langle \alpha x + \beta z, y \rangle = \alpha \langle x, y \rangle + \beta \langle z, y \rangle \quad (1)$$

$$\langle x, y \rangle^* = \langle y, x \rangle$$

여기서 $*$ 는 complex conjugate transpose이다.

ii) 벡터공간 K 는 다음과 같이 direct orthogonal sum으로 분리될 수 있다.

$$K = K_+ \oplus K_- \quad (2)$$

여기서 K_+ 와 K_- 는 각각 양의 노음을 갖는 힐버트공간과 음의 노음을 갖는 힐버트공간이다.

힐버트 공간에서는 크기가 0이 아닌 벡터에 대한 내적값이 항상 양수이었던지만 크레인 공간에서는 내적값이 0이 될 수도 있으며 심지어 음수가 될 수도 있다. 이러한 이유로 인하여 크레인 공간을 부정부호 내적 공간이라고 부르기도 한다.

다음으로 크레인 공간에서의 칼만필터를 간략히 소개하면 다음과 같다. 먼저 식(3)과 같은 크레인 상태 공간 모델을 고려하자. 즉, 상태변수 x_i 와 측정 변수 y_i 가 크레인 공간의 원소로서 식(2)와 같이 direct orthogonal sum으로 분리된다 가정하자.

$$x_{i+1} = F_i x_i + G_i u_i, \quad 0 \leq i \leq N \quad (3)$$

$$y_i = H_i x_i + v_i$$

여기서 $\begin{bmatrix} x_0 \\ u_j \\ v_j \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_0 \\ u_j \\ v_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} Q_j & S_j \\ S_j^* & R_j \end{bmatrix} \end{bmatrix} \delta_{jk}$ 이다.

$\hat{x}_{i|i-1}$ 는 측정치들 $[y_0, \dots, y_{i-1}]^T$ 에 기반한 상태변수 x_i 의 사전 추정치(priori estimate)이다. 그러면 쇄신(innovation) e_i 는 식(4)와 같이 구할 수 있다[7].

$$e_i = y_i - H_i \hat{x}_{i|i-1}, \quad 0 \leq i \leq N \quad (4)$$

$$\hat{x}_{i+1|i} = F_i \hat{x}_{i|i-1} + K_{p,i} (y_i - H_i \hat{x}_{i|i-1})$$

$$K_{p,i} = (F_i P_{i|i-1} H_i^* + G_i S_i) R_{e,i}^{-1}$$

여기서 $R_{e,i} = \langle e_i, e_i \rangle = H_i P_i H_i^* + R_i$ 이고 $P_{i|i-1}$ 은 식(5)와 같이 재귀적으로 구할 수 있다.

$$P_{i+1|i} = F_i P_{i|i-1} F_i^* - K_{p,i} R_{e,i} K_{p,i}^* + G_i Q_i G_i^*, \quad (5)$$

$$P_0 = \Pi_0$$

크레인 공간에서의 칼만필터의 사후 추정치 $\hat{x}_{i|i}$ 는 식(6)과 같이 구할 수 있다[7].

$$\hat{x}_{i+1|i+1} = \hat{x}_{i+1|i} + K_{f,i+1} (y_{i+1} - H_{i+1} \hat{x}_{i+1|i}) \quad (6)$$

$$K_{f,i+1} = P_{i+1|i} H_{i+1}^* R_{e,i+1}^{-1}$$

$$\hat{x}_{i+1|i} = F_i \hat{x}_{i|i}$$

참고로 식(6)의 크레인 공간에서의 칼만필터는 힐버트 공간에서의 칼만필터와 구조가 동일하며 다만 행렬 $P_{i|i-1}$ 와 $R_{e,i}$ 가 부정부호(indefinite) 행렬일 수 있다는 차이점이 있다. 즉, 힐버트 공간에서는 일반적으로 최소화해야할 성능 지표(performance index)가 이차 형식(quadratic form)으로 표현되며 이를 최소화 해주는 투영(projection)이 항상 존재하였으나 크레인 공간에서는 단지 투영이 이차 형태의 함수 값의 정상점(stationary point)를 나타낸다. 따라서, 이 값은 최소값으로 볼 수 없으며 최소화를 만족시키기 위해서는 추가적인 조건이 있어야만 한다. 이러한 조건으로는 측정치에 대한 그래미안 행렬(Gramian matrix) $R_y = \langle y, y \rangle$ 이 비특이 행렬(nonsingular matrix)일 조건으로서 본 논문에서는 그래미안 행렬 R_y 이 비특이 행렬이라고 가정한다[7].

2-2 강인한 전달정렬 알고리즘

전달정렬을 수행할 경우 주 INS로부터 전송받게 되는 정보

들(위치, 속도, 자세)은 여러 이유로 인해서 필연적으로 종 INS의 정보들과 동기가 맞지 않는다. 이러한 전송 정보의 지연은 운항환경에 따라서 전달정렬 알고리즘의 추정 성능을 크게 저하시킬 수 있으며 심한 경우 전달정렬 알고리즘이 발산할 수도 있다. 특히 고 기동 및 고 진동 환경에서는 시간 지연의 영향이 전달정렬 알고리즘의 추정 성능에 큰 영향을 미치므로 반드시 이러한 문제점을 해결해야 한다. 본 논문에서는 이러한 문제점들을 해결하기 위해서 강인한 필터링 기법을 제안한다.

본 논문에서는 주 INS의 정보 전송에서 시간 지연이 상수가 아닌 불규칙하게 변하는 불확실한 값으로 가정한다. 또한, 항체의 운항환경에 따라서 항체의 진동 크기가 변화하므로 이 또한 불확실한 값으로 고려하며 이러한 불확실한 값들의 크기가 유한하다고 가정한다. 본 논문에서는 이러한 불확실성들이 전달정렬 알고리즘의 추정 성능에 미치는 영향을 최소화할 수 있는 강인한 필터링 기법을 제시한다. 이러한 불확실성은 에너지가 유한하다는 제약조건인 SQC(sum quadratic constraint) 조건을 만족한다고 가정하며 이러한 SQC 이차 함수식을 최소화하는 문제들 다루고자 한다. 그러나 이를 직접 다루는 것은 어려우므로 이러한 최소화 문제를 크레인 공간에서의 문제로 변환하여 강인한 필터링 기법을 설계한다.

먼저 식(7)과 같은 시변 불확실한 시스템을 고려하자.

$$x_{j+1} = F_j x_j + G_j u_j \quad (7)$$

$$y_j = H_j x_j + v_j$$

$$s_j = K_j x_j$$

여기서 $F_j \in C^{m \times n}, G_j \in C^{m \times m}, H_j \in C^{p \times n}, K_j \in C^{q \times n}$ 로 주어지는 값이고 $x_j \in C^m$ 으로 상태 벡터이며, $u_j \in C^m$ 과 $v_j \in C^p$ 는 불확실한 입력값, $y_j \in C^p$ 는 측정치, 그리고 $s_j \in C^q$ 는 불확실한 출력이다.

그리고 \hat{x}_0 는 사전에 알고 있는 값이고, ϵ 는 설계자가 설정하는 양의 상수 값이며 Q_j, R_j, Π_0 는 주어지는 양의 정부호 대칭 행렬(positive-definite symmetric matrix)이다.

먼저 불확실한 값들 u, v 와 초기 조건 x_0 에 대하여 에너지 제약조건인 식(8)과 같은 SQC 조건을 만족한다고 가정한다.

$$(x_0 - \hat{x}_0)^* \Pi_0^{-1} (x_0 - \hat{x}_0) + \sum_{j=0}^N u_j^* Q_j^{-1} u_j + \sum_{j=0}^N v_j^* R_j^{-1} v_j \quad (8)$$

$$\leq \epsilon + \sum_{j=0}^N \|s_j\|^2$$

본 논문에서는 전달정렬 알고리즘의 속도 및 자세 측정치에 시간지연에 따른 불확실성이 존재하는 경우를 고려하므로 식(9)와 같은 불확실성을 갖는 상태 공간 모델을 고려한다.

$$\begin{aligned} x_{j+1} &= F_j x_j + G_j n_j \\ y_j &= H_j x_j + D_j \Delta_j K_j x_j + m_j \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 n_j 와 m_j 는 잡음이며 Δ_j 는 불확실성 행렬로서, $\|\Delta_j\| \leq 1$ 를 만족한다.

그리고 초기 상태 x_0 와 잡음은 식(10)을 만족한다고 가정하자.

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ n_j \\ m_j \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_0 \\ n_j \\ m_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} \tilde{Q}_j & 0 \\ 0 & \tilde{R}_j \end{bmatrix} \end{bmatrix} \delta_{jk} \quad (10)$$

먼저 식(9)의 불확실성 항($D_j \Delta_j K_j x_j$)을 무시한 경우에 불확실성에 대한 크기가 유한한 제약조건을 나타내면 식(11)과 같다.

$$(x_0 - \hat{x}_0)^* \Pi_0^{-1} (x_0 - \hat{x}_0) + \sum_{j=0}^N n_j^* \tilde{Q}_j^{-1} n_j + \sum_{j=0}^N m_j^* \tilde{R}_j^{-1} m_j \leq \epsilon \quad (11)$$

여기서 $\xi_j = \Delta_j K_j x_j$ 라 하면 식(12)의 부등식을 만족한다.

$$\sum_{j=0}^N \|\xi_j\|^2 \leq \sum_{j=0}^N \|s_j\|^2 \quad (12)$$

식(12)를 식(11)에 반영하면 다음과 같은 식(13)의 부등식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} (x_0 - \hat{x}_0)^* \Pi_0^{-1} (x_0 - \hat{x}_0) + \sum_{j=0}^N u_j^* Q_j^{-1} u_j \\ + \sum_{j=0}^N \begin{bmatrix} \xi_j \\ m_j \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \tilde{R}_j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \xi_j \\ m_j \end{bmatrix} \leq \epsilon + \sum_{j=0}^N \|s_j\|^2 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $n_j = u_j$, $\begin{bmatrix} \xi_j \\ m_j \end{bmatrix} = v_j$, $\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \tilde{R}_j \end{bmatrix} = R_j$, $\tilde{Q}_j = Q_j$ 라 하면 식(8)와 같은 SQC 제약조건이 구하여 진다.

그러므로 식(13)로부터 다음의 식(14)과 같은 부정부호 이차 형태의 성능 지표를 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(x_0, u, y) \equiv (x_0 - \hat{x}_0)^* \Pi_0^{-1} (x_0 - \hat{x}_0) + \sum_{j=0}^N u_j^* Q_j^{-1} u_j \\ + \sum_{j=0}^N v_j^* R_j^{-1} v_j - \sum_{j=0}^N \|s_j\|^2 \end{aligned} \quad (14)$$

그리고 식(14)는 다시 식(15)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(x_0, u, y) \equiv (x_0 - \hat{x}_0)^* \Pi_0^{-1} (x_0 - \hat{x}_0) + \sum_{j=0}^N u_j^* Q_j^{-1} u_j \\ + \sum_{j=0}^N \left(\begin{bmatrix} y_j \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_j \\ K_j \end{bmatrix} x_j \right)^* \begin{bmatrix} R_j & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} y_j \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_j \\ K_j \end{bmatrix} x_j \right) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $\begin{bmatrix} R_j & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}$ 이 부정부호 행렬이므로 크레인 공간에서의 최소화 문제로 고려할 수 있게 된다.

식(15)의 성능 지표를 최소화하는 문제는 크레인 공간에서의 문제가 되므로 강인한 칼만필터를 설계할 수 있게 된다.

식(15)로부터 식(16)과 같은 크레인 공간에서의 상태 공간 모델을 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{i+1} &= F_i \mathbf{x}_i + G_i \mathbf{u}_i \\ \begin{bmatrix} \mathbf{y}_i \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} H_i \\ K_i \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u}_j \\ \mathbf{v}_j \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u}_k \\ \mathbf{v}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_j \delta_{jk} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} R_j & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \delta_{jk} \end{bmatrix} \quad (17)$$

따라서 상태 공간 모델 식(16)과 조건식(17)을 고려하면 크레인 공간에서의 강인한 칼만필터를 구현할 수 있다.

<크레인 공간에서의 강인한 칼만필터>

상태 공간 모델식(16)과 조건식(17)이 주어지면, 식(15)의 성능 지표를 최소화하는 상태변수 \mathbf{x} 에 대한 추정치 $\hat{\mathbf{x}}$ 는 재귀적으로 다음의 식들처럼 구할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{i+1|i} = F_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1} + L_i \begin{bmatrix} \mathbf{y}_i - H_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1} \\ -K_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$L_i = F_i P_{i|i-1} \bar{H}_i^* R_{e,i}^{-1} \quad (19)$$

$$R_{e,i} = \bar{H}_i P_{i|i-1} \bar{H}_i^* + \bar{R}_i \quad (20)$$

여기서 $\bar{H}_i = [H_i \ K_i]^T$ 와 $\bar{R}_i = \begin{bmatrix} R_i & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}$ 는 각각 시간 지연으로 인한 불확실성(uncertainty)을 고려한 강인한 칼만필터의 측정 행렬과 측정 오차 공분산이다. 그리고 강인한 칼만필터의 오차 공분산 행렬 $P_{i|i-1}$ 는 식(21)의 리카티(Riccati) 방정식을 재귀적으로 구할 수 있다.

$$P_{i+1|i} = F_i P_{i|i} F_i^* + G_i Q_i G_i^* \quad (21)$$

$$P_{i|i} = (I - P_{i|i-1} \bar{H}_i^* R_{e,i}^{-1} \bar{H}_i) P_{i|i-1} \quad (22)$$

2-3 전달정렬을 위한 모델링

본 논문에서는 식(23)과 같은 선형 상태 모델식을 고려하였고 상태 변수로서 항법 오차(속도 오차 및 자세 오차), 센서 오차(바이어스 및 환산계수오차), 그리고 장착비정렬 오차와 시간 지연을 포함한 오차 모델식을 고려하였다[12]. 그리고 주 INS와 종 INS의 속도 및 자세 정보를 사용하여 칼만필터의 측정식을 식(24)와 같이 구성하였다.

$$\Delta \dot{x}(t) = F(t) \Delta x(t) + w(t) \quad (23)$$

$$z(t) = \begin{bmatrix} z_{V_{Meas}} \\ z_{A_{Meas}} \end{bmatrix} = H(t) \Delta x(t) + \xi(t) + v(t) \quad (24)$$

여기서 $w(t)$ 와 $v(t)$ 는 각각 공정잡음(process noise)과 측정잡음(measurement noise)으로서 서로 상관관계가 없으며 백색 가우시안잡음으로 가정하였다.

$\xi(t)$ 는 시간 지연 항 δT 에 의해서 발생하는 불확실성 값으로 구체적으로는 식(34),(35)와 같다.

전달정렬 칼만필터의 측정치로는 항법 좌표계에서의 주 INS와 종 INS의 속도 정보 차와 자세 정보 차로서 먼저 시간 지연을 고려하지 않은 측정방정식은 다음과 같다.

$$z_v = \hat{V}_m^n(t) - \hat{V}_s^n(t) \quad (25)$$

$$z_c(t) = \hat{C}_r^m(t) \hat{C}_s^r(t) \hat{C}_n^s(t) - I \quad (26)$$

여기서 \hat{V}_s^n , \hat{V}_r^n 는 각각 종 INS 및 주 INS의 항법 좌표계상의 속도이며 \hat{C}_r^m 는 주INS의 자세 방향코사인행렬(DCM; Direction Cosine Matrix)의 전치행렬, \hat{C}_n^s 는 종INS의 자세 방향코사인행렬로 변환한 값이다. 위의 측정방정식에 랜덤 상수로 가정된 시간 지연 δT 를 반영하면 다음과 같다.

$$z_v(t) = \hat{V}_s^n(t) - \hat{V}_r^n(t - \delta T) \quad (27)$$

$$z_c(t) = \hat{C}_r^m(t - \delta T) \hat{C}_s^r(t) \hat{C}_n^s(t) - I \quad (28)$$

여기서 시간 지연된 속도 및 자세 정보는 아래와 같이 근사화한 후 이를 정리하면 다음 식과 같이 된다.

$$\hat{V}_r^n(t - \delta T) \approx \hat{V}_r^n(t) - \hat{V}_r^n(t) \delta T \quad (29)$$

$$\hat{C}_r^m(t - \delta T) \approx \hat{C}_r^m(t) - \hat{C}_r^m(t) \delta T \quad (30)$$

$$z_v = \delta V + v + A \delta T \quad (31)$$

$$z_c = \eta - C_M^m \theta_m - C_S^m \theta_g - C_r^m \omega_{nr}^r \delta T \quad (32)$$

여기서 η 는 자세 오차, $\omega_{nr}^n = C_r^m \omega_{ir}^r - \omega_{ie}^n - \omega_{en}^n$, ω_{ie}^n 는 지구 자전 각속도 그리고 ω_{en}^n 은 지구 좌표계에 대한 항법 좌표계의 회전 각속도이다. 속도 측정식에서 시간 지연 보상은 주 INS의 가속도를 이용하고, 자세 측정식에서 시간 지연 보상은 주 INS의 각속도(ω_{ir}^r)를 이용하였다. 이와 같은 시간 지연 보상방법은 시간 지연 값이 작고, 동체 운동의 주파수 및 크기가 작다는 가정이 포함된다. 시간 지연 및 동체의 운동이 큰 경우에는 위의 근사화한 모델의 오차로 인하여 시간 지연 오차 보상이 부정확하여 비정렬각 추정 성능이 저하되게 되고 특히 센서 오차 추정 성능과 자세 추정 성능에 큰 영향을 미친다. 그러므로 본 논문에서는 시간 지연 항 δT 를 상태 변수로 포함하지 않 측정식에서는 식(24)와 같은 불확실성 $\xi(t)$ 로 취급한다. 따라서 구체적인 식(24)의 측정 행렬식은 다음과 같다.

$$H(t) = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 12} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 12} & -C_M^m & -C_S^m & 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\xi(t) = \Delta K(t) \Delta x(t) \quad (34)$$

$$K(t) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 24} & A \\ 0_{3 \times 24} & -C_r^m \omega_{nr}^r \end{bmatrix} \quad (35)$$

여기서 $\|\Delta\|_2 \leq 1$ 이고, A 는 주 INS의 가속도이다.

2-4 시뮬레이션 및 분석

본 논문에서는 종 INS의 관성 센서들이 중급 성능을 갖는 경우를 가정하였다. 즉, 자이로 센서의 경우 바이어스 오차가 1[deg/hr]이며 가속도계의 경우는 100[μg]의 바이어스 오차를 갖는 경우를 가정하였다. 그리고 종 INS의 초기 속도 오차, 자세 오차, 장착비정렬 각 오차는 각각 1[m/sec], 1[deg], 1[deg]로 가정하였다.

그림 1은 항체의 운항 궤적을 나타낸 것으로서 항체의 운항 조건으로는 먼저 30초간 마하 1의 속도로 순항을 한 후에 약 200초간 S턴 회전을 수행한다. 이때 가속은 약 0.6g 이다. 다음으로 30초간 순항을 한 후에 10초간 +1g의 크기로 가속 후 바로 10초간 -1g로 감속한 후 다시 30초간 순항을 한다.

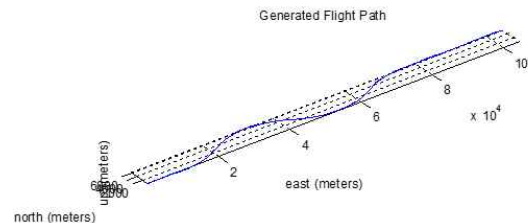


그림 1. 항체의 운항 궤적
Fig. 1. Trajectory of the Vehicle

본 논문에서 제시한 강인한 전달정렬 알고리즘의 성능을

비교 분석하기 위하여 일반적으로 전달정렬 알고리즘으로 많이 사용되고 있는 확장형칼만필터(EKF ; Extended Kalman Filter)와 성능을 비교 분석하였다. 그림 2는 확장형칼만필터의 시간 지연 추정 성능을 나타낸 것으로서 시간 지연이 상수가 아닌 10초 간격으로 불규칙하게 변하고 있을 때 확장형칼만필터는 추정이 제대로 되지 않음을 알 수 있다. 따라서 확장형칼만필터는 항체의 진동이 크거나 항체가 고 기동 운항을 하는 경우에는 시간 지연의 영향이 다른 상태변수 추정 성능에 큰 영향을 미침을 알 수 있다.

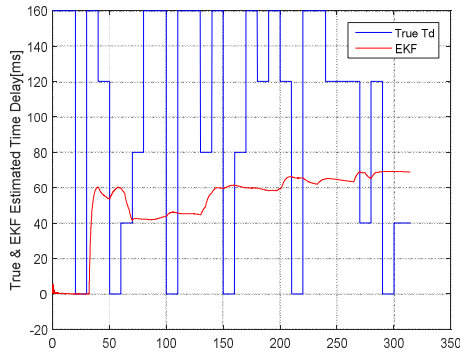


그림 2. EKF의 시간지연 추정 성능(파란색: 실제 시간 지연 오차, 빨간색: EKF 추정치)

Fig. 2. Estimation of the time delay of the EKF

그림 3에서 5까지는 확장형칼만필터와 본 논문에서 제안한 강인 필터의 전달정렬 추정 성능을 비교한 것으로 전반적으로 제안한 강인 필터의 추정 성능이 더 우수함을 알 수 있다. 그림에서 검은 파선은 제안한 강인필터(Krein)이고 빨간 점선은 확장형칼만필터(EKF) 그리고 파란 실선은 강인필터의 추정 오차 공분산값의 제곱근으로서 추정 오차의 표준편차값(1σ)이다. 먼저 그림 3의 자세 추정 성능을 보면 확장형칼만필터에서는 30~230초 사이에 항체가 S턴 회전 운항을 하는 경우에 롤(roll) 각과 피치(pitch) 각의 추정 오차가 수렴하지 못하고 진동하는 반면에 260~280초 사이의 직선 구간에서는 시간 지연의 영향이 추정 성능에 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다. 반면에 강인 필터의 경우에는 시간 지연으로 인한 항체의 구간감속 영향이 추정 성능에 영향을 크게 주지는 않음을 알 수 있는데 이는 식(13)의 불확실성에 대한 제약조건에 이러한 불확실성이 반영되었기 때문이다. 다음으로 그림 4, 5로부터 IMU 센서(가속도계, 자이로)의 오차 추정 성능을 보면 확장형칼만필터의 경우에는 시간 지연에 의한 항체의 구간감속 영향이 추정 성능에 매우 크게 미침을 알 수 있다. 반면에 강인 필터에서는 이러한 영향이 거의 없음을 알 수 있다. 참고로 그림 4의 x축 가속도계 바이어스에 대한 강인 필터의 추정 성능이 다른 축의 경우보다 좋지 않은데, 이는 INS 항법 오차 모델식에서 속도 측정치의 시간 지연이 x축 가속도계 바이어스에 영향을 크게 미치기 때문이다.

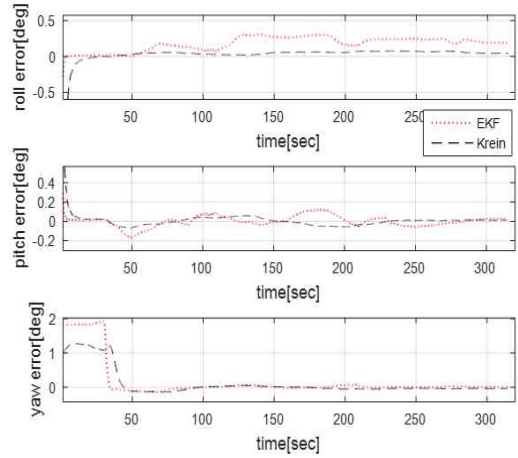


그림 3. 자세 추정 성능(점선 : EKF, 실선 : 강인 필터)
Fig. 3. Estimation error of vehicle's attitude

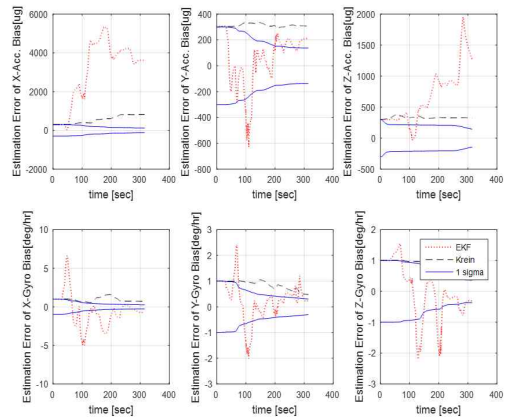


그림 4. IMU센서 바이어스 추정 성능(좁은 점선: EKF, 넓은 점선: 강인 필터, 실선: 추정오차 1σ)
Fig. 4. Estimation of the bias of the IMU

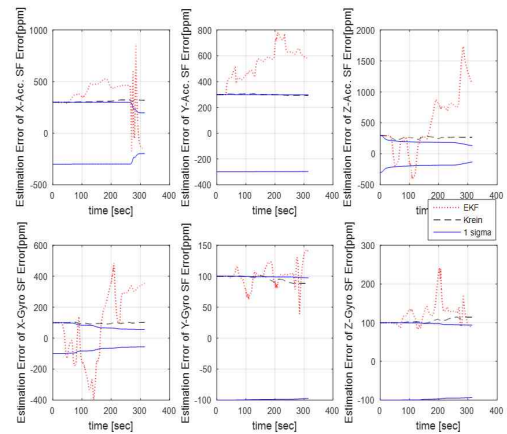


그림 5. 환산계수오차 추정 성능(좁은 점선: EKF, 넓은 점선: 강인 필터, 실선: 추정오차 1σ)
Fig. 5. Estimation of the scale factor error of the IMU

III. 결 론

본 논문에서는 강인한 전달정렬 알고리즘을 제안하였고 시뮬레이션을 통하여 성능을 비교 분석하였다. 일반적으로 전달정렬 알고리즘으로 많이 사용되는 확장형칼만필터는 주 INS와 종 INS의 시간 지연이 큰 경우 항체의 가 \square 감속 운항 조건에서 추정 성능에 큰 영향을 미침을 알 수 있었다. 특히, 항체가 직선 가 \square 감속하는 경우 보다는 S턴과 같은 곡선 주행을 하는 경우에 센서의 오차들(바이어스 오차, 환산계수오차)들을 추정하는데 매우 큰 영향을 미침을 알 수 있었다. 반면에 본 논문에서 제안한 강인필터는 이러한 시간 지연으로 인한 불확실성을 필터의 설계 제약조건으로 고려하였기에 이에 대한 영향이 상대적으로 크게 줄어들음을 알 수 있었다.

References

[1] W.M. Haddad, D.S. Bernstein and D. Mustafa, "Mixed-norm H_2/H_∞ Regulation and Estimation: The Discrete-time Case," *Systems & Letters*, vol. 16, pp. 235-247, 1991.

[2] Y. Hung and F. Yang, "Robust H_∞ filtering with error variance constraints for discrete time-varying systems with uncertainty," *Automatica*, 39(7), pp. 1185-1194, July 2003.

[3] L. Xie and Y. C. Soh, "Robust Kalman Filtering for Uncertain Systems," *Systems & Control Letters*, vol. 22, pp. 123-129, 1994.

[4] L. Xie, Y. C. Soh and C. E. de Souza, "Robust Kalman Filtering for uncertain discrete-time systems," *IEEE Trans.*

Automatic Control, vol. 39, no. 6, pp. 1310-1314, 1994.

[5] P. Bolzern, P. Colaneri and G. De Nicolao, "Optimal design of robust predictors for linear discrete-time systems," *Systems & Control Letters*, vol. 26, pp. 25-31, 1995.

[6] D. P. Bertsekas and I. B. Rhodes, "Recursive state estimation for a set-membership description of uncertainty," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 16, pp. 117-128, 1971.

[7] Babak Hassibi, Ali H.Sayed and Thomas Kailath, "Linear estimation in Krein spaces-Part I: Theory," *IEEE Transactions on Automatic Control* 41(1), pp. 18-33, 1996.

[8] Babak Hassibi, Ali H.Sayed and Thomas Kailath, "Linear estimation in Krein spaces-Part II: Applications," *IEEE Transactions on Automatic Control* 41(1), pp. 34-49, 1996.

[9] Lee, T.;Ra, W.S.;Yoon, T.;Park, J. , " Robust Kalman filtering via Krein space estimation," *IEE Proc. Control Theory Appl.*, pp. 59-63, 2004.

[10] Feng, J.; Yu, F.; Zh ang, P.; Zou, M. , "On initial alignment of large azimuth misalignment for SINS on the static base in Krein space," *In Proceedings of the IEEE 2012 10th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, Beijing, China, pp. 1964-1968, 6-8 July 2012.

[11] Jaechan Lim, "A tutorial-game theory-based extended H infinity filtering approach to nonlinear problems in signal processing," *Digital Signal Processing* 34, 2014.

[12] J. Lyou, Y. C. Lim, "Transfer Alignment Considering Measurement Time Delay and Ship Body Flexure", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol.23, pp. 195-203, 2009.



최 성 혜 (Sung-Hye Choe)

약력
경북대 정보통신학과 공학석사
한화시스템 우주항공연구소 영상시스템팀
※ 관심분야 : 전자광학시스템, 전달정렬, 항법, 시선제어



박 기 영 (Ki-Young Park)

약력
연세대 국방융합공학과 공학석사
한화시스템 우주항공연구소 영상시스템팀
※ 관심분야 : 전자광학시스템, 관성항법시스템, 추정론



김 형 민 (Hyoung-Min Kim)

약력
한양대 제어계측논문 공학석사
한화시스템 우주항공연구소 영상시스템팀 팀장
※ 관심분야 : 전자광학시스템, 관성항법시스템, 제어이론



양 철 관 (Cheol-Kwan Yang)

약력
중앙대학교 제어계측학과 공학박사
※ 관심분야 : 관성항법시스템, 복합항법시스템, 강인필터링