

영상 잡음 제거를 위한 반복적 저 계수 근사

김시현*

Iterative Low Rank Approximation for Image Denoising

Seehyun Kim*

*Associate Professor, Department of Information and Communications Engineering, The University of Suwon, Gyeonggi-do, 18323 Korea

요 약

영상 신호에는 비지역적 유사성이 존재하므로 임의의 조각 영상 즉, 패치(patch)에 대해 유사한 패치들을 모아 구성된 패치행렬은 낮은 계수값(rank)을 갖는 특성이 있다. 백색 잡음이 섞인 영상으로 구성된 패치행렬은 원 영상에 비해 높은 계수값을 갖게 된다. 이 행렬에 대해 저 계수의 근사 행렬을 구하면 영상 속의 잡음을 제거할 수 있다. 본 논문에서는 기존 패치의 유사 패치들을 이용한 패치행렬 구성 방법과 패치행렬에 대한 저 계수 행렬 근사 방법 및 이를 이용한 영상 복원 방법으로 구성된 영상 잡음 제거 방식을 제안한다. 또한 모의실험을 통해 제안된 방식의 잡음 제거 성능을 최신 4가지 방법들과 비교하여 그 우수성을 보인다.

ABSTRACT

Nonlocal similarity of natural images leads to the fact that a patch matrix whose columns are similar patches of the reference patch has a low rank. Images corrupted by additive white Gaussian noises (AWGN) make their patch matrices to have a higher rank. The noise in the image can be reduced by obtaining low rank approximation of the patch matrices. In this paper, an image denoising algorithm is proposed, which first constructs the patch matrices by combining the similar patches of each reference patch, which is a part of the noisy image. For each patch matrix, the proposed algorithm calculates its low rank approximate, and then recovers the original image by aggregating the low rank estimates. The simulation results using widely accepted test images show that the proposed denoising algorithm outperforms four recent methods.

키워드 : 잡음제거, 비지역적 유사성, 저계수, 행렬근사, 가중패치행렬

Keywords : Denoising, Nonlocal similarity, Low rank, Matrix approximation, Weighted patch matrix

Received 27 September 2021, Revised 28 September 2021, Accepted 7 October 2021

* Corresponding Author Seehyun Kim(E-mail:seehyun@suwon.ac.kr, Tel:+82-31-229-8217)

Associate Professor, Department of Information and Communications Engineering, The University of Suwon, 18323 Korea

Open Access <http://doi.org/10.6109/jkiice.2021.25.10.1317>

print ISSN: 2234-4772 online ISSN: 2288-4165

© This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.
Copyright © The Korea Institute of Information and Communication Engineering.

I. 서 론

잡음이 섞여 손상되거나 초점이 맞지 않아 블러(blur) 현상으로 왜곡된 영상을 복원하는 문제는 영상 처리와 머신 비전 분야에서 수십 년 동안 연구되어 온 주제이다. 최근에는 기계 학습 분야에서도 이 문제가 집중적으로 연구되고 있다.

영상 신호가 갖는 공간적 유사성은 영상을 다루는 다양한 연구에 주요 원리로 널리 활용되고 있다. 예를 들면, 모델링을 통한 얼굴 인식에서는 얼굴 영상을 작은 계수(rank)를 갖는 선형 공간 상의 벡터들로 표현한다 [1]. 이 경우 핵심적인 특징을 추출하였기 때문에 인물의 표정 변화나, 안경 등의 악세사리 착용 여부, 촬영 각도, 조명 강도, 배경 여부 등에 대해 높은 정밀도의 인식 성능을 보인다.

넷플릭스의 영화 추천 알고리즘에 사용되어 널리 알려진 LRMA (low rank matrix approximation) 기술은 잡음이 섞인 입력 행렬로부터 저 계수의 원 행렬을 찾아낸다. 사용자의 몇 영화에 대한 선호도로부터 광대한 영화 데이터베이스 속의 개개 영화에 대한 선호도를 높은 정확도로 추측하여 추천하고 있다. 시청자 평가의 빅 데이터를 기반으로 작은 계수의 영화 추천 선형 공간을 구축해 놓았기 때문에 가능한 것이다[2].

영상 신호의 중요한 특징인 공간적 유사성은 지역적 유사성(local similarity, LS)와 비지역적 유사성(nonlocal similarity, NLS)으로 나타난다. LS는 변환 코딩 등 영상 압축 분야에서 널리 활용되고 있다. 또한, 전체 영상을 작은 패치(patch)로 나누면 NLS 특성에 의해 서로 유사성이 높은 패치들을 찾을 수 있다. 이러한 패치들을 벡터로 표현하고 패치벡터들을 모아 행렬을 구성하면, 이 행렬은 작은 계수를 갖게 된다. 그런데 이 영상에 백색 잡음이 섞여 있다면 이 영상의 NLS 패치행렬의 계수는 더 이상 작은 계수를 갖지 않게 된다. 이 패치행렬에 대해 LRMA를 적용하면 결과적으로 영상에 포함된 잡음을 제거할 수 있다.

LRMA의 한 연구 방향은 저 계수 행렬 분할(low rank matrix factorization, LRMF)이다[3]. 행렬 $X \in R^{m \times n}$ 를 두 개의 저 계수 행렬 $Y \in R^{m \times k}$ 와 $Z \in R^{n \times k}$ 의 곱 YZ^T 으로 근사화하여 작은 계수 k 의 행렬로 표현하는 방법이다. 단, k 는 m, n 보다 작다.

다른 방향은 최근 활발하게 연구되고 있는 최적화 기

법을 이용하는 것이다. 행렬의 계수 최소화 문제는 NP hard이므로 핵 크기 최소화(nuclear norm minimization, NNM) 문제로 대체하여 컨벡스 최적화 문제로 바꾸어 풀 수 있다. 행렬 X 의 핵 크기 $\|X\|_*$ 는 특이값(singular value)들의 합으로 정의된다. 즉 $\|X\|_* = \sum \sigma_i(X)$ 이고 $\sigma_i(X)$ 는 행렬 X 의 i 번째 특이값이다. Candes는 NNM을 통해 잡음이 섞인 저 계수 행렬의 복원이 가능함을 보였다[4].

NNM 문제는 주어진 행렬의 특이값에 대해 연성 임계값(soft thresholding, ST)을 적용하여 풀 수 있다. 단, 영상의 패치 행렬에서 크기가 큰 특이값들은 영상의 두드러진 에지나 패턴을 나타내므로 크기가 작은 특이값에 비해 충실히 보존해야 한다. ST를 사용하는 NNM 방식은 주요 특이값을 우선적으로 보존하지 않기 때문에 한계를 갖는다. Gu는 핵 크기에 가중치를 사용한 WNN (weighted nuclear norm)을 정의하고 이를 최소화하는 방법으로 NNM에 비해 성능을 향상시켰다[5].

본 논문에서는 LRMA 기반의 영상 잡음 제거 방식을 제안한다. 2장에서 제안하는 방식에 대해 설명하고 3장에서 모의실험 결과를 기술한다. 이어서 4장에서 제안된 영상 잡음 제거 방식의 의미를 요약한다.

II. LRMA 기반 영상 잡음 제거

LRMA의 출발점은 저 계수 근사화를 수행할 행렬을 효과적으로 구성하는 것이다. 패치 기반의 영상 처리 방식은 구현상의 장점으로 널리 활용되고 있다. 패치들로부터 패치 행렬을 구성할 때 패치에 가중치를 도입하여 기존 패치에 중점을 두는 방법을 제안한다. 패치 행렬의 LRMA를 구하기 위해 명시적인 해를 갖는 장점이 있는 WNNM 방식을 사용한다[5]. 이어서 복원된 패치들을 가중치에 따라 결합하여 잡음이 제거된 영상을 얻는다.

2.1. 유사 패치 집합 구성

영상 속 잡음을 제거하기 위해 먼저 전체 영상으로부터 부분 영상 즉, 패치(patch)를 규칙에 따라 추출한다. i 번째 패치를 p_i 라고 하고, 이 패치를 기준으로 이와 유사한 패치들을 화소값 차이의 L2 크기를 기준으로 찾아 유사 패치 집합 S_i 를 구성한다. 기준 패치 p_i 주변에 위치

한 유사 패치 후보들을 p_i 와의 L2 거리에 따라 오름차순으로 정렬한 후 N_i 개의 거리가 작은 패치들을 모아 S_i 를 구성한다. 즉, $S_i = \{s_{ij}, j = 1, 2, \dots, N_i\}$ 이고 $d_{ij} = |p_i - s_{ij}|$ 이며 $j < k$ 이면 $d_{ij} \leq d_{ik}$ 이다.

LRMA를 수행하여 우수한 잡음 제거 성능을 얻으려면 패치 행렬의 잡재 계수를 낮추어야 한다. p_i 와 유사 패치 s_{ij} 들의 유사성이 떨어진다면 이들로 구성된 패치 행렬의 계수가 증가하게 된다. 이 경우 N_i 를 감소시켜 패치 행렬의 계수가 증가하는 것을 억제해야 한다. s_{i1} 이 p_i 와 가장 유사한 패치이므로 s_{i1} 과 p_i 의 거리인 d_{i1} 로부터 유사 패치들의 실제 유사성을 판단할 수 있다. N_i 를 다음과 같이 결정한다.

$$N_i = \max(N_{\min}, \min(\alpha d_{i1}, N_{\max})) \quad (1)$$

N_{\min} 과 N_{\max} 는 N_i 가 가질 수 있는 최소, 최대값으로 각각 40과 140을 사용하였으며, α 는 최소 거리 d_{i1} 으로부터 기준 거리를 구하기 위한 상수로 1.5를 사용하였다.

2.2. 패치 행렬의 구성

기준 패치와 검색된 유사 패치들을 열벡터로 만들어 행으로 쌓아 패치행렬을 만든다. 이 행렬의 열벡터들은 서로 유사하므로 저 계수 근사 행렬을 구하면 영상 속 잡음을 제거할 수 있다.

패치행렬을 기준 패치와 유사 패치들을 동등하게 구성하면 LRMA 과정은 모든 패치에 균일한 가중치를 두고 저 계수의 행렬을 찾게 된다. 기준 패치에 초점을 맞추어 LRMA가 수행되기 위해서 패치벡터에 가중치 도입을 제안한다. 기준 패치와 차이가 큰 유사 패치에는 낮은 가중치를 곱해 LRMA에 참여도를 떨어뜨린다. 유사 패치는 기준 패치와의 L2 거리에 의해 선정되므로 패치 가중치 w_{ij} 를 다음과 같이 정의한다.

$$w_{ij} = \frac{|p_i|}{|p_i| + d_{ij} + \epsilon} \quad (2)$$

단, $|p_i|$ 는 i 번째 기준 패치의 L2 크기이고, d_{ij} 는 i 번째 기준 패치와 j 번째 유사 패치 사이의 L2 거리이다. 즉, $d_{ij} = |p_i - s_{ij}|$ 이고 s_{ij} 는 p_i 의 j 번째 유사 패치벡터이다. ϵ 은 0으로 나누는 경우를 방지하기 위한 아주 작은 상수이다.

패치 가중치($0 \leq w_{ij} < 1$)를 이용하여 다음과 같이 i 번째 패치 행렬을 구성한다.

$$P_i = [p_i, w_{i1}s_{i1}, w_{i2}s_{i2}, \dots, w_{iN}s_{iN}] \quad (3)$$

2.3. LRMA를 통한 영상 잡음 제거

패치 행렬 P_i 에 대한 저 계수 근사에는 WNNM[5]을 적용한다. 먼저 P_i 에 대해 특이값 분해(SVD)를 수행한다. 즉, $P_i = U\Sigma V^T$ 이고, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ 이며 σ_i 는 P_i 의 특이값이다. 저 계수 근사를 위해 특이값에 대해 연성 임계화를 적용한다.

$$\sigma'_i = \begin{cases} \frac{c_1 + \sqrt{c_2}}{2}, & c_2 \geq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

단, $c_1 = \sigma_i - \epsilon$, $c_2 = (\sigma_i + \epsilon)^2 - 4C$, $C = \sqrt{2N_i}$ 이다. σ'_i 을 대각 성분으로 갖는 Σ' 을 구성하고, 이를 새로운 특이값 행렬로 삼아 복원된 패치 행렬 \hat{P}_i 를 구한다.

마지막으로 모든 \hat{P}_i 들의 각 패치를 원 영상의 화소 별로 모두 더하여 \hat{y}_{mn} 를 구한다. \hat{y}_{mn} 는 잡음이 제거된 Y 의 (m, n) 위치의 화소를 의미한다. 화소들은 여러 기준 패치에 의해 복원된 값들의 합이므로 올바르게 정규화되어야 한다. \hat{P}_i 의 각 패치벡터들의 가중치 w_{ij} 를 원 영상의 패치벡터 별로 모두 합하여 \hat{w}_{mn} 를 구한다. 즉, $\hat{w}_{mn} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} w_{ij}$, I 는 기준 패치들의 집합이고, J_i 는 i 번째 기준 패치의 유사 패치들의 집합이다. 잡음이 섞인 영상 Y 로부터 복원된 영상 \hat{X} 의 (m, n) 위치의 화소는 다음과 같이 구한다.

$$\hat{x}_{mn} = \hat{y}_{mn} / \hat{w}_{mn} \quad (5)$$

기술된 잡음 제거 방법은 아래와 같이 요약할 수 있다.

	입력: 잡음을 제거할 영상, Y , K , δ
1:	$X_0 = Y_0 = Y$
2:	for k in 1: K
3:	$Y_k = X_{k-1} + \delta(Y - Y_{k-1})$
4:	for p_i in $\{Y_k$ 의 모든 기준 패치}

5:	식 (3)에 따라 패치행렬 P_i 구성
6:	$P'_i = LRMA(P_i)$
7:	P'_i 의 각 패치벡터를 X_k 에 더함
8:	패치벡터의 가중치를 가중치행렬 W 에 더함
9:	endfor
10:	$X_k = X_k ./ W$
11:	endfor
	출력: X_K

III. 모의실험

제안된 잡음 제거 방법의 성능 검증을 위해 모의실험을 수행하고 발표된 다른 연구 방법들과 성능을 비교하였다. 비교 대상으로는 잡음 제거의 벤치마크로 널리 쓰이는 BM3D[6]와 EPLL[7], NCSR[8], WNNM[5]을 선정하였다. 실험 영상으로는 그림 1과 같이 여러 특징을 대표하는 10개의 영상을 선택하였다. 표준편차(σ) 10, 30, 50, 100의 AWGN을 발생시켜 원 영상에 더하여 실험하였으며 PSNR 성능 결과는 표 1에 정리하였다. 맨 오른쪽 열이 제안된 방식에 따른 결과이다. 가장 우수한 성능은 굵은 글씨로 표시하였다. 잡음 제거 성능의 벤치마크로 널리 쓰이는 BM3D 대비 표준편차 10, 30, 50, 100의 잡음에서 각각 0.52, 0.48, 0.52, 0.13dB의 화질 개선을 보였다. 모든 비교 대상 알고리즘에 대해서도 평균적으로 가장 우수한 잡음 제거 성능을 보였다. 특히 Barbara, House, Parrot, Starfish 등과 같이 부드러운 평면이 많은 영상에서 대략 0.5 ~ 2.5dB 우수한 성능을 보였다. 몇몇 영상에서는 다른 방식보다 낮은 복원 성능을 보였다. 특히 Couple, Hill, Lena와 같이 미세한 패턴을 많이 포함한 영상에서, 그리고 잡음 크기가 클수록 낮은 성능을 보이는 경우가 늘어나는 경향이 있다. 그러나 모든 영상에 대한 평균 성능에서는 잡음의 크기에 상관없



Fig. 1 Images for denoising performance comparison

Table. 1 Denoising results in PSNR(dB) for test images

	BM3D	EPLL	NCSR	WNNM	Prop.
Barbara	34.98	33.61	35.00	35.51	35.51
Boat	33.92	33.66	33.91	34.09	34.11
Cameraman	34.18	34.02	34.18	34.44	34.52
Couple	34.04	33.85	34.00	34.14	34.15
Hill	33.62	33.48	33.69	33.79	33.81
House	36.71	35.75	36.80	36.95	37.05
Lena	35.93	35.58	35.85	36.03	36.02
Parrot	33.57	33.58	33.56	33.81	35.97
Peppers	34.68	34.54	34.68	34.95	34.95
Starfish	33.30	33.29	33.65	33.99	34.00
Average	34.49	34.14	34.53	34.77	35.01

(a) $\sigma = 10$

	BM3D	EPLL	NCSR	WNNM	Prop.
Barbara	29.81	27.57	29.62	30.31	30.30
Boat	29.12	28.89	28.94	29.24	29.26
Cameraman	28.64	28.36	28.59	28.80	28.84
Couple	28.87	28.62	28.57	28.98	29.00
Hill	29.16	28.90	28.97	29.25	29.28
House	32.09	31.23	32.07	32.52	32.54
Lena	31.26	30.79	31.06	31.43	31.34
Parrot	28.12	28.07	28.07	28.33	30.64
Peppers	29.28	29.16	29.10	29.49	29.48
Starfish	27.65	27.52	27.78	28.08	28.14
Average	29.40	28.91	29.28	29.64	29.88

(b) $\sigma = 30$

	BM3D	EPLL	NCSR	WNNM	Prop.
Barbara	27.23	24.82	26.99	27.79	27.80
Boat	26.78	26.65	26.66	26.97	27.00
Cameraman	26.12	26.02	26.14	26.42	26.53
Couple	26.46	26.24	26.19	26.65	26.62
Hill	27.19	26.96	26.99	27.34	27.35
House	29.69	28.76	29.62	30.32	30.27
Lena	29.05	28.42	28.90	29.24	29.17
Parrot	25.90	25.84	25.71	26.09	28.16
Peppers	26.68	26.63	26.82	26.91	26.90
Starfish	25.04	25.04	25.07	25.44	25.52
Average	27.01	26.54	26.91	27.32	27.53

(c) $\sigma = 50$

	BM3D	EPLL	NCSR	WNNM	Prop.
Barbara	23.62	22.14	23.20	24.37	24.35
Boat	23.97	23.71	23.68	24.10	24.11
Cameraman	23.07	22.86	22.93	23.36	23.50
Couple	23.51	23.32	23.15	23.55	23.52
Hill	24.58	24.43	24.36	24.75	24.67
House	25.87	25.19	25.56	26.68	26.69
Lena	25.95	25.30	25.71	26.20	26.02
Parrot	22.96	22.71	22.53	23.19	24.74
Peppers	23.39	23.08	22.84	23.46	23.47
Starfish	22.10	21.92	21.91	22.22	22.23
Average	23.90	23.47	23.59	24.19	24.33

(d) $\sigma = 100$

이 제안된 방식이 0.14~0.25dB 우수한 결과를 보였다.

그림 2는 표준편차가 50인 AWGN이 포함된 Parrot 영상의 잡음 제거 결과를 보여주고 있다. EPLL은 배경에 고주파 잡음이 남아 있고, NCSR은 눈 주위의 AWGN이 충분히 제거되지 않았다. WNNM은 눈 주위의 무늬가 선명하지 않다. 제안된 방식은 배경과 에지가 가장 잘 복원되었다.

잡음 제거 수행 시간은 반복 횟수에 의해 좌우된다. 제안된 방법은 7~9회의 반복으로 최종 성능에 근접한 결과를 얻을 수 있다. 그림 3은 50dB의 AWGN 상황에서 성능 비교에 사용된 10개의 영상에 대한 반복 횟수에 따른 화질의 향상 과정을 보여준다.

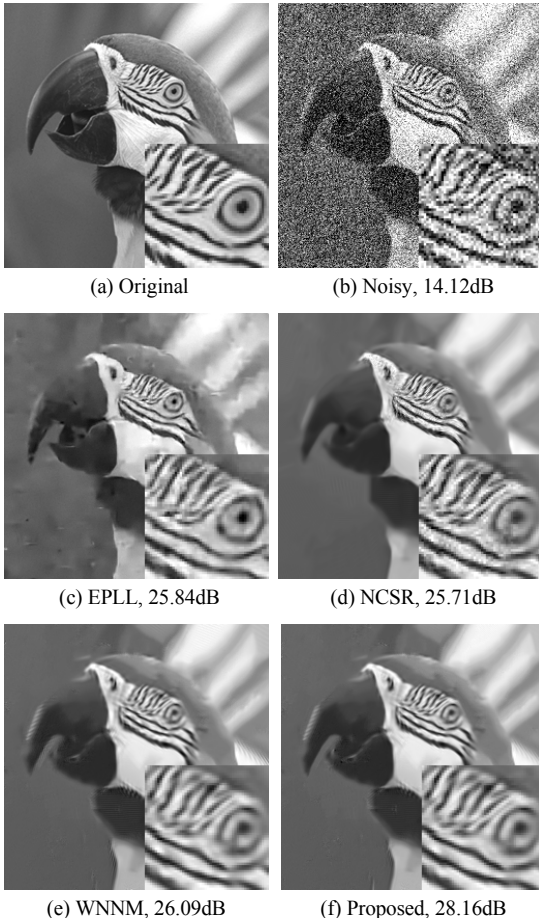


Fig. 2 Denoised "Parrot" images corrupted by $\sigma=50$ AWGN

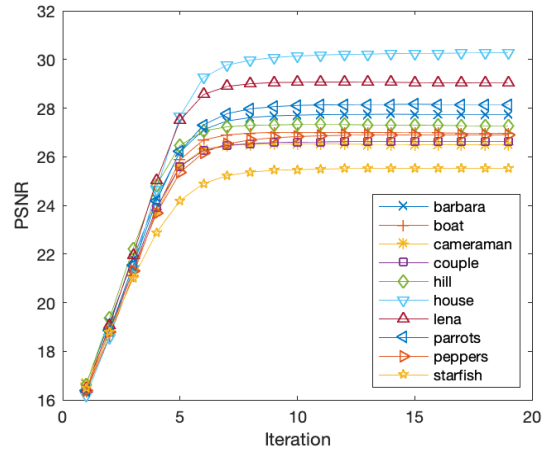


Fig. 3 Performance graph according to the number of iterations

V. 결론

LRMA를 통해 영상의 AWGN 잡음을 제거하는 방법을 제안하였다. 패치 행렬을 구성하기 위해 유사 패치에 거리 기반 가중치를 적용하였다. 저 계수 근사는 WNNM을 사용하였고, 각 패치 행렬의 복원 결과는 가중치 평균으로 결합하여 영상을 복원하였다. 모의실험에 의하면 제안된 방식은 기존의 잡음 제거 방법보다 최대 2.5dB, 평균적으로 0.21dB 우수한 성능을 보인다.

References

- [1] C. Y. Wu and J. J. Ding, "Occluded face recognition using low-rank regression with generalized gradient direction," *Pattern Recognition*, vol. 80, pp. 256-268, Aug. 2018.
- [2] L. T. Nguyen, J. Kim, and B. Shim, "Low-rank matrix completion: a contemporary survey," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 94215-94237, 2019.
- [3] J. F. Cai, E. Candes, and Z. Shen, "A singular value thresholding algorithm for matrix completion," *SIAM Journal on Optimization*, vol. 20, no. 4, pp. 1956-1982, 2010.
- [4] E. Candes, X. Li, Y. Ma, and J. Wright, "Robust principal component analysis?," *Journal of the ACM*, vol. 58, no. 3, pp. 1-37, May. 2011.
- [5] S. Gu, Q. Xie, D. Meng, W. Zuo, X. Feng, and L. Zhang,

- “Weighted nuclear norm minimization and its applications to low level vision,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 121, no. 2, pp. 183-208, Jan. 2017.
- [6] H. Wang, L. Fan, Q. Guo, and C. Zhang, “A review of image denoising methods,” *Communications in Information and Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 461-480, 2020.
- [7] D. Zoran and Y. Weiss, “From learning models of natural image patches to whole image restoration,” *2011 International Conference on Computer Vision*, pp. 479-486, 2011.
- [8] W. Dong, L. Zhang, G. Shi, and X. Li, “Nonlocally centralized sparse representation for image restoration,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 22, no. 4, pp. 1620-1630, Apr. 2013.



김시현(Seehyun Kim)

1996년 서울대학교 제어계측공학과 박사
~ 1997년 University of California, Berkeley, Postdoctorate researcher
~ 2001년 LG전자 책임연구원
~ 2010년 (주)넥실리온 연구소장
~ 현재 수원대학교 정보통신공학과 부교수
※ 관심분야 : 신호처리, 디지털통신, 영상신호처리, SoC