

압축-비틀림이 결합된 격자구조의 아이소-지오메트릭 해석

강 세 현¹·최 명 진²·오 명 훈¹·윤 민 호³·조 선 호^{4†}

¹서울대학교 조선해양공학과 박사과정, ²아헨공과대학교 박사후연구원, ³금오공과대학교 기계공학과 조교수, ⁴서울대학교 조선해양공학과 교수

Isogeometric Analysis of Lattice Structures Having Compression–Twist Coupled Deformation

Se-Hyeon Kang¹, Myung-Jin Choi², Myung-Hoon Oh¹, Min-Ho Yoon³ and Seonho Cho^{4†}

¹Ph.D. Candidates, Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University, Seoul, 08826, Korea

²Postdoctoral Researcher, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen University, Aachen, Germany

³Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Kumoh National Institute of Technology, Gumi, 39177, Korea

⁴Professor, Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University, Seoul, 08826, Korea

Abstract

We utilized the isogeometric analysis (IGA) method that uses NURBS basis functions in CAD systems, to account for the geometric exactness of a geometrically exact beam deformation, on a new type of metamaterial, twist-translation coupled structure showing a large twist angle. A two-dimensional unit cell structure was embedded in a cylindrical wall, using free-form deformation and an appropriate interpolation scheme. A parametric study on the effects of the dimensions of the cylinder and the number of cells, on the twisting angle was performed. Furthermore, the mechanism of the twist-translation coupled metamaterial was explored through numerical examples.

Keywords : metamaterial, isogeometric analysis, compression-twist

1. 서론

메타물질(Metamaterial)은 단위 구조를 반복시켜 기존에 얻을 수 없는 기계 성질을 보여주는 인공적인 구조물로 음향 밴드갭(phononic bandgap), 음의 푸아송 구조(Auxetic) 등 다양한 응용 분야에서 많은 연구자들이 연구를 하고 있다(Bertoldi *et al.*, 2017). 음의 푸아송 구조는 세로 방향의 압축 움직임에 대해 가로 방향의 압축이 발생하는 특이한 움직임이 특징적이다. 이 구조들은 에너지 소실(energy dissipation), 감쇠 성능(damping properties), 전단 계수(shear modulus) 등에서 이점을 가지고 있기 때문에 많은 연구자들이 다양한 응용 분야를 위해 연구하고 있다(Novak *et al.*, 2016; Oh *et al.*, 2017).

최근 연구자 Frenzel 등(2017)이 압축에 의해 비틀림이 발생하는 새로운 형태의 메타물질을 발견하였다. 그들은 링과 지지대로 이루어진 이차원 구조물을 정육면체 구조에 입혔고,

링 구조의 회전에 의해 비틀림이 발생한다고 주장하였다. 하지만, 그들의 디자인은 정육면체 구조를 반복시킬수록 비틀림 움직임이 사라진다는 단점을 가지고 있다. Wu 등(2018)은 동일한 이차원 구조를 활용하여 원통 벽면 위에 입혀 압축과 비틀림이 결합된 움직임에 대해 조사하고, 셀(cell) 개수에 따른 효과를 조사하였다. Ma 등(2018)은 실험과 구조 해석을 통해 2차원 구조에 대한 매개변수 연구를 진행하였다. 이 외에도 Farrell 등(2020)은 압축과 비틀림이 결합된 구조물의 변형된 상태에서 아이디어를 얻어 인장과 비틀림이 결합된 구조물을 설계하였고, Chen 등(2018)은 위상 최적설계(topology optimization)를 통해 압축에 의한 비틀림이 최대화되는 구조에 대한 연구를 하였으며, Lipton 등(2018)은 전단 변형이 발생하는 구조물을 원통 위에 입혀서 비틀림 움직임을 만들어 냈다. 압축과 비틀림이 결합된 구조에 대해 많은 연구가 진행되었지만, 이러한 변형에 대한 근본적인 메커니즘 설명은 아직 부족한 상황이다.

†Corresponding author:

Tel: +82-2-880-7322; E-mail: secho@snu.ac.kr

Received June 29 2021; Revised August 6 2021;

Accepted August 20 2021

© 2021 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

또한, 구조해석이 대부분 선형해석으로 이루어져 있어 이와 같은 큰 변형이 발생하는 상황에서는 정확도가 우려되는 상황이다. 그러므로 보다 정확한 비선형 영역에서의 해석을 통해 비틀림 움직임에 대한 정확한 메커니즘 파악이 필요한 상황이다.

아이소 지오메트릭 해석(Isogeometric analysis) 방법론은 유한요소 방법론과 CAD 데이터와의 간극을 좁히기 위해 Hughes 등(2005)에 의해 발명되었다. NURBS 기저 함수의 사용으로 인해 복잡한 기하학적 구조를 표현 가능하다. 정확한 기하학 정보를 활용하기 때문에 정확한 응답 해석과 형상 민감도 해석(shape sensitivity analysis)이 가능하다(Cho and Ha, 2009).

본 논문에서는 새로운 형태의 비틀림과 병진운동이 결합된 구조물을 기하학적으로 엄밀한 빔 모델링(geometrically exact beam model)과 아이소-지오메트릭 해석 방법론을 통해 해석하였다. 정확한 해석을 통해 병진과 비틀림이 결합된 움직임의 메커니즘에 대해 조사하였다. 디자인된 이차원 구조물은 자유 형상 변형(Free-form deformation)방법론을 활용하여 원통 위에 입혀 졌다. 매개변수 연구(parametric study)를 통해 원통 치수의 변화와 셀(cell) 개수에 따른 비틀림 각도의 변화에 대해 알아보았다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기하학적으로 엄밀한 빔 모델링, 아이소-지오메트릭 해석방법, 자유 형상 변환 방법 등 수치해석에 활용된 방법론에 대해 설명한다. 3장에서는 비틀림 각도 계산 방법과 단위 구조의 해석, 비틀림 각도에 대한 셀 개수와 원통 치수의 영향에 대해 다룬다.

2. 배경 이론

2.1 기하학적으로 엄밀한 빔 모델링

(Geometrically exact beam)

기하학적으로 엄밀한 빔의 형상은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\mathbf{X}(s) = \boldsymbol{\varphi}(s) + \xi_2 \mathbf{i}_2(s) + \xi_3 \mathbf{i}_3(s) \tag{1}$$

여기서, $\boldsymbol{\varphi}(s)$ 는 빔의 중심 위치를 나타내는 위치 벡터이며 s 는 호의 길이 변수(arc length parameter)이다. ξ_2, ξ_3 는 빔의 중심선에서 단면의 점을 나타내는 위치이다. $\mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ 는 단면의 방향을 나타내는 단위 벡터이며, 다음과 같이 변형 행렬(transformation matrix)를 통해 표현 가능하다.

$$\mathbf{i}_I = \mathbf{A}(s) \mathbf{e}_I \tag{2}$$

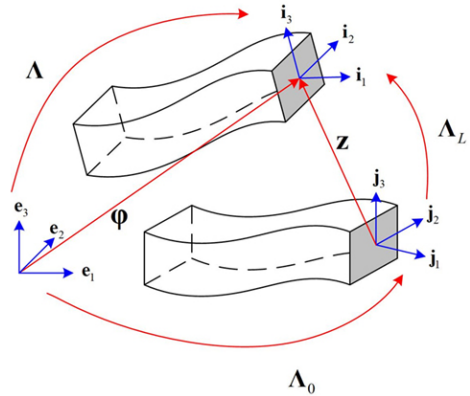


Fig. 1 Geometrically exact beam modeling

여기서, \mathbf{e}_I 는 전역 카르테시안 좌표계(global base vector)를 나타낸다. $\mathbf{A}(s)$ 는 회전 행렬이다. 빔의 위치와 회전 매트릭스는 Fig. 1에서 확인 가능하다. 빔의 변형 상태를 나타내는 상태 함수(state variables)는 다음과 같이 중심축의 변위와 회전으로 나타내어진다.

$$\boldsymbol{\eta}(s) \equiv (\mathbf{z}(s), \mathbf{A}(s)) \tag{3}$$

식 (1)의 빔 형상 표현식과 운동량 보존식을 활용하면 다음과 같은 비선형 변형률(strain measure)을 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Gamma} &= \mathbf{A}^T \boldsymbol{\varphi}_{,s} - [1, 0, 0]^T \\ \hat{\boldsymbol{\Omega}} &= \mathbf{A}^T \mathbf{A}_{,s} - \mathbf{A}_0^T \mathbf{A}_{0,s} \end{aligned} \tag{4}$$

이때 $\boldsymbol{\Gamma}$ 는 인장-전단 변형률이고, $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$ 는 비틀림-휨 변형률을 나타낸다.

2.2 아이소-지오메트릭 해석(Isogeometric analysis) 방법론

아이소-지오메트릭 해석 방법론은 NURBS 기저 함수를 사용하며, NURBS 기저함수는 다음과 같은 노트 벡터(knot vector)

$$\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+p+1}\} \tag{5}$$

에서 정의된 B-spline 기저함수

$$N_I^p(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{if } \xi_I \leq \xi < \xi_{I+1}, \quad (p=0) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{6}$$

$$N_I^p(\xi) = \frac{\xi - \xi_I}{\xi_{I+p} - \xi_I} N_I^{p-1}(\xi) + \frac{\xi_{I+p+1} - \xi}{\xi_{I+p+1} - \xi_{I+1}} N_{I+1}^{p-1}(\xi) \tag{7}$$

와 가중치(weight) w_i 를 활용하여 다음과 같이 정의된다.

$$W_I(\xi) = \frac{N_I^p(\xi)w_I}{\sum_{J=1}^n N_J^p(\xi)w_J} \quad (8)$$

빔의 중심축은 NURBS 기저 함수와 제어점들의 선형 조합을 통해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\varphi(s(\xi)) = \sum_{I=1}^n W_I(\xi) \mathbf{B}_I \quad (9)$$

비선형 해석을 위해 이산화된 변위와 회전 증분들은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{z}^b &= \sum_{N=1}^n W_N \Delta \mathbf{y}_N \\ \Delta \boldsymbol{\theta}^b &= \sum_{N=1}^n W_N \Delta \boldsymbol{\theta}_N \end{aligned} \quad (10)$$

2.3 자유형상변환(Free-form deformation)을 활용한 모델 설계

원통 벽면 위에 빔 구조물을 설계하기 위하여 Fig. 2에서 소개되는 자유형상변환 방법론을 활용하였다. 이차원 구조물에 설계된 빔 형상

$$\mathbf{X}^0(\xi) = \sum_{I=1}^n N_I(\xi) \mathbf{B}_I^0 \quad (11)$$

은 초기 부모 영역(initial parent domain)에서의 매개변수 위치(parametric position) $(\tilde{\xi}, \tilde{\eta})$ 로 변환 가능하다.

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}(\xi) &= X_1^0(\xi)/b \\ \tilde{\eta}(\xi) &= X_2^0(\xi)/h \end{aligned} \quad (12)$$

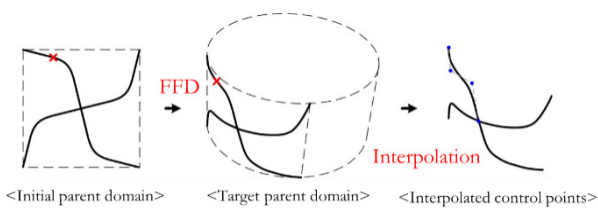


Fig. 2 Free-form deformation

여기서, b 와 h 는 부모 영역의 가로 세로 길이이다. 부모 영역의 제어점(control point)을 원통에 맞게 설정을 하면 다음과 같이 원통에 입혀진 빔의 정확한 기하학적 위치를 구해낼 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{X}}(\xi) = \sum_{I=1}^l \sum_{J=1}^m \tilde{N}_I(\tilde{\xi}(\xi)) \tilde{N}_J(\tilde{\eta}(\xi)) \tilde{\mathbf{B}}_{IJ} \quad (13)$$

보간법(interpolation)을 활용하면 빔의 정확한 기하학적 위치를 지나는 새로운 3차원 빔의 제어점들을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} N_1(\xi_1^c) \mathbf{I} & \cdots & N_n(\xi_1^c) \mathbf{I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_1(\xi_n^c) \mathbf{I} & \cdots & N_n(\xi_n^c) \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{X}}(\xi_1^c) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{X}}(\xi_n^c) \end{Bmatrix} \quad (14)$$

3. 수치 예제

3.1 비틀림 각도 계산

변위 하중(displacement load) 가해졌을 때 발생한 구조물의 비틀림 각도는 변형 전 마주보고 있는 두 점을 연결한 벡터 \mathbf{r}_I 와 변형 후 같은 두 점을 연결한 벡터 \mathbf{r}_D 의 내적을 통해 계산되었다.

$$\psi = \cos \phi = \frac{\mathbf{r}_D \cdot \mathbf{r}_I}{\|\mathbf{r}_D\| \|\mathbf{r}_I\|} \quad (15)$$

3.2 단위 구조의 해석

Fig. 3(a)와 같은 이차원 구조물을 원통의 네 부분에 자유형상변환을 활용하여 입히면 Fig. 3(b)와 같은 단위 구조가 완성된다. 여기에 5%의 압축 변형률을 변위 하중(displacement load)으로 구조물의 윗부분에 가해 주었다. 이때, 구조물의 아래 부분은 고정 경계 조건(fixed boundary condition)을 가해 주었다.

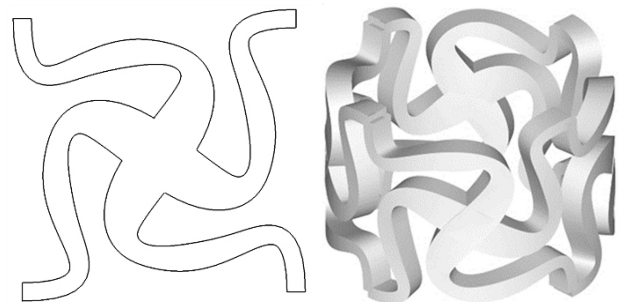


Fig. 3 (a) 2D unit cell, (b) 3D compression-twist structure

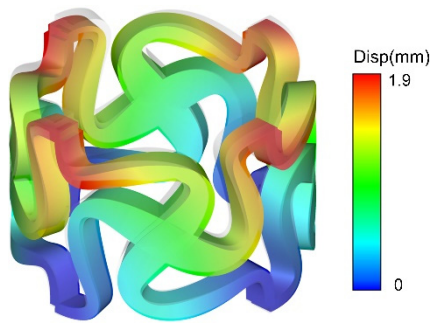


Fig. 4 Deformed shape of unit structure with magnitude of displacement

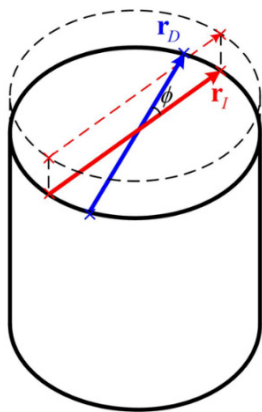


Fig. 5 Twisting angle calculation

Fig. 4는 변형 후의 모습을 변위 절대값과 함께 나타낸 해석 결과이다. Fig. 5의 각도계산에 의하면, 회전각도는 5% 압축 변형률에 대하여 2.92°가 나왔다.

3.3 비틀림 각도에 대한 셀(cell) 개수의 영향

단위 구조를 축 방향으로 여러 개 쌓았을 때 나타나는 변형 형상을 알아보기 위해 단위 구조를 3개, 5개를 쌓은 후 5%의 압축 변형률을 가해 그 변형을 확인하였다. Fig. 6은 변형 형상을 확인하기 위해 변형전의 형상과 변형 후의 형상을 동시에 표현한 그림이다. 셀의 개수가 늘어남에 따라 비틀림이 크게 발생하는 것을 확인 가능하다. 변형률에 따른 비틀림 각도를 각 모델에 대해 Fig. 7에 그래프로 표현하였다.

해석 결과 구조물의 비틀림 각도는 셀의 개수에 선형적으로 비례해서 증가함을 알 수 있다.

3.4 원통의 크기가 비틀림 각도에 미치는 영향

해석 결과로 알게 된 사실은 압축-비틀림이 결합된 움직임은 원통에 입혀진 이차원 단위 구조의 압축에 대한 전단 움직

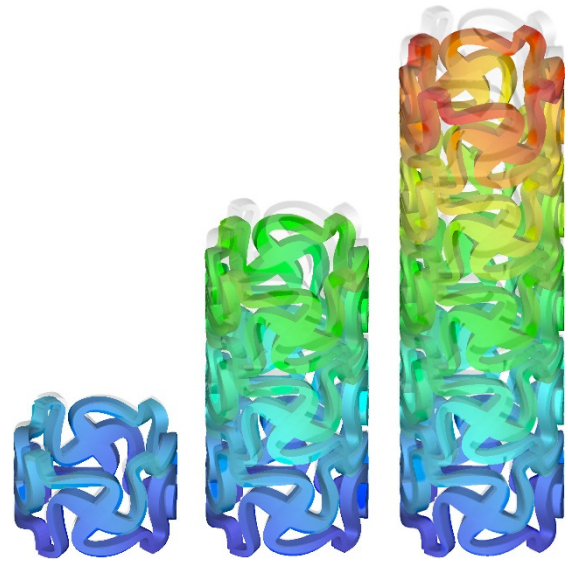


Fig. 6 Analysis of multi-cell model

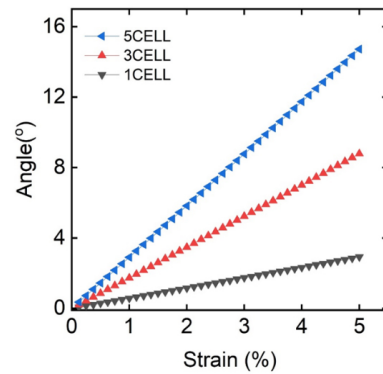


Fig. 7 Graph of multi-cell analysis

임에 의해 발생한다는 점이다. 이 사실을 확인하기 위해 매개 변수 연구를 진행하였다.

원통의 반지름을 증가시켜 가며 비틀림 각도를 조사해 본 결과 Fig. 8에 그래프로 표시한 것과 같이 비틀림 각도가 반지름의 크기의 제곱에 반비례한다는 결과를 얻을 수 있었다. 서로 다른 반지름을 가지는 구조물에 대한 해석 결과는 Fig. 9에 변위의 절대값과 함께 도시하였다.

원통의 높이를 증가시켜 가며 비틀림 각도를 조사해 본 결과 Fig. 10의 그래프와 같이 비틀림 각도가 높이의 제곱에 비례한다는 결과를 얻을 수 있었다. 하지만, Fig. 11에서 확인할 수 있듯이 원통의 높이가 증가할수록 구조물의 비선형성이 증가하여 원통의 둘레가 넓어지는 결과를 보였다. 따라서 원통의 높이를 증가시켜서 비틀림 각도를 증가시키는데 한계가 있음을 알 수 있다.

이상의 결과를 수식으로 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

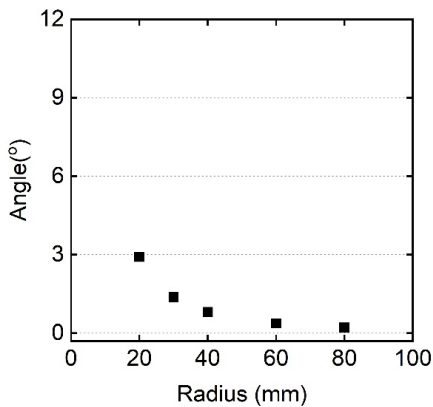


Fig. 8 Graph of twisting angle for various cylinder radius

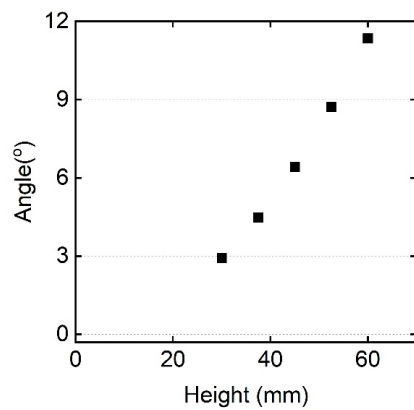


Fig. 10 Graph of twisting angle for various cylinder height

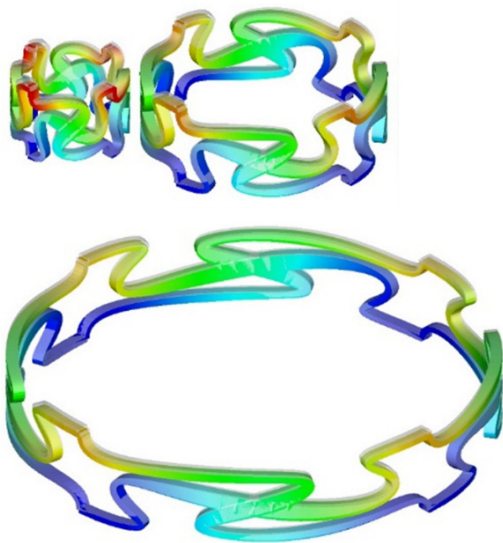


Fig. 9 Parametric study on radius of cylinder (a) 20mm, (b) 40mm, (c) 80mm



Fig. 11 Parametric study on height of cylinder (a) 30mm, (b) 60mm, (c) top view of 60mm model

을 알아냈다. 이러한 점을 통해 본 논문에서 제안한 구조물은 이차원 구조의 전단에 의해 비틀림이 발생한다는 사실을 알 수 있다.

References

- Bertoldi, K., Vitelli, V., Christensen, J., Van Hecke, M.** (2017) Flexible Mechanical Metamaterials, *Nature Rev. Mater.*, 2(11), pp.1~11.
- Chen, W., Ruan, D., Huang, X.** (2018) Optimization for Twist Chirality of Structural Materials Induced by Axial Strain, *Mater. Today Commun.*, 15, pp.175~184.
- Cho, S., Ha, S.H.** (2009) Isogeometric Shape Design Optimization: Exact Geometry and Enhanced Sensitivity, *Struct. & Multidiscip. Optim.*, 38(1), pp.53~70.
- Farrell, D.T., McGinn, C., Bennett, G.J.** (2020) Extension Twist Deformation Response of an Auxetic Cylindrical Structure Inspired by Deformed Cell, *Compos. Struct.*, 238, p.111901.
- Frenzel, T., Kadic, M., Wegener, M.** (2017) Three-Dimensional Mechanical Metamaterials with a Twist, *Sci.*, 358(6366), pp. 1072~1074.
- Hughes, T.J.R., Cottrell, J.A., Bazilevs, Y.** (2005) Isogeometric Analysis: CAD, Finite Elements, NURBS, Exact Geometry and

$$\phi \propto M \left(\frac{H}{R} \right)^2 \quad (16)$$

여기서, M 은 축 방향의 셀 개수, H 는 원통의 높이, R 은 원통의 반지름을 의미한다.

4. 결론

압축과 비틀림이 결합된 빔 구조물을 정확하게 해석하기 위하여 기하학적으로 엄밀한 빔 모델링과 아이소-지오메트릭 해석 방법론을 활용하였다. 비틀림 각도에 영향을 미치는 여러 변수들을 확인하기 위하여 단위 구조를 여러 개 겹치거나 원통의 크기를 변화시키며 비틀림 각도에 영향을 미치는 변수들에 대해 조사하였다. 주어진 변형률에 대하여 비틀림 각도는 셀의 개수에 비례하며, 원통의 중횡비의 제곱에 비례한다는 점

- Mesh Refinement, *Comput. Methods Appl. Mech. & Eng.*, 194 (39-41), pp.4135-4195.
- Lipton, J.I., MacCurdy, R., Manchester, Z., Chin, L., Cellucci, D., Rus, D.** (2018) Handedness in Shearing Auxetics Creates Rigid and Compliant Structures, *Sci.*, 360(6389), pp.632-635.
- Ma, C., Lei, H., Hua, J., Bai, Y., Liang, J., Fang, D.** (2018) Experimental and Simulation Investigation of the Reversible Bi-Directional Twisting Response of Tetra-Chiral Cylindrical Shells, *Compos. Struct.*, 203, pp.142-152.
- Novak, N., Vesenjaj, M., Ren, Z.** (2016) Auxetic Cellular Materials - A Review, *Strojniski Vestnik/J. Mech. Eng.*, 62(9), pp.485-493.
- Oh, M.-H., Choi, M.-J., Byun, T., Cho, S.** (2017) Porous Structures with Negative Poisson's Ratio using Pattern Transformation Triggered by Deformation, *J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea*, 30(4), pp.275-282.
- Wu, W., Geng, L., Niu, Y., Qi, D., Cui, X., Fang, D.** (2018) Compression Twist Deformation of Novel Tetrachiral Architected Cylindrical Tube Inspired by Towel Gourd Tendrils, *Extreme Mech. Letters*, 20, pp.104-111.

요 지

본 논문에서는 CAD 시스템에서 사용하는 NURBS 기저함수를 사용하는 아이소-지오메트릭 해석(Isogeometric analysis) 방법과 기하학적으로 엄밀한 빔 모델링(geometrically exact beam model)을 활용하여 회전과 병진 운동이 결합된 새로운 형태의 메타물질 (metamaterial)에 대한 해석을 진행하였다. 이차원 셀 구조는 자유형상변환(Free-form deformation) 법과 적절한 내삽법(Interpolation)을 통해 원통 위에 입혀졌다. 원통의 치수와 셀 개수가 비틀림 각도에 미치는 영향이 매개변수 연구(parametric study)를 통해 확인되었다. 비틀림과 병진 운동이 결합된 구조의 메커니즘에 대해 수치 예제를 통해 알아보았다.

핵심용어 : 메타물질, 아이소-지오메트릭 해석, 압축-비틀림 운동