

## 수학적 모델링 관점에 따른 한국과 싱가포르의 통계영역 과제 분석: 중학교 1학년 교과서를 중심으로

김소민<sup>1)</sup>

본 연구는 한국과 싱가포르의 중학교 1학년 교과서의 통계영역에 제시된 과제를 수학적 모델링 관점에서 비교·분석함으로써 두 나라의 학생들이 각각 접할 학습 내용과 학습 경험의 기회를 확인하고자 하였다. 또한 이를 바탕으로 통계영역의 교과서 개발 및 보완 측면에서 시사점을 찾아보고자 하였다. 교과서 과제는 수학적 모델링 과정 반영, 데이터 제공 유형, 표현 형식, 문제 상황 맥락, 수학적 활동의 5가지 측면으로 분석하였다. 분석 결과, 한국과 싱가포르 교과서 모두 수학적 결론을 구하는 과제와 과제 해결에 필요한 데이터만 제공되는 과제, 표나 그림으로 표현되는 과제의 비중이 가장 높았다. 한국과 싱가포르 교과서에 반영된 실세계 맥락과 수학적 활동의 경우는 서로 비중에 차이가 있었다. 이를 바탕으로 향후 수학적 모델링 활동을 지원하기 위한 교과서 과제 개발에 대한 다음과 같은 시사점을 도출하였다. 수학적 모델링 과정의 균형 있는 경험 제공과 다양한 표현 형식의 과제를 제시함으로써 학생들의 인지적 수준을 높이며, 의미 있는 수학적 과정을 경험할 수 있는 기회의 확대가 필요하다. 또한, 수학적 모델링 활동에 대한 학생들의 흥미 또는 학습동기를 위해 맥락적 현실성이 높은 과제를 제시할 필요가 있다.

주요용어 : 교과서 분석, 수학 과제, 수학적 모델링, 통계영역

### I. 서론

AI(Artificial Intelligence)가 사회와 교육 전반에 적용되고, Big Data를 활용해 다양한 문제를 해결하는 시대가 왔다. 특히 누구나 쉽게 데이터에 접근이 가능하고 실생활의 여러 현상을 분석하여 일정한 패턴을 발견하고, 독립적으로 의사결정을 내릴 수 있는 시대가 도래한 것이다. 이러한 시대의 변화 속에 수학을 통해 실생활과 연계된 문제를 수학적으로 해결해보는 경험의 중요성이 강조되고 있다. 이에 대한 하나의 방안으로 학생들에게 수학적 모델링 활동을 경험을 할 수 있는 기회를 제공하는 것을 들 수 있다. 수학적 모델링이란 현실 세계의 여러 현상의 관계를 확인하여 해석 또는 분석하고 종합하는 단계를 거쳐서 수학적 모델을 만들고 이를 통하여 문제를 해결하는 과정을 의미한다(Swetz, 1991). 수학적 모델링의 중요성 및 교육적 효과를 고려하여, 우리나라를 비롯한 미국, 싱가포르 등이 수학과 교육과정에 수학적 모델링을 적용하고, 학교 수업에서의 수학적 모델링 활동을 강조하고 권장하고 있다(National Council of Teachers of Mathematics[NCTM], 1991, 2000; 교육부, 2015; Curriculum Planning and Development Division[CPDD], 2019). 이처럼 수학적 모델링이 수학과 교육

\* MSC2010분류 : 97B70, 97D99

1) 인하대학교 강사 (thals8410@gmail.com)

과정에 적용되었다는 것은 실세계 현상과 수학 사이의 연결성을 강화하여, 실세계 문제 상황을 수학적으로 바라보고 해석할 수 있는 안목을 기르고, 그 문제 상황을 해결할 수 있는 기회를 제공하고자 하는 목적이 있는 것으로 생각된다.

본 연구에서는 한국과 싱가포르의 수학 교과서에 제시된 통계 과제를 수학적 모델링 관점에서 비교·분석하여, 학교 수업에서 수학적 모델링 활동이 활발히 이루어질 수 있도록 교과서 과제 개발 및 개선을 위한 시사점을 얻고자 한다. 이러한 비교 교육 연구는 통계교육 및 수학적 모델링에 관한 국제적인 동향 파악과 동시에, 우리나라의 통계교육 및 수학적 모델링에 대하여 더 나은 이해와 발전 및 개선을 가능케 할 시사점을 도출할 수 있다는 점에서 의미가 있다(권오남, 이경원, 이아란, 한채린, 2019; Trethewey, 1976). 싱가포르는 인재양성을 위해 교육에 많은 투자를 하며(서동엽, 2016), PISA와 TIMSS 등의 국제 학업성취도 평가에서 최상위권에 위치한다는 점에서 우리나라와 유사하다(김소민, 2019). 또한, 최근 싱가포르는 2020년부터 시행되는 새로운 수학과 교육과정을 공표하였다(CPDD, 2019). 따라서 교육과정을 최근에 개정한 만큼 국제 동향을 잘 반영하였을 것이기에 싱가포르 교과서는 우리나라 교과서와 비교연구를 하기에 적절한 선택이라고 할 수 있다.

## II. 이론적 배경

### 1. 수학적 모델링과 수학과 교육과정

일반적으로 모델(model)은 어떤 현상이나 대상, 체계에 대하여 설명 또는 묘사하고, 이를 이해하고 예측하는 데 사용되는 틀이라고 볼 수 있다. 따라서 모델은 문제 상황 속의 여러 복합적인 요소들의 관계나 작용, 규칙 등과 같은 것을 찾아 기술하거나 구조화하고 예측하는 데 사용될 수 있는 시스템이다(Doerr & English, 2003; Lesh & Doerr, 2000; 김민경, 홍지연, 김은경, 2009). 여기서 Niss(1989)는 수학적 모델을 실세계의 문제 상황과 수학적 대상, 관계, 구조 등과의 관계를 구체적으로 연결하는 조합으로 설명하고 있다. 또한 강옥기(2007)에 따르면, 실세계 현상을 수학적 방법으로 나타낸 추상적 모델이라면 수학적 모델로 간주한다. 따라서 문자, 기호, 수식, 그래프, 도형, 도표 등으로 표현된 모델은 모두 수학적 모델로 판단한다(양지수, 2021, 재인용).

수학적 모델링은 이러한 수학적 모델을 구성하고 이를 사용하는 전 과정을 말하는데(Swetz, 1991; 조정길, 2006), 이는 실세계 문제 상황에 대한 해석에서 출발하여, 수학적 모델을 도출하고, 이를 활용하여 비구조화된 문제 상황을 해결 및 이에 대한 결론을 내리는 과정의 반복이라고 할 수 있다(Blum & Leiß, 2007; English, 2006; Kaiser, 2017; 정혜윤, 정진호, 이경화, 2020). 특히 학생들이 이와 같은 모델을 도출하는 활동을 통해서 얻은 문제의 해답뿐만 아니라 그들의 ‘사고의 방법’ 또한 이 활동의 중요한 산출물로 여겨지는데, 모델 개발을 학습으로 보는 Lesh & Doerr(2000)에 의하면 학생들이 문제의 해결책을 발전시킬 때 학습이 이루어지고, 이를 기록한다고 보았다(김민경 외, 2009).

이처럼 수학적 모델링이 수학 학습 또는 정의적 영역에 미치는 영향에 관한 여러 선행연구에 따르면, 수학적 모델링을 통해 학생들의 수학적 이해와 창의적 사고를 촉진하고, 실세계 문제해결 역량을 향상시키고, 낮은 수준의 학생들의 수학적 호기심과 수학적 가치 인식에 긍정적인 영향을 줄 수 있었다(Blomhøj & Kjeldsen, 2013; 박진형, 2017; 심지은, 2012; 양은영, 2016).

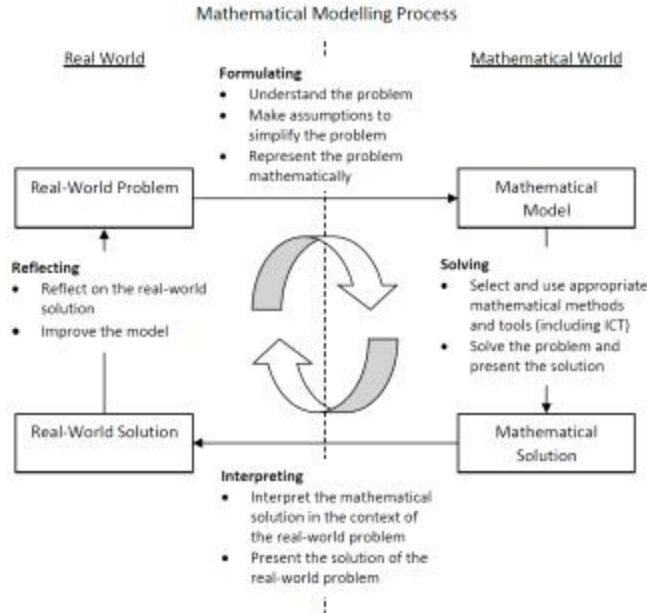
수학적 모델링의 이와 같은 다양한 교육적 효과는 수학적 모델링의 교육과정 반영으로 이어졌는데, 우리나라를 비롯한 미국, 싱가포르, 아이슬란드, 중국 등 여러 국가에서 수학적 모델링을 수학과 교육

과정의 핵심역량에 포함시켰다(정혜윤, 정진호, 이경화, 2020). 수학적 모델링이 학교수학의 교육과정에 적용되었다는 것은 실제적으로 학생들의 실생활 상황과 수학적 응용의 연결 능력을 강화함으로써 실세계 관련 문제해결력 신장과 수학의 가치 인식의 기회를 제공하고자 하는 데 있다.

먼저 본 연구에서 다루고자 하는 국가인 싱가포르의 교육과정에 반영된 수학적 모델링을 살펴보고자 한다. 최근 싱가포르는 2020년부터 시행되는 새로운 수학과 교육과정을 공표하였다(CPDD, 2019). 싱가포르 2020 수학과 교육과정의 핵심적인 주안점은 다음 3가지로 요약될 수 있다. 첫째, 학생들의 수학 학습을 강화하고 21세기 역량 개발을 지원하는 추론, 의사소통, 그리고 모델링과 같은 중요한 수학적 과정의 발전을 지속한다. 둘째, 학생들의 깊고 강력한 수학적 이해와 학문에 대한 더 나은 이해를 발전시키기 위해 수학의 본질과 학문의 중심인 Big Ideas에 대한 인식을 높이고, 다른 주제 사이의 일관성과 연결성을 제공한다. 마지막으로 자기주도적 학습과 성찰을 촉진함으로써 학생들의 메타인지 발달에 주의를 기울인다(CPDD, 2019).

또한 싱가포르 2020 수학과 교육과정에서 새롭게 나타난 특징으로 수학의 본질 강조와 이를 바탕으로 한 수학적 주제와 수학적 대상에 대한 Big Ideas를 들 수 있는데(최인용, 송민호, 김화경, 정인우, 2021), 모델에 대한 Big Ideas가 그중 하나다. 이와 관련된 수학적 주제는 추상화와 적용 그리고 표현과 의사소통으로, 모델을 수학적 대상과 표현을 사용한 실제 상황이나 현상의 추상화로 보며, 실세계 문제에 대한 근사치, 단순화 또는 이상화로서 모델은 가정을 동반하고 한계를 가지며, 이러한 모델에서 도출된 수학적 해법은 검증되어야 함을 제시하고 있다(CPDD, 2019).

싱가포르 수학과 교육과정의 큰 특징은 수학적 문제해결 역량 신장에 초점을 맞추고 있다는 것인데, 이를 지원하기 위해 개념, 기술, 과정, 메타인지, 태도의 다섯 가지 요소로 이루어진 수학과 교육과정 프레임워크를 제시하고 있다. 이 중 수학적 과정에 포함되는 수학적 모델링 과정에 대한 설명이 다음 [그림 II-1]과 같이 제시되어 있다.



[그림 II-1] 싱가포르 교육과정에 제시된 수학적 모델링 과정(CPDD, 2019, p. 10)

또한 기존 싱가포르 2013 교육과정에서는 수와 대수, 기하와 측정 영역의 학습내용의 한 단원으로 제시되었던 ‘Problems in real-world context’가 2020 교육과정에서는 도입부 전면에서 제시됨으로써 실세계 맥락의 문제를 해결하기 위해 경험하는 수학적 모델링을 모든 수학 영역과 수준에서 필요한 학습 경험 또는 활동으로 간주하고 이를 강조하고 있다고 볼 수 있다. 이처럼 싱가포르의 2020 수학과 교육과정은 실세계 맥락을 바탕으로 한 문제해결 역량과 함께 수학적 모델링 과정의 경험을 강조하고 있음을 알 수 있다.

다음은 우리나라 2015 개정 교육과정에서 반영된 수학적 모델링에 대하여 알아보도록 한다. 2015 개정 수학과 교육과정에서 수학적 모델링은 6가지 수학 교과 역량 중 하나인 문제해결 역량의 하위 요소인 문제 이해 및 전략 탐색, 계획 실행 및 반성, 협력적 문제해결, 수학적 모델링, 문제 만들기 중 하나로 제시되었다. 수학적 모델링 능력을 “실생활 문제 상황을 수학적으로 나타내고 분석하여 결론을 도출하고 이를 상황에 맞게 해석하는 능력”으로 정의하고 있으며, 이를 구현하기 위한 “(상황) 모델링하기, 변환하기, 분석하기, 적용하기, 활용하기, 해석하기, 결론 도출하기, 점검하기” 기능을 포함하고 있다(교육부, 한국과학창의재단, 2015, p. 40).

또한 수학과 교육과정에서 제시하는 문제해결 역량은 “해결 방법을 알고 있지 않은 문제 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용하여 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 능력”(교육부, 2015, p. 4)인데, 이를 함양하기 위한 교수·학습 방법으로, 하위 요소인 “수학적 모델링 능력을 신장하기 위해 생활 주변이나 사회 및 자연 현상 등 다양한 맥락에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고 이를 일반화”하도록 한다(교육부, 2015, p. 38).

2015 개정 교육과정에서는 심화 과정인 <고급 수학Ⅱ>에 ‘수학적 모델링’ 영역을 신설하여, “수학의 다양한 개념과 아이디어를 활용하여 수학적 모델링 과정을 경험할 수 있도록 구성”하였다(교육부, 한국과학창의재단, 2015, p. 154). 즉, 실생활 문제를 수학적 문제로 변환하여 해결한 후, 그 결과를 해석하여 다시 실생활 문제를 해결할 수 있는 기회를 제공하는 것이다. 어떤 실생활 문제 상황을 해결하기 위해 수학을 이용하는 동시에 관련 수학 지식을 학습할 수 있다면, 학생들 스스로 수학의 유용성 및 가치를 알 수 있을 것이다(김선희, 2005; 교육부, 한국과학창의재단, 2015, 재인용). 이처럼 <고급 수학Ⅱ>와 같은 전문교과에서 수학적 모델링을 다룸으로써 실생활 현상을 수학적으로 표현하고 문제를 해결하는 방법의 중요성을 인식하고, 그 한계 및 의의에 대해서 생각해 보는 기회를 제공하고자 하였다(교육부, 한국과학창의재단, 2015).

## 2. 수학적 모델링과 교과서 과제 분석

교과서는 교육과정 문서에서 제시한 성취 기준 및 내용을 반영하여 학교수학에서 다루어야 할 내용과 그 순서, 형식 등이 구체화되어 있는 교육과정 자료이다(조수현, 김구연, 2021). 교과서는 교사와 학생이 가장 쉽게 접할 수 있는 자료로, 교사의 수업 구성과 학생의 학습에 강력한 영향을 미친다(정혜윤, 정진호, 이경화, 2020; 조수현, 김구연, 2021). 여러 연구자들에 따르면, 학생들이 갖게 되는 수학적 경험 또는 학습 기회는 교과서에서 어떤 수학 과제를 제시하느냐와 밀접한 관련이 있다(NCTM, 2000, 2014; Simon & Tzur, 2004). 과제는 학교수학에서 다루지는 가장 기본 단위로써(Doyle, 1983), 수학 교과에 대한 학생들의 인식과 수학적 시각과 사고 과정의 구체화 등에 영향을 미친다(조수현, 김구연, 2021; Stein, Grover, & Henningsen, 1996). 따라서 교과서에 제시된 수학 과제에 대한 분석 연구는 그 과제를 통해 경험할 수 있는 수학적 활동의 수준과 방향을 파악하고, 더 나아가 학생들의 수학적 활동 수준과 방향의 개선을 위한 시사점을 제공할 수 있다는 측면에서 중요하다고 할 수 있다

(이지현, 2012; 정혜윤, 정진호, 이경화, 2020; Stein, Grover, & Henningsen, 1996). 따라서 수학적 모델링 관점에서의 교과서 과제 분석은 제시된 과제가 제공하는 수학적 모델링 활동의 방향과 과정을 파악하고, 이를 바탕으로 학생들의 수학적 모델링 활동 경험의 기회 확장을 위한 시사점을 제공할 수 있다(박선영, 한선영, 2018; 정혜윤, 정진호, 이경화, 2020).

기존 수학적 모델링과 관련된 연구는 수학적 모델링의 교육적 효과에 초점을 맞추었으나(정혜윤, 이경화, 정진호, 2020), 최근에는 수학적 모델링 관점에서 분석한 수학 과제 연구가 여러 연구자들(김민경, 2010; 박선영, 한선영, 2018; 정승요, 박만구, 2016; 정혜윤, 이경화, 정진호, 2020; 정혜윤, 정진호, 이경화, 2020)에 의해서 시행되었다. 수학적 모델링 과제에 관한 선행연구는 초등수학 연구와 중등수학 연구로 크게 둘로 나눌 수 있다. 먼저 초등학교 수학 교과서에 제시된 과제를 수학적 모델링 관점에서 분석한 연구들(김민경, 2010; 정승요, 박만구, 2016; 정혜윤, 이경화, 정진호, 2020)에 따르면, 수학 과제를 통해 수학적 모델을 형성하고 이를 적용하거나 풍부한 의사소통을 경험하기 어려웠으며, 학생들의 흥미를 자극하는 다양한 실세계 맥락이 아닌 특정 영역에 관련된 과제가 많았고, 수학적 모델링 과정 또한 특정 단계에 관련된 과제가 높은 비율로 나타나 수학적 모델링 역량에 제한이 생길 수 있음을 밝혔다. 다음으로 중학교 수학 교과서에 제시된 과제를 수학적 모델링 관점에서 분석한 연구들(박선영, 한선영, 2018; 정혜윤, 정진호, 이경화, 2020)에 따르면, 공통적으로 대부분의 과제가 수학적 모델링 과정 중 수학적 결과 도출 또는 결과 해석하기 단계에 집중되어 있음을 보였다. 또한 정혜윤, 정진호, 이경화(2020)는 문제를 해결하기 위해 필요한 조건 또는 데이터가 과제에 제공되는 유형과 과제 표현 종류의 다양성을 강화해야 할 필요성을 주장하였다. 앞서 제시한 수학적 모델링 과제 분석에 대한 최근 선행연구를 종합해보면, 수학교육에서 실생활 맥락을 기반으로 한 문제해결 또는 수학적 모델링 활동이 강조되고 있음에도 불구하고 전반적으로 과제 분석에 관련된 연구가 많지 않았다. 또한 우리나라의 2015 개정 수학과 교육과정의 개정 방향 중 하나로 실생활 중심의 통계 내용 재구성을 들 수 있는데(교육부, 한국과학창의재단, 2015), 이는 실생활 맥락의 문제 상황 분석에서 시작하는 수학적 모델링 과정과 무관하지 않다. 그러나 통계영역에서 교과서 과제 분석을 통한 수학적 모델링 학습 촉진 및 기회 제공에 관한 연구는 부족한 것으로 나타났다. 따라서 통계영역 교과서의 과제에 반영된 수학적 모델링 과정 및 특징을 파악하고, 학생들에게 수학적 모델링 활동을 통한 실세계 문제 상황 해결 및 수학 학습의 기회를 주기 위해, 수학적 모델링 관점으로 통계영역 교과서의 과제를 분석할 필요가 있다.

### 3. 수학적 모델링 관점에 따른 수학 과제 분석 기준

수학적 모델링의 관점에서 수학 교과서 과제를 분석하는 기준은 매우 다양하지만, 그 다양한 기준을 큰 범주로 분류해 본다면 다음과 같은 4가지로 구분해 볼 수 있다.

첫째, 수학 과제가 수학적 모델링 과정을 적절하게 반영하고 있는지 여부이다. 대부분의 수학 교과서에서는 수학적 모델링에 요구되는 인지적 수준 및 역량 등의 여러 가지 현실적인 제한에 의해 수학적 모델링의 과정 전체를 반영하고 있는 과제는 쉽게 찾아보기가 어렵다(정혜윤, 정진호, 이경화, 2020).

둘째, 수학 과제에 반영된 실세계 맥락의 적정성 여부이다. 이는 수학 과제에 제시된 문제 상황의 맥락이 학생들이 주변에서 접할 수 있는 현실성이 있는 과제인지에 대하여 초점을 맞추고 있다. 수학적 모델링 관점에서의 맥락의 적절성은 문제 상황의 실생활 영역 또는 소재뿐만 아니라 데이터 또는 정보의 과잉과 결핍 등도 고려한다(장혜원, 최혜령, 강윤지, 김은혜, 2019; 정혜윤, 정진호, 이경화,

2020).

셋째, 수학 과제를 제시하는 표현 형식에 따른 다양한 수준의 수학적 모델링 학습 기회의 제공 여부이다. 글과 그림으로 적절히 표현된 과제를 통해 학생들에게 비형식적 표현과 추론에 의한 수학적 모델링 경험을 점진적으로 제공하는지 분석한다(정혜윤, 정진호, 이경화, 2020).

넷째, 수학 과제가 학생들로 하여금 다양한 수학적 활동을 하도록 구성되어 있는지 여부이다. 수학적 활동은 문제를 해결하는 과정에서 학생이 참여하는 일련의 수학적 사고 과정(손태권, 황성환, 여승현, 2020) 또는 수학적 행동으로, 과제가 요구하는 수학적 활동에 따라 학생들의 학습기회가 달라질 수 있기 때문에(Charalambous, Delaney, Hsu, & Mesa, 2010) 수학적 모델링 관점에서 어떤 수학적 활동을 요구하는지 분석한다. 수학적 활동도 연구자들에 따라 다양하게 분류되는데, Glasnovic Gracin(2018)은 표상으로 나타내기, 계산하기, 정당화하기, 문제 해석하기로 분류한 바 있다(손태권, 황성환, 여승현, 2020). 따라서 본 연구에서는 통계영역 교과서의 과제를, 수학적 모델링 과정 반영의 적절성 여부, 과제의 실생활 맥락과 이에 포함된 데이터의 현실성 여부, 과제를 제시하는 표현의 형식, 과제가 제공하는 수학적 활동의 유형을 바탕으로 수학적 모델링 학습의 기회를 분석하고자 한다. 이를 위한 구체적인 수학적 모델링 과정, 문제 상황의 맥락과 데이터의 유형, 과제 제시 표현의 형식, 수학적 활동의 유형은 제3장 연구 방법의 수학적 모델링 과제 분석틀에서 자세히 살펴본다.

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 대상

##### 1) 교과서 선정

본 연구에서는 한국과 싱가포르의 수학 교과서에 제시된 실세계 맥락 과제를 수학적 모델링 관점에서 분석 및 비교하기 위해, 중등학교 수학 교과서의 통계영역 과제를 연구 대상으로 삼았다. 먼저 싱가포르 교과서인 Shing Lee Education(SL Education)에서 출판한 가장 보편적인 과정인 Express(O-level) 과정의 중등과정 1학년 교과서 1종(Heng, Seng, Fong, Lee, & Hong, 2020)의 통계영역을 선택하였고, 한국 교과서로는 교육부의 여러 검인정교과서 중 무작위로 선택한 미래엔 출판사의 중학교 1학년 수학 교과서 1종의 통계영역을 선택하였다. 한국의 경우 2학년 과정에서 통계영역을 가르치지 않으므로 중등과정을 시작하는 1학년만을 선택하였다. 최근 개정된 싱가포르 2020 수학과 교육과정을 반영한 교과서를 탐색한 결과, 새로운 교육과정을 반영한 수학 교과서로 SL Education 출판사의 교과서 1종 밖에 찾을 수가 없었다. 부득이하게 균형을 맞춰, 국가 교육과정을 반영한 검인정 교과서의 보편성을 가정하여 한국 교과서도 여러 종류의 교과서 중에 임의로 1종의 미래엔 수학 교과서(황선욱 외 6인, 2017)를 선정하게 되었다. 이처럼 한정된 학년과 교과서의 종류는 본 연구의 제한점으로 볼 수 있으므로, 본 연구는 통계영역 교과서 과제를 수학적 모델링 관점으로 분석한 기초연구로서의 발판 역할을 하기 바란다.

##### 2) 교과서 과제 선정

먼저 싱가포르와 한국 수학 교과서의 통계영역의 단원 구성을 살펴보고(<표 III-1>) 다음과 같은

수학적 모델링 관점에 따른 한국과 싱가포르의 통계영역 과제 분석 : 중학교 1학년 교과서를 중심으로

기준에 따라 과제를 선정했다. 첫째, 실생활 맥락을 기반으로 한 문제를 과제로 선정하였다. 수학적 모델링의 출발은 실세계 문제 상황의 분석으로부터 출발하는 것이므로 단순 계산 문제가 아닌 실생활 맥락을 기반으로 한 문제를 과제로 선정하였다. 둘째, 여러 개의 딸림 문항으로 이루어진 문제의 경우, 각각의 딸림 문항을 모두 다른 과제로 간주하였다. 딸림 문항이 있는 문제를 하나의 과제로 취급하였을 경우, 문제가 반영한 수학적 모델링의 일부 과정을 복수 선택을 해야 할 경우가 생기기 때문에, 모든 딸림 문항을 독립적인 과제로 보았다. 이를 기준으로 선정된 두 나라의 수학 교과서의 통계영역 과제의 수는 다음 <표 III-2>와 같다.

<표 III-1> 싱가포르와 한국 교과서의 단원 및 학습 내용 구성

교과서	대단원	소(중)단원	학습 내용
싱가포르	통계 데이터 다루기 (statistical data handling)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 도수표</li> <li>• 그림그래프(픽토그램)</li> <li>• 막대그래프</li> <li>• 원그래프(파이차트)</li> <li>• 선그래프</li> <li>• 통계적 표현의 평가</li> <li>• 통계조사</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 도수표, 그림그래프, 막대그래프, 원그래프, 선그래프</li> <li>• 각기 다른 목적에 맞는 통계그래프의 적절함에 대한 이유 설명하기(통계적 표현의 평가)</li> <li>• 자료의 수집하기, 분류하기, 표 만들기, 묘사하기, 분석하기, 해석하기와 통계조사(statistical investigation), 추론, 예측, 정보에 의한 의사결정</li> <li>• 통계 데이터나 그래프의 오역(misinterpretation)의 이유 설명하기</li> </ul>
한국	통계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 자료의 정리와 해석</li> <li>• 공학적도구의 이용</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 줄기와 잎 그림, 도수분포표와 히스토그램, 도수분포다각형, 상대도수와 그래프,</li> <li>• 공학적 도구의 이용(s/w: 통그래피, 이지통계)</li> </ul>

<표 III-2> 싱가포르와 한국의 교과서별 과제의 개수와 쪽수

교과서	과제 개수	교과서 쪽수: pages
싱가포르	154	32
한국	73	31

한국과 싱가포르 교과서에서의 과제의 수가 거의 2배 정도 차이가 나는 이유는 싱가포르 교과서의 경우, 개념 설명보다 과제 중심으로 교과서가 구성되어 있고, 한국의 미래엔 교과서의 경우, 수학적 개념 또는 학습 내용에 대한 설명이 싱가포르 교과서에 비해 많으며, 소단원 공학적 도구의 이용 단원에서 실제 공학도구를 어떻게 사용하는지 그 방법에 대한 설명과 그림이 다섯 쪽에 걸쳐 길게 제시되어있기 때문이다.

## 2. 수학적 모델링 과제 분석틀

본 연구에서 사용한 수학적 모델링 과제 분석틀은 앞서 제시한 수학적 모델링 관점에 따른 4가지 과제 분석 기준인 수학적 모델링 과정 반영, 과제의 실세계 맥락의 적정성, 과제의 표현 형식, 과제의 수학적 활동을 바탕으로 구성되었다. 최종적으로 수학적 모델링 과제 분석틀을 구성하는 다음의 5가지 요소를 추출하였다.

- ① 수학적 모델링 과정의 반영 여부
- ② 과제가 제공하는 데이터의 유형
- ③ 과제의 표현 유형
- ④ 실세계 문제 상황의 맥락 유형
- ⑤ 과제의 수학적 활동 유형

이 중에서, 앞의 3가지인 수학적 모델링 과정, 제공된 데이터 유형, 과제 표현 형식은 중학교 1학년 교과서 기하영역의 과제를 수학적 모델링 관점에서 분석한 정혜윤, 정진호, 이경화(2020)의 연구에서 제시한 과제 분석틀이며, 문제 상황의 맥락 유형과 수학적 활동 유형은 추가된 요소이다.

### 1) 수학적 모델링 과정에 따른 과제 분류

수학적 모델링의 세부 과정은 연구자들의 관점에 따라 매우 다양하게 제시된다. 우리나라와 싱가포르 모두 교육과정에 반영된 수학적 모델링 활동에서 검증 및 반성 단계와 모델의 한계 또는 의의에 대해서 생각해 보는 단계 등을 중요시 하였기에(CPDD, 2019; 교육부, 한국과학창의재단, 2015), 본 연구에서는 검증하기 단계가 있는 Blum & Leiß(2007)의 7단계로 세분화된 수학적 모델링 과정을 기준으로 하였다. 따라서 정혜윤, 정진호, 이경화(2020)의 연구에서 제시한 Blum & Leiß(2007)의 수학적 모델링의 각 과정을 반영한 과제 분석틀을 사용하였는데, 각 과정의 특성에 따라 어떤 과제가 제시되는지 파악할 수 있도록 각 과정에 대한 설명을 추가하여 다음 <표 III-3>과 같이 제시한다.

<표 III-3> 수학적 모델링 과정에 따른 과제 분석틀

수학적 모델링 과정	설명	과제 분류의 예
상황이해 (understanding the situation: US)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 과제의 목표를 파악하고, 이를 기반으로 주어진 상황을 진단하는 단계</li> <li>• 정제되지 않은 실세계 문제 상황을 제공한 후, 주어진 상황에서 어떤 요소가 어떤 영향을 미치는지 등을 파악하고, 주어진 문제 상황의 전반을 이해하는 단계.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 주어진 상황에서 얻으려는 목표나 결론을 묻는 과제</li> <li>• 문제해결에 필수적인 데이터가 과제에 제공되지 않은 과제</li> <li>• 문제해결에 필요한 데이터와 불필요한 데이터가 모두 제공된 상황에서 불필요한 데이터를 제거할 것을 요구하는 과제</li> </ul>
현실 모델 수립 (setting up the real model: RM)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 실세계의 상황을 수학적 모델로 변환하기 적합한 ‘현실모델’을 구축하기 위한 정제 단계</li> <li>• 수학적 모델을 구축하기 알맞도록</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 문제에 포함되지 않은 데이터의 추가 수집을 요구하는 과제</li> <li>• 실제 수집이 불가능한 데이터를 가정할 것을 요구하는 과제</li> </ul>



수학적 모델링 관점에 따른 한국과 싱가포르의 통계영역 과제 분석 : 중학교 1학년 교과서를 중심으로

	주어진 상황에 대한 자료 수집, 상황의 구조화, 단순화 또는 이상화하는 단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 데이터가 복잡한 경우 데이터를 단순화할 것을 요구하는 과제</li> </ul>
수학화 (mathematizing : MM)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 현실모델의 요소들과 그들 사이의 관계를 수학적 표현과 수학적 개념을 이용하여 기술하는 단계</li> <li>• 수학적 모델 수립 단계</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 주어진 상황을 표나 그래프 등 수학적으로 표현할 것을 요구하는 과제</li> <li>• 변수 간 관계를 수학적으로 표현하고 해당 구조의 수학적 대상을 찾는 과제</li> </ul>
수학 결과 얻기 (working with mathematics: WM)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학적 개념, 원리 등의 수학적 지식을 이용하여 수학 문제를 해결하는 단계</li> <li>• 수학적 모델로부터 수학적 결론을 구하는 단계</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학적 모델로부터 수학적 결론을 구할 것을 요구하는 과제</li> </ul>
해석하기 (interpreting: IT)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학적 개념이나 표현을 실세계 상황에 비추어 해석하는 단계</li> <li>• 수학적 결론이 실세계 맥락에서 갖는 의미를 파악하는 단계</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학 결과가 실생활 맥락에서 갖는 의미를 설명하는 과제</li> </ul>
검증하기 (validating: VL)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학적 모델링 과정을 검토 또는 반성하는 단계</li> <li>• 수학적 모델링 과정, 결론 및 해석의 타당성 및 유효성을 판단하는 단계</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 실세계 상황을 모두 반영하지 못한 수학적 모델에 대한 이유를 서술하는 과제</li> <li>• 수학적 모델의 결과 찾기 과정에서 나타난 오류를 찾아낼 것을 요구하는 과제</li> <li>• 수학 결과에 대한 해석의 타당성을 묻는 과제</li> </ul>
보고하기 (presenting)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학적 모델링의 단계 전체를 제시 또는 설명 하는 단계(이는 전체 과정[whole process: WP]을 요구하는 과제로 간주)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학적 모델링의 전체 과정을 요구하는 과제</li> </ul>

2) 데이터의 특징에 따른 과제 분류

데이터의 특징에 따른 과제 분류는 수학적 모델링 과제의 중요한 특징인 실세계 맥락의 현실성을 고려한 과제 분류 기준 중 하나이다. 수학 과제가 제공하는 데이터의 특징 또는 유형에 따라 수학적 모델링 활동이 다르게 나타날 수 있다(Greer, 1997; Verschaffel et al., 1999). 이러한 과제의 맥락과 주어진 데이터 간의 관계를 바탕으로, 정혜윤, 정진호, 이경화(2020)의 연구에서 제시한 Maaß(2010)의 데이터 특징을 반영한 과제 분석틀을 사용하였다. 각 데이터의 특징에 따라 어떤 과제가 제시되는지 파악할 수 있도록 각 특징에 대한 설명을 추가하여 다음 <표 III-4>와 같이 제시한다.

<표 III-4> 데이터 특징에 따른 과제 분석틀

데이터 특징에 따른 과제	설명	과제 분류의 예
적정 데이터 과제 (matching task: MA)	<ul style="list-style-type: none"> <li>과제를 해결하기 위해 필요한 데이터만 제공</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>필요한 데이터만 제공되며 불필요한 데이터가 제공되지 않은 과제</li> </ul>
누락 데이터 과제 (missing task: MS)	<ul style="list-style-type: none"> <li>과제 해결에 필요한 데이터 중 일부만 제공</li> <li>과제 해결을 위해 직접 데이터 수집 및 가정하는 경우</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>과제 수행에 필요한 데이터가 제공되지 않은 과제</li> </ul>
과잉 데이터 과제 (superfluous task: SF)	<ul style="list-style-type: none"> <li>과제 해결에 필요한 데이터와 불필요한 데이터가 함께 제공</li> <li>주어진 데이터 중 필요한 데이터를 선별하는 과정 필요</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>과제 수행에 필요한 데이터와 불필요한 데이터가 함께 제공된 과제</li> </ul>
과잉-누락 데이터 과제 (superfluous and missing task: SM)	<ul style="list-style-type: none"> <li>과제 해결에 필요한 데이터는 누락, 불필요한 데이터는 제공됨</li> <li>필요한 데이터의 선별 과정과 부족한 데이터의 추가 수집 과정 필요</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>과제 수행에 필요한 데이터가 누락되고 불필요한 데이터가 제공된 과제</li> </ul>

3) 과제를 제시하는 표현 유형에 따른 과제 분류

수학적 모델링 과제를 제시하는 표현 유형은 그 과제의 수준에 영향을 주기 때문에(Franke, 2003), 수학적 모델링 과제에서 문제 상황 또는 데이터의 제공 시의 표현 유형을 글(text), 그림(picture), 글과 그림(text and picture)으로 분류한 Maaß(2010)의 과제의 분류 기준을 사용하였다(정혜윤, 정진호, 이경화(2020)). 각 표현 유형의 특성에 따라 어떤 과제가 제시되는지 파악할 수 있도록 각 표현 유형에 대한 설명을 추가하여 다음 <표 III-5>와 같이 제시한다.

<표 III-5> 표현 유형에 따른 과제 분석틀

표현 유형에 따른 과제	설명	분류의 예
글 (text; T)	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 상황의 설명이나 데이터를 모두 글로 제공하는 경우</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>과제를 글로만 소개하는 과제</li> </ul>
그림 (picture; P)	<ul style="list-style-type: none"> <li>단순 지시문을 제외하고 데이터가 모두 그림으로 제공되는 경우</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>글 없이 그림만 제공하는 과제</li> </ul>
글과 그림 (text and picture; TP)	<ul style="list-style-type: none"> <li>글과 그림 모두 사용하여 문제 상황을 설명하거나 데이터를 제공하는 경우</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>글과 그림을 모두 사용하여 상황을 설명하거나 데이터를 제공하는 과제</li> </ul>

본 연구에서는 문장제 문제만을 글로만 소개하는 과제로 한정하였다. 표는 그림 유형으로 간주하였는데, 이는 그림의 정의와 범위를 아주 넓게 해석한 것으로, 어떠한 정보나 데이터가 적어도 한번 시

각적인 변환 또는 가공을 시도한 것으로 보았기 때문이다.

#### 4) 실세계 문제 상황의 맥락 유형에 따른 과제 분류

실세계 문제 상황의 맥락 유형에 따른 과제 분류 역시 수학적 모델링 과제의 중요한 특징인 실세계 맥락의 현실성을 고려한 과제 분류 기준 중 하나로, 학생들의 흥미와 동기유발뿐만 아니라 학생들이 ‘실제’ 문제 상황과 관련하여 수학적 지식을 활용할 수 있어야 한다(Palm, 2008)는 관점에서 수학적 모델링 과제 분류의 중요한 기준으로 볼 수 있다. 수학적 모델링 과제에 반영된 실세계 맥락을 분석하는 기준 역시 연구자들에 따라 다양하지만(정혜윤, 이경화, 정진호, 2020), 본 연구에서는 싱가포르와 한국 교과서에 제시된 실세계 맥락을 모두 취합하여 정혜윤, 이경화, 정진호(2020)의 상황 맥락에 대한 분석틀을 사용하여 다음 <표 III-6>과 같이 4가지 분야로 분류하였다. 이는 OECD(2003)의 연구를 바탕으로 제시된 실세계 맥락이 학생과 얼마나 밀접한 관계를 맺느냐에 따라 설정한 기준으로, 개인(personal life: Ps), 교육/직업(educational/occupational life: E/O), 일반(public: Pb), 과학(scientific: S)의 네 가지로 분류된다. 여기서 개인에서 과학으로 갈수록 학생의 생활과 과제에 제시된 상황은 멀어지게 된다(OECD, 2003). 한국과 싱가포르 교과서 과제에 반영된 실세계 맥락과 이들이 속한 상황에 대한 설명은 다음 <표 III-6>과 같다.

<표 III-6> 실세계 문제 상황의 맥락 유형에 따른 과제 분석틀

상황	설명	교과서 과제의 실세계 맥락
개인(Ps)	과제에 등장하는 학생의 개인적인 일상생활에 제공된 상황	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 선호하는 음식/과일/운동/색깔</li> <li>• 건강</li> <li>• 소비 유형</li> </ul>
교육/직업(E/O)	과제에 등장하는 학생의 학교생활과 여가생활이 제공된 상황	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 학교/학급/학생/교사</li> <li>• 시험/공부/성적/독서</li> <li>• 등교 수단</li> </ul>
일반(Pb)	학생이 경험하는 지역 공동체 혹은 사회에서 발생하는 상황	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 비즈니스/판매</li> <li>• 사건/사고/교통</li> <li>• 근로/서비스/만족도</li> <li>• 미디어/출판</li> <li>• 산업/농업</li> <li>• 인구/선거</li> <li>• 운동경기/문화</li> <li>• 금융/주식</li> </ul>
과학(S)	위에 속하지 않는, 학생 등장 없이 실세계 맥락이 객관적으로 주어진 상황	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 영양소/성분</li> <li>• 날씨/기온</li> <li>• 환경</li> </ul>

#### 5) 과제가 요구하는 수학적 활동에 따른 과제 분류

학생들은 교과서에 제시된 수학 과제가 요구하는 수학적 활동을 통해 다양한 수학적 사고나 수학적 활동을 경험한다. 따라서 과제가 제시하는 수학적 활동을 통해 학생들에게 주어지는 수학 학습의 기

회에 대한 유형과 방향 등의 특징을 파악할 수 있기 때문에(Glasnovic Gracin, 2018) 이를 과제 분류의 기준으로 고려하였다. 앞서 제시한 바와 같이 수학적 활동을 학생이 참여하는 일련의 수학적 사고 과정 또는 수학적 행동으로 보고 싱가포르와 우리나라 교과서 과제에 제시된 여러 활동을 다음 <표 III-7>과 같이 기능과 활동으로 분류하였다.

<표 III-7> 수학적 활동에 따른 과제 분석틀

수학적 활동	활동 예시
계산하기	과제의 답을 구하거나, 추정하기
설명하기/말하기	말이나 글로 과제의 답을 설명하거나, 의견 제안하기
정당화하기	판단의 이유를 설명하거나 정당화하기
나타내기	주어진 정보나 과제의 답을 표, 그래프, 그림 등으로 나타내거나, 미완성 표나 그래프 등 완성하기
판단하기/결정하기	주어진 또는 얻은 결과를 판단하거나, 이를 바탕으로 의사결정하기
비교하기	주어진 정보나 과제 해결 전략, 결과 등 비교하기
토론하기	수학적 의견이나 과제 해결 전략, 결과 등에 대해 토론 또는 토의하라
수행하기	과제 해결을 위한 조사, 연구 등 수행하기
수정하기	주어진 자료나 결과 수정하기
발표하기	과제 수행 결과 발표하기
고르기	보기 중에 옳은 것/틀린 것 고르기

본 연구에서는 앞서 제시된 5가지 기준의 분석틀을 사용하여 수학 과제를 유형별로 분류하고 빈도수를 조사하였다. 이를 통해 한국과 싱가포르 수학 교과서의 통계영역 과제를 수학적 모델링 관점에서 분석 및 비교함으로써 두 나라의 학생들이 배울 학습 내용을 비롯해 주어진 수학적 모델링 학습 경험을 확인하였다.

#### IV. 연구 결과

수학적 모델링 관점에서의 한국과 싱가포르의 중학교 1학년 수학 교과서 통계영역의 과제를 분석한 결과는 5가지 기준인 수학적 모델링 과정, 데이터의 유형, 과제 제시 표현의 형식, 문제 상황의 맥락, 수학적 활동의 유형을 바탕으로 제시하였다.

##### 1. 수학적 모델링 과정을 중심으로 한 과제 분석 결과

싱가포르와 한국 교과서의 연구대상 과제를 수학적 모델링 과정 반영에 따라 분석한 결과는 다음 <표 IV-1>과 같다.

<표 IV-1> 수학적 모델링 과정의 반영에 따른 과제 분석 결과

교과서	수학적 모델링 과정							
	US	RM	MM	WM	IT	VL	WP	합계
싱가포르	3	10	24	55	24	39	1	156
%	1.9	6.4	15.4	35.3	15.4	25	0.6	100
한국	3	2	11	44	10	7	1	78
%	3.8	2.6	14.1	56.4	12.8	9	1.3	100

수학적 모델링의 과정을 바탕으로 분석한 결과, 싱가포르 교과서 과제의 35.3%, 한국 교과서 과제의 56.4%가 수학 결과 얻기(WM)에 해당하여 두 나라 모두 수학적 모델로부터 수학적 결론을 구할 것을 요구하는 수학 결과 얻기(WM) 과제가 가장 많은 비중을 차지하고 있는 것으로 나타났다. 다음으로 높은 비율을 차지하는 과제는, 싱가포르 교과서의 경우 수학적 모델링 과정의 반성단계에서 오류를 찾아내거나 결과에 대한 타당성을 묻는 검증하기(VL) 과제(25%)이고, 한국 교과서는 주어진 상황을 수학적으로 표현하는 수학화(MM) 과제(14.1%)이다. 세 번째로 높은 비율을 차지하는 과제로는 싱가포르 교과서의 경우 수학적 결과가 실생활 맥락에서 갖는 의미를 설명하는 해석하기(IT) 과제와 수학화(MM) 과제(각각 15.4%)이고, 한국 교과서는 해석하기(IT) 과제(12.8%)이다.

싱가포르와 한국 교과서 모두 US, RM, WP 유형의 과제가 다른 유형의 과제에 비해 매우 적은 비율로 제시되었는데, 특히 수학적 모델링 전체 과정을 요구하는 WP 과제는 두 나라 교과서 모두 1개씩 제시되어 있었다. 전체 과제의 개수를 고려했을 때, 한국의 WP 과제 반영 비율이 높다고 볼 수 있지만, WP 과제가 어떻게 제시되었느냐에 따라서 다르게 해석될 수 있다. 한국의 WP 과제는 다음 [그림 IV-1]과 같이 수학적 모델링 전체 과정을 연속된 여러 딸림 문항으로 제시한 과제에서, 여러 딸림 문항 중 하나가 통계 포스터를 만들어 수학적 모델링 전체 과정을 발표하는 보고하기(presenting) 단계의 과제였기 때문에 분석틀을 토대로 이를 수학적 모델링 전체 과정을 요구하는 WP 과제로 보았다. 싱가포르 교과서 역시 수학적 모델링 전체 과정을 여러 딸림 문항으로 제시한 과제가 1개 있었는데, 이 과제의 수행 후, 다음 과제로써 조별로 자신들만의 주제를 선정하여 수학적 모델링 전체 과정을 수행하는 다음 [그림 IV-2]와 같은 단독 WP 과제가 제시되었다. 딸림 문항을 각각 독립된 과제로 보았기 때문에, 딸림 문항으로 구성된 수학적 모델링 전체 과정 과제는 WP 과제로 간주하지 않았다. 따라서 실질적으로는 싱가포르 교과서에는 수학적 모델링 전체 과정을 경험할 수 있는 과제는 2개라고 볼 수 있겠다.

싱가포르와 한국 교과서에서 수학화(MM) 과제(각각 15.4%, 14.1%)와 해석하기(IT) 과제(각각 15.4%, 12.8%)는 전체 과제 중 비슷한 비율로 나타난 반면, 수학 결과 얻기(WM) 과제(각각 35.3%, 56.4%)와 검증하기(VL) 과제(각각 25%, 9%)를 비롯한 나머지 과제 유형들은 두 나라에서 차지하는 비율에서 다소 차이가 있었다.

한편, 싱가포르 교과서의 경우, 각 비율의 차가 조금씩 있지만 7가지 유형 중에서 4가지 유형인 WM, VL, MM, IT에 대부분의 과제(91.1%)가 상대적으로 고르게 분포(각각 35.3%, 25%, 15.4%, 15.4%)되어 있다면, 한국 교과서의 경우는 3가지 유형인 WM, MM, IT에 대부분의 과제(83.3%)가 격차를 보이며 집중(각각 56.4%, 14.1%, 12.8%)되어 있다. 따라서 전반적으로 싱가포르의 과제가 수학적 모델링의 각 과정을 상대적으로 고르게 반영하고 있다고 볼 수 있다. 한국 교과서는 전체 과제 중 절반 이상이 WM 과제로, 데이터가 가지는 맥락에서의 의미라든지, 모델의 적절성, 해석에 대한 타당성을 검증해볼 과제는 거의 찾아보기 어려웠고, 다음 [그림 IV-3]과 같은 도수 읽기 문제, 수치적 연산 문제 등의 단조로운 과제가 주로 반복되었다.

의사소통    태도 및 실천

**통계 포스터 만들기**

통계 포스터는 하나 이상의 연관된 그래프를 사용해 자료를 요약하고, 여러 관점에서 문제에 접근하는 과정에서 문제의 해답을 찾고, 자료를 해석한 것을 시각적으로 보여 주는 자료이다. 통계 포스터의 작성 방법은 다음과 같다.

주제 정하기 → 자료 수집 방법 정하기 → 자료 수집 → 표와 그래프 만들기 → 해석하기 → 포스터 만들기

평소에 궁금했거나 알고 싶은 것을 주제로 정한 후, 그 주제에 대한 자료를 수집하고 분석한 것을 포스터로 만들어 보자.

**[에서 주제]**


- 남학생과 여학생 중에서 어느 쪽이 전기를 더 많이 사용할까?
- 사람들이 느끼는 1분은 실제로 얼마나 길까?
- 공기 중의 먼지가 식물 성장에 영향을 미칠까?

**[1] 조사할 주제:**

**[2] 조사하는 이유:**

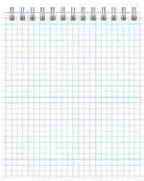
**[1] 자료를 조사할 방법:**

**[2] 자료를 정리할 방법:**

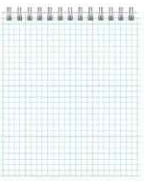


[그림 IV-1] 한국 교과서의 WP 과제(2017, p. 268-269)

**[1] 1)** 모둠에서 토의한 방법에 따라 각자의 역할을 정하여 자료를 조사하고, 이를 표와 그래프로 각각 나타내 보자.




[표]



[그래프]

**[1] 2)** 위의 표와 그래프를 토대로 조사한 내용을 해석하고, 이 해석이 옳은지 모둠별로 토의하여 그 결과를 다음에 적어 보자.

**[1] 3)** 위에서 정리한 조사 주제, 조사 이유, 자료의 조사 방법, 자료를 정리한 방법과 그래프, 조사 결과 등을 포함한 포스터를 만들고, 이를 모둠별로 발표해 보자.



**[1] 4)** 다음 평가표의 해당하는 곳에 ○표를 하고, '통계 포스터 만들기'를 수행하며 배운 점과 아쉬운 점을 이야기해 보자.

평가 요소	우수	보통	미흡
알고 싶었거나 궁금했던 것이 해결되었는가?			
주제에 맞는 계획을 세우고 타당한 자료 수집 방법을 선택하였는가?			
자료를 분석하는 과정에서 표나 그래프 등을 올바르게 사용하였는가?			

[그림 IV-2] 싱가포르 교과서의 WP 과제(2020, p. 223)

**Performance Task**

Discuss with your classmates some possible issues that your school is facing, e.g. the lack of variety of food sold in the canteen or the lack of more interesting co-curricular activities (CCA). Working in groups of three or four, select one issue that you want to work on, collect the relevant data and write a report to recommend how the school can improve the situation. The report should include:

- background of the problem,
- question posed for the statistical investigation,
- method of data collection, including choice of sample and design of test instrument,
- organisation and display of data using an appropriate statistical diagram drawn using a software,
- analysis and interpretation of the data,
- conclusion and recommendation.

수학적 모델링 관점에 따른 한국과 싱가포르의 통계영역 과제 분석 : 중학교 1학년 교과서를 중심으로

**[09~10]** 다음 상대도수의 분포표는 수현이네 중학교 1학년 학생들이 하루 동안 마시는 우유의 양을 조사하여 나타낸 것이다.

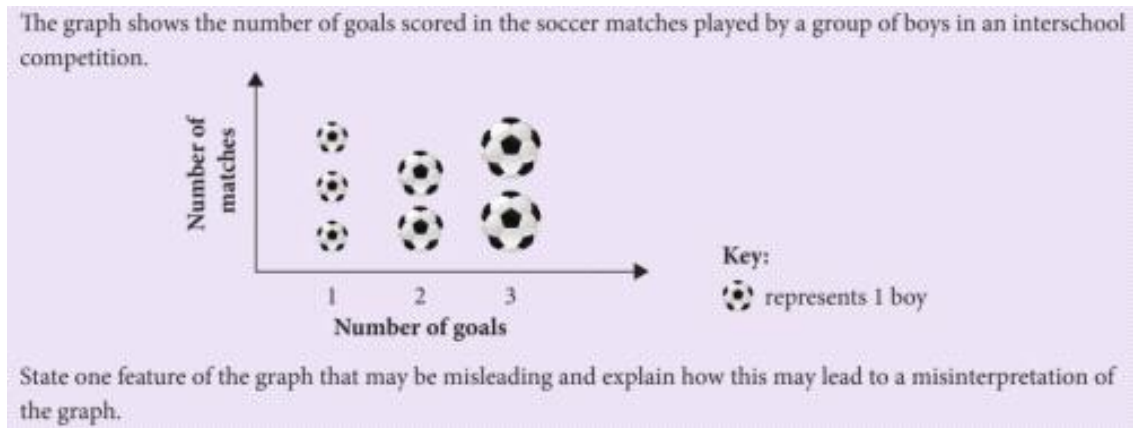
우유의 양(mL)	학생 수(명)	상대도수
0 <sup>이상</sup> ~ 200 <sup>미만</sup>	A	0.1
200 ~ 400	16	B
400 ~ 600	24	0.3
600 ~ 800	C	D
800 ~ 1000	12	0.15
합계	E	1

**09** A, B, C, D, E의 값을 각각 구하시오.

**10** 마시는 우유의 양이 400 mL 이상 800 mL 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구하시오.

[그림 IV-3] 한국 교과서의 계산 위주 과제(2017, p. 271)

싱가포르와 한국 교과서에서 눈에 띄는 또 다른 차이는 검증하기(VL) 과제의 반영 비율이다. 싱가포르 교과서에서는 VL 과제가 전체 과제의 25%의 비율을 차지하면서, 수학적 모델의 한계를 인식하거나, 모델과 이를 통해 도출된 결과에 대한 타당성을 검증할 수 있는 기회를 제공하고 있다. 특히, [그림 IV-4]와 같이 해석에 오류를 유도하거나 오해의 소지가 있는 모델은 무엇이고, 왜 그렇게 생각하는지 등을 묻는 과제나 여러 그래프들의 장단점을 바탕으로 주어진 데이터를 정리할 때 어떤 그래프를 쓰는 것이 더 타당한지를 묻는 과제가 많았다. 이는 싱가포르 2020 교육과정에서 제시한 수학적 모델링의 검증 및 반성 단계의 중요성이 교과서의 과제 비율에도 잘 반영 되어있다고 할 수 있다. 우리나라 교육과정 역시 수학적 모델링 과정에서 수학적 모델의 한계 및 의의를 생각하는 기회를 제공하고자 하였지만, 교과서의 VL 과제의 비율은 9%에 불과하였다.



[그림 IV-4] 싱가포르 교과서의 VL 과제(2020, p. 229)

## 2. 데이터의 특징에 근거한 과제 분석 결과

싱가포르와 한국 교과서의 연구대상 과제를 데이터의 특징에 따라 분석한 결과는 다음 <표 IV-2>와 같다.

<표 IV-2> 데이터 특징에 근거한 과제 분석 결과

교과서	데이터의 특징				
	MA	MS	SF	SM	합계
싱가포르	125	26	3	2	156
%	80.1	16.7	1.9	1.3	100
한국	67	10	1	0	78
%	85.9	12.8	1.3	0	100

과제를 해결하기 위해 필요한 데이터만 제공되는 걱정 데이터(MA) 과제는 싱가포르와 한국 교과서 모두에서 각각 80.1%, 85.9%로 가장 높은 비율을 차지한다. 과제 수행에 필요한 데이터 중 일부만을 제공하는 누락 데이터(MS) 과제의 비율은 싱가포르 교과서에서 16.7%, 한국 교과서에서는 12.8%로, 두 나라 교과서에서 모두 두 번째로 높은 비율을 차지한다. 과제 해결을 위해 필요한 데이터와 불필요한 데이터가 함께 제공되는 과잉 데이터(SF) 과제의 경우, 싱가포르 교과서에서는 1.9%, 한국 교과서에서는 1.3%로 세 번째로 높은 비율로 나타났다. 과제 해결에 필요한 데이터는 누락되고 불필요한 데이터는 제공되는 과잉-누락 데이터(SM) 과제는 싱가포르 교과서에서 전체 과제 중 1.3%를 차지하였고, 한국 교과서에는 제시되지 않았다. 또한 걱정 데이터(MA)를 제외한 나머지 유형(MS, SF, SM)의 과제 모두 싱가포르 교과서에 더 높은 비율로 제시되었다.

실세계 문제 상황은 계산하기 쉬운 일반 수학 문제처럼 이상적인 형태로 나타나지 않고, 항상 문제 해결에 필요한 정보만이 주어지는 것이 아니다. 따라서 과제에서 제공하는 데이터의 특징은 수학적 모델링 과제의 맥락이 현실성을 잘 반영하느냐와 연결된 중요한 기준인데, 분석 결과, 두 나라의 교과서는 대부분의 과제가 과제 수행에 필요한 만큼의 데이터만 제공한다는 것을 확인하였다. 이는 두 교과서에서 제시하는 과제가 실세계 문제 상황 맥락, 즉 맥락의 현실성을 잘 반영하지 못한다는 것을 의미한다. 이러한 결과는 앞서 살펴본 수학적 모델링 과정에 따른 분석 결과와 연결된다고 볼 수 있다. 과제의 실세계 맥락의 이해를 통해, 과제에 제공된 데이터를 필요성을 판별하고, 데이터 수집, 삭제, 단순화 등을 통해 수학적 모델을 수립하기 위해 데이터를 이상화하는 수학적 모델링의 특징적 과정이 바로 상황 이해(US)와 현실 모델 수립(RM) 과정인데(박선영, 한선영, 2018; Maaß, 2010), 교과서에 데이터가 과잉되거나, 누락된 상황을 포함하는 과제가 충분히 제시되지 않았기 때문에 US 과제와 RM 과제가 다른 과제 유형에 비해 매우 낮은 비율로 나타난 것은 자연스러운 결과라고 볼 수 있다. 따라서 특히 한국의 교과서는 학생들이 다양한 수학적 모델링 과정을 통해 주어진 데이터에 대한 비판적인 사고를 할 수 있는 기회가 많지 않음을 알 수 있다.

한국 교과서에는 제시되어 있지 않지만, 싱가포르 교과서에는 제시된 과잉-누락 데이터(SM) 과제는 다음 [그림 IV-5]와 같다. [그림 IV-5]에 제시된 4개의 과제들은 하나의 지문에 딸린 문항들이다. 이 중 2번 과제의 경우, UEFA가 어떻게 여론조사를 하였는지, 투표에 참여한 사람들이 모든 축구팬들을 대표하였는지를 묻는 과제이다. 주어진 지문에는 이 질문에 답하기 위해 필요한 데이터는 누락됐고, 각 1, 2, 3위 선수들이 여론조사에서 몇 표를 받았는지에 대한 과잉 데이터가 제시되어 있기 때



수학적 모델링 관점에 따른 한국과 싱가포르의 통계영역 과제 분석 : 중학교 1학년 교과서를 중심으로

문에 이 과제는 과잉-누락 과제로 간주하였다. 이 과제는 데이터 수집 과정에서 표본의 통계적 대표성에 관련된 과제이다. 한국 교과서에도 수집된 자료 유형의 적절성에 관련된 과제가 있었지만, [그림 IV-5]의 과제처럼 표본의 대표성과 관련된 것은 아니었다. 또한 3번 과제의 경우, 2번 과제와는 다르게, 1위와 2위 선수가 얻은 투표수가 1000표 정도 밖에 차이가 나지 않는다는 정보를 바탕으로, 투표에 참여한 사람들의 연령에 따라 투표 결과가 바뀔 수 있다는 것을 생각해 볼 수 있으므로, 3번 과제에서는 투표수가 과제를 해결하는데 필요한 데이터로 간주될 수 있다. 따라서 [그림 IV-5]의 과제는 학생들에게 과제를 수행하기 위해 주어진 데이터를 취사선택하는 의사결정을 요구하는 과제로 볼 수 있다.

**Class Discussion** Evaluation of statistical representations

**Part 1: Collection of data**  
Read the article and answer the questions.

NEWS

**Zidane Named Best European Footballer in Last 50 Years**

**PARIS:** In a UEFA (Union of European Football Associations) website poll in 2004, Zinedine Zidane was named Europe's best footballer in the past 50 years. He obtained 123 582 votes, followed by Franz Beckenbauer with 122 569 votes and Johan Cruyff with 119 332 votes.

1. Do you know who the three footballers are? Your teacher will take a poll in your class to find out the number of students who know each of the three footballers.
2. How did UEFA conduct the poll? Were the voters who took part in the poll representative of all football fans? Explain your answer.
3. If older football fans were to participate in the poll, do you think Zidane would have come in first place? Justify your opinion.  
**Hint:** Zidane was famous in the 1990s while Beckenbauer and Cruyff were at the peak of their careers in the 1970s.
4. What lesson can you learn about the choice of a sample during data collection?

[그림 IV-5] 싱가포르 교과서의 SM 과제(2020, p. 218)

### 3. 표현의 형식에 따른 과제 분석 결과

싱가포르와 한국 교과서의 연구대상 과제를 표현의 형식에 따라 분석한 결과는 다음 <표 IV-3>과 같다.

<표 IV-3> 과제 표현의 형식에 따른 과제 분석 결과

교과서	표현의 형식			
	T	P	TP	합계
싱가포르	28	94	34	156
%	17.9	60.3	21.8	100
한국	8	60	10	78
%	10.3	76.9	12.8	100

표나 그림으로 과제를 표현하는 그림(P) 과제가 차지하는 비율이 싱가포르와 한국 교과서에서 각각 60.3%, 76.9%로, 두 나라의 교과서 모두에서 가장 높은 비율을 차지한다. 글과 그림 모두 사용하여 과제를 제시하는 글과 그림(TP) 과제가 싱가포르와 한국 교과서에서 각각 21.8%와 12.8%로 나타나 두 번째로 높은 비율을 차지하였다. 표나 그림 없이 글로만 제시하는 문장제 문제인 글(T) 과제는 싱가포르와 한국 교과서에서 각각 17.9%, 10.3%로 확인되었다. 또한 그림(P) 과제를 제외한 각 나라의 나머지 과제 사이의 비율 차이는 크지 않았으나, 싱가포르 교과서의 경우 글(T), 그림(P), 글과 그림(TP) 과제가 한국 교과서에 비해 상대적으로 고르게 분포되어 있어 과제의 표현 종류가 다양함을 짐작할 수 있다.

수학적 모델링 과제의 표현 형식이 그 과제의 수준을 결정하는데 영향을 미친다는 관점에서 보면 (Franke, 2003), 싱가포르와 한국 교과서 모두 글과 그림이 모두 제시된 과제 비율이 높지 않아 낮은 수준의 과제 비율 또한 높지 않은 것으로 해석될 가능성이 있는 반면, 통계영역의 특성상 과제를 해결하기 위한 수학모델이 대부분 표와 그래프로 표현되기 때문에, 그림(P) 과제의 비율이 다른 과제 유형보다 높다는 것은 실제계 문제 상황을 해결하기 위해 수학모델이 과제에 이미 제시되어 수학모델의 수립을 요구하는 과제가 많지 않다는 것을 의미한다. 따라서 그림(P) 과제의 비율이 높다는 것은 학생의 인지적 부담은 감소하지만 수학적 모델링의 중요한 과정 중 하나인 실제계 문제 상황을 수학적 표현으로 나타내고 수학모델을 수립하는 수학적화(MM) 과정을 경험할 기회가 충분히 제공되지 못한다는 단점이 있을 수 있다.

#### 4. 과제에 반영된 실제계 맥락에 따른 과제 분석 결과

싱가포르와 한국 교과서의 연구대상 과제를 실제계 맥락에 따라 분석한 결과는 다음 <표 IV-4>와 같다.

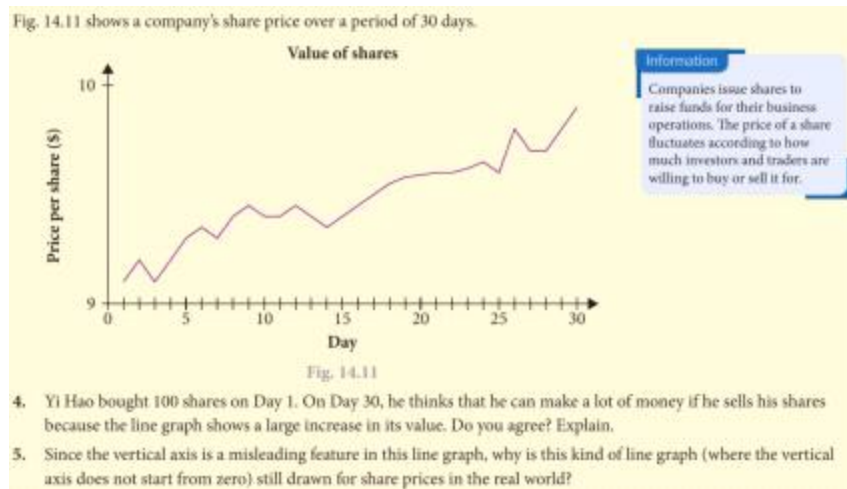
<표 IV-4> 과제에 반영된 실제계 맥락에 따른 과제 분석 결과

상황		싱가포르		한국	
		과제수	비중(%)	과제수	비중(%)
개인 (Ps)	선호하는 음식/과일/운동/색깔	28	17.9	8	10.3
	건강	12	7.7	0	0
	소비 유형	9	5.8	0	0
	합계	49	31.4	8	10.3
교육/ 직업 (E/O)	학교/학급/학생/교사	29	18.6	35	44.9
	시험/공부/성적/독서	14	9	3	3.8
	등교 수단	6	3.8	0	0
	합계	49	31.4	38	48.7
일반 (Pb)	비즈니스/판매	13	8.3	4	5.1
	사건/사고/교통	12	7.7	0	0
	근로/서비스/만족도	9	5.8	0	0
	미디어/출판	5	3.2	0	0
	산업/농업	4	2.6	3	3.8
	인구/선거	4	2.6	2	2.6
	운동경기/문화	2	1.3	13	16.7
	금융/주식	2	1.3	0	0
합계	51	32.7	22	28.2	
과학 (S)	영양소/성분	6	3.8	0	0
	날씨/기온	1	0.6	7	9
	환경	0	0	3	3.8
	합계	7	4.5	10	12.8
합계		156	100	78	100

수학적 모델링 관점에 따른 한국과 싱가포르의 통계영역 과제 분석 : 중학교 1학년 교과서를 중심으로

싱가포르와 한국 교과서 모두 네 종류의 상황이 모두 제시되었다. 싱가포르 교과서의 경우 일반(Pb) 과제(32.7%), 개인(Ps) 과제와 교육/직업(E/O) 과제(각 31.4%), 과학(S) 과제(4.5%)의 순으로 높은 비율을 차지하였으며, 한국 교과서의 경우 교육/직업(E/O) 과제(48.7%), 일반(Pb) 과제(28.2%), 과학(S) 과제(12.8%), 개인(Ps) 과제(10.3%)의 순으로 나타났다. 싱가포르 교과서의 경우 과학(S) 과제를 제외한 개인(Ps) 과제, 교육/직업(E/O) 과제, 일반(Pb) 과제의 각 비율이 약 30%로 비슷했으며, 과학(S) 과제의 경우는 4.5%로 매우 낮은 비율로 나타났다. 한국 교과서의 경우 교육/직업(E/O) 과제와 일반(Pb) 과제에 전체 과제의 77% 정도가 집중되어 있다. 또한 전체 과제 중에서 학생과 가장 밀접한 관련이 있는 개인(Ps) 상황과 관련된 과제가 제일 적다는 것이 특이 사항으로 보인다.

과제에 반영된 실세계 맥락을 살펴보면, 일반(Pb) 과제의 세부 상황이 매우 다양하다. 싱가포르 교과서의 경우, 다음 [그림 IV-6]에서 볼 수 있듯이, 30일에 걸친 한 회사의 주가와 같은, 학생들이 경험할 수 있는 지역 공동체 또는 사회·문화·경제생활에 관한 과제가 다양하게 제시되어 있다. 그에 비해, 한국 교과서는 운동경기/문화 상황에 관련된 과제가 주로 제시되어 있고, 금융/주식, 사건/사고/교통, 근로/서비스/만족도, 미디어/출판에 대한 상황과 관련된 과제는 없음을 알 수 있다.



[그림 IV-6] 싱가포르의 금융/주식 맥락의 과제(2020, p. 214)

결과적으로, 싱가포르 교과서의 경우, 학생 관점에서 현실성이 그리 높지 않은 일반(Pb) 과제가 가장 높은 비율(32.7%)을 보이고 있지만, 현실성이 높은 개인(Ps) 과제, 교육/직업(E/O) 과제와의 비율 차이가 크지 않고, 현실성이 가장 낮은 과학(S)과제가 가장 적게 나타났으며, 전반적으로 과제에 실세계 맥락이 고르게 반영되어 있다. 한국의 경우는, 현실성이 비교적 높은 교육/직업(E/O) 과제가 가장 높은 비율(48.7%)을 보였으나, 가장 현실성이 높은 개인(Ps) 과제가 가장 낮은 비율로 나타났으며, 각 상황 영역에서도 특정 주제에 집중된 경향을 보인다. 따라서 한국 교과서의 경우, 수학적 모델링을 통해 학생들의 실생활 문제 상황의 이해도를 높이고, 흥미 또는 학습동기 유발을 위해서라도 학생의 관점에서 현실성이 높은 개인(Ps) 과제와 다양한 실세계 맥락을 반영한 과제를 제시할 필요가 있어 보인다.

### 5. 과제가 요구하는 수학적 활동에 따른 과제 분석 결과

싱가포르와 한국 교과서의 연구대상 과제를 과제가 요구하는 수학적 활동에 따라 분석한 결과는 다음 <표 IV-5>와 같다.

<표 IV-5> 수학적 활동에 따른 과제 분석 결과

수학적 활동	싱가포르		한국	
	과제수	비중(%)	과제수	비중(%)
계산하기	62	39.8	40	51.3
설명하기/말하기	41	26.3	11	14.1
정당화하기	23	14.8	2	2.6
나타내기	16	10.3	11	14.1
판단하기/결정하기	8	5.1	3	3.8
비교하기	3	1.9	2	2.6
토론하기	1	0.6	2	2.6
수행하기	1	0.6	3	3.8
수정하기	1	0.6	0	0
발표하기	0	0	1	1.3
고르기	0	0	3	3.8
합계	156	100	78	100

싱가포르 교과서의 경우, ‘계산하기’ 과제(39.8%), ‘설명하기/말하기’ 과제(26.3%), ‘정당화하기’ 과제(14.3%), ‘나타내기’ 과제(10.3%) 순으로 높은 비율로 나타났고, 한국 교과서의 경우는 ‘계산하기’ 과제(51.3%), ‘설명하기/말하기’ 과제와 ‘나타내기’ 과제(각 14.1%), ‘판단하기/결정하기’ 과제, ‘수행하기’, ‘고르기’ 과제(각 3.8%) 순으로 높은 비율로 나타났다. 싱가포르와 한국 교과서 모두 과제의 답을 구하거나, 추정하는 ‘계산하기’ 과제가 제일 높은 비율을 차지하였고, 그 다음으로 말이나 글로 과제의 답을 설명하거나 의견을 제시하는 ‘설명하기/말하기’ 과제가 두 번째로 높게 나타났다.

싱가포르 교과서에서 과제가 요구하는 수학적 활동은 ‘계산하기’, ‘설명하기/말하기’, ‘정당화하기’, ‘나타내기’ 활동이 대부분을 차지하고 있는데, 한국 교과서 과제의 경우는 절반 정도는 ‘계산하기’ 활동이고, 나머지는 다양한 활동들이 제시되었다.

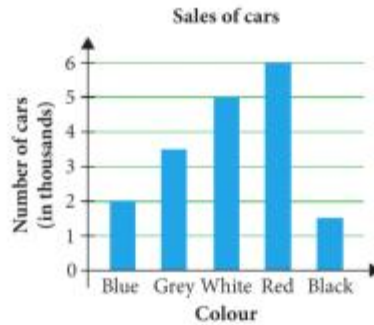
두 교과서에서 수학적 활동의 비율이 크게 차이나는 항목을 살펴보면, 먼저 ‘수행하기’ 과제의 경우, 싱가포르와 한국 교과서에 수록된 비율이 6배 이상 차이가 난다. 한국 교과서에서는 인터넷으로 자료를 조사하는 과제와 딸림 문항으로 수학적 모델링 전체 과정을 제시한 과제 중 한 과제에서 제시되었으나, 싱가포르 교과서에서는 전체 과정(WP) 과제 하나에서 제시되었다. 한국 교과서의 특징 중 하나가 ‘공학도구의 이용’ 단원이 수록되어, 통계영역에서 공학도구의 활용을 강조하고 있다는 것인데, 학습에 교과서뿐만 아니라 공학도구 또는 미디어 등 다양한 매체를 활용한다는 점에서 긍정적으로 평가될 수 있겠다. 싱가포르 교과서에서도 스프레드시트 등과 같은 소프트웨어를 사용해서 통계적 다이어그램을 그리는 방법을 찾아보라는 제안이나 전체 과정(WP) 과제에서 수집한 자료를 소프트웨어를 이용해 나타내보라는 언급은 있었지만, 한국 교과서에서처럼 통계적 자료 정리나 문제해결 등에서의 직접적인 공학적 도구 활용에 대한 구체적인 안내나 이와 관련된 과제는 없었다.

둘째, ‘정당화하기’ 과제의 경우, 싱가포르와 한국 교과서에 수록된 비율이 5배 이상 차이가 난다. 싱가포르 교과서에는 다음 [그림 IV-7]의 두 번째 과제와 같이, 과제 지문에 표나 그래프의 해석을 제

수학적 모델링 관점에 따른 한국과 싱가포르의 통계영역 과제 분석 : 중학교 1학년 교과서를 중심으로

시하고 이에 대한 동의 여부를 묻고, 자신의 의견이나 판단의 이유를 설명하거나 정당화하는 과제가 7개나 있었다.

The bar graph shows the number of cars of different colours sold in one year in a city.



- (i) Which is the least popular colour?
- (ii) Shufen says that there is a mistake in the bar graph because 3.5 grey cars and 1.5 black cars do not exist in the real world. Do you agree with her? Explain your answer.

[그림 IV-7] 싱가포르의 정당화하기 과제(2020, p. 205)

이와 같은 수학적 활동은 수학적 모델링 과정에 따른 분석 결과와도 연결된다. 싱가포르 교과서에는 수학적 모델 또는 결과 해석의 오류 찾기 또는 타당성을 검증하고 정당화하는 검증하기(VL) 과제가 한국 교과서보다 3배 가까이 많기 때문에 이와 관련이 있는 것으로 보인다.

셋째, 의사소통의 관점에서 보았을 때, 과제를 해결하는 과정에서 자신의 수학적 지식이나 아이디어를 표나 그림으로 표현하는 활동은 두 나라의 교과서에 모두 많지만, 다른 학생과의 상호작용이 동반되는 ‘토론하기’ 과제나 과제 결과를 다른 학생들에게 제시하는 ‘발표하기’ 과제는 한국 교과서에 수록된 비율이 더 높은 것을 알 수 있다.

마지막으로 과제를 해결하거나 오류를 수정하기 위해 학생에게 주어진 자료나 결과를 수정하는 ‘수정하기’ 과제의 경우, 한국 교과서에는 제시되지 않았으며, 보기 중에 옳은 것 또는 틀린 것을 고르는 객관식 문항인 ‘고르기’ 과제는 싱가포르 교과서에 제시되지 않았다.

## V. 결론

실세계의 복잡한 상황에서 올바른 예측과 합리적인 의사결정을 하기 위한 통계적 소양은 현대 사회를 살아가는데 필수적인 요소이다(교육부, 한국과학창의재단, 2015). 실세계 맥락을 반영한 통계교육을 통해, 다양한 맥락에서 접하는 통계적 자료나 정보와 관련된 주장 또는 현상들을 해석하고 비판적으로 평가하는 능력을 함양하는 것이 어느 때 보다도 중요한 시대가 되었다. 이는 실세계 문제 상황을 해결하기 위해 수학적 모델을 구축하고, 이를 활용하여 다시 문제 상황에 대한 판단 및 결론을 내리는 수학적 모델링(정혜윤, 정진호, 이경화, 2020)과도 밀접한 관련이 있다. 따라서 학생들이 학교수학에서 실세계 문제 상황을 이해하고, 이를 해결하는데 통계라는 매력적인 수학적 모델의 활용을 경험하게 하는 것이 매우 중요하다. 그러나 이와 같은 통계적 소양 및 수학적 모델링에 대한 관심에 비

해, 실제 수학적 모델링을 통한 수학 학습을 경험할 수 있는 기회에 대한 연구가 활발히 이루어지지 않았다(정혜윤, 정진호, 이경화, 2020). 따라서 본 연구에서는 한국과 싱가포르 중학교 1학년 교과서의 통계영역 과제를 수학적 모델링 관점에서 분석함으로써 향후 통계영역 교과서의 과제 개선에 대한 시사점을 얻고자 하였다. 한정된 교과서 종류로 인해 연구 결과를 한국 또는 싱가포르의 모든 교과서로 일반화 할 수 없지만, 연구 결과와 그에 따른 시사점은 다음과 같다.

첫째, 수학적 모델링 과정을 균형 있게 경험할 수 있는 기회를 제공할 필요가 있다. 한국 교과서(미래엔)와 싱가포르 교과서(SL Education) 모두, 제시된 과제가 수학 결과 얻기 과제에 주로 집중되어 있는 것으로 나타났고, 과제에 제공된 데이터 유형 또한 적정 데이터 과제가 대부분이었다. 이와 같은 결과는, 정혜윤, 정진호, 이경화(2020)의 과제 분석 결과와도 일치하는 것으로, 상황이해 단계와 현실 모델 수립 단계의 부재를 초래한다. 즉, 학생들이 데이터 과잉 또는 부족 상황을 포함하는 실세계 문제 상황을 이해하고 영향을 미치는 요소를 파악하며, 문제 상황을 해결할 수학적 모델을 도출하기 위해 거칠고 비구조화된 데이터를 단순화, 구조화하는 수학적 모델링 고유의 특징인 진정성(authentic)을 경험 할 수 없는 것이다(Niss, 1992; 정혜윤, 정진호, 이경화, 2020, 재인용).

특히 한국 교과서의 경우 검증하기 단계의 과제 비율이 낮아, 과제에 제시된 수학적 모델의 한계나 장단점을 파악하고, 도출된 결과나 그에 대한 해석을 비판적인 관점으로 바라 볼 수 있는 기회를 제공하기 어려웠다. 과제가 요구하는 수학적 활동 중, 앞서 살펴본 싱가포르 교과서에 제시된 정당화하기 과제처럼, 과제 지문에 제시된 주장을 자신의 통계적 지식을 바탕으로 판단하고, 그 이유를 설명하거나 정당화하는 과제가 제공될 필요가 있다. 따라서 학생들이 모든 수학적 모델링 과정을 균형 있게 구현 할 수 있도록, 수학적 모델링의 각 과정을 충실히 반영한 과제와 실세계 문제 상황의 데이터 과잉 및 누락을 반영한 현실성 있는 과제 제시가 필요하다.

둘째, 다양한 표현 형식의 과제를 제시함으로써 과제를 통해 학생들의 인지적 수준을 높이고, 학생들이 의미 있는 수학적 과정을 경험할 수 있는 기회의 확대가 필요하다. 정혜윤, 정진호, 이경화(2020)의 연구 결과에서는 그림 과제의 비율이 가장 낮았는데 반해, 본 연구에서는 한국과 싱가포르 교과서 모두 그림 과제가 가장 높은 비율을 차지하였다. 이와 같은 결과는 본 연구에서 표 또한 그림 유형으로 간주하였고, 과제에 제시된 데이터가 대부분 표나 그림으로 표현되는 통계라는 영역의 특수성에 기인한 듯 보인다. 또한 데이터를 표나 그래프로 표현하거나, 표와 그래프를 해석하길 요구하는 과제 유형이 대부분이기 때문에, 그림 과제의 경우, 수학적 모델이 이미 과제에 제시되어 있음을 의미하여, 따라서 그림 과제가 글과 그림 과제보다 더 낮은 수준의 과제로 간주될 수 있다는 것이다. 예를 들어 그림 과제 중 하나인 표나 그래프 완성하기 과제의 경우, 주어진 상황을 수학적으로 표현하는 수학적 과제로 간주하였지만, 도수분포표나 일반 표 그리고 그래프의 가로축과 세로축의 항목이나 눈금 간격 등이 이미 과제에 제공되어 있어 사실상 인간의 도수를 그래프에서 찾거나 계산하는 문제와 다를 바 없었다. 즉, 그림 과제의 비율이 높을수록, 학생의 인지적 부담은 감소하지만, 다양한 수학적 모델을 탐색하거나 여러 모델 중 가장 적합한 모델을 수립하기를 요구하는 의미 있는 수학적 과제가 많지 않을 수 있다는 점을 간과해서는 안 된다. 따라서 과제를 표현하는 형식의 균형을 맞추고, 그래프나 표의 가로축, 세로축의 항목이나 눈금 간격, 도수분포표의 계급구간 등을 학생이 직접 설정해보는 과제를 포함함으로써, 주어진 자료를 어떤 기준으로 정리하고 표현하는가에 대한 하나의 모델링 단계의 경험을 제공할 필요가 있다. 또한 자신만의 기준으로 정리하고 표현한 데이터를 다른 학생들과 비교하고 장단점을 이야기 해보는 상호검토 기회만으로도 수학적 모델의 타당성 또는 도출된 결과의 타당성을 검증할 수 있는 학습 경험을 제공(정혜윤, 정진호, 이경화, 2020)할 수 있을 것이다.

마지막으로, 수학적 모델링 활동에 대한 학생들의 흥미 또는 학습동기를 높이기 위해 학생 관점에서 현실성이 높은 과제를 제시할 필요가 있다. 앞서 언급한 바와 같이, 수학적 모델링 과제의 맥락적

현실성이 학생 관점에서의 현실성을 의미하는 것이고, 개인에서 교육/직업, 일반, 과학적 상황으로 갈수록 학생과의 관련성이 떨어짐을 고려하면, 가장 낮게 나타난 한국 교과서의 개인 과제의 비율을 확대하여, 학생들이 자신과 밀접하게 관련된 실세계 문제 상황을 통해 심리적 친근감을 높이고, 수학적 모델링 과정에 몰입할 수 있도록 할 필요가 있다. 또한 학교나 학급에 관련된 단조로운 상황 외에 현실성 높고 다양한 맥락의 문제 상황을 제시하여, 학생들의 흥미 또는 학습동기를 유발하고, 수학 외적 연결성을 경험할 수 있는 기회 또한 제공(OECD, 2003; 정혜운, 이경화, 정진호, 2020)할 필요가 있다.

본 연구에서 한국과 싱가포르 교과서의 통계영역 과제를 수학적 모델링 관점으로 비교·분석하여 연구 결과 및 시사점을 제시한 만큼, 이를 바탕으로 향후 교과서 과제 개발과 중학교 통계영역의 수학적 모델링 활동 및 경험 구성에 도움이 되길 기대한다.

## 참고 문헌

- 강옥기. (2007). **수학과 학습지도와 평가론**. 서울: 경문사.
- 교육부. (2015). **2015 개정 수학과 교육과정**. 제2015-71호 [별책8].
- 교육부, 한국과학창의재단. (2015). **2015 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구Ⅱ**(연구보고서 BD15110002). 한국과학창의재단.
- 권오남, 이경원, 이아란, 한 채린. (2019). 한·일 수학과 교육과정의 외·내적 체제 비교 분석: 직전 교육과정과의 변화를 중심으로. **수학교육**, 58(2), 187-223.
- 김민경, 홍지연, 김은경. (2009). 수학적 모델링 사례 분석을 통한 초등 수학에서의 지도 방안 연구. **수학교육**, 48(4), 365-385.
- 김민경. (2010). **수학적 모델링: 초등수학 중심으로**. 서울: 교우사.
- 김선희. (2005). 문제 중심 학습의 방법으로서 수학적 모델링에 대한 고찰. **학교수학**, 7(3), 303-318.
- 김소민. (2019). 중학교 통계영역의 교육과정 개선을 위한 외국 교육과정의 탐색: 한국, 미국, 싱가포르, 일본의 학습 요소 중심으로. **한국학교수학회논문집**, 22(4), 501-520.
- 박선영, 한선영. (2018). 수학적 모델링 과정을 반영한 교과서 문제 재구성 예시 및 적용. **수학교육**, 57(3), 289-309.
- 박진형. (2017). 수학적 모델링 활동에 의한 창의적 사고 촉진 사례 연구. **수학교육학연구**, 27(1), 69-88.
- 서동엽. (2016). 우리나라와 싱가포르의 중학교 수학과 교육과정 비교. **수학교육학연구**, 26(3), 443-465.
- 손태권, 황성환, 여승현. (2020). 2015개정교육과정 분수의 덧셈과 뺄셈에 관한 수학 교과서 및 익힘책 분석. **학교수학**, 22(3), 489-508.
- 심지은. (2012). **수학적 모델링 학습법이 학생들의 학업성취도와 학습태도에 미치는 영향**. 석사학위 논문. 강원대학교 교육대학원, 강원도.
- 양은영. (2016). **수학적 모델링 통계 수업이 초등학교 5학년 학생들의 문제 해결력과 수학적 성향 및 태도에 미치는 영향**. 석사학위 논문. 서울교육대학교 교육대학원, 서울.
- 양지수. (2021). **수학적 모델링 관점에서 교과서 분석: 2015 개정 교육과정 중학교 3학년 '이차함수'와 '삼각비' 단원 중심으로**. 석사학위 논문. 전남대학교 교육대학원, 광주.
- 이지현. (2012). 초등학교 수학교과서 각도단원 분석: 학습자 활동 및 과제를 중심으로. **열린교육연구**, 20(1), 89-115.

- 장혜원, 최혜령, 강윤지, 김은혜. (2019). 초등학교 저학년을 위한 수학적 모델링 과제 개발 및 적용 가능성 탐색. **한국초등수학교육학회지**, 23(1), 93-117.
- 정승요, 박만구. (2016). 수학과 교육과정의 변화에 따른 초등학교 3, 4학년 교과서의 수학적 모델링 관련 제시 방법 분석. **한국학교수학회논문집**, 19(1), 103-122.
- 정혜윤, 정진호, 이경화. (2020). 수학적 모델링 관점에 따른 한국과 미국의 중학교 1학년 교과서 기하 영역에 제시된 과제 분석. **한국학교수학회논문집**, 23(2), 179-201.
- 정혜윤, 이경화, 정진호. (2020). 수학적 모델링 관점에 따른 초등학교 6학년 교과서의 실세계 맥락 과제 분석: 2011과 2015 개정 교육과정 시기를 중심으로. **학습자중심교과교육연구**, 20(18), 1313-1340.
- 조수현, 김구연. (2021). 수학 교사의 교과서 이해 및 활용 의도 탐색. **수학교육**, 60(1), 111-131.
- 조정길. (2006). **수학적 모델링 활용에 관한 연구**. 석사학위 논문. 울산대학교 교육대학원, 울산.
- 최인용, 송민호, 김화경, 정인우. (2021). 싱가포르 2020 수학과 교육과정 분석 연구. **학습자중심교과교육연구**, 21(11), 219-232.
- Blomhøj, M., & Kjeldsen, T. H. (2013). Students' mathematical learning in modelling activities. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown (Eds.). *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 141-152). Dordrecht: Springer.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modeling problems? In *Mathematical modeling(ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (pp. 222-231). Woodhead Publishing.
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y., & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117-151.
- Curriculum Planning and Development Division. (2019). *Mathematics Syllabus Secondary One to Four, Express Course, Normal (Academic) Course*. Ministry of Education, Singapore.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136.
- Doyle, W. (1983). Academic Work. *Review of Educational Research*, 53(2), 159-199.
- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 303-323.
- Franke, M. (2003). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg/Berlin: Spektrum/Akademischer Verlag
- Glasnovic Gracin, D. (2018). Requirements in mathematics textbooks: A five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(7), 1003-1024.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7, 293 - 397.
- Heng, C. B., Seng, T. K., Fong, W. L., Lee, S., & Hong, O. C. (2020). *Think! Mathematics: New syllabus mathematics, secondary 1B* (8th Edition). Shinglee Publishers Pte Ltd. Singapore.
- Kaiser, G. (2017). *The teaching and learning of mathematical modeling*. Compendium for Research in Mathematics Education (pp. 267 - 291). Reston, VA: NCTM.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2000). Symbolizing, communicating, and mathematizing: Key components



- of models and modeling. In P. Cobb et al. (Eds), *Symbolizing, communicating in mathematics classrooms*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc. pp. 361-383.
- Maaß, K. (2010). Classification Scheme for Modelling Tasks. *Journal Fur Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285 - 311.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: NCTM.
- Niss, M. (1989). Aims and scope of application and modeling in mathematics curriculum. In Blum, W., Berry, J. S. et al. (Eds.), *Applications and modeling in learning and teaching mathematics*. Chichester, UK: Ellis Horwood Limited. pp. 22-31.
- Niss, M. (1992). *Applications and modelling in school mathematics—directions for future development*. Roskilde: IMFUFA Roskilde Universitetscenter.
- OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*.
- Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 37-58.
- Simon, M. A. & Tzur, R.(2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-104.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning. An analysis of mathematical used in reform classrooms, *American Educational Research Journal*, 33, 455-488.
- Swetz, F. (1991). Incorporating mathematical modeling into the curriculum. *Mathematics Teacher*, 82(9), 722-726.
- Trethewey, A. R. (1976). *Introducing Comparative Education*. Rushcutters Bay, Australia: Pergamon Press.
- Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H., & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195 - 229.

# Analyzing Tasks in the Statistics Area of Korean and Singaporean Textbooks from the Perspective of Mathematical Modeling: Focusing on 7<sup>th</sup> Grade

Kim, Somin<sup>1)</sup>

## Abstract

This study aims to analyze statistical tasks in Korean and Singaporean textbooks with the mathematical modeling perspective and compare the learning contents and experiences of students from both countries. I analyzed mathematical modeling tasks in the textbooks based on five aspects: (1) the mathematical modeling process, (2) the data type, (3) the expression type, (4) the context, and (5) the mathematical activity. The results of this study show that Korean and Singaporean textbooks provide the highest percentage of the “working-with-mathematics” task, the highest percentage of the “matching task,” and the highest percentage of the “picture” task. The real-world context and mathematical activities used in Korean and Singaporean textbooks differed in percentage. This study provides implications for the development of textbook tasks to support future mathematical modeling activities. This includes providing a balanced experience in mathematical modeling processes and presenting tasks in various forms of expression to raise students’ cognitive level and expand the opportunity to experience meaningful mathematizing. In addition, it is necessary to present a contextually realistic task for students’ interest in mathematical modeling activities or motivation for learning.

Key Words : Textbook analysis, Mathematical task, Mathematical modeling, Statistics

Received September 02, 2021

Revised September 24, 2021

Accepted September 25, 2021

---

\* 2010 Mathematics Subject Classification : 97B70, 97D99

1) Inha University (thals8410@gmail.com)