



유상하중의 불확실성을 고려한 쿼드로터의 모델 참조 적응제어 기법 설계

이동우¹, 김남수², 장광우³, 이성현⁴, 방효충⁵

Model Reference Adaptive Control of a Quadrotor Considering the Uncertainty of Payload

Dongwoo Lee¹, Lamsu Kim², Kwangwoo Jang³, Seongheon Lee⁴ and Hyochoong Bang⁵

Korea Advanced Institute of Science and Technology

ABSTRACT

In transportation missions using quadrotor, the payload may change the model parameters, such as mass, moment of inertia, and center of gravity. Moreover, if position of the payload is constantly changing during flight, the effect can adversely affect the control performances. To handle this issue, we suggest Model Reference Adaptive Control based on Linear Quadratic Regulator(LQR+MRAC) to compensate the uncertainty caused by payload. Firstly, the mathematical modeling with the fixed payload is derived. Second, Linear Quadratic Regulator (LQR) is used to design the reference model and baseline controller. Also, through the Stability method, Adaptive law is derived to estimate the model parameters. To verify the performance of proposed control scheme, we compared LQR and LQR+MRAC in situations where uncertainties exist. And, when the disturbance exist, the classic MRAC and proposed controller is compared to analyze the transient response and robustness.

초 록

쿼드로터를 활용한 운송 임무에서 임의의 유상하중을 장착하게 되면 질량, 관성모멘트, 무게중심의 위치와 같은 모델 파라미터가 변화하게 된다. 더욱이 유상하중이 기체에 장착되는 위치가 기체의 무게중심과 일치하지 않는 경우 무게중심의 변화는 야기되며 이는 제어 성능에 악영향을 미치게 된다. 이에 본 논문에서는 유상하중에 따른 모델의 불확실성을 보상하기 위하여, 선형 제차 조정기(Linear Quadratic Regulator, LQR) 기반의 모델 참조 적응 제어기법(Model Reference Adaptive Control, MRAC)을 제안한다. 먼저 고정된 유상하중을 고려한 쿼드로터의 동역학 모델을 유도하고, 선형 제차 조정기를 이용하여 기준제어기를 선정한다. 참조 모델은 과도응답을 향상하기 위해 페루프 참조 모델을 사용하였으며, 선형 제차 조정기를 통하여 선정하였다. 또한, 안정성 분석을 통하여 모델 파라미터를 추정하기 위한 적응 제어기법을 설계하였다. 제안하는 제어기의 성능을 확인하기 위하여 모델 파라미터의 불확실성이 존재하는 상황에서 선형 제차 조정기와 성능을 비교하였다. 그리고 외란이 있는 상황에서 기존의 모델 참조 적응 제어기법과도 제안한 제어기의 결과를 비교하여 과도응답과 강건성에 대해서도 분석하였다.

Key Words : Model Reference Adaptive Control(모델 참조 적응제어), Center of Gravity(무게중심), Payload(유상하중), Closed-loop Reference Model(페루프 참조 모델)

† Received : March 31, 2021 Revised : July 14, 2021 Accepted : August 5, 2021

¹ M.S. Student, ^{2,3} Ph.D Student, ⁴ Researcher, ⁵ Professor

⁵ Corresponding author, E-mail : hcbang@kaist.ac.kr, ORCID 0000-0001-6016-8102

© 2021 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

I. 서 론

오늘날 무인항공기(UAV)는 군용 분야뿐만 아니라 민간 분야에서도 널리 사용되고 있다. 대표적인 무인항공기 중 하나인 쿼드로터(quadrotor)는 구조가 간단하고 좁은 공간에서 수직이착륙 및 정지 비행(hovering)이 가능하여 물건을 운반하거나[1] 응급 상황에서 구명 장치를 전달하는 등[2] 운반 및 수송 임무에서도 사용되고 있다. 이러한 임무들에서 UAV는 다양한 형태의 임무 장비 및 유상하중을 운반하면서 질량, 관성모멘트, 무게중심의 위치와 같은 모델 파라미터가 변화하게 된다. 특히 쿼드로터에 유상하중이 기체 아래에 직접 결합될 경우 고정위치에 따라 관성모멘트, 무게중심의 위치가 변화하게 되어 비행 성능이 저하하는 문제점이 발생한다. 쿼드로터 제어에는 비례-미분-적분 제어기(Proportional-Integral-Differential controller, PID)[3], 선형 제차 조정기(Linear Quadratic Regulator, LQR)[4], 궤환 선형화(feedback linearization)[5] 등의 기법들이 주로 사용되고 있지만, 이와 같은 대부분의 제어 기법들은 비행체의 무게중심이 최초 설정한 기체고정좌표계의 중심에 위치하는 상황을 가정하여 유도되므로 변화하는 질량과 관성모멘트를 적절하게 보상할 수 없다. 따라서 유상하중을 장착하는 것은 불확실성을 야기하기 때문에 제어가 원하는 성능을 발휘하지 못하게 된다.

이러한 모델 파라미터의 불확실성을 해결하는 기법들은 크게 강건 제어기법[6]과 적응 제어기법[7]으로 연구되어왔다. 그러나 강건 제어기법의 경우 설계범위 밖의 외란과 불확실성에서는 안정성을 보장하기 어렵고 성능이 크게 떨어지게 된다. 따라서 이러한 한계를 가지지 않는 적응 제어기법이 효과적이며, 그중 하나인 모델 참조 적응 제어기(Model Reference Adaptive Control, MRAC)는 원하는 페루프 응답특성을 얻을 수 있어 주목을 받고 있다. 모델 참조 적응제어기법을 이용하여 불확실성을 보상하는 연구들은 다음과 같다.

참고문헌 [8]에서는 단일출력 단일입력(SISO) 형태의 적응 자세제어기를 제안하여 관성모멘트의 불확실성이 존재하는 상황에서 PID와 자세제어 성능을 비교하였고, Toshiya Maki et al.[9]은 무게중심의 불확실성을 선형화시켜 모델 참조 적응제어기법을 사용하여 쿼드로터의 성능을 실험적으로 증명하였다. Keyvan Mohammadi et al.[10]은 변형된 σ -modification 기반의 강인 적응 제어기를 제안하여 추정된 질량과 관성모멘트의 표류(drift)를 방지하였다. 참고문헌 [11]에서는 궤환 선형화 제어기에 모델 참조 적응제어기법을 적용하여 관성모멘트의 불확실성을 보상하여 성능을 향상시켰고, e -modification을 사용하여 센서 노이즈와 외란에 대해 강건성을 향상시켰다. 참고문헌 [12]에서는 과도응답과 강건성을 보장하기 위해 L1 적응제어기법을 이용하여 무미익 항공기의 무게

중심이 변화하는 문제를 해결하였다.

이전까지의 연구들은 무게중심보다는 질량과 관성모멘트의 변화에 중점을 둔 제어기법 설계에 초점을 두었으며 유상하중을 장착하는 경우에 야기되는 질량, 관성모멘트, 무게중심의 불확실성을 모두 고려한 연구는 찾아볼 수 없다.

따라서 본 연구를 통하여 기여하고자 하는 부분은 다음과 같다. 첫째, 선형 제차 조정기 기반의 모델 참조 적응 제어기를 제안하여 제어기의 구조를 간단히 하고, 이상 상태뿐만 아니라 불확실성이 존재하는 상황에도 안정적인 제어 성능을 확보하고자 한다. 둘째, 모델 참조 적응제어기법의 과도응답 성능을 향상시키기 위해 페루프 참조모델을 적용하였다. 셋째, 센서 잡음과 같은 외란이 존재하는 상황에서도 제안하는 적응 제어기가 강건하게 파라미터를 추정하기 위해서 Projection 기법을 사용하였고, 임의의 값에 균등 유계하는 것을 수학적 뿐만 아니라 수치적으로도 증명한다.

이어지는 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 유상하중이 고려된 쿼드로터 동역학 모델링을 제시하고, 3장에서는 선형 제차 조정기와 선형 제차 조정기 기반의 적응제어 기법 제어기 설계가 이루어지고, 제안한 제어기의 안정성을 분석한다. 4장에서는 MATLAB/SIMULINK 기반 시뮬레이션 내용을 설명하고, 선형 제차 조절기(LQR)와 제안하는 적응제어기법(LQR+MRAC)의 성능을 비교하였고, 과도응답 성능을 분석하기 위해서 제안하는 제어기에 페루프 참조 모델과 개루프 참조 모델을 사용하면서 결과를 비교하였다. 그리고 외란이 있는 상황에서 균등 유계하는 것을 확인하였다. 끝으로 5장에서는 본 연구의 결론을 기술하였다.

II. 쿼드로터의 모델링

본 절에서는 유상하중이 장착된 쿼드로터의 동역학 모델링을 살펴보고자 한다. 관성좌표계와 기체 좌표계는 아래와 같이 정의하였다. 일반적으로 관성좌표계 $\{I\}$ 는 z 축이 중력이 작용하는 지구 중심으로 향하고, x 축과 y 축은 각각 북쪽과 동쪽을 가리킨다. 기체 좌표계 $\{B\}$ 는 기체의 무게중심에 위치한다. 동역학 모델링은 Fig. 1과 같이 유상하중이 기체의 무게중심에 벗어나게 장착되어 무게중심이 달라지는 상황을 가정하였다.

2.1 쿼드로터의 운동학

쿼드로터의 운동학 모델을 구하기 위해 관성좌표계에서 기체고정좌표계로 변환하는 회전행렬을 정의해야 한다. 그리고 이를 이용하여 관성좌표계에서 표현된 위치의 미분 값 $[\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]$ 을 기체고정좌표계 속도 $[u, v, w]$ 로 표현할 수 있다. 또한, 관성좌표계에서 표현된 오일

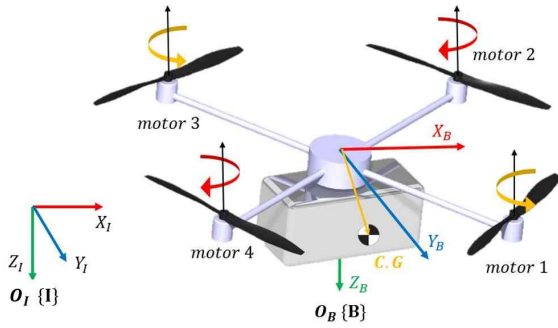


Fig. 1. Quadrotor with payload coordinate frame

러 각속도 $[\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]$ 도 기체고정좌표계 각속도 $[p, q, r]$ 로 다음과 같이 표현할 수 있다. 식을 간단하게 표기하기 위해서 $\sin(x) := s_x$, $\cos(x) := c_x$, $\tan(x) := t_x$ 와 같이 표기한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi + s_\phi s_\theta c_\psi & s_\phi s_\psi + c_\phi s_\theta c_\psi \\ c_\theta s_\psi & c_\phi c_\psi + s_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi + c_\phi s_\theta s_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.2 쿼드로터의 동역학

쿼드로터의 6 자유도 동역학 모델은 뉴턴의 제2 법칙을 통해 얻어진다. Fig. 1과 같이 기체 좌표계에서 실제 무게중심까지를 $\mathbf{r}_G = [x_G, y_G, z_G]$ 라고 정의하였다. 기체의 관성모멘트는 기하학적으로 대칭이므로 대각성분만 존재한다고 가정하였으며, 무게중심이 달라지는 상황에도 비대각 성분은 큰 영향을 주지 않는다고 가정하였다. 무게중심으로 영향을 고려하여 기체 좌표계에서의 동역학 모델링은 다음과 같다. $F_{(\cdot)}$ 와 L, M, N 은 기체 좌표계에서 작용하는 각 축의 힘과 모멘트이며, $\Delta_{(\cdot)}$ 은 무게중심의 변화로 인한 영향이다[13].

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{F_x}{m} + vr - wq + gs_\theta + \Delta_{F_x} \\ \dot{v} &= \frac{F_y}{m} + pw - ur + gc_\theta s_\phi + \Delta_{F_y} \\ \dot{w} &= \frac{F_z}{m} + uq - vp + gc_\theta c_\phi + \Delta_{F_z} \\ \dot{p} &= \frac{L}{I_{xx}} + \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} qr + \Delta_L \\ \dot{q} &= \frac{M}{I_{yy}} + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} rp + \Delta_M \\ \dot{r} &= \frac{N}{I_{zz}} + \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq + \Delta_N \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{F_x} &= x_G(\dot{q}^2 + r^2) - y_G(pq - \dot{r}) - z_G(pr + \dot{q}) \\ \Delta_{F_y} &= -x_G(qp + \dot{r}) + y_G(p^2 + r^2) - z_G(qr - \dot{p}) \\ \Delta_{F_z} &= -x_G(rp - \dot{q}) - y_G(rq - \dot{p}) + z_G(p^2 + q^2) \\ \Delta_L &= -\frac{m}{I_{xx}} [y_G(\dot{w} - uq + vp - gc_\theta c_\phi) - z_G(\dot{v} - pw + ur - gc_\theta s_\phi)] \\ \Delta_M &= -\frac{m}{I_{yy}} [z_G(\dot{u} - vr + wq + gs_\theta) - x_G(\dot{w} - uq + vp - gc_\theta c_\phi)] \\ \Delta_N &= -\frac{m}{I_{zz}} [x_G(\dot{v} - pw + ur - gc_\theta s_\phi) - y_G(\dot{u} - vr + wq + gs_\theta)] \end{aligned}$$

또한 z축 속도제어를 하기 위해서 관성좌표계 기준으로 뉴턴의 제2 법칙을 적용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{F_z}{m} [s_\phi s_\psi + c_\phi c_\psi] \\ \ddot{y} &= -\frac{F_z}{m} [c_\phi s_\psi s_\theta - s_\phi c_\psi] \\ \ddot{z} &= g - \frac{F_z}{m} [c_\phi c_\theta] \end{aligned} \quad (4)$$

2.3 쿼드로터의 할당행렬

할당행렬은 각각의 모터의 추력 T_i 를 z축 방향의 힘 F_z 과 각 축에 대한 모멘트 L, M, N 로 바꾸어주는 행렬이다. 기체는 Quad-x 타입으로 가정하여 할당행렬을 유도하였다. 이때, dx, dy 는 기체 좌표계 중심으로부터 x축, y축까지의 거리이며, k_T, k_Q 는 추력과 모터의 각속도 제곱의 비, 돌림힘과 모터의 각속도 제곱의 비를 나타낸다.

$$\begin{aligned} l &= \frac{dx}{\sqrt{2}} = \frac{dy}{\sqrt{2}}, \\ T &= k_T w_{motor}^2, M = k_Q w_{motor}^2 \\ \begin{bmatrix} F_z \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -k_T - k_T - k_T - k_T \\ -k_T l & k_T l & k_T l & -k_T l \\ k_T l & k_T l & -k_T l & -k_T l \\ k_Q & -k_Q & k_Q & -k_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

III. LQR 기반의 적응제어 기법

제안하는 제어기는 크게 자세제어기와 속도제어기로 나누어지며 선형 제차 조정기를 기본제어기로 선정하고 적응 제어기를 추가하여 유상하중으로 야기되는 불확실성 문제를 해결하고자 한다.

3.1 선형 제차 조정기(LQR)

선형 제차 조정기는 최적제어 기법의 한 종류로 제어에 따른 시스템의 상태와 구동기의 입력을 이용하여 가격함수(Cost function)를 정의하고, 이를 최소화하는 제어이득을 찾는 방식을 사용한다. 비선형 시

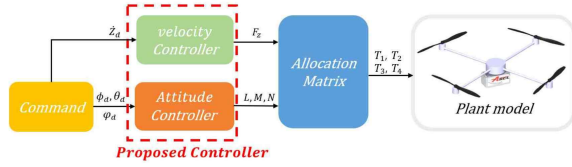


Fig. 2. Schematic of Controller

스택의 경우 시스템의 운용 구간에 대한 선형화가 필수적이며 다음과 같이 정리할 수 있다. 식 (6)에서 사용하는 Q, R 행렬은 가격함수를 설계하는 목적에 맞추어 임의의 양정치 행렬을 사용한다. P 행렬은 식 (7)의 리카티 방정식의 일반해를 구해 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \\ J &= \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt \end{aligned} \quad (6)$$

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (7)$$

$$u = R^{-1}B^T Px = -Kx \quad (8)$$

3.2 LQR 기반의 모델 참조 적응 제어기

3.2.1 참조 모델 설계

일반적으로 참조 모델은 다음 아래와 같은 선형 시스템으로 가정된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ref} &= A_{ref}x + B_{ref}f \\ y_{ref} &= Cx_{ref} \end{aligned} \quad (9)$$

참조 모델을 선정하는 방법은 임의의 2차 시스템으로 결정하거나[15], LQR gain을 이용하여서 원하는 반응성을 가지는 시스템을 구하는 방법이 있다[16]. 제안하는 제어기의 참조 모델은 LQR gain을 이용하여 아래와 같이 A_{ref} 와 B_{ref} 를 구하였다.

$$A_{ref} = A + BAK_{LQR}^T, B_{ref} = BAK_{LQR}^T \quad (10)$$

최근 모델참조 적응제어기법의 과도응답 성능을 향상시키기 위해서 피드백 성분이 추가된 페루프 참

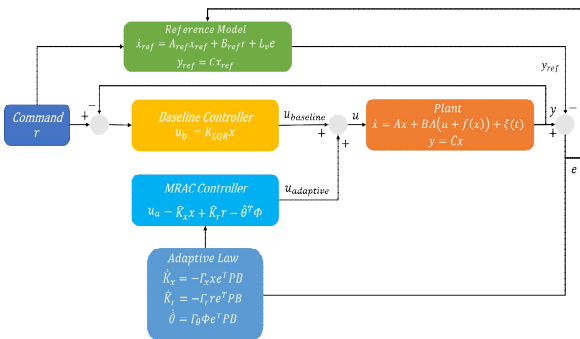


Fig. 3. Schematic of Proposed Controller

조 모델이 제안되었다[17]. 빠른 반응성을 얻기 위해 높은 update gain을 사용할 경우 제안하는 제어기에서도 원하지 않는 진동을 발생시키지 않고 과도응답 성능을 높이고자 다음과 같은 페루프 참조 모델을 사용하였다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ref} &= A_{ref}x + B_{ref}f + L_v(x - x_{ref}) \\ y_{ref} &= Cx_{ref} \\ L_v &= P_v R_v^{-1}, \\ Q_v &= Q_0 + \frac{v+1}{v} I_{n \times n}, R_v = R_0 + \frac{v}{v+1} I_{n \times n}, \\ P_v A_{ref}^T + A_{ref} P_v^T - P_v R_v^{-1} P_v + Q_v &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

L_v 피드백 gain이며 P_v 는 대수적 리카티 식의 일반해를 통해서 구할 수 있다.

3.2.2 LQR 기반의 모델 참조 적응 제어기 설계

참고문헌 [14]에 따르면 다변수 입출력 시스템(MIMO)의 모델 참조 적응제어기법의 구조는 아래와 같은 형태로 식을 표현할 수 있다. x 는 시스템의 변수이고, u 는 제어입력, Λ 는 제어입력의 효율감소와 모델링 오차를 포함하는 행렬이며 $f(x)$ 는 불확실성을 나타내는 알지 못하는 비선형함수이고, $\xi(t)$ 는 최대의 크기가 정해진 임의의 외란이다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B\Lambda(u + f(x)) + \xi(t) \\ y &= Cx \\ f(x) &= \sum_{i=1}^N \theta_i \phi_i(x) = \Theta^T \Phi \end{aligned} \quad (12)$$

식 (3)과 선형화된 식 (4)를 위의 식 (12)와 같은 형태로 정리하면 다음과 같은 행렬들을 얻을 수 있고 불확실성 요소인 무게중심으로 인한 성분과 커플링(coupling) 성분을 $f(x)$ 로 가정하면 추정하게 될 파라미터 Θ 와 기저 Φ 를 다음과 같이 정의할 수 있다. 기준 제어기에 사용되는 LQR gain은 반응성과 제어입력의 효율을 고려하여 구하였다.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{1 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{1 \times 1} \\ 0_{1 \times 1} & 0_{1 \times 1} & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 4} \\ I_{4 \times 4} \end{bmatrix}, \\ C &= I_{7 \times 7} \\ x &= \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \Lambda = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

$$f(x) = [f_L f_M f_N f_E]^T = \begin{bmatrix} (I_{yy} - I_{zz})qr - m y_g (\dot{w} - uq + vp - g c_\theta c_\phi) + m z_g (\dot{v} - pw + ur - g c_\theta s_\phi) \\ (I_{zz} - I_{xx})rp - m z_g (\dot{u} - vr + wq + g s_\theta) + m x_g (\dot{w} - uq + vp - g c_\theta c_\phi) \\ (I_{xx} - I_{yy})pq - m x_g (\dot{v} - pw + ur - g c_\theta s_\phi) + m y_g (\dot{u} - vr + wq + g s_\theta) \\ \frac{\Delta m g}{c_\theta c_\phi} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} I_{yy} - I_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ -m x_g & 0 & 0 & 0 \\ m y_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{zz} - I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & -m z_g & 0 & 0 \\ 0 & m x_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{xx} - I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & -m y_g & 0 \\ 0 & 0 & m z_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta m \end{bmatrix}, \Phi^T = \begin{bmatrix} qr \\ \dot{w} - uq + vp - g c_\theta c_\phi \\ \dot{v} - pw + ur - g c_\theta s_\phi \\ rp \\ \dot{u} - vr + wq + g s_\theta \\ \dot{w} - uq + vp - g c_\theta c_\phi \\ pq \\ \dot{v} - pw + ur - g c_\theta s_\phi \\ \dot{u} - vr + wq + g s_\theta \\ g/c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (15)$$

$\Delta m = m - \hat{m}$ 은 실제 질량에서 현재 알고 있는 질량의 값과 차이를 의미한다.

제안한 제어기의 제어입력은 최종적으로 아래와 같이 기준 제어기(baseline) 제어입력과 적응제어(adaptive) 제어입력의 합으로 이루어진다.

$$\begin{aligned} u &= u_{baseline} + u_{adaptive} \\ u_{baseline} &= K_{LQR} x \\ u_{adaptive} &= \hat{K}_x^T x + \hat{K}_r^T r - \hat{\theta}^T \Phi \end{aligned} \quad (16)$$

3.2.3 적응법칙 유도 및 안정성 분석

앞선 식 (12), (16)을 기반으로 적절한 $\hat{K}_x, \hat{K}_r, \hat{\theta}$ 의 값들을 추정하기 위한 적응법칙은 안정성을 증명하면서 유도된다. 증명 진행하기 전에 오차와 시간에 대한 오차의 미분 값은 식 (11)과 식 (12)를 이용하여 아래와 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} e &= x - x_{ref} \\ \dot{e} &= (A_{ref} - L_v)e + B\lambda(\Delta K_x + \Delta K_r - \Delta\theta^T \Phi(x)) + \xi(t) \end{aligned} \quad (16)$$

리아프노브 후보 함수는 다음과 같이 선정한다.

$$V = e^T \tilde{P}_v e + tr([\Delta K_x^T \Gamma_x^{-1} \Delta K_x + \Delta K_r^T \Gamma_r^{-1} \Delta K_r + \Delta\theta^T \Gamma_\theta^{-1} \Delta\theta] \Lambda) \quad (17)$$

이때 $A_v = A_{ref} - L_v$ 이며, $\tilde{P}_v = P_v^{-1}$ 는 대수적 리카티 식의 해로 충족시키는 값이다.

$$A_v^T \tilde{P}_v + A_v \tilde{P}_v = -R_v^{-1} - \tilde{P}_v Q_v \tilde{P}_v \quad (18)$$

리아프노브 후보 함수를 시간에 대해서 미분하여 정리하면 다음과 같다. 그리고 추정하는 모델 파라미터는 시간에 대해서 매우 느리게 변화한다고 하면 $\Delta\dot{\theta} = \Delta\hat{\theta} - \Delta\dot{\theta} \approx \Delta\hat{\theta}$ 와 같이 가정할 수 있다. 이를 이용하면 (20)의 식은 (21)과 같은 형태로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}^T \tilde{P}_v e + e^T \tilde{P}_v \dot{e} + 2tr([\Delta K_x^T \Gamma_x^{-1} \Delta \dot{K}_x + \Delta K_r^T \Gamma_r^{-1} \Delta \dot{K}_r + \Delta\theta^T \Gamma_\theta^{-1} \Delta \dot{\theta}] \Lambda) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &= e^T (A_v^T \tilde{P}_v + A_v \tilde{P}_v) e + 2e^T PBA(\Delta K_x^T x + \Delta K_r^T r - \Delta\theta^T \Phi(x)) + 2tr([\Delta K_x^T \Gamma_x^{-1} \Delta \dot{K}_x + \Delta K_r^T \Gamma_r^{-1} \Delta \dot{K}_r + \Delta\theta^T \Gamma_\theta^{-1} \Delta \dot{\theta}] \Lambda) + 2e^T P\xi(t) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} &= -e^T (R_v^{-1} + \tilde{P}_v Q_v \tilde{P}_v) e + 2tr(\Delta K_x^T [\Gamma_x^{-1} \Delta \dot{K}_x + x e^T PB] \Lambda) + 2tr(\Delta K_r^T [\Gamma_r^{-1} \Delta \dot{K}_r + r e^T PB] \Lambda) + 2tr(\Delta\theta^T [\Gamma_\theta^{-1} \Delta \dot{\theta} + \Phi(x) e^T PB] \Lambda) + 2e^T P\xi(t) \end{aligned} \quad (21)$$

추정하는 피드백, 피드 포워드 상수와 임의의 함수를 균등 유계하기 위해서 주로 사용되는 경사 하강법(gradient) 대신 다음과 같은 프로젝트션(projection) 기법을 사용한다[17].

$$\begin{aligned} \hat{K}_x &= \text{Proj}(\hat{K}_x, \Gamma_x x e^T PB) \\ \hat{K}_r &= \text{Proj}(\hat{K}_r, \Gamma_r r e^T PB) \\ \hat{\theta} &= \text{Proj}(\hat{\theta}, \Gamma_\theta \Phi(x) e^T PB) \end{aligned} \quad (21)$$

다음과 같이 projection 기법을 통해 파라미터를 추정하면 $\hat{K}_x, \hat{K}_r, \hat{\theta}$ 이 균등 유계(Uniform Bounded)하게 된다. 그리고 미분된 리아프노브 후보 함수는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -e^T (R_v^{-1} + \tilde{P}_v Q_v \tilde{P}_v) e + 2e^T P\xi(t) \\ &\leq -\lambda_{\min}(Q) \|e\|^2 + 2\|e\| \lambda_{\max}(P) \xi_{\max} \\ &= -\lambda_{\min}(Q) \|e\| \left(\|e\| - 2 \frac{\lambda_{\max}(P) \xi_{\max}}{\lambda_{\min}(Q)} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\Omega = \left\{ e \in R^n : \|e\| \leq 2 \frac{\lambda_{\max}(P) \xi_{\max}}{\lambda_{\min}(Q)} \wedge \|\Delta\theta\| \leq \Delta\theta_{\max} \right\} \quad (23)$$

따라서 e가 다음과 같은 응골집합(compact set)에 벗어나게 되면 시간에 대한 리아프노브 후보 함수의 미분 값이 음의 양정치 함수가 되며 Uniform Ultimate Boundedness를 만족하게 된다.

IV. 수치 시뮬레이션 결과

MATLAB/Simulink를 이용하여 제안한 적응제어 기법을 검증하기 위해 수치 시뮬레이션을 진행하였

다. 롤(Roll), 피치(Pitch), 요(Yaw), z축 속도를 계단 입력(step input) 형태로 주면서 반응성을 확인하였다. 유상하중으로 인한 영향은 0초 이후부터 적용하였고, 질량 및 관성모멘트는 각각 30%, 30%가 증가하고, 무게중심이 각 축의 길이의 10% 정도 변화하는 상황을 가정하였다. 상용제어기 LQR과 제안한 제어기의 오일러 각과 Root Mean Square Error 값을 비교하였고, 페루프 참조 모델의 성능을 분석하기 위해서 개루프 참조 모델을 사용한 MRAC와 오일러 각과 추정된 불확실성의 결과를 비교하였다.

4.1 시뮬레이션 시나리오 및 파라미터

Table 1에서는 시뮬레이션에서 사용된 파라미터에 대해서 다음과 같이 나타내었다. Nominal Value는 실제 모델의 파라미터 값이며 Known Value는 현재 알고 있는 부정확한 모델 파라미터이다. Table 2에서는 4.2.2에서 사용한 센서 잡음의 2-Norm(놈)의 크기를 나타낸다. 식 (24)에서 (26)은 실제 사용한 LQR gain과 참조 모델에 값을 나타낸다.

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$K_{LQR} = \begin{bmatrix} -3.15 & 0 & 0 & -1.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.15 & 0 & 0 & -1.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3.15 & 0 & 0 & -1.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

Table 1. Quadrotor Parameter

Parameter	Nominal Value	Known Value	Units
I_{xx}	0.03722	0.02863	$kg\ m^2$
I_{yy}	0.03720	0.02861	$kg\ m^2$
I_{zz}	0.07242	0.05571	$kg\ m^2$
m	1.95	1.5	kg
K_T	$1.2999e^{-6}$	$1.2999e^{-6}$	$N\ s^2$
K_Q	$2.2335e^{-8}$	$2.2335e^{-8}$	$N\ m\ s^2$
x_G	0.025	0	m
y_G	0.025	0	m
z_G	0.025	0	m

Table 2. Norm of Sensor noise

	ϕ	θ	ψ	p	q	r	\dot{z}
$\ \xi_{max}\ $	$\frac{0.1\pi}{180}$	$\frac{0.1\pi}{180}$	$\frac{0.1\pi}{180}$	$\frac{\pi}{180}$	$\frac{\pi}{180}$	$\frac{\pi}{180}$	0.05

$$A_{ref} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -110 & 0 & 0 & -38 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -112 & 0 & 0 & -38.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -80 & 0 & 0 & -21 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$B_{ref} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 110 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 112 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}, L_v = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

4.2 시뮬레이션 결과

수치 시뮬레이션은 LQR 제어기와 제안한 제어기를 비교하는 외란이 존재하지 않는 Case 1, 페루프 참조 모델과 개루프 참조 모델을 외란이 존재하는 상황에서 비교하는 Case 2에 대해서 이루어졌다.

4.2.1 Case 1: 외란이 없는 상황 시뮬레이션

유상하중으로 야기된 불확실성을 고려된 모델 참조 적응 제어기의 성능을 분석하기 위해 시나리오 1에서는 외란이 없는 상황에서 LQR 기준제어기와 일정한 계단입력(Step input)을 통해 결과를 비교하였다. Fig. 4에서 기준제어기는 롤, 피치 축에서 오일러 각의 크기가 10° 정도의 일정한 바이어스(bias)가 생

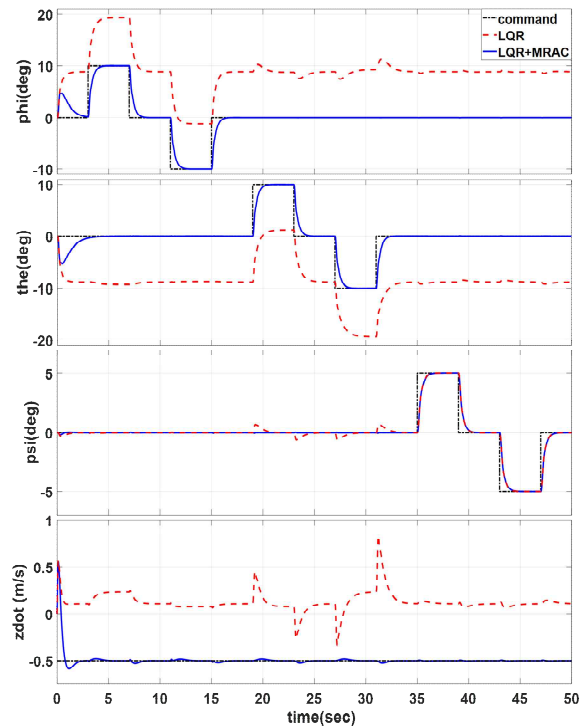


Fig. 4. state response using baseline and adaptive controller without disturbance

Table 3. Case 1 of RMSE

		phi	theta	psi
RMSE (deg)	Baseline	8.9141	8.9158	0.1983
	Adaptive	0.3787	0.4199	0.1515
Perc.Diff.(%)		2253.05	2014.38	30.89

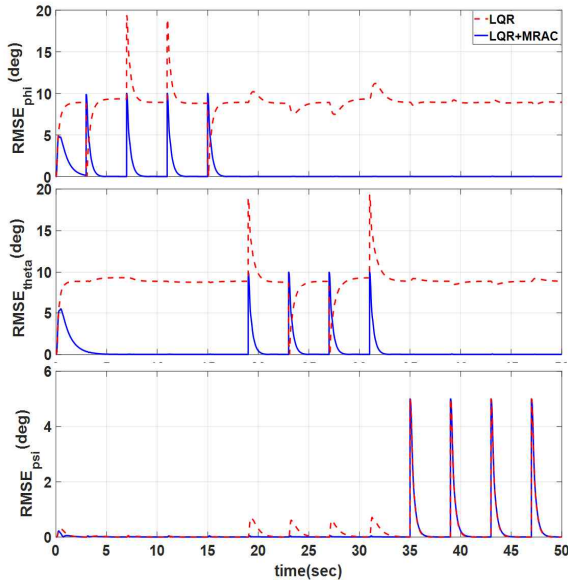


Fig. 5. Root Mean Square Error(RMSE) between reference model and each controller of state without disturbance

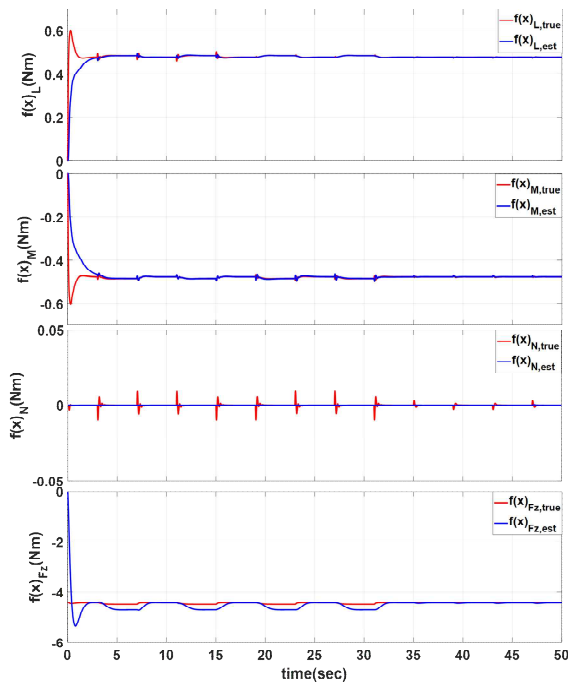


Fig. 6. $f(x)$ unknown function and $\hat{f}(x)$ estimated unknown function without disturbance

졌으며 각속도가 큰 경우에 무게중심으로 인한 영향이 나타났으며, z축 속도도 일정한 바이어스를 가지며 오일러 각의 명령이 있을 때 크게 변화하는 것을 확인할 수 있었다. 제안한 선형 제차 조정기 기반의 적응 제어기는 3초 이전에는 파라미터가 추정되면서 제어 명령을 정확하게 따라가지는 못하였지만, 그 이후에는 질량, 관성모멘트, 무게중심으로 인한 불확실성을 정확하게 보상하여 오차 없이 따라가는 것을 확인할 수 있었다. 그리고 Fig. 5에서 계단입력과 각 제어기의 오차에 대한 2-Norm(놈)을 비교하여 제안한 제어기의 성능이 뛰어난 것을 비교할 수 있었다. Fig. 6에서는 불확실성 요소인 실제 $f(x)$ 와 추정된 $\hat{f} = \hat{\theta}^T \Phi$ 를 나타내는 그래프에서 추정된 값이 실제 값과 완전히 일치하지는 않지만 근사한 값을 가지는 것을 볼 수 있었다. 모델 참조 적응제어에서는 수렴한 파라미터가 실제값과 일치하지 않을 수 있으며 자세제어와 고도제어에서 목표에 맞게 기동하는 것을 통해 시스템의 안정화는 보장이 되었고, 제어기가 효과적으로 동작하는 것을 확인할 수 있었다.

4.2.2 Case 2: 외란이 있는 상황 시뮬레이션

시나리오 2에서는 센서 잡음과 같은 외란이 존재하는 상황에서 개루프 참조 모델을 사용하는 기존의 모델 참조 적응 제어기법(LQR+MRAC with ORM)과 폐루프 참조 모델을 적용한 제안하는 제어기(LQR+MRAC with CRM)의 시뮬레이션 결과를 분석하였다. 계단입력과 모델 파라미터는 시나리오 1과 동일하게 사용하였다. Fig. 7에서 개루프 참조 모델

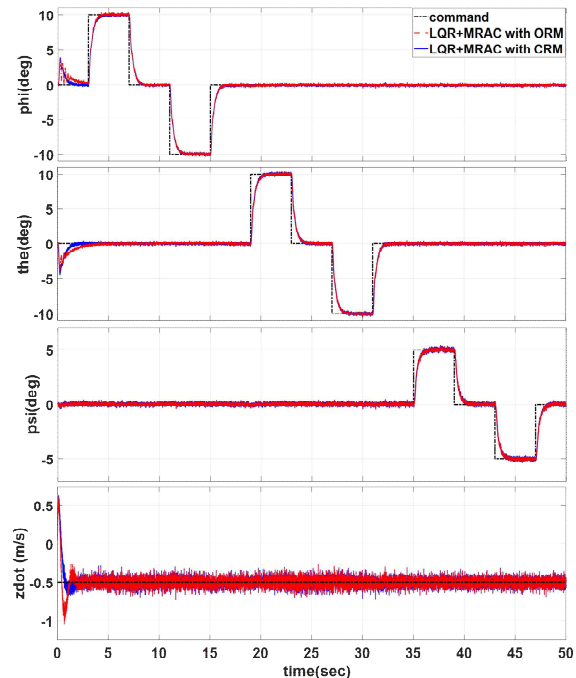


Fig. 7. state response using baseline and adaptive controller with disturbance

을 사용한 제어기는 0~3초 사이에서 롤(Roll), 피치(Pitch), z축 속도에서 원하지 않는 진동이 생기는 것을 확인할 수 있었다. Fig. 8을 통해서 이러한 응답 특징이 초기 반응뿐만 아니라 계단입력이 주어졌을 때도 페루프 참조 모델을 사용한 제어기의 결과보다 진동하면서 기동하는 것을 알 수 있었다.

또한 Fig. 9에서 각 제어기의 참조 모델과 시스템의 오일러 각과 z축 속도의 오차에 대한 2-Norm(놈)을 비교하여 제안하는 페루프 참조 모델의 오차가 적다는 것을 확인할 수 있었다. 또한 외란이 존재하는 상황에서 제안한 제어기는 오차가 균등 유계하다는 것을 수치 시뮬레이션으로 증명하였다. 롤, 피치, z축 속도의 오차는 5초 이전까지는 추정된 값이 실제 값과 근사하지 않아 오차가 옹골 집합의 밖에 존재하지만 이후에는 일정한 값으로 수렴되는 것을 알 수 있다.

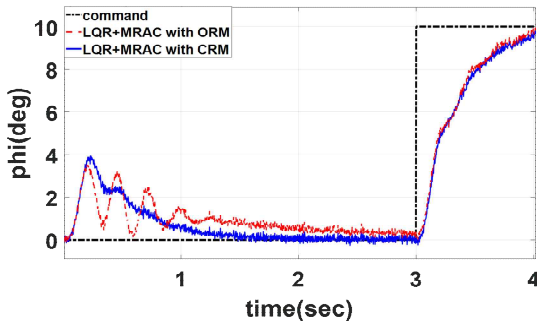


Fig. 8. Roll angle response using baseline and adaptive controller with disturbance

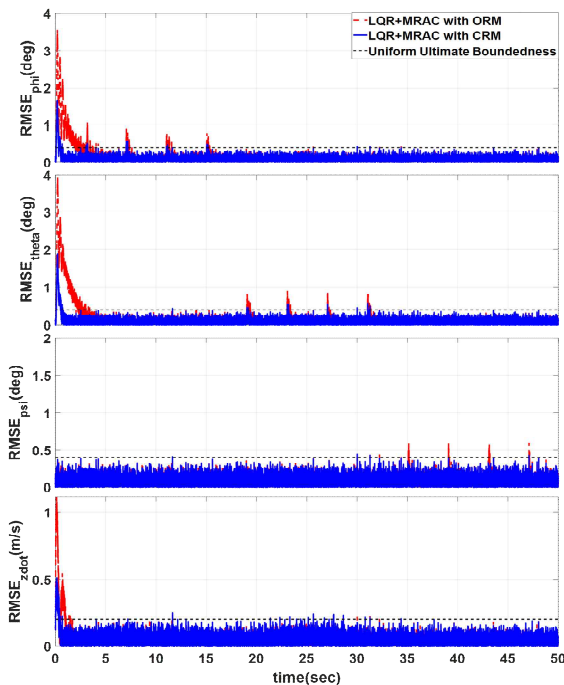


Fig. 9. Root Mean Square Error(RMSE) between reference model and LQR+MRAC with ORM & CRM of state with disturbance

Table 4. Case 2 of RMSE

		phi	theta	psi
RMSE (deg)	LQR+MRAC with ORM	0.147	0.161	0.087
	LQR+MRAC with CRM	0.092	0.095	0.083
Perc.Diff.(%)		59.78	69.47	4.81

V. 결론

본 논문에서는 유상하중으로 인한 불확실성을 고려한 선형 제차 조정기 기반의 모델 참조 적응 제어 기법을 제안하였다. 제안한 제어기의 성능을 분석하고자 질량이 30%, 관성모멘트가 30% 증가하고 무게 중심이 각 축의 길이의 10% 정도 변화하는 상황에서 LQR 기법과 자세제어 및 속도제어 성능을 비교하였다. 수치 시뮬레이션 결과 모델 파라미터의 불확실성이 존재하는 상황에서 LQR+MRAC 제어기는 LQR 제어기보다 뛰어난 성능을 보여주었다. 또한 제안하는 페루프 참조 모델은 기존의 개루프 참조 모델을 사용하는 모델 참조 적응제어기법보다 뛰어난 응답 성능과 강건하다는 것을 보여주었다. 그리고 제안한 제어기가 외란이 존재하더라도 오차가 균등 유계하다는 것을 증명하였다. 제안한 제어기는 기준제어기 제어입력에 적응 제어입력이 더해지는 형태이기 때문에 이상적인 상태에서 제어기의 안정성과 신뢰성을 보장할 수 있을 뿐만 아니라 불확실성이 생기는 상황에서 원하는 제어 성능을 얻을 수 있었다. 본 연구에서는 제안한 적응제어기법은 향후 유상하중을 운반하고 사람을 수송하는 비행체의 자세 및 속도제어에 적용될 수 있을 것이며, 추후에 비행실험을 통해서 제안한 적응 제어기법을 실험적으로 성능을 분석하고자 한다.

References

- 1) Pounds, P. E. I., Bersak, D. R. and Dollar, A. M., "Stability of small-scale UAV helicopters and quadrotors with added payload mass under PID control," *Autonomous Robot*, Vol. 33, February 2012, pp. 129~142.
- 2) Hassanalian, M. and Abdelkefi, A., "Classifications, applications, and design challenges of drones: A review," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 91, May 2017, pp. 99~131.
- 3) Salih, A. L., Moghavvemi, M., Mohamed, H. A. F. and Gaeid, K. S., "Modelling and PID

controller design for a quadrotor unmanned air vehicle," *2010 IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR)*, May 2010, pp. 1~5.

4) Reyes-Valeria, E., Enriquez-Caldera, R., Camacho-Lara, S. and Guichard, J., "LQR control for a quadrotor using unit quaternions: Modeling and simulation," *CONIELECOMP 2013, 23rd International Conference on Electronics, Communications and Computing*, June 2013, pp. 172~178.

5) Voos, H., "Nonlinear control of a quadrotor micro-UAV using feedback-linearization," *2009 IEEE International Conference on Mechatronics*, May 2009, pp. 1~6.

6) Xu, R. and Ozguner, U., "Sliding Mode Control of a Quadrotor Helicopter," *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, May 2006, pp. 4957~4962.

7) Dydek, Z. T., Annaswamy, A. M. and Lavretsky, E., "Adaptive Control of Quadrotor UAVs: A Design Trade Study With Flight Evaluations," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 21, No. 4, July 2013, pp. 1400~1406.

8) Palunko, I. and Fierro, R., "Adaptive Control of a Quadrotor with Dynamic Changes in the Center of Gravity," *Proceedings of the 18th World Congress the International Federation of Automatic Control*, Vol. 44, January 2011, pp. 2626~2631.

9) Ko, D. H., Kang, J. S. and Choi, K. Y., "Design and Performance Verification of L1 Adaptive Flight Control Law Considering the Change of Center of Gravity for Unmanned Tailless Aircraft," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 47, No. 2, 2019,

pp. 114~121.

10) Maki, T., Zhao, M., Shi, F., Okada, K. and Inaba, M., "Model Reference Adaptive Control of Multirotor for Missions with Dynamic Change of Payloads During Flight," *2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, May 2020, pp. 7433~7439.

11) Whitehead, B. T. and Bieniawski, S. R., "Model Reference Adaptive Control of a Quadrotor UAV," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, August 2010, AIAA 2010-8148.

12) Achteik, M., Bierling, T., Wang, J., Höcht, L. and Holzapfel, F., "Adaptive Control of a Quadcopter in the Presence of large/complete Parameter Uncertainties," *Infotech@Aerospace*, March 2011, AIAA 2011-1485.

13) Sagatun, S. I. and Fossen, T. I., "Lagrangian formulation of underwater vehicles dynamics," *Conference Proceedings 1991 IEEE International Conference on Systems*, Vol. 2, August 1991, pp. 1029~1034.

14) Ioannou, P. and Fidan, B., *Adaptive Control Tutorial*, SIAM, Philadelphia, 2013.

15) Jurado, F., Lopez, S., Dzul, A. and Rodríguez-Cortés, H., "Decentralized direct MRAC for attitude control of a quadrotor UAV," *2017 14th International Conference on Electrical Engineering Computing Science and Automatic Control*, Oct, 2017, pp. 1~6.

16) Lavretsky, E. and Wise, K. A., *Robust and Adaptive Control With Aerospace Applications*, Springer, NewYork, 2013.

17) Lavretsky, E., "Adaptive Output Feedback Design Using Asymptotic Properties of LQG/LTR Controllers," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 57, No. 6, June 2012, pp. 1587~1591.