

논문 2021-16-18

# 로봇 매니플레이터에 적용을 위한 유한한 시간 적응 비특이 터미널 슬라이딩 모드 제어 기법

## (Finite-time Adaptive Non-singular Terminal Sliding-mode Control for Robot Manipulator)

백재민, 윤경수\*, 강민석\*  
(Jae-Min Baek, Kyeong-Soo Yun, Min-Seok Kang)

**Abstract** : We propose an adaptive non-singular terminal sliding-mode control for the fast finite-time convergence (FANTSMC) in robot manipulator. The proposed FANTSMC approach is developed to be applied without singularity in robot manipulator, which has a new pole-placement control with the non-singular terminal sliding variable while generating the desirable control torque. Moreover, the switching gain is designed to suppress the time-delayed estimation error appropriately, which aims at providing the high robust tracking performance. Also, the proposed one employs one-sample delayed information to cancel out the system uncertainties and disturbances. For these reasons, it offers strong attraction within the finite time. It is shown that the tracking performance of the proposed FANTSMC approach is guaranteed to be uniformly ultimately bounded through the Lyapunov stability. The effectiveness of the proposed FANTSMC approach is illustrated in simulations, which is compared with that of the up-to-date control approach.

**Keywords** : Non-singular terminal sliding-mode, Model-free control, Adaptive control, Robot manipulator, Finite-time convergence

### 1. 서론

수십 년간 다관절 로봇 매니플레이터는 용접 [1], 조립 [2], 수송 [3] 등 여러 가지 산업 분야에 널리 활용되면서 작업자들이 쉽고 빠르게 일을 처리하고자 사용되어왔다. 최근에 로봇 매니플레이터는 바이오, 나노 및 생명 공학을 포함한 다양한 분야에도 적용되면서 수십 년간 작업자들의 편의성을 높이고자 했던 목적 외에 빠르고 정밀한 공정 결과를 얻는 것을 주된 목적으로 활용되고 있다. 이러한 목적에 따라, 최근에는 많은 연구자들에 의해 로봇 매니플레이터가 높은 정밀도를 보장할 수 있도록 여러 가지 제어 기법들이 개발되어오고 있다.

로봇 매니플레이터의 정밀성을 높이기 위해 개발된 제어 기법들 중 하나로써, 시간 지연 제어 기법 (Time-delayed Control, TDC) [4, 5]은 로봇 매니플레이터의 커플링 (coupling) 효과와 알기 어려운 시스템 모델링 정보에 대한 요구 조건 없이 정밀한 제어가 가능하게 하는 역할을 하고 있다. 이 제어 기법은 바로 직전의 시스템의 출력값을 활용하여 현재 시스템 모델에 대한 정보를 예측하는 방법에 근간을 두고 있다. 이때, 우리는 이 예측 방법을 시간 지연 추정 (Time-delayed Estimation, TDE) 방법이라 부른다. 하지

만 이 방법은 현재 정보를 예측하는 방법이기 때문에 예측 값과 현재 값과의 정확도 오차가 발생하게 되며 이 오차를 시간 지연 추정 오차 (Time-delayed estimation error, TDE) 속적인 신호에 큰 영향을 받는 것으로 잘 알려져 있다 [6]. 그래서 로봇 매니플레이터의 모든 관절의 궤적에 따라 시간 지연 제어 기법의 성능이 좌우될 여지가 충분히 있고, 강인성을 저하하는 주된 요인으로 지목되고 있다.

이러한 문제를 해결하기 위해, 많은 연구자들은 높은 강인성을 얻을 수 있는 슬라이딩 모드 제어 (Sliding-mode Control, SMC) 기법을 시간 지연 제어 기법의 보조 제어 기법으로 활용함으로써 앞에서 언급된 문제들을 해결하고자 노력해왔다: 적응 슬라이딩 모드 제어 [7, 8]과 경계 슬라이딩 모드 제어 [9, 10]. 이 제어 기법들은 선형 슬라이딩 변수를 근간으로 함으로써 로봇 매니플레이터 시스템의 점근적 안정성 (Asymptotical Stability)을 얻고자 노력하였고, 큰 오차가 발생하였을 때 매우 큰 긍정적 효과를 제공하였다. 하지만, 로봇 매니플레이터의 궤적이 기준 목표값에 다가갈수록 수렴 속도가 저하된다는 단점을 가지고 있으며, 평형점 (Equilibrium Point) 근처에서 저하된 수렴 속도 때문에 제한된 시간 내에 목표하는 지점으로 도달하는 것을 보장하지 못한다.

이와 같은 문제들을 피하고자, 수년 전에 터미널 슬라이딩 모드 제어 (Terminal Sliding-mode Control, TSMC) 기법 [11]이 개발되었다. 이 터미널 슬라이딩 모드 제어 기법은 제한된 시간에 평형점에 도달할 수 있도록 구성되었고, 평형점 근처에서의 수렴 속도를 향상하는 것을 주된 역할로

\*Corresponding Authors (ksyun@gwnu.ac.kr; mskang@kongju.ac.kr)  
Received: Jul. 15, 2021, Revised: Jul. 19, 2021, Accepted: Jul. 20, 2021.  
J.M. Baek, K.S. Yun: Gangneung-Wonju Nat'l University (Assist. Prof.)  
M.S. Kang: Kongju Nat'l University (Assist. Prof.)  
※ 이 논문은 2021년도 강릉원주대학교 학술연구조성비 및 2021년도 정부 (교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. 2021R1H1A3059648).

하여 많은 시스템에 적용되어왔다. 하지만, 제한된 시간 내에 평형점에 수렴하기 위해 사용된 이 터미널 슬라이딩 변수는 평형점 근처에서 특이점 (Singularity)이 발생하는 문제를 초래하였다. 그래서 이 문제를 해결하고자, 비특이 터미널 슬라이딩 모드 제어 (Non-singular Terminal Sliding-mode Control, NTSMC) 기법 [12]이 개발되었다. 이 비특이 터미널 슬라이딩 변수는 터미널 슬라이딩 변수와 달리 특이점이 없이 평형점에 도달하도록 도움을 주며, 평형점 근처에서의 수렴 속도를 높이는 터미널 슬라이딩 모드 제어 기법의 장점 역시 지니고 있다. 그래서 이 기법을 시간 지연 제어 기법의 보조 제어 기법 [13]으로써 활용되기도 하였다. 하지만, 이 제어 기법은 시불변 (Time-invariant) 스위칭 이득을 사용하기 때문에 기준 목표값이 불연속일 경우 큰 오차를 야기할 수 있다. 또한, 시간 지연 제어 기법을 활용하면서 발생하는 시간 지연 추정 오차의 상계를 보장하기 위해 안정성 기준 (Stability Criteria)을 만족하도록 설계되어야 하는데 이것은 제한된 제어 이득을 사용하도록 설계된다. 이것은 동작 환경에 따라 정교성과 강인성을 저하하는 원인이 될 수 있다.

시스템의 안정성 기준을 사용하지 않으면서 제한된 시간 내에 평형점에 도달함을 보장하고자, 최근에 적응 비특이 터미널 슬라이딩 모드 제어 (Adaptive Non-singular Terminal Sliding-mode Control, ANTSMC) 기법 [14]이 개발되었다. 이 제어 기법은 비특이 슬라이딩 변수를 활용하면서도 평형점에서 제한된 시간 내에 수렴함을 보장하고 있으므로 수렴 속도가 향상될 뿐만 아니라 이 제어 기법에 대한 안정성 역시 보장하고 있다. 하지만, 평형점 근처에 도달할수록 실제 제어 신호는 무한한 값을 생성하도록 설계되었기 때문에, 리아푸노프 안정성 (Lyapunov Stability)을 통해 로봇 매니퓰레이터에서의 제어 기법을 수학적으로 만족시킬지라도 실제 로봇 매니퓰레이터에 적용된다면 충분한 토크를 출력시키지 못할 수 있을 뿐만 아니라 그 결과로써 원하는 추적성을 얻기 어려울지도 모른다. 이처럼 높은 수렴 속도를 제공할 뿐만 아니라 제한된 시간 내에 평형점에 도달하면서 안정성을 보장하고 실제 로봇 매니퓰레이터에도 적용할 수 있도록 높은 정교성과 강인성을 가진 제어 기법을 설계하는 것은 매우 의미 있고 유용하리라 생각한다.

본 논문은 새로운 유한한 시간 적응 비특이 터미널 슬라이딩 모드 제어 (Finite-time Adaptive Non-singular Terminal Sliding-mode Control) 기법을 제안한다. 제안된 제어 기법은 비특이 터미널 슬라이딩 변수를 활용하고 있으므로 제안된 시간 내에 원하는 목표값에 도달하는 것을 보장하며, 평형점 근처에 도달하기가 매우 쉽다. 또한, 시간 지연 추정 오차가 발생하더라도 항상 적절히 대응할 수 있도록 시간 지연 추정 오차의 상계를 이용한 적응 슬라이딩 이득을 적용한다. 이 슬라이딩 이득은 로봇 매니퓰레이터의 관절에서 발생하는 각도, 각속도, 그리고 각가속도의 크기의 변화에 대응하여 시간 지연 추정 오차를 압박하도록 설계되었기 때문에, 로봇 매니퓰레이터의 관절에 대한 방향이 바뀌더라도 높은 강인성을 제공하는 것을 돕는다 [15]. 게다가,

극점 배치 (Pole-placement) 부분에서 슬라이딩 변수를 직접 활용하고, 슬라이딩 매니폴드 (Sliding Manifold) 근처에서 슬라이딩 변수의 크기에 따라 슬라이딩 변수의 역할을 2가지로 제공하고 있다. 다시 말해, 슬라이딩 변수가 슬라이딩 매니폴드에서 멀리 있다면 슬라이딩 변수의 크기가 지배적 (Dominant)이며, 슬라이딩 변수가 슬라이딩 매니폴드 근처에 존재한다면 슬라이딩 변수의 크기에 대한 영향은 약화되며, 적응 슬라이딩 이득이 지배적으로 작용하게 된다. 덧붙여, 시간 지연 제어 기법에 근간을 두고 있으므로 복잡한 로봇 매니퓰레이터에 대한 정보를 알지 못하여도 충분히 적용하는 것이 가능하다. 이러한 제안된 제어 기법의 장점들 덕분에, 이 제어 기법은 작업자의 편의성을 높일 뿐만 아니라 강인성과 추적 궤적에 대한 추적성능 역시 향상시킬 수 있다. 제안된 제어 기법에 대한 성능은 시뮬레이션을 통해 확인하였으며, 리아푸노프 안정성을 통해 로봇 매니퓰레이터에 적용된 제어 기법에 대한 안정성을 분석하였다.

본 논문의 나머지 부분은 다음과 같이 구성된다. 2장에서는 제안된 유한한 시간 적응 비특이 터미널 슬라이딩 모드 제어 기법을 설명하고, 3장에서는 단일 입력·출력 로봇 매니퓰레이터 시뮬레이션을 통해 추적성능을 분석한다. 4장에서는 본 논문의 결과를 요약 정리하여 설명한다.

## II. 제안된 유한한 시간 적응 비특이 터미널 슬라이딩 모드 제어 기법

본 장에서는 제안된 유한한 시간 적응 비특이 터미널 슬라이딩 모드 제어 기법을 소개하고자 한다. 제안된 제어 기법을 설명하기에 앞서서 우선 단일 입력·출력 로봇 매니퓰레이터의 일반적인 수식 형태에 관해 이야기하고자 한다.

일반적으로 잘 알려진 단일 입력·출력 로봇 매니퓰레이터의 수식은

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) + \tau_d = \tau, \quad (1)$$

로써 묘사될 수 있다. 여기서,  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$ 는 각각 로봇 매니퓰레이터의 관절의 움직임 (각도), 관절의 움직임 속도 (각속도), 그리고 관절의 각가속도를 나타내고 있다.  $M(q)$ 는 관성 모멘트를 의미하며 로봇 매니퓰레이터의 질량과 축의 길이와의 관계성을 나타내고 있다.  $C(q, \dot{q})$ 은 코리올리 힘과 원심력을 의미하며,  $G(q)$ 는 로봇 매니퓰레이터에 작용하는 중력,  $F(\dot{q})$ 은 관절에서 발생하는 마찰력을 의미한다.  $\tau_d$ 와  $\tau$ 는 각각 로봇 매니퓰레이터에 작용하는 외부 외란 및 제어 입력 값을 의미한다. 외부 외란의 경우, 이 논문에서는 상계가 존재한다고 가정한다. 제안된 제어 기법의 설명을 돕기 위해, 수식 (1)을 다음과 같이 정리해보면

$$\tau = (M(q) - \bar{M})\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) + \tau_d + \bar{M}\ddot{q}, \quad (2)$$

처럼 나타낼 수 있다. 수식 (2)를 보면 수식 (1)의 좌변의

첫 번째 항을  $\bar{M}$ 라는 임의의 양의 상수를 적용하여 표현한 것으로 해석하면 된다. 여기서  $\bar{M}$ 은 뒤에서 소개될 안정성 조건을 만족시키기 위한 제어 파라미터이며, 자세한 내용은 뒤에서 설명하고자 한다.

수식 (2)에서 로봇 매니퓰레이터의 출력값을 제외한 모든 항을 다음과 같이 간단히 표현해보면

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= -\bar{M}^{-1}[(M(q) - \bar{M})\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)] \\ &\quad - \bar{M}^{-1}[F(\dot{q}) + \tau_q] + \bar{M}^{-1}\tau \\ &= \Omega + \bar{M}^{-1}\tau, \end{aligned} \quad (3)$$

로 나타낼 수 있다. 수식 (3)에서 사용된 변수  $\Omega$ 는

$$\begin{aligned} \Omega &= -\bar{M}^{-1}[(M(q) - \bar{M})\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)] \\ &\quad - \bar{M}^{-1}[F(\dot{q}) + \tau_q], \end{aligned} \quad (4)$$

로써 불확실성과 외란 등을 모두 묶어서 표현한 변수이다. 수식 (4)를 추정하기 위해, 다음과 같은 바로 직전의 데이터를 활용하는 방법을 적용하고자 한다:

$$\hat{\Omega} \cong \Omega_{t-L} = \ddot{q}_{t-L} - \bar{M}^{-1} \tau_{t-L}. \quad (5)$$

수식 (5)를 시간 지연 추정 방법이라 부르며, 수식 (5)에서 사용된  $L$ 은 샘플링 시간 (Sampling Time)이라고 명명한다. 그리고 첨자  $\cdot_{t-L}$ 은 바로 직전의 샘플링 데이터로 정의한다. 여기서 사용된 샘플링 시간  $L$ 은 매우 작을수록 수식 (5)가 수식 (4)를 추정하는 값의 정확도가 높아지게 되기 때문에, 샘플링 시간을 보통 1kHz 이상으로 사용한다 [16].

수식 (5)를 이용하여, 다음과 같은 제어 기법을 먼저 구성하게 되면

$$\tau = -\bar{M}\ddot{q}_{t-L} + \tau_{t-L} + \bar{M}(\ddot{q}_d + \alpha\dot{e} + \beta e), \quad (6)$$

로써 표현할 수 있으며,  $e = q_d - q$ 는 시스템에서 발생한 오차를 의미한다.  $\dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}$ 는 오차  $e$ 의 미분 값이다.  $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$ 는 관절의 각도, 각속도, 각각속도의 기준 목표값으로 정의한다. 수식 (6)에서 표현된  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 모두 양의 파라미터이며 시스템의 극점 배치를 위해 사용된 것이다.

수식 (3)에 수식 (6)을 대입하게 되면, 다음과 같은 오차 동역학 (Error Dynamics) 방정식을 얻을 수 있다:

$$\ddot{e} + \alpha\dot{e} + \beta e + E = 0. \quad (7)$$

수식 (7)에서 표현된  $E = \Omega - \hat{\Omega}$ 는 시간 지연 추정 오차를 의미하며, 이 오차는 다음과 같은 안정성 조건 (Stability Criteria)을 만족하도록 설계되어야만 시간 지연 추정의 상계를 보장할 수 있다. 그 안정성 조건은 다음과 같다:

$$|1 - M^{-1}(q)\bar{M}| < 1. \quad (8)$$

수식 (8)의 증명과정은 이 논문에서 생략하도록 하며 자세

한 증명과정은 [4, 5]를 참고하도록 한다. 하지만, 수식 (8)을 만족하게 설계하여 수식 (7)의 오차를 평형점으로 점근적으로 수렴시킬 수 있을지라도 평형점 근처에서는 수렴 속도가 0에 가깝게 생성되는 문제를 야기한다. 또한, 수식 (6)의 경우에는 수식 (8)을 만족해야 하기 때문에 제한된 제어 파라미터를 사용하는 것이 불가피하다. 그래서 평형점 근처에서는 로봇 매니퓰레이터의 추적 성능이 크게 저하되게 되어 강인성 역시 저하되는 문제를 초래할 수 있다. 이러한 문제를 피하고자 우리는 수식 (8)의 안정성 조건을 만족하지 않더라도 로봇 매니퓰레이터의 동작 안정성을 항상 보장하도록 다음과 같이 제안된 유한한 시간 적응 비특이 터미널 슬라이딩 모드 제어 기법을 제안한다. 제안된 제어 기법은 아래와 같이 구성되어있다:

$$\begin{aligned} \tau &= -\bar{M}\ddot{q}_{t-L} + \tau + \bar{M}\left\{\ddot{q}_d + \frac{p}{\delta q} e^{.2-\frac{p}{q}}\right\} \\ &\quad + \bar{M}\left\{\lambda s + \frac{q}{p} e^{.1-\frac{p}{q}} \varepsilon s^{-\frac{1}{2}(1+\text{sgn}(|s|-\bar{w}))}\right\} \\ &\quad + \bar{M}\hat{K}_s \text{sgn}(s). \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,  $p$ 와  $q$ 는 홀수로 정의되며, 두 변수의 관계는  $1 < \frac{p}{q} < 2$ 을 가지고 있다.  $\delta$ 는 양의 제어 파라미터로써, 뒤에서 소개될 슬라이딩 변수에서도 수렴 속도를 조절하기 위해 사용되고 있다.  $\varepsilon$ 는 제한된 시간 내에 평형점에 수렴할 수 있도록 보장하는 양의 제어 파라미터로써, 원하는 극점 배치를 얻는 데 도움을 준다.  $\varepsilon$ 에 대한 수학적 효과는 뒤에서 소개될 수학적 증명과정에서 확인할 수 있다.  $\text{sgn}(s)$ 는

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1 & \text{if } s \geq 0 \\ -1 & \text{if } s < 0 \end{cases}$$

로 정의된다.  $\hat{K}_s$ 는 불확실성과 외란에 대해 강인성이고자 설계된 스위칭 이득 [14]이며, 단일 입력·출력 시스템에 적합하도록 변형되었다:

$$\hat{K}_s = \bar{K}_0 + \bar{K}_1|\dot{q}|^2 + \bar{K}_2|\ddot{q} - \ddot{q}_{t-L}| + \bar{K}_3|\ddot{q}|. \quad (10)$$

수식 (10)에서 사용된  $\bar{K}_0, \bar{K}_1, \bar{K}_2, \bar{K}_3$ 은 모두 양의 값을 가지며 [8]에서 소개된 시간 지연 추정 오차

$$|E| \leq \bar{k}_0^* + \bar{k}_1^*|\dot{q}|^2 + \bar{k}_2^*|\ddot{q} - \ddot{q}_{t-L}| + \bar{k}_3^*|\ddot{q}|, \quad (11)$$

의 상계 상수들보다 더 큰 값으로 설정된다:

$$\bar{k}_0^* < \bar{K}_0, \bar{k}_1^* < \bar{K}_1, \bar{k}_2^* < \bar{K}_2, \bar{k}_3^* < \bar{K}_3. \quad (12)$$

수식 (10)에서의 값들이 시변분 값이라 할지라도 시변 변수들,  $|\dot{q}|^2, |\ddot{q} - \ddot{q}_{t-L}|, |\ddot{q}|$ , 덕분에 시간에 따라 변하는 적응 이득을 가지게 된다. 제안된 제어 기법은 평형점에 제한된 시간 내에 도달하기 위해 비특이 터미널 슬라이딩 변수를 활용하였고, 사용된 비특이 터미널 슬라이딩 변수  $s$ 는

$$s = e + \delta(\dot{e})^{\frac{p}{q}}, \quad (13)$$

로 표현된다. 수식 (13)이 제한된 시간 내에 슬라이딩 매니폴드에 도착한다는 것은 [12]에서 증명되었기 때문에 본 논문에서는 자세한 설명을 생략한다.

수식 (9)에서 두 번째 줄 두 번째 항은  $\bar{w}$ 라는 양의 파라미터를 기준으로 슬라이딩 변수  $s$ 가 수식 (9)의 입력값에 지배적인지 아닌지가 결정되게 된다. 만약 슬라이딩 변수가 슬라이딩 매니폴드에서 멀어진다면, 두 번째 줄 두 번째 항의 역할은 작아지고 수식 (9)의 세 번째 줄의 스위칭 이득이 지배적이다. 반면에 슬라이딩 변수가 슬라이딩 매니폴드 근처에 머무르게 된다면, 두 번째 줄 두 번째 항의 역할이 지배적이며 수렴 속도를 높이는 역할을 한다.

제안된 유한한 시간 적응 비특이 터미널 슬라이딩 모드 제어 기법에 대한 추적성능은 다음 장에서 소개되며, 제안된 제어 기법에 대한 안정성 증명은 리아푸노프 함수를 사용하여 증명되었다.

증명: 리아푸노프 함수는 다음과 같이  $V$ 로 정의되며,

$$V = \frac{1}{2}s^2, \quad (14)$$

로 표현된다. 이때, 리아푸노프 함수를 시간에 대해 미분한 결과는 다음과 같다:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} \\ &= s\dot{e} + \frac{\delta p}{q}(\dot{e})^{\frac{p}{q}-1}\ddot{e} \\ &= s\ddot{e} + \frac{\delta p}{q}(\dot{e})^{\frac{p}{q}-1}(\ddot{q}_d - \ddot{q}). \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 각가속도 오차  $\ddot{e}$ 는  $\ddot{q}_d - \ddot{q}$ 로 정의되기 때문에 수식 (15)를 얻을 수 있다. 수식 (15)에 수식 (3)와 수식 (9)을 적용되게 되면,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{e} + s\left\{\frac{p\delta}{q}(\dot{e})^{\frac{p}{q}-1}\right\}\left\{\ddot{q}_d - \Omega - \bar{M}^{-1}\tau\right\} \\ &= s\dot{e} - s\theta\left\{E + \frac{q}{p\delta}(\dot{e})^{\frac{p}{q}} + \lambda s + \hat{K}_s \operatorname{sgn}(s)\right\} \\ &\quad - s\theta\left\{\frac{q}{p}(\dot{e})^{1-\frac{p}{q}}\varepsilon s^{-\frac{1}{2}(1+\operatorname{sgn}(|s|-\bar{w}))}\right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

으로 표현할 수 있다. 여기서  $\theta = \frac{p\delta}{q}(\dot{e})^{\frac{p}{q}-1}$ 는 수식의 간결성을 위해 치환된 변수이다. 시간 지연 추정 오차  $E$ 는  $\Omega - \hat{\Omega}$ 로 정의되기 때문에, 수식 (16)을 정리하게 되면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\theta\left\{-E - \hat{K}_s \operatorname{sgn}(s) - \lambda s\right\} \\ &\quad - s\theta\left\{\frac{q}{p}(\dot{e})^{1-\frac{p}{q}}\varepsilon s^{-\frac{1}{2}(1+\operatorname{sgn}(|s|-\bar{w}))}\right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

으로 정리할 수 있다.  $|s| \geq \bar{w}$ 를 만족할 때, 수식 (17)의 첫

번째 줄의 시간 지연 추정 오차와 슬라이딩 변수의 부호를 고정하면 다음처럼 재정리를 할 수 있다:

$$\dot{V} \leq |s|\theta(|E| - \hat{K}_s) - \lambda\theta s^2 - \delta\varepsilon. \quad (18)$$

수식 (18)에서 시간 지연 추정 오차의 상계는 수식 (11)과 같으므로 스위칭 이득  $\hat{K}_s$ 의 경우 다음과 같은 조건

$$\bar{k}_0 < \bar{K}_0, \bar{k}_1 < \bar{K}_1, \bar{k}_2 < \bar{K}_2, \bar{k}_3 < \bar{K}_3, \quad (19)$$

을 만족한다면 수식 (19)처럼 수식 (11)의 상계보다 항상 큰 스위칭 이득  $\hat{K}_s$ 을 얻게 된다. 그리고 수식 (18)의 치환 변수  $\theta$ 는  $\dot{e} \neq 0$ 일 때, 항상  $\theta > 0$ 을 만족할 수 있다. 이러한 이유로, 수식 (18)의 우항은

$$\dot{V} \leq -\delta\varepsilon = -\bar{V}^*, \quad (20)$$

으로 표현할 수 있고,  $\bar{V}^*$ 은  $\delta\varepsilon$ 으로 시불변 양의 상수를 의미한다. 수식 (20)은 슬라이딩 변수  $s$ 가 제한 시간  $t_f$ 에 대해  $0 < t < t_f$ 을 만족하는 동작시간 동안 평형점 근처의  $\bar{w}$ 에 도달할 수 있음을 보장하며 원하는 기준 추적이 가능하도록 설계할 수 있음을 의미한다. 결과적으로 수식 (13)으로부터 추적 오차는 사용자가 조절 가능한  $\bar{w}$ 안에 도달함을 증명하였다.

### III. 시뮬레이션

#### 1. 시뮬레이션 설정

제안된 제어 기법의 성능을 입증하기 위해, 1축 로봇 매니퓰레이터 시뮬레이션을 활용하였고, 1축 로봇 매니퓰레이터 수식은 아래와 같다 [14]:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + g + f = \tau + \tau_d. \quad (21)$$

여기서  $M$ 은 로봇 매니퓰레이터의 질량을 의미하며,  $C$ 는 댐핑 상수를 의미한다.  $g$ 와  $f$ 는 각각 중력과 쿨롱 (Coulomb) 마찰력을 의미하며,  $\tau$ 와  $\tau_d$ 는 각각 제어 입력과 외부 외란을 나타낸다.  $q$ 는 관절 각도를 의미하며,  $\dot{q}$ 와  $\ddot{q}$ 는 관절 각속도와 각가속도를 의미한다. 시뮬레이션에서 사용된 시스템 상수들의 값은 다음과 같다:  $M = 1$ ,  $C = 5$ ,  $g = 9.81 \times l \times \sin(q)$ ,  $l = 1$ ,  $f = 500 \times \operatorname{sgn}(\dot{q})$ ,  $\tau_d = 0$ . 제안된 제어 기법에서 사용된 제어 파라미터는  $\bar{M} = 1$ ,  $\delta = 0.0005$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $p = 5$ ,  $q = 3$ ,  $\bar{w} = 0.03$ ,  $K_0 = 1000$ ,  $K_1 = 10$ ,  $K_2 = 1$ ,  $K_3 = 1$ 로 설정한다.

위에서 사용된 제어 파라미터들은 시간지연 추정 오차의 상한 값 존재 여부를 판단하는 안정성 조건 (수식 (6))에 따라  $|1 - M^{-1}\bar{M}| = 0 < 1$ 을 만족함을 확인할 수 있고, 안정성 조건을 만족하도록 설계되었음을 알 수 있다.

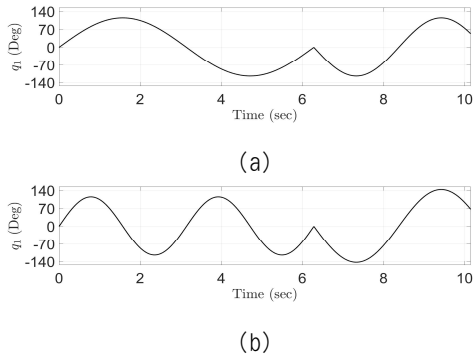


그림 1. 기준 추적 궤도:

- (a) 낮은 주파수와 진폭 그리고 미분 불가능한 지점 추적 궤도.
- (b) 높은 주파수와 진폭 그리고 미분 불가능한 지점 추적 궤도.

Fig. 1. The reference trajectories:

- (a) With low frequency/magnitude, and non-differentiable point.
- (b) With high frequency/magnitude, and non-differentiable point.

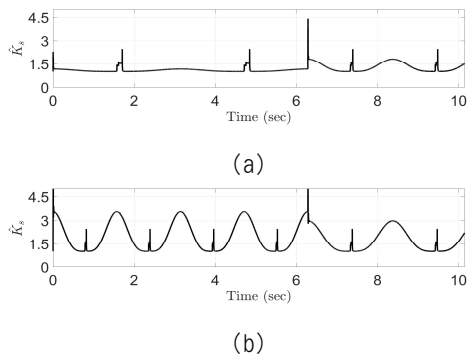


그림 2. 제안된 제어 기법의 스위칭 이득:

- (a) 그림 1 (a)에 대한 이득. (b) 그림 1 (b)에 대한 이득.

Fig. 2 The switching gains of the proposed control approach:

- (a) In accordance with Fig. 1 (a).
- (b) In accordance with Fig. 1 (b).

2. 시뮬레이션 설명

시뮬레이션의 목적은 로봇 매니퓰레이터의 미분할 수 없는 지점과 같은 갑작스러운 외란에 대한 강인성 분석과 평형점 근처에서의 수렴 속도를 확인함에 있다. 시뮬레이션은 2가지로 구성되어있다:

- ① 낮은 주파수, 낮은 진폭과 미분 불가능한 지점을 가진 기준 추적 궤도
- ② 높은 주파수, 큰 진폭과 미분 불가능한 지점을 가진 기준 추적 궤도.

시뮬레이션에 적용된 제안된 제어 기법은 첫 번째 시뮬레이션 조건에서 파라미터들이 설정됐고, 강인성과 범용성을 입증하기 위해 두 번째 시뮬레이션에서는 첫 번째 시뮬레이션에서 설정된 파라미터를 사용하였다. 제안된 제어 기법의 성능은 최근 제안된 존재하는 제어 방법 [16]의 성능과 비교되었으며, 최근 제안된 존재하는 제어 방법은 공정한 추적

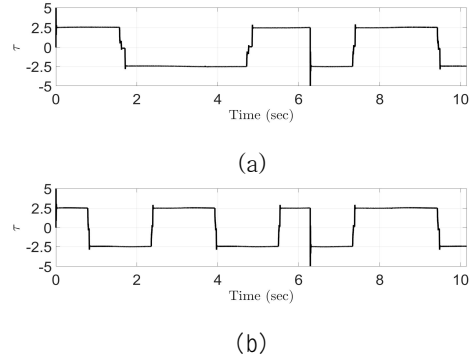


그림 3. 제안된 제어 기법의 제어 입력:

- (a) 그림 1 (a)에 대한 이득. (b) 그림 1 (b)에 대한 이득.

Fig. 3. The control inputs of the proposed control approach:

- (a) In accordance with Fig. 1 (a).
- (b) In accordance with Fig. 1 (b).

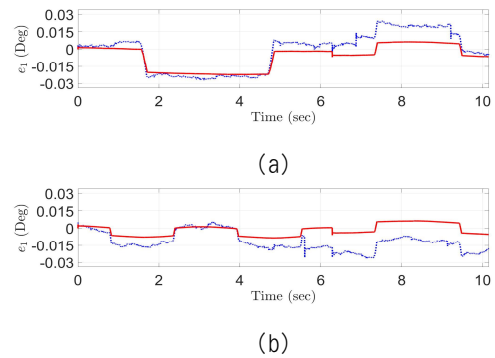


그림 4. 모든 제어 기법들에 대한 추적성능:

- (a) 그림 1 (a)에 대한 성능. (b) 그림 1 (b)에 대한 성능.

Fig. 4 The tracking performance of the all control approaches:

- (a) In accordance with Fig. 1 (a).
- (b) In accordance with Fig. 1 (b).

성능 비교를 위해 제안된 제어 기법과 같은 방법으로 제어 파라미터가 설정되었다.

3. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션은 2가지로 구성되어있다. 제안된 제어 기법과 최근 제어 기법의 비교는 그림 1에서 설명된 2가지 기준 추적 궤도 통해 확인하였다.

그림 2는 제안된 제어 기법의 스위칭 이득을 나타내고 있다. 그림 2를 보면 알 수 있듯이, 일반적인 과도응답 구간이거나 6초 직후의 시간 지연 추정 오차가 매우 크게 발생한 미분 불가능한 지점에서의 경우 스위칭 이득의 변화가 매우 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이러한 변화 덕분에 뒤에서 언급될 추적성능 부분에서 우수함을 도출함의 근간이 되는 것이다.

그림 3은 제안된 제어 기법의 제어 입력값을 보여주고 있다. 제안된 제어 기법의 제어 입력은 모든 추적 궤도에서도

채터링(chattering)과 같은 원하지 않는 신호들이 나타나지 않고 제어 신호를 생성하고 있음을 알 수가 있다.

그림 4는 제안된 제어 기법과 최근 소개된 제어 기법에 대한 성능 비교 분석을 하고자 한다. 그림 4 (a)에서 관찰하게 되면 6초 이전까지는 제안된 제어 기법과 최근에 제안된 제어 기법의 추적성능에는 크게 차이가 없음을 알 수 있다. 물론, 정상상태응답 구간에서는 제안된 제어 기법의 추적성능이 상이하게 더 좋은 결과를 도출하고 있음을 알 수 있다. 그런데 미분 불가능한 지점이 있는 6초 직후에는 제안된 제어 기법이 최근에 소개된 제어 기법보다 월등한 추적성능을 보이고 있고, 강인성이 향상된 결과를 도출하였음을 알 수 있다. 그림 4 (b)에서의 결과를 확인하게 되면 제안된 제어 기법은 최근 소개된 제어 기법과 마찬가지로 그림 1 (a)에서 소개된 추적 궤도에 맞게 제어 파라미터가 설정되었다. 그럼에도 불구하고 그림 4 (b)를 확인해보면 제안된 제어 기법은 우수한 추적성능을 제공하고 있으나, 최근에 제안된 제어 기법의 경우에는 과도응답도 저하된 추적성능을 제공할 뿐만 아니라 6초 직후의 미분 불가능한 지점에서는 순간적으로 특이점(singularity)이 발생하여 순간적으로 큰 오차를 유발함과 동시에 그 이후의 추적성능 역시 크게 저하된 것을 확인할 수 있다. 이것은 강인성과 직결되는 문제이며 제안된 제어 기법이 최근 소개된 제어 기법보다 우수한 성능을 가지고 있음을 내포하고 있다.

#### IV. 결론

본 논문은 로봇 매니퓰레이터를 위해 새로운 유한한 시간 적응 비특이 터미널 슬라이딩 제어 기법을 제안했다. 제안된 제어 기법은 시간 지연 추정 방법을 이용함으로써 로봇 매니퓰레이터에 대한 정보를 요구하지 않을 뿐만 아니라 시간 지연 추정 오차의 상계를 이용한 적응 슬라이딩 이득 덕분에 시간 지연 제어 기법의 안정성 조건을 위배하더라도 항상 로봇 매니퓰레이터의 안정성을 보장할 수 있었다. 또한, 제안된 새로운 극점 배치 방법은 평형점 근처에서도 높은 수렴 속도를 제공할 뿐만 아니라 제한된 시간 내에 목표 지점에 도달하는 것을 보장했다. 제안된 제어 기법은 리아푸노프 이론을 통해 안정성을 증명하였으며, 이 제어 기법의 이점들은 시뮬레이션을 통해 입증하였다.

앞으로 신경망(Neural Network) 제어 기법과 같은 학습 기반 제어 기법들을 활용하여 제안된 제어 기법에서 사용된 보조 제어 기법을 강화하고 더 나은 추적성능을 얻는 목적을 가지는 연구를 진행하고자 한다.

#### References

- [1] S. Chan, H. Liaw, "Generalized Impedance Control of Robot for Assembly Tasks Requiring Compliant Manipulation," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 43, No. 4, pp. 453 - 461, 1996.
- [2] J. Naito, G. Obinata, A. Nakayama, K. Hase, "Development of a Wearable Robot for Assisting Carpentry Workers," *Int. J. Adv. Robot. Syst.*, Vol. 4, No. 4, pp. 431 - 436, 2007.
- [3] Takei, R. Imamura, S. Yuta, "Baggage Transportation and Navigation by a Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 56, No. 10, pp. 3985 - 3994, 2009.
- [4] T.C.S. Hsia, T.A. Lasky, Z. Guo, "Robust Independent Joint Controller Design for Industrial Robot Manipulators," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 38, No. 1, pp.21 - 25, 1991.
- [5] J. Baek, S. Cho, S. Han, "Practical Time-delay Control with Adaptive Gains for Trajectory Tracking of Robot Manipulators," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 65, No. 7, pp. 5682 - 5692, 2018.
- [6] P. Chang, S. Park, "On Improving Time-delay Control Under Certain hard Nonlinearities," *Mechatronics*, Vol. 13, No. 4, pp. 393 - 412, 2003.
- [7] J. Baek, M. Jin, S. Han, "A new Adaptive Sliding-mode Control Scheme for Application to Robot Manipulators," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 63, No. 6, pp. 3628 - 3637, 2016.
- [8] J. Baek, W. Kwon, C. Kang, "A new Widely and Stably Adaptive Sliding-mode Control with Nonsingular Terminal Sliding Variable for Robot Manipulators," *IEEE Access*, Vol. 8, pp. 43443 - 43454, 2020.
- [9] H. Lee, V. Utkin, "Chattering Suppression Methods in Sliding Mode Control Systems," *Annu. Rev. Control*, Vol. 31, No. 2, pp. 179 - 188, 2007.
- [10] V. Utkin, J. Guldner, J. Shi, "Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems". Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2009.
- [11] Z. Man, P. Paplinski, A. Wu, H., "A Robust MIMO Terminal Sliding Mode Control Scheme for Rigid Robotic Manipulators," *IEEE Trans. Autom. Control*, Vol. 39, No. 12, pp. 2464 - 2469, 1994.
- [12] Feng, X., Z. Man, "Non-singular Terminal Sliding Mode Control of Rigid Manipulators," *Automatica*, Vol. 38, No. 12, pp. 2159 - 2167, 2002.
- [13] M. Jin, J. Lee, P. Chang, C. Choi, "Practical Nonsingular Terminal Sliding-mode Control of Robot Manipulators for High-accuracy Tracking Control," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 56, No. 9, pp. 3593 - 3601, 2009.
- [14] J. Baek, H. Baek, "Adaptive Time-delayed Control Approach with Non-singular Sliding-mode for Robot Manipulators," *J. Institute Control Robot. Syst.*, Vol. 25, No. 10, pp. 896 - 901, 2019.
- [15] J. Baek, W. Kwon, B. Kim, S. Han, "A Widely Adaptive Time-delayed Control and its Application to Robot Manipulators," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 66, No. 7, pp. 5332 - 5342, 2019.
- [16] J. Baek, J. Jung, "A Model-Free Control Scheme for Attitude Stabilization of Quadrotor Systems," *Electronics*, Vol. 9, No. 10, pp. 1586, 2020.

**Jaemin Baek (백재민)**



2012 Mechanical Engineering  
from Korea University (B.S.)  
2018 IT Engineering from POSTECH (Ph.D.)  
2020~Department of Mechanical Engineering at  
Gangneung-Wonju Nat'l University  
(Assistant Prof.)

Career:

2018~2020 Senior Researcher, Agency for Defense Development  
Field of Interests: Nonlinear control, Adaptive/Robust control,  
Attitude control, Robotic, Gimbal, Missile, and Synthetic aperture  
radar (SAR) satellite systems, AI  
Email: jmbaek@gwnu.ac.kr

**Kyeongsoo Yun (윤경수)**



2012 Mechanical Engineering  
from Hanyang University (B.S.)  
2014 Mechanical Engineering from KAIST  
(M.S.)  
2018 Mechanical Engineering from KAIST  
(Ph.D.)  
2021~ Department of Mechanical Engineering  
at Gangneung-Wonju Nat'l University  
(Assistant Prof.)

Career:

2018~2021 Senior researcher, Agency for Defense Development  
Field of Interests: Design optimization, Structural analysis  
Email: ksyun@gwnu.ac.kr

**Minseok Kang (강민석)**



2013 Electrical and Computer Engineering  
from Ajou University (B.S.)  
2015 Electrical and Electronic Engineering  
from POSTECH (M.S.)  
2019 Electrical and Electronic Engineering  
from POSTECH (Ph.D.)

2020~Division of Electrical, Electronic,  
and Control Engineering at Kongju Nat'l University  
(Assistant Prof.)

Career:

2019~2020 Senior Researcher, Agency for Defense Development  
Field of Interests: Radar signal processing, Antenna pattern  
synthesis, InSAR processing, Compressive sensing and its  
application  
Email: mskang@kongju.ac.kr