

# 하이브리드 메타휴리스틱 기법을 사용한 트러스 위상 최적화

## Truss Topology Optimization Using Hybrid Metaheuristics

이 승 혜\*  
Lee, Seunghye

이 재 홍\*\*  
Lee, Jaehong

### Abstract

This paper describes an adaptive hybrid evolutionary firefly algorithm for a topology optimization of truss structures. The truss topology optimization problems begins with a ground structure which is composed of all possible nodes and members. The optimization process aims to find the optimum layout of the truss members. The hybrid metaheuristics are then used to minimize the objective functions subjected to static or dynamic constraints. Several numerical examples are examined for the validity of the present method. The performance results are compared with those of other metaheuristic algorithms.

**Keywords :** Topology optimization, Truss structures, Metaheuristics, Firefly algorithm, Differential evolution algorithm

## 1. 서론

트러스 구조물의 위상 최적화(Topology optimization) 문제는 주어진 범위 내에서 트러스 부재의 배치를 최적화 하는 것을 목표로 한다. 트러스 위상 최적화는 주로 사이즈 최적화(Sizing optimization) 혹은 형상 최적화(Shape optimization) 문제와 결합하여 목적함수(Objective function)를 구성한다<sup>1)</sup>. 목적함수는 주어진 제약 조건을 만족하면서 성능은 극대화시키고, 전체 부재 중량의 합을 최소화 하는 문제로 귀결되어 경제성 있는 설계를 추구한다. 제약은 구조물의 최대 변위 혹은 부재의 최대 응력 등으로 구성된 정적(Static) 조건이나 고유진동수 혹은 변형모드 등의 동적(Dynamic) 조건으로 이루어진다.

트러스의 위상 최적화 문제는 Ground structure라고

불리는 모든 절점이 서로 연결된 상태의 부재 후보군으로부터 시작한다<sup>2)</sup>. 각각의 부재는 최적화 과정에서 선택되거나 탈락하면서 전체 트러스 구조물을 구성한다. 만일 일부 부재가 최적화 과정에서 불필요한 요소로 인식되어 삭제될 때 양단에 위치한 절점 또한 삭제해야 하는 경우가 발생할 수 있으므로 유한요소모델(Finite element model)은 그 상황에 맞게 수정되고 변화하여 해석을 진행해야 한다. 이 때 위상 그룹 기법(Topology group method)을 사용하여 구조물의 역학적 불안정한 상태를 사전에 방지할 수 있다<sup>3)</sup>.

트러스 위상 최적화 문제는 전역 최적화를 위한 근사해법인 메타휴리스틱(Meta-heuristic) 알고리즘을 도입하여 최적의 해를 탐색할 수 있다. 전통적인 개미군집최적화(Ant Colony Optimization, ACO) 알고리즘 등의 메타휴리스틱 기법은 연속변수(Continuous variables)를 갖는 최적화 문제에 초점을 맞추어 발전되어 왔기 때문에 이산변수(Discrete variables)를 갖는 최적화 문제를 위해서는 수정되거나 다른 메타휴리스틱 기법과 결합하는 방법을 취하였다<sup>4)</sup>. 이를 위해 현재까지 다양한 메타휴리스틱 기법이 새롭게 개발되거나 수정·보완되면서 거듭 발전해 왔다<sup>5)</sup>. 그 중 AHEFA(Adaptive Hybrid Evolutionary Firefly Algorithm)는 DE(Differential

\* 정회원, 딥러닝 건축연구소, 세종대학교 건축공학과 조교수, 공학박사  
Dept. of Architectural Engineering, Sejong Univ.  
\*\* 교신저자, 정회원, 딥러닝 건축연구소, 세종대학교 건축공학과 교수, 공학박사  
Dept. of Architectural Engineering, Sejong Univ.  
Tel: 02-3408-3287 Fax: 02-3408-4331  
E-mail: jhlee@sejong.ac.kr

Evolution) 알고리즘과 FA(Firefly Algorithm)를 결합한 것이다. 본 기법을 사용하면 전체 개체군의 목적함수 값과 최적 개체의 목적함수 사이의 편차(Deviation)로부터 계산된 매개변수를 사용하여 돌연변이 생성 구간에서 적절한 돌연변이를 선택할 수 있다<sup>6)</sup>. 이와 같은 특징으로 인해 전역탐색(Global exploration)과 지역탐색(Local exploitation) 사이의 균형이 강화되어 효율적인 최적화 과정을 이끌어 낼 수 있다.

본 연구에서는 AHEFA 기법을 사용하여 트러스 구조물의 위상최적화를 수행하였으며, 동시에 이산변수를 사용하여 사이즈 최적화 결과를 도출하였다. 기존의 연구들은 CSS(Charged System Search)<sup>7)</sup>, PSO(Particle Swarm Optimization)<sup>7)</sup>, TLBO(Teaching-Learning-Based Optimization)<sup>8)</sup>, MS-TLBO(Modified Subpopulation Teaching-Learning-Based Optimization)<sup>8)</sup>, SOGP(Structural Optimization by Genetic Programming)<sup>9)</sup>, HGP(Hybrid Genetic Programming)<sup>10)</sup> 등의 메타휴리스틱 기법을 사용하였지만 AHEFA를 사용하여 트러스 위상최적화를 수행한 경우는 없었다. 수치해석 예제를 통해 제안 기법의 효율성을 입증하였으며 동시에 최적의 트러스 위상과 부재 사이즈를 도출하였다.

## 2. 메타휴리스틱 알고리즘

### 2.1 DE 알고리즘

DE 알고리즘은 기울기(Gradient)를 사용하지 않는 최적화 기법 중 하나이다. 자연의 진화 과정을 모방하여 다양한 개체, 진화 기법, 돌연변이 개념을 조합한 후 수학적으로 모델링한 개체기반(Population-based) 방법을 사용한다<sup>11)</sup>. 초기 값 설정(Initialization) 후 돌연변이(Mutation), 교배(Crossover), 선택(Selection) 과정을 반복하며 진화된 최적의 값을 도출한다.  $i$ 번 째 세대 ( $i=1,2, \dots, np$ )에 대하여  $d$ 개의 설계변수를 갖는  $t$ 번 째 반복 과정의 자녀세대 대상 군은 다음과 같이 표현한다.

$$\mathbf{x}_i^t = \{x_{i,1}^t, x_{i,2}^t, \dots, x_{i,j}^t, \dots, x_{i,d}^t\}, \quad j = 1, 2, \dots, d \quad (1)$$

대상 군  $\mathbf{x}_i^t$ 는 식 (2)를 통해 돌연변이 군  $\mathbf{v}_i^t$ 를 구성하며, 그 중 최적의 목적함수를 도출하는 변수 군  $\mathbf{x}_{i,best}^t$ 를 선정한다.

$$\mathbf{v}_i^t = \mathbf{x}_{R_1}^t + F(\mathbf{x}_{R_2} - \mathbf{x}_{R_3}) \quad (2)$$

여기서  $F$  벡터는 0과 1의 수 중 무작위로 선택되는 값으로 변수 분포를 조절하는 역할을 한다. 돌연변이 벡터 중에서 설정한 하한( $x_{\min,j}$ ) 및 상한( $x_{\max,j}$ )을 위반하는 개체는 식 (3)을 사용하여 재설정된 벡터 값을 받는다.

$$v_{i,j}^t = \begin{cases} 2x_{\min,j} - v_{i,j}^t, & \text{if } v_{i,j}^t < x_{\min,j} \\ 2x_{\max,j} - v_{i,j}^t, & \text{if } v_{i,j}^t > x_{\max,j} \\ v_{i,j}^t, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

교배 단계에서는 대상 군  $\mathbf{x}_i^t$ 와 돌연변이  $\mathbf{v}_i^t$  사이에서 통제 매개변수 값을 사용하여 시험 벡터  $\mathbf{u}_i^t = \{u_{i,1}^t, u_{i,2}^t, \dots, u_{i,j}^t, \dots, u_{i,d}^t\}$ 를 구성하며 그 식은 다음과 같다.

$$u_{i,j}^t = \begin{cases} v_{i,j}^t, & \text{if } j = K \text{ or } \text{rand}_{i,j}[0,1] \leq Cr \\ x_{i,j}^t, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

여기서  $K$ 는  $[1, np]$  사이의 범위에서 무작위로 선정된 정수 값이며,  $\text{rand}_{i,j}[0,1]$ 는  $[0,1]$  사이에서 균등분포로 선정된 무작위 값을 뜻한다.  $Cr$ 은 교배 제어 매개변수 값을 의미하며 0.7~1 사이의 값으로 선정할 수 있다.

마지막으로 선택 과정에서  $t+1$ 번 째 과정으로 넘어갈 세대 군을 선정한다.  $\mathbf{x}_i^t$ 와  $\mathbf{u}_i^t$ 를 각각 목적함수  $f(\cdot)$ 에 대입하여 더 낮은 값을 갖는 경우를 선택하게 되며 그 식은 다음과 같다.

$$\mathbf{x}_i^{t+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_i^t, & \text{if } f(\mathbf{u}_i^t) \leq f(\mathbf{x}_i^t) \\ \mathbf{x}_i^t, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

### 2.2 FA 알고리즘

DE 알고리즘의 효율성으로 인해 다양한 분야에 걸쳐 사용되었지만 계산속도, 수렴 경향 및 정확도 등의 이유로 다른 알고리즘과 혼합하여 변형 및 발전되어 왔다. 그 중 하나인 FA 알고리즘은 반딧불이의 발광을 모델링하여 최적화 문제를 확률적으로 해결하는 기법이다. 모든 반딧불이의 암수는 구별하지 않으며, 각 개체의 매력도는 발광의 세기에 비례한다. 또한 밝기가 약한 개체가 강한 개체로 이동하며, 그 밝기는 목적함수의 값에 의해

결정되는 법칙을 가정한다<sup>12)</sup>. FA 기법에서는  $i$ 번 돌연변이 균  $\mathbf{v}_i^t$ 을 다음 식과 같이 구성한다.

$$\mathbf{v}_i^t = \mathbf{x}_i^t + \beta(\mathbf{x}_k^t - \mathbf{x}_i^t) + \alpha^t \boldsymbol{\epsilon}_i \quad (6)$$

식 (6)의 두 번째 항은 발광 세기에 비례하는 반딧불이의 매력도를 의미하며, 세 번째는 무작위 추출 항으로 0과 1사이의 임의의 수인  $\alpha$ 값과 가우시안분포 (Gaussian distribution)에 따른 임의의 벡터  $\boldsymbol{\epsilon}_i = \text{rand}_{i,j}[0,1] - 0.5$ 로 구성된다.  $\alpha$ 값은 아래 식에 따라 점진적으로 감소하며, 이 때  $\alpha$ 의 초기값은 0.5가 사용된다.

$$\alpha^{t+1} = (1 - 0.98)\alpha^t, \quad (\alpha^0 = 0.5) \quad (7)$$

동시에  $\beta$ 값은 아래와 같이 표현된다.

$$\beta = \beta_0 e^{-\gamma r_{i,k}^2} \quad (8)$$

여기서  $k$ 는  $i$ 번 개체보다 발광 세기가 밝은 개체를 뜻하며,  $\beta_0$ 는 초기 매력도를 의미한다.  $\gamma$ 는 빛 흡수 계수이며 본 연구에서는 1로 설정하였다.  $r_{i,k}$ 는 두 반딧불이  $\mathbf{x}_i^t$ 와  $\mathbf{x}_k^t$ 사이의 유클리드 거리(Euclidean distance)를 의미한다. 만일  $j$ 번 째 변수에 대한  $i$ 번 째 돌연변이 개체가 제약 조건의 범위를 넘는 경우 아래의 식을 사용하여 그 값에 제한을 받는다.

$$v_{i,j}^t = \begin{cases} v_{\min,j}, & \text{if } v_{i,j}^t < x_{\min,j} \\ v_{\max,j}, & \text{if } v_{i,j}^t > x_{\max,j} \\ v_{i,j}^t, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

### 2.3 AHEFA 알고리즘

FA 알고리즘이 DE나 타 알고리즘의 장점을 차용하여 정확도를 높였다고는 하지만 기존의 DE 알고리즘 혹은 비기울기 기반의 방법이 당면하는 계산속도 측면에서는 여전히 단점을 지니고 있다. 최적화 결과의 정확도와 수렴 속도는 각각 전역탐색과 지역탐색의 효율성에 영향을 받는다. 전역탐색의 효율이 좋으면 수렴 속도가 늦고, 반대로 지역탐색의 효율이 좋으면 국부 최소값에 수렴하는 경향을 보인다. AHEFA 기법은 이 두 측면의 균형

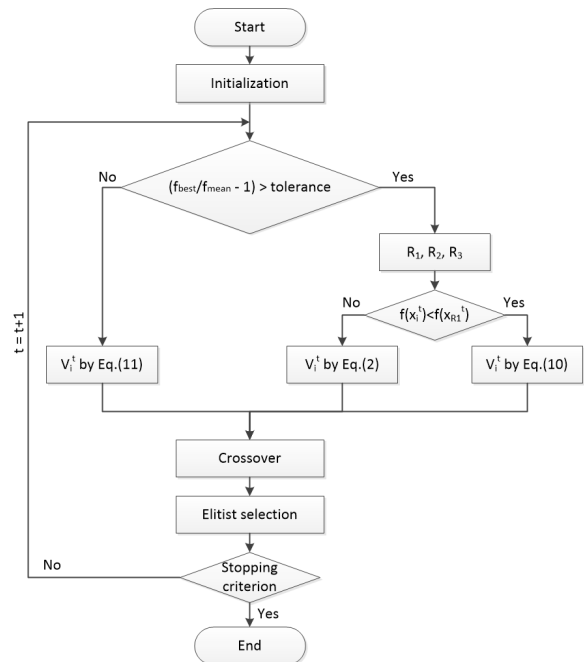
을 고려한 것으로 DE와 FA 기법을 혼합하여 수렴 속도를 개선하고 정확도를 극대화할 수 있다. 돌연변이를 선택하는 매개변수는 전체 개체군의 목적함수 값과 최적 개체의 목적함수 사이의 편차(Deviation)로부터 계산된다. 이와 같은 특징은 변수들이 최적 값에 조금 더 빠르게 도달하고 전역탐색(Global exploration)과 지역탐색(Local exploitation) 사이의 균형을 강화하여 효율적인 최적화 과정을 이끌어 낼 수 있다. 전역탐색과 지역탐색 사이의 균형을 맞추기 위해 AHEFA 기법에서는 식 (6)을 다음과 같이 변형하였다.

$$\mathbf{v}_i^t = (1 - \beta_0 e^{-\gamma r_{i,R_1}^2}) \mathbf{x}_i^t + \beta_0 e^{-\gamma r_{i,R_1}^2} \mathbf{x}_{R_1}^t + \alpha (\mathbf{x}_{R_2}^t - \mathbf{x}_{R_3}^t) \quad (10)$$

여기서  $R_1, R_2, R_3$ 의 값은 돌연변이 과정에서 무작위로 할당받는 정수를 뜻한다.

식 (10)의 3번째 항은 FA 기법에서 전역탐색을 강화하는 목적을 가지나 수렴속도는 느려지는 결과를 초래한다. 따라서 식 (10)은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\mathbf{v}_i^t = (1 - \beta_0 e^{-\gamma r_{i,best}^2}) \mathbf{x}_i^t + \beta_0 e^{-\gamma r_{i,best}^2} [\mathbf{x}_{best}^t + F(\mathbf{x}_{R_1}^t - \mathbf{x}_{R_2}^t)] \quad (11)$$



〈Fig. 1〉 The flowchart of AHEFA

### 3. 문제 정의

#### 3.1 가상 부재 및 삭제 조건

트러스 위상 최적화 문제는 n개의 모든 절점을 각각 서로 연결한 m개의 부재 구성으로부터 출발한다. 절점 중에서는 지지조건, 하중조건, 안정조건 등을 구성하는데 꼭 필요한 절점이 있는가 하면 최적화 위상에서 제거되어도 무방한 절점도 존재한다. 필수 절점은 삭제 가능한 그룹에서 제외하며, 부재는 필요, 불필요에 따라 1과 0의 값으로 설정된다.

모든 부재는 동일한 수의 가상 부재 조건을 가지며, 메타휴리스틱을 사용한 최적화 과정에서 필요, 불필요에 따라 선정되어 트러스 구조를 형성한다. 즉 사이즈 최적화를 위한 m개의 부재변수와 필요, 불필요에 따른 m개의 판단변수가 필요하여 총 변수의 수는  $2 \times m$ 개가 된다. 전체 트러스 구조의 강성행렬(Stiffness matrix) K의 행렬식(Determinant),  $\det K$ 가 0보다 큰 조건을 통해 선정된 구조가 안정한지를 판단할 수 있으며, 최적화 과정을 거쳐 최종적인 위상과 부재 사이즈를 도출할 수 있다.

#### 3.2 트러스 위상 및 사이즈 최적화 문제

불필요한 부재를 삭제하여 제약 조건에 맞는 최적의 위상을 찾고 이산변수를 사용하여 트러스 전체 중량을 최소화하는 사이즈 최적화 문제는 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} &\text{Find,} && \mathbf{X} = \{A_1, A_2, \dots, A_m\} \\ &\text{to minimize,} && f(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^m \rho_i A_i L_i \\ &\text{Subjected to,} && \begin{cases} C_1 : |\sigma_i| \leq \sigma^{allow}, & i = 1, 2, \dots, m \\ C_2 : \sigma_i \leq \sigma_{cr}^{allow}, & i = 1, 2, \dots, m \\ C_3 : |\delta_j| \leq \delta^{allow}, & j = 1, 2, \dots, n \\ C_4 : f_k \leq f_k^{allow} \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

변수 군 X는 예제별로 기준에서 사용되고 있는 단면 크기를 선정하여 구성한다. 이 때 부재 i의 밀도  $\rho_i$ 와 길이  $L_i$ 를 단면적  $A_i$ 에 곱하여 전체 트러스의 중량, 즉 목적함수를 산정한다. 본 연구에서는 총 4가지의 제약함수를 설정하였으며  $C_1$ 은 부재의 허용응력,  $C_2$ 는 부재의 허용 좌굴응력,  $C_3$ 은 각 절점의 허용 변위,  $C_4$ 는 특정 모드에 대한 구조물의 허용진동수를 고려하였다.

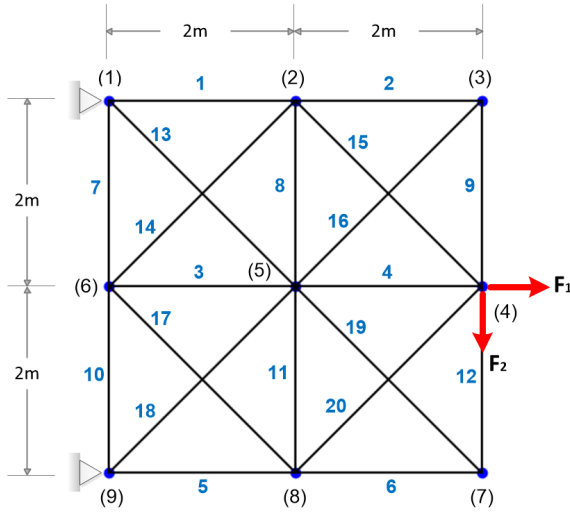
식 (12)의 최적화 문제는 다수의 제약 조건을 고려하고 있으므로 제약 조건이 위반할 시에 각각 벌점(Penalty)을 목적함수에 부여해야 하는 상황이 발생한다. 이 중 위반하는 제약 조건만 목적함수에 고려하여 적절한 값으로 벌점을 반영할 수 있는 통합 식이 필요하며, 식 (12)는 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>13)</sup>.

$$\begin{aligned} &\text{Find,} && \mathbf{X} = \{A_1, A_2, \dots, A_m\} \\ &\text{to minimize,} && f_{cost}(\mathbf{X}) = (1 + \epsilon_1 v)^{\epsilon_2} f(\mathbf{X}) \\ &&& v = \sum_{r=1}^p \max\{0, C_r(\mathbf{X})\} \end{aligned} \quad (13)$$

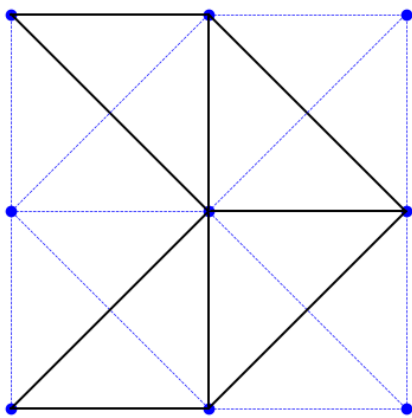
여기서 p는 제약 조건의 개수,  $\epsilon_1$ 과  $\epsilon_2$ 는 각각 전역탐색과 지역탐색의 매개변수 값을 뜻한다. 본 연구에서는  $\epsilon_1$ 과  $\epsilon_2$ 의 값을 각각 1과 1.5로 설정하였으며,  $\epsilon_2$ 의 값은 각 반복 과정에서 0.05씩 증가하여 최종적으로 3의 값을 반영하였다.

〈Table 1〉 Available cross-sectional areas

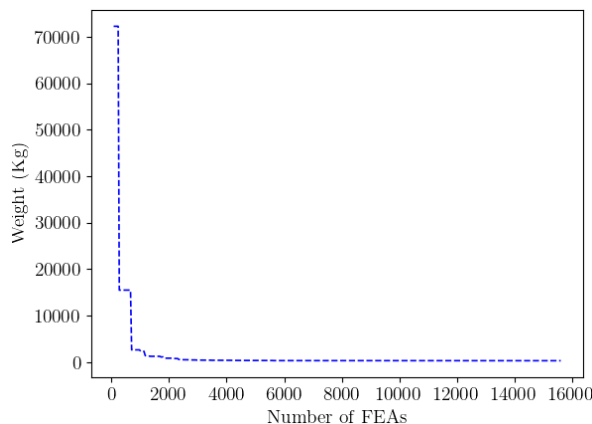
No.	Area (cm <sup>2</sup> )	No.	Area (cm <sup>2</sup> )
1	0.7161	33	24.7741
2	0.9097	34	24.9677
3	1.2645	35	25.0322
4	1.6129	36	26.9677
5	1.9806	37	27.2258
6	2.5226	38	28.9677
7	2.8516	39	29.6128
8	3.6323	40	30.9677
9	3.8839	41	32.0645
10	4.9419	42	33.0322
11	5.0645	43	37.0322
12	6.4129	44	46.5806
13	6.4516	45	51.4193
14	7.9226	46	55.0322
15	8.1677	47	59.9999
16	9.4000	48	69.9999
17	10.0839	49	74.1943
18	10.4516	50	87.0966
19	11.6129	51	89.6772
20	12.8387	52	91.6127
21	13.7419	53	99.9998
22	15.3548	54	103.2256
23	16.9032	55	109.0320
24	16.9677	56	121.2901
25	18.5806	57	128.3868
26	18.9032	58	141.9352
27	19.9354	59	147.7416
28	20.1935	60	158.0642
29	21.8064	61	170.9674
30	22.3871	62	180.6448
31	22.9032	63	193.5480
32	23.4193	64	216.1286



〈Fig. 2〉 The ground structure of 20-bar planar truss



〈Fig. 3〉 Optimum topology of the 20-bar planar truss



〈Fig. 4〉 Convergence curve of the 20-bar planar truss using AHEFA

## 4. 수치해석 예제

20-bar planar truss와 24-bar planar truss 해석 예제를 통해 AHEFA 메타휴리스틱 기법의 효율성을 입증하였다. 두 예제는 모두 연속변수를 갖는 최적화 문제를 위해 고안되었으나 그 후 다수의 연구에서 이산변수를 위한 최적화 문제의 검증에 사용되었다<sup>4),9),13)</sup>. 두 예제 모두 이산변수를 사용하여 위상 및 사이즈 최적화 문제를 수행하였으며, 〈Table 1〉의 총 64개의 단면 후보군 중 최적의 단면을 선정하여 사이즈 최적화를 위한 변수에 대입하였다. 〈Table 1〉의 단면 후보군은 AISC(American Institute of Steel Construction) 설계 기준에서 발췌한 것으로 기존 연구<sup>9),13)</sup>에서 설정한 범위를 따르고 이에 따른 결과를 상호비교 하였다. 기존 연구 결과와의 비교를 위해 예제의 모든 조건은 동일하게 설정하였으며 식 (13)의 제약 조건만 다르게 설정되었다.

### 4.1 A 20-bar planar truss

〈Fig. 2〉는 9개의 절점과 20개의 후보 부재로 구성된 20-bar planar truss 구조를 보여주고 있다. (1)번과 (9)번 절점에 지지되어 있으며 (4)번 절점에 하중을 부여하므로 총 3개의 절점은 삭제 후보군에서 제외된다. 모든 부재에 대한 허용응력은 180MPa이며, 재료의 탄성계수 및 밀도는 각각 200GPa과 7,860kg/m<sup>3</sup>이다. 구조물의 1차 모드 및 2차 모드의 허용 진동수는 각각 60Hz와 100Hz이며, (4)절점의 허용 변위는 10mm 이내로 설정하였다.

하중은  $F_1 = 500\text{kN}$ ,  $F_2 = 0\text{kN}$ 인 경우와  $F_1 = 0\text{kN}$ ,  $F_2 = 500\text{kN}$  경우 각각에 대하여 검토하였으며, 이전 연구 결과와의 비교 결과를 〈Table 2〉에 나타내었다. 〈Table 2〉는 이전 연구에서 다양한 메타휴리스틱 기법을 사용하여 얻은 20-bar planar truss의 최적화 결과를 나타내고 있으며, 마지막 열에 본 연구의 AHEFA 기법을 사용한 결과를 추가하여 비교하였다. 결과를 살펴보면 AHEFA 기법을 사용하였을 때 기존 연구와 동일한 1, 4, 5, 8, 11, 13, 15, 18, 20의 총 9개 부재를 선별할 수 있음을 확인하였다. 이는 〈Fig. 3〉에서 그 위치를 확인할 수 있다. 파란색 점선은 Ground structure에서 삭제된 부재, 검은색 실선은 선택된 부재를 의미한다.

〈Table 2〉 Comparison of optimal cross sectional areas of the 20-bar planar truss

Avariable (cm <sup>2</sup> )	TLBO <sup>(13)</sup>	MILBO <sup>(13)</sup>	MHIS <sup>(13)</sup>	MWWO <sup>(13)</sup>	PVS <sup>(13)</sup>	MPVS <sup>(13)</sup>	HGP <sup>(9)</sup>	AHEFA
A <sub>1</sub>	13.7419	13.7419	15.3548	20.1935	16.9032	15.3548	15.3548	15.3548
A <sub>2</sub>	0.7161	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed
A <sub>4</sub>	13.7419	13.7419	13.7419	16.9032	13.7419	13.7419	13.7419	13.7419
A <sub>5</sub>	16.9677	16.9032	16.9032	16.9032	13.9417	15.3548	15.3548	15.3548
A <sub>8</sub>	15.3548	13.7419	13.7419	22.3871	16.9032	15.3548	15.3548	15.3548
A <sub>9</sub>	0.7161	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed
A <sub>11</sub>	16.9032	16.9032	16.9677	12.8387	13.7419	15.3548	15.3548	15.3548
A <sub>13</sub>	22.9032	21.8064	22.3871	18.5806	19.9354	21.8064	21.8064	21.8064
A <sub>15</sub>	18.5806	19.9354	18.5806	21.8064	21.8064	19.9354	19.9354	19.9354
A <sub>18</sub>	19.9354	20.1935	18.9032	22.3871	22.3871	19.9354	19.9354	19.9354
A <sub>20</sub>	21.8064	22.3871	23.4193	18.9032	20.1935	22.3871	22.3871	22.3871
Weight (kg)	342.8615	335.4113	335.7534	351.8429	335.4113	335.0404	335.0404	335.0404

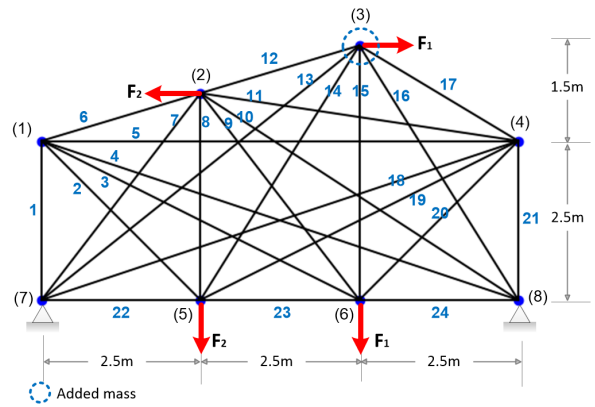
〈Table 2〉의 결과 값이 최신 연구의 결과 값과 동일한 것은 20-bar planar truss의 구성과 하중 재하가 단순하여 동일한 제약 조건으로는 최적의 결과이기 때문이다. 〈Fig. 4〉에는 본 연구에서 얻은 수렴 경향을 나타내었다. 초기 단계부터 빠르게 최적의 값으로 수렴하는 것을 알 수 있다.

### 4.2 A 24-bar planar truss

8개의 절점과 24개의 후보 부재로 이루어진 24-bar planar truss는 〈Fig. 5〉에서 각각의 연결 상태를 확인할 수 있다. (7)번과 (8)번 절점이 지지되어 있으며 (3)번 절점에 집중질량(Lumped mass)이 부여되었다. 부재의 허용응력은 앞 예제와 동일한 180MPa이며, 재료의 탄성계수와 밀도는 각각 200GPa, 7,860kg/m<sup>3</sup>의 값을 입력하였다.

24-bar planar truss는 (5)번과 (6)번 절점의 변위를 10mm로 제약 조건을 부여하였으며, 1차 진동수를 30Hz 이내로 설정하였다. 하중 재하는 총 2가지로 설정하였으며, 〈Table 3〉에서 확인할 수 있다.

24-bar planar truss의 최종 위상 및 사이즈 최적화 결과는 〈Fig. 6〉과 〈Table 4〉에서 확인할 수 있다. 부재 선별을 통한 위상 최적화의 결과는 기존의 연구와 비교하였을 때 전체 구조물의 중량 측면에서 더 나은 값을 보였다. 기존의 연구 중 가장 좋은 결과를 얻은 HGP 기법은 7, 8, 9, 12, 14, 15, 16, 22, 24 총 9개의 부재를 최적의 위상으로 선별하였다. 본 연구의 AHEFA 기법을



〈Fig. 5〉 The ground structure of 24-bar planar truss

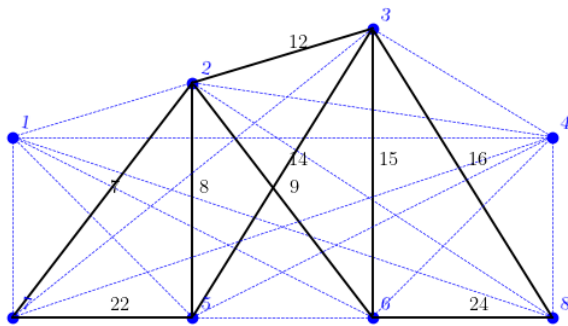
〈Table 3〉 Loading conditions of the 24-bar planar truss

Condition	F1 (kN)	F2 (kN)
1	100	0
2	0	100

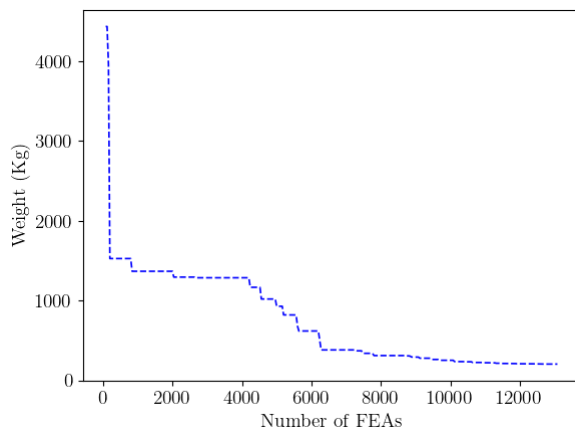
사용한 결과는 이와 동일한 위치의 부재를 선정하였지만 24번 부재의 단면적은 더 낮은 값을 선택하였다. 총 중량의 비교는 〈Table 4〉에서 확인할 수 있으며, AHEFA에서 얻은 결과가 가장 낮은 목적함수 값을 갖는 것을 알 수 있다. 절점 (5)와 (6)에서 얻는 최대 변위 값은 2.784mm로 10mm 제약 조건에 부합하였으며, 1차 진동수 값도 허용범위를 만족하였다. 〈Fig. 7〉에는 AHEFA 기법을 사용한 경우의 수렴 경향을 나타내었다. 결론적으로 AHEFA 기법을 사용하였을 때 빠른 수렴

〈Table 4〉 Comparison of optimal cross sectional areas of the 24-bar planar truss

Avariable (cm <sup>2</sup> )	TLBO <sup>(13)</sup>	MTLBO <sup>(13)</sup>	MHTS <sup>(13)</sup>	MWWO <sup>(13)</sup>	PVS <sup>(13)</sup>	MPVS <sup>(13)</sup>	HGP <sup>(9)</sup>	AHEFA
A <sub>2</sub>	0.7161	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed
A <sub>5</sub>	0.7161	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed
A <sub>7</sub>	18.5806	18.5806	18.5806	18.5806	18.9032	18.5806	18.5806	18.5806
A <sub>8</sub>	6.4516	6.4129	6.4516	6.4129	6.4129	6.4516	6.4129	6.4129
A <sub>9</sub>	6.4129	3.8839	1.9806	6.4129	1.2645	1.6129	1.2645	1.2645
A <sub>12</sub>	3.8839	2.5226	2.5226	3.6323	2.5226	2.5226	2.8516	2.8516
A <sub>14</sub>	Removed	1.2645	2.5226	Removed	2.8516	2.5226	2.5226	2.5226
A <sub>15</sub>	3.6323	4.9419	6.4129	3.6323	6.4129	6.4129	6.4129	6.4129
A <sub>16</sub>	Removed	Removed	19.9354	Removed	19.9354	19.9354	19.9354	19.9354
A <sub>17</sub>	10.0839	10.0839	Removed	10.0839	Removed	Removed	Removed	Removed
A <sub>19</sub>	0.7161	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed
A <sub>20</sub>	6.4129	6.4516	Removed	6.4129	Removed	Removed	Removed	Removed
A <sub>21</sub>	10.4516	10.0839	Removed	10.0839	Removed	Removed	Removed	Removed
A <sub>22</sub>	Removed	0.9097	1.6129	0.7161	1.6129	1.6129	1.2645	1.2645
A <sub>23</sub>	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed	Removed
A <sub>24</sub>	8.1677	7.9226	0.9097	8.1677	0.9097	1.2645	1.6129	0.9097
Weight (kg)	243.2922	227.3884	226.3047	229.0035	226.1573	225.8168	225.2700	223.8882



〈Fig. 6〉 Optimum topology of the 24-bar planar truss



〈Fig. 7〉 Convergence curve of the 24-bar planar truss using AHEFA

경향을 보이면서 타 기법을 사용하였을 때보다 더 낮은 중량 값을 얻는 최적의 결과를 도출할 수 있었다.

## 5. 결론

본 연구에서는 AHEFA 메타휴리스틱 기법을 사용하여 트러스의 위상 및 사이즈 최적화를 수행하였다. 전통적인 메타휴리스틱 기법은 연속변수에 적합하여 이산변수를 사용할 때 수정이나 타 기법과 결합하는 방식을 취하여야 한다. AHEFA 기법은 DE와 FA 알고리즘의 장점을 혼합한 것으로 전역탐색과 지역탐색 사이의 균형을 맞추기 위해 돌연변이와 다음 세대를 구성하는 과정을 수정 보완한 알고리즘이라 할 수 있다. 트러스의 위상 최적화 문제는 모든 절점이 서로 연결되어 있는 부재로 구성된 Ground structure로부터 출발한다. 0과 1의 이산변수를 각 후보 부재에 대입하고 삭제 및 유지의 선택을 반복하여 목적함수에 부합하는 최종 위상을 도출한다. 이 때 각 부재는 64개의 단면적으로 이루어진 단면 후보 그룹 중에서 무작위로 할당된 후 목적함수를 통해 평가되며, 전체 트러스 중량을 최소화 할 수 있는 최적의 부재 조합을 얻게 된다. 본 논문에서는 총 4개의 제약 조건을 사용하였으며, 각 부재의 허용 응력 및 좌굴 하중 범위 초과, 최대 변위의 허용 범위 초과, 최대 진동수 범위를 초과할 시에는 벌점을 부여하여 최적화 과정

을 제약하였다. 20-bar planar truss와 24-bar planar truss를 통해 AHEFA 기법의 효율성을 입증하였다. 20-bar planar truss의 경우 이전 연구 결과와 동일하게 최적 부재와 단면적을 선택할 수 있었으며, 24-bar planar truss는 이에 더하여 더 낮은 중량 값, 즉 더 낮은 목적함수 값을 도출할 수 있었다.

### 감사의 글

본 연구는 교육과학기술부 재원 한국연구재단의 신진연구지원사업(NRF-2018R1C1B6004751)에 의해 수행되었습니다.

### References

1. Haftka, R. T., & Gürdal, Z., "Elements of structural optimization", 11<sup>th</sup> ed., Springer Science & Business Media, 2012.
2. Kirsch, U., "Optimal topologies of truss structures", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.72, No.1, pp.15~28, 1989, doi: 10.1016/0045-7825(89)90119-9
3. Xu, B., Jiang, J., Tong, W., & Wu, K., "Topology group concept for truss topology optimization with frequency constraints", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.261, No.5, pp.911~925, 2003, doi: 10.1016/S0022-460X(02)01021-0
4. Hu, X. M., Zhang, J., & Li, Y., "Orthogonal Methods Based Ant Colony Search for Solving Continuous Optimization Problems", *Journal of Computer Science and Technology*, Vol.23, No.1, pp.2~18, 2008, doi: 10.1007/s11390-008-9111-5
5. Kar, A. K., "Bio inspired computing - A review of algorithms and scope of applications", *Expert Systems with Applications*, Vol.59, pp.20~32, 2016, doi: 10.1016/j.eswa.2016.04.018
6. Lieu, Q. X., Do, D. T. T., & Lee, J., "An adaptive hybrid evolutionary firefly algorithm for shape and size optimization of truss structures with frequency constraints", *Computers & Structures*, Vol.195, pp.99~112, 2018, doi: 10.1016/j.compstruc.2017.06.016
7. Kaveh, A., & Zolghadr, A., "Topology optimization of trusses considering static and dynamic constraints using the CSS", *Applied Soft Computing*, Vol.13, No.5, pp.2727~2734, 2013, doi: 10.1016/j.asoc.2012.11.014
8. Savsani, V. J., Tejani, G. G., & Patel, V. K., "Truss topology optimization with static and dynamic constraints using modified subpopulation teaching-learning-based optimization", *Engineering Optimization*, Vol.48, No.11, pp.1990~2006, 2016, doi: 10.1080/0305215X.2016.1150468
9. Assimi, H., Jamali, A., & Nariman-zadeh, N., "Sizing and topology optimization of truss structures using genetic programming", *Swarm and Evolutionary Computation*, Vol.37, pp.90~103, 2017, doi: 10.1016/j.swevo.2017.05.009
10. Assimi, H., & Jamali, A., "A hybrid algorithm coupling genetic programming and Nelder-Mead for topology and size optimization of trusses with static and dynamic constraints", *Expert Systems with Applications*, Vol.95, pp.127~141, 2018, doi: 10.1016/j.eswa.2017.11.035
11. Storn, R., & Price, K., "Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces", *Journal of Global Optimization*, Vol.11, No.4, pp.341~359, 1997, doi: 10.1023/A:1008202821328
12. Yang, X. S., "Firefly Algorithm, Stochastic Test Functions and Design Optimisation",



- International Journal of Bio-Inspired Computation, Vol.2, No.2, pp.78~-84, 2010
13. Savsani, V. J., Tejani, G. G., Patel, V. K., & Savsani, P., "Modified meta-heuristics using random mutation for truss topology optimization with static and dynamic constraints", Journal of Computational Design and Engineering, Vol.4, No.2, pp.106~130, 2017, doi: 10.1016/j.jcde.2016.10.002

- Received : May 14, 2021
- Revised : June 03, 2021
- Accepted : June 10, 2021