Regular paper | Journal of the KIECS. pp. 503-510, vol. 16, no. 3, Jun. 30. 2021, t. 107, pISSN 1975-8170 | eISSN 2288-2189
http://dx.doi.org/10.13067/JKIECS.2021.16.3.503

유리차수 적분을 이용한 전동기 속도제어

전용호* · 강정욱**

Motor Speed Control Using the Fractional Order Integral

Yong-Ho Jeon* · Jung-Yoog Kang**

요 약

본 연구는 유리 차수 미분의 수학적인 방법을 시스템의 응답을 제어하는 제어기에 적용하고자 한다. 따라서 제어기로 구성하기 위해서는 유리수 지수에 대한 적분기를 이산시간으로 변환하여 설계한다. IP 제어기는 오차에 대한 적분제어기를 구성하고 비례제어기는 시스템 출력만 적용하는 구조이다. 유리 차수 적분기를 IP 제어기의 적분제어기에 활용함으로 제어기를 설계한다. 먼저 PI 제어기와 IP 제어기의 성능을 비교하고, 설계된 제어기를 전동기의 속도 제어에 적용한다. 그 결과 전동기의 출력상태인 속도가 균일하며 정밀한 제어 성능을 얻을 수 있었다. 정상상태의 속도오차가 0.1 [%] 이내 이고, 오버슈트가 없는 정밀하며 균일한 속도 제어 성능을 가짐을 확인할 수 있었다.

ABSTRACT

This study intends to apply the mathematical method of fractional order differentiation to a controller that controls the response of the system. Therefore, we design integrator for the fractional index by converting it into discrete time to construct a controller. The IP controller composes an integral controller for errors and the proportional controller applies only the system output. The controller is designed by using the fractional order integrator to the integral controller of the IP controller. First, the performance of the PI controller and the IP controller is compared, and the designed controller is applied to the speed control of the motor. As a result, the motor output speed was uniformed and precise control performance could be obtained. It was confirmed that the speed error in the steady state is within 0.1 [%], and it has precise and uniform speed control performance without overshoot.

키워드

Fractional Order, Proportion Integral Control, Proportion Controller, Integral Controller, Speed Control
유리 차수, 비례 적분 제어, 비례 제어기, 적분 제어기, 속도 제어

* 중원대학교 항공정비학과(waterjliar@jwu.ac.kr)
** 교신저자 : 신라대학교 수학교육과
· 접 수 일 : 2021. 04. 28
· 수정완료일 : 2021. 05. 23
· 게재확정일 : 2021. 06. 17
· Received : Apr. 28, 2021, Revised : May. 23, 2021, Accepted : Jun. 17, 2021
· Corresponding Author : Jung-Yoog Kang
Dept. Mathmatics Education, Silla University
Email : jykang@silla.ac.kr

Ⅰ. 서 론

현대의 많은 산업과 비행체에서 자동차에 이르기까지 전기를 동력원으로 하는 것이 보편화되고 있다[8-12]. 충전된 전기를 에너지원으로 하는 전기차는 동력을 발생하기 위하여 전동기가 사용된다. 엔진에 비해 전동기는 손쉽게 조작 및 제어가 용이한 장점으로 활용 범위가 넓으며 현재 자율주행 장치에 가장 많이 활용되고 있다. 이로써 제어기 설계의 연구가 더욱 활발해지고 있다.

P.I.D.(Proportional-Integral-Differential) 제어는 현장에서 많이 사용되는 대표적인 형태의 제어기이다[12]. 특히 전동기의 속도나 위치를 제어함에 간편하게 PI 제어기를 많이 사용한다. 오차를 입력으로 하여 전향 보상된 PI 제어기는 전달함수에 영점을 추가되는 구조로 이를 개선한 제어기가 IP 제어기이다. PI 제어기는 적분제어기는 오차에 대한 적분과 비례제어기는 시스템 출력에 비례하는 값을 더하여 시스템 입력으로 사용하는 구조이다.

현대 제어에서 유리 차수 미분계수를 제어에 활용하는 많은 연구가 되고 있다[1-7]. 본 연구에서는 유리 차수 미분계수를 적분제어기에 적용하여 제어기의 정밀한 응답 성능을 얻어내고 IP 제어기의 구조를 활용하여 오버슈트가 제어기를 설계하고자 한다.

Ⅱ. 제어기 설계

2.1 일반적인 PI 제어기

제어기가 플랜트 앞에 배치되어 오차를 보상하는 구조의 일반적인 PI 제어는 그림 1과 같다[12].

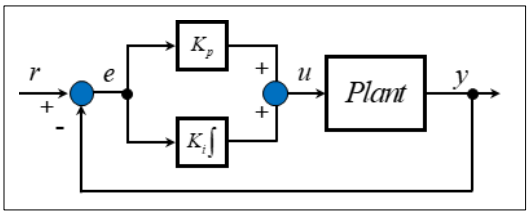

그림 1. 일반적인 PI 제어기를 가진 시스템
Fig. 1 System with common PI controller

그림 1의 PI 제어기는 식(1)과 같다.

$$U(s)=\left(K_p+\frac{K_i}{s}\right)E(s) \tag{1}$$

초기치를 0으로 가정하고, 라플라스 변환된 형태에서 레퍼런스 입력과 피드백된 출력의 차를 오차 $E(s)$로 하고, 이를 입력으로 하는 PI 제어기이다. K_p는 비례 제어기 이득, K_i는 적분 제어기 이득이다.

2.2 IP 제어기

오차에 대한 적분제어와 출력에 대한 비례 제어의 구조를 갖는 IP 제어기는 그림 2와 같다[12].

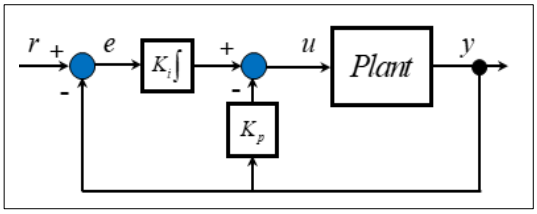

그림 2. IP 제어기를 가진 시스템
Fig. 2 System with IP controller

그림 2는 IP 제어기는 레퍼런스 입력에 대한 출력의 오차에 대한 적분제어기와 출력에 대한 비례제어기의 차를 시스템의 제어입력으로 하는 구조로 식 (2)와 같다.

$$U(s)=\left(\frac{K_i}{s}\right)E(s)-K_pY(s) \tag{2}$$

플랜트의 전달함수를 $G_p(s)$라 할 때, $R(s)$를 레퍼런스 입력으로 하고 $Y(s)$를 출력으로 제어기를 포함하는 전체 시스템의 전달함수는 식 (3)과 같다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{\frac{K_i}{s}G_p(s)}{1+\left(K_p+\frac{K_i}{s}\right)G_p(s)} \tag{3}$$

식 (3)의 전달함수의 특성 방정식은 식 (1)을 제어기로 하는 폐루프 전달함수의 특성 방정식과 같지만 다른 점은 영점이 추가되지 않아서 오버슈트를 줄이는 장점이 있다.

2.3 유리차수 적분기를 갖는 $I^{\beta}P$ 제어기

IP 제어기에서 적분제어기를 유리 차수를 갖는 적분기로 대체하면 그림 3과 같다.

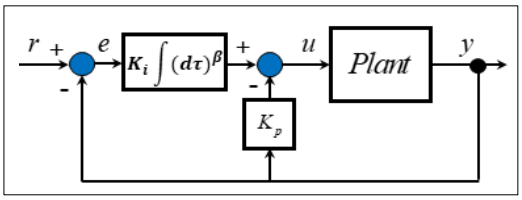

그림 3. $I^\beta P$ 제어기를 가진 시스템
Fig. 3 Sytem with $I^\beta P$ controller

전체 시스템의 전달함수는 식 (4)와 같다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_i}{s^\beta} G_p(s)}{1 + \left(K_p + \frac{K_i}{s^\beta}\right) G_p(s)} \tag{4}$$

식 (4)의 전달함수도 동일하게 영점이 첨가되지 않음을 알 수 있다.

III. 제어기 성능 분석

설계된 제어기의 성능을 비교하기 위하여 PSIM을 사용하여 1차 시스템과 2차 시스템으로 나누어 시뮬레이션을 수행 하였다.

3.1 1차 시스템 제어기 응답 특성

사용된 시스템은 표준 1차 시스템으로 개루프 전달함수는 식(5)과 같다.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\tau_m}{\tau_m s + 1} \tag{5}$$

식(5)의 일차시스템에 제어기를 구성하여 폐루프 전달함수의 특성방정식은 식(6)과 같다.

$$\Delta(s) = s^2 + (\frac{1}{\tau_m} + K_p)s + K_i \tag{6}$$

식 (6)의 특성방정식은 PI 제어기나 IP 제어기가 동일하여 같은 극점을 가짐을 알 수 있다.

외란에 대한 제어기의 응답 특성을 파악하기 위하여 제어기 출력과 더해져서 플랜트 입력으로 들어가는 구조로 가정하여 외란에 대한 전달함수를 구하면 식 (7)과 같다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) G_p(s)} \tag{7}$$

외란에 입력에 대한 전달함수는 PI 제어기와 IP 제어기에서 동일한 전달함수를 갖는 것으로 외란에 대한 응답 성능은 영향을 받지 않는 것을 알 수 있다.

식 (5)의 시스템에 τ_m을 1로 하여 PI 제어기와 IP 제어기의 제어 성능을 비교하고자 제어이득을 동일하게 설정하여 시스템 출력을 나타낸 결과가 그림 4와 같다.

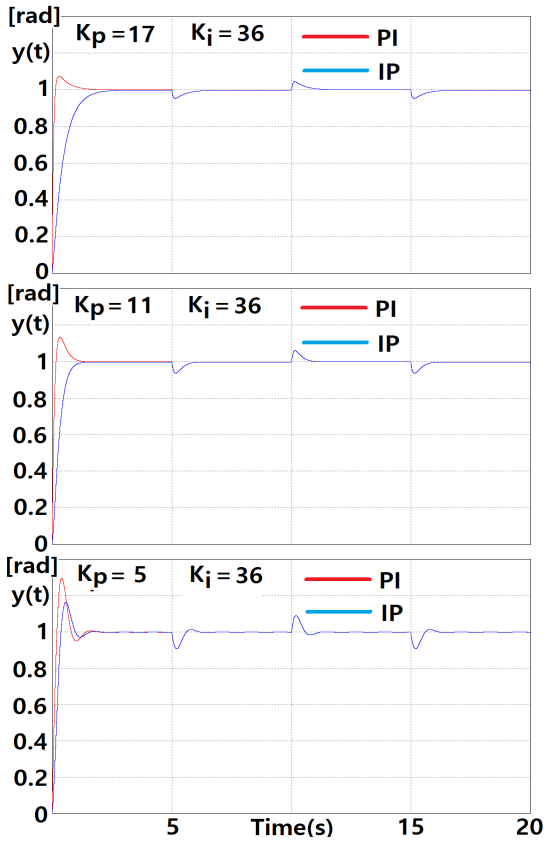

그림 4. 1차 시스템의 PI 제어기 와 IP 제어기
Fig. 4 Response of the PI controller and IP controller of the first order system

그림 4의 상단 그림의 제어이득은 감쇠상수 ζ가 1.5에 해당하며 공진 주파수 ω_n는 6이 된다. 약 7.5% 오버슈트가 발생한 결과가 PI 제어기의 응답이고 IP 제어기는 오버슈

트가 존재하지 않는다. 감쇠상수에서 판단하면 과제동의 응답 특성을 가지는 것인데 PI 제어기의 경우 전달함수에 영점이 추가되어 오버슈트가 발생함으로 판단할 수 있고 IP 제어기는 과제동의 응답 특성이 나타나고 있다.

그림 4의 중단 그림은 감쇠상수 ζ가 1에 해당하며 공진 주파수 ω_n는 6으로 설정된 제어 결과이다. 약 13.5% 오버슈트가 발생한 결과가 PI 제어기의 응답이고 IP 제어기는 오버슈트가 존재하지 않는다. 상단 그림과 같은 특성을 가지지만 감쇠상수로 보면 IP 제어기의 응답 특성은 임계제동에 해당하는 결과로 판단할 수 있다.

그림 4의 하단 그림은 감쇠상수 ζ가 0.5에 해당하며 공진 주파수 ω_n는 6으로 설정된 제어 결과로 PI 제어기의 경우 약 30%의 오버슈트가 발생하고 IP 제어기의 경우 약 17%의 오버슈트가 발생함을 나타내고 있다. 이는 부족제동의 결과로 판단된다.

주기적으로 시간 5초에 외란이 가해지고 시간 5초 후에 외란이 제거되도록 한 결과가 매시간 5초마다 나타난 것을 알 수 있다. PI 제어기와 IP 제어기는 외란에 대한 동일한 응답 성능을 나타냄을 확인할 수 있고 상단 그림이 약 6%의 언더슈트와 약 5%의 오버슈트가 발생하고 중단 그림은 약 6.5%의 언더슈트와 6.1%의 오버슈트가 발생하며, 하단 그림은 약 9.2%의 언더슈트와 9.0%의 오버슈트가 작용하는 것으로 감쇠상수의 특징에 따른 결과로 판단된다. 또한 외란의 영향이 제거되는 시간이 임계제동에 해당하는 중단의 결과가 제일 작게 나타나고 상단의 결과가 다음 마지막으로 하단이 가장 느리게 제거됨을 알 수 있다.

이상으로 표준 일차 시스템에 대한 IP 제어기가 PI 제어기에 비해 오버슈트가 작아진다는 것을 알 수 있으며 외란에 대한 응답 성능은 동일하다는 것을 알 수 있다.

3.2 2차 시스템 제어기 응답 특성

사용된 시스템은 표준 2차 시스템으로 개루프 전달함수는 식(8)과 같다.

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b}{s(s+a)} \tag{8}$$

식(8)의 이차시스템에 제어기를 구성하여 폐루프 전달함수의 특성방정식은 식 (9)와 같다.

$$\Delta(s)=s^3+as^2+bK_ps+bK_i \tag{9}$$

$$=1+\frac{bK_i}{s(s^2+as+bK_p)} \tag{10}$$

식 (9)의 특성방정식은 PI 제어기나 IP 제어기가 동일하여 같은 극점을 가짐을 알 수 있다. 식 (10)은 K_i가 0에서 원점에 극점이 있고 나머지 두 근이 존재하게 된다. 이 세 근을 출발로 하여 양의 실수 축에 60도 180도 300도의 출발하여 무한대 영점으로 다가가는 근의 궤적을 판단할 수 있다.

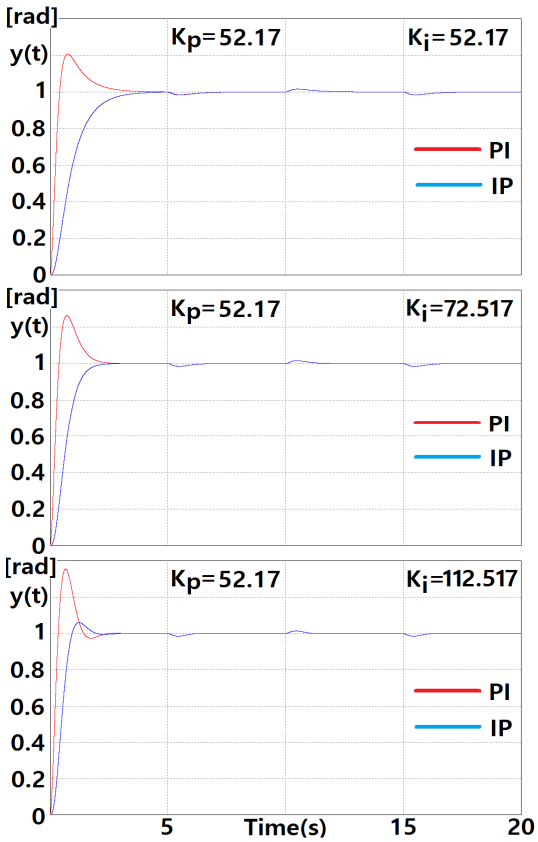

그림 5. 2차 시스템의 PI 제어기 와 IP 제어기
Fig. 5 Response of the PI controller and IP controller of the second order system

외란에 대한 제어기의 응답 특성을 파악하기 위하여 제어기 출력과 더해져서 플랜트 입력으로 들어가는 구조로 가정하여 1차 시스템과 같이 외란에 대한 전달함수는 식 (7)과 같다.

식 (8)의 시스템에 a을 12.5로 하고 b를 1로 하여 PI 제어기와 IP 제어기의 제어 성능을 비교하고자 제어이득을 동일하게 설정하여 시스템 출력을 나타낸 결과가 그림 5와 같다.

그림 5의 상단 그림의 제어이득은 약 -1.44, $-5.53 \pm j2.38$의 세 근을 가지고, 중단의 그림의 제어이득은 약-3.65, $-4.42 \pm j0.54$의 세 근을 가지고, 하단의 그림의 제어이득은 -7.57, $-2.46 \pm j2.96$의 세 근을 가진다. 그림 5의 상단 그림은 약 21% 오버슈트가 발생한 결과가 PI 제어기의 응답이고 IP 제어기는 오버슈트가 존재하지 않는다. 중단 그림은 약 26.1% 오버슈트가 발생한 결과가 PI 제어기의 응답이고 IP 제어기는 오버슈트가 존재하지 않는다. 하단 그림은 약 35.6%의 오버슈트가 발생하고 IP 제어기의 경우 약 6.1%의 오버슈트가 발생함을 나타내고 있다. 세 가지 결과 중 상단과 중단의 그림의 경우 PI 제어기의 경우는 오버슈트가 발생하지만 실수부의 크기에 비해 허수부의 크기가 작아 IP 제어기의 경우 오버슈트가 없다. 그러나 하단 그림의 경우 세 근 중 허근에서 실수부의 크기보다 허수부의 크기가 커서 IP 제어기에서도 오버슈트가 발생한 것을 알 수 있다.

주기적으로 시간 5초에 외란이 가해지고 시간 5초 후에 외란이 제거되도록 한 결과가 매시간 5초마다 나타난 것을 알 수 있다. PI 제어기와 IP 제어기는 외란에 대한 동일한 응답 성능을 나타냄을 확인할 수 있고 모두 약 1.6%의 언더슈트와 약 1.6%의 오버슈트가 발생한다.

이상으로 표준 이차 시스템에 대한 IP 제어기가 PI제어기에 비해 오버슈트가 작아지만 상승시간은 길어진다는 것을 알 수 있으며 외란에 대한 응답 성능은 동일하다는 것을 알 수 있다.

IV. 시뮬레이션

유리 차수 미분의 특징을 갖는 제어기에 결합하여 성능을 개선하고자 구성한 전동기의 속도 피드백 제어 시스템은 그림 6과 같다.

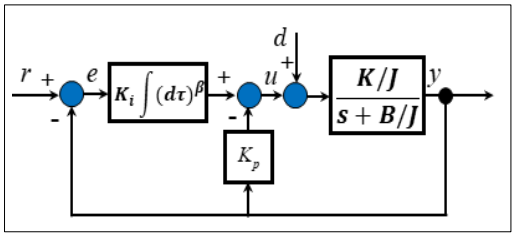

그림 6. 전동기 속도 제어 시스템
Fig. 6 Electric motor speed control system

여기서, J은 전동기 회전자의 관성모멘트로 0.0000085 Kgm^{2}이고, B는 전동기 회전자의 점성 마찰계수로 0.00010625Nm/rad/s이다. K는 전류에 대한 토크 상수로 0.0215 Nm/A이다. 따라서 전동기의 축의 각속도 ω를 출력으로 하고 레퍼런스 각속도를 추종하는 제어기를 구성하는 것이다.

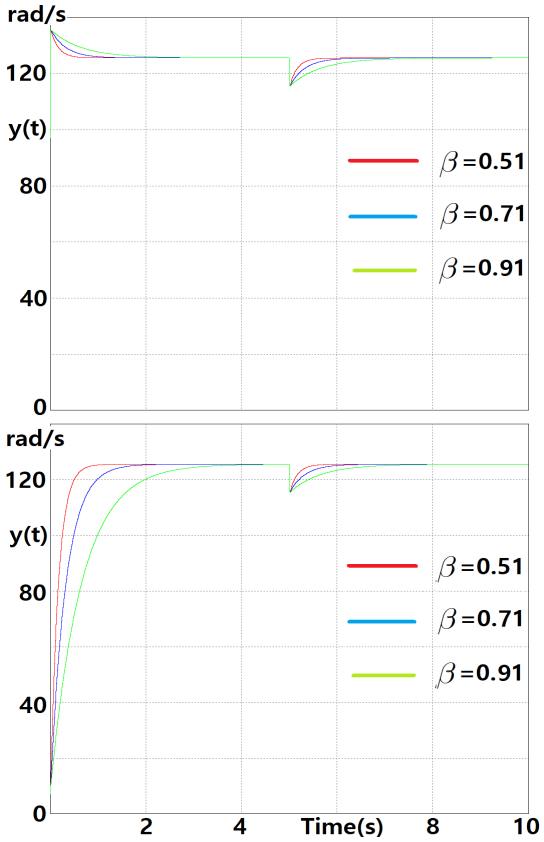

그림 7. 전동기의 $I^{\beta}P$ 제어 결과
Fig. 7 The $I^{\beta}P$ control result of the electric motor

그림 6의 유리 차수 적분 제어기에 대한 이산시간 변환을 한 제어기는 식(11)에서 식 (12)와 같다.

$$u(k) = K_p e(k) + K_i^{\beta} T^{\beta} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \binom{-\beta}{m} e(k-m) \quad (11)$$

$$u(k) = K_i^{\beta} T^{\beta} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \binom{-\beta}{m} e(k-m) - K_p y(k) \quad (12)$$

그림 6의 시뮬레이션한 결과가 그림 7과 같다.

그림 7의 상단 그림은 식 (11)의 제어기를 사용한 것이고 하단 그림은 식 (12)의 제어기를 적용한 결과이다. 두 제어기의 제어이득은 동일한 값으로 하였고 그 값 비례이득 K_p 는 100, 적분 이득 K_i는 10, 그리고 이산 스텝을 m을 9로 하였고, 샘플링 주기 T를 5 [ms]으로 하고, 외란을 약 0.02 [Nm]를 적용하였다.

그 결과 식 (11)의 결과는 그림 7의 상단 그림으로 β 값에 따라 약 32%, 33%, 34%의 오버슈트가 발생하고 시간 5초에서 언더 슈트가 발생하였다. 동일한 제어이득과 파라메터를 적용한 식(12)의 제어 결과는 그림 7의 하단 그림으로 오버슈트가 존재하지 않는 결과를 보여준다. 상대적으로 식 (11)의 제어기가 상승시간에서는 유리한 결과를 보이고 있으며, 외란에 대한 응답 성능은 두 제어기가 동일한 응답 성능을 나타내고 있음을 알 수 있다.

V. 결 론

산업 현장에서 PID 제어기는 성능과 구조에서 매우 좋은 제어기로 많은 활용이 되고 있다. PID 제어는 오차에 대한 비례와 미분, 적분이 합쳐져서 제어기를 구성한다. 이때 구성에 따라 여러 가지 변형된 형태의 제어기들이 연구되고 있다. 본 연구에서는 실수 범위에서 미분과 적분으로 확장하여 구성된 제어를 포함하여 PI 제어기를 설계하는 것이다.

제어대상인 플랜트를 표준 1차 시스템과 2차 시스템에 대하여 PI 제어기와 IP 제어기의 성능을 비교하고 전동기 속도제어에 유리 차수 적분기를 포함하는 PI 제어기와 IP 제어기를 설계 적용하여 제어기의 응답 성능을 검토하였다. 그 결과 PI 구조의 제어기는 전달함수에 영점을 첨가하는 효과로 오버슈트가 발생하기 쉽지만 짧은 상승시간을 갖는 장점이 있고, IP 구조의 제어기는 오버슈트의 발생이 작다는 장점이 있다. 이 결과를 유리 차수 적분기를 포함하여 적용한 결과도 동일한 성향을 나타냄을 확인할 수 있었다. 추후 유리 차수 제어기의 구현에서 스텝에 따른 제어기의 안정이 변하는 점을 보완하여 안정하고 강건한 제어기를 설계하는 방법에 대한 연구가 되어야 할 것이다.

감사의 글

본 논문은 2017년도 미래창조과학부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임.(No.2017R1E1A1A03070483)

References

[1] L. Debnath, “A brief historical introduction to fractional calculus,” *Int. J. of Mathematical Education in Science and Technology*, vol. 35, no. 4, 2004, pp. 487-501.

[2] P. Torvik and R. Bagley, “On the appearance of the fractional derivative in the behavior of real material,” *J. of Applied Mechanics, Transaction of the ASMF*, vol. 51, no. 2, 1984, pp. 294-298.

[3] C. Ma and Y. Hori, “Fractional-Order Control: Theory and Applications in Motion Control,” *IEEE Industrial Electronics Mag.*, vol. 1, no. 4, 2007, pp. 6-16.

[4] B. Dumitru, Z. Güvenç, and J. Tenreiro Machado, *New Trends in Nanotechnology and Fractional Calculus Applications*. Dordrecht: Springer, 2010.

[5] J. Sabatier, O. Pgrawal, and J. Tenreiro Machado, *Advances in Fractional Calculus: Theoretical Developments and Applications in Physics and Engineering*. Dordrecht: Springer, 2007.

[6] Y. Bae, "Comparison Analysis of Behavior between Differential Equation and Fractional Differential Equation in the Van der Pol Equation,” *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 11, no. 1, 2016,

pp. 81-86.
[7] J. Kang and Y. Jeon, "Position Control for Solenoid Valve using the Fractional Order Controller," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 13, no. 1, 2018, pp. 101-106.
[8] S. Back, "A Study on the Design and Implementation of 2-phase BLDC Fan Motor with 1-horsepower Class for Air Conditioning," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 13, no. 4, Aug. 2018, pp. 760.
[9] H. Kwon, "Knee Rehabilitation System through EMG Signal analysis and BLDC Motor Control," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 14, no. 5, Oct. 2019, pp. 1009-1018.
[10] H. Cho, and W. Kim, "Sensorless Control of High-Speed BLDC," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 15, no. 3, Jun. 2020, pp. 503-512.
[11] Y. Jeon and S. Lee, "Tracking Control of BLDC Motor Based on Disturbance Observer," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 15, no. 5, Oct. 2020, pp. 907-912.
[12] K. Ogata, *Modern Control Engineering*. New York: Prentice Hall, 2010.

저자 소개

전용호(Yong-Ho Jeon)

1996년 광운대학교 제어계측공학과 졸업(공학사)
1998년 광운대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학석사)
2008년 광운대학교 대학원 정보제어공학과 졸업(공학박사)
2013.~2017.8 중원대학교 메카트로닉스학과 교수
2017.9~현재. 중원대학교 항공정비학과 교수
※ 관심분야 : 가변속 시스템, 지능로봇 시스템

강정욱(Jung-Yoog Kang)

2006년 신라대학교 수학과 졸업(이학사)
2011년 한남대학교 대학원 수학교육학과 졸업(교육학석사)
2016년 한남대학교 대학원 수학과 졸업(이학박사)
2017. ~2018.8 안양대학교 정보통계학과 교수
2018.9 ~현재 신라대학교 수학교육과 교수
※ 관심분야 : 응용 수학