

# 반복 구조물의 모드 해석을 위한 효과적인 자유도 기반 축소 기법

최 검 지<sup>1</sup>·장 성 민<sup>1,2†</sup>

<sup>1</sup>금오공과대학교 기계공학과 석박사통합과정, <sup>2</sup>금오공과대학교 기계설계공학과 조교수

## Degree-of-Freedom-Based Reduction Method for Modal Analysis of Repeated Structure

Geomji Choi<sup>1</sup> and Seongmin Chang<sup>1,2†</sup>

<sup>1</sup>Graduate Student, Department of Mechanical Engineering, Kumoh National Institute of Technology, Gumi, 39177, Korea

<sup>2</sup>Assistant Professor, Department of Mechanical Design Engineering, Kumoh National Institute of Technology, Gumi, 39177, Korea

### Abstract

Despite the development of computational resources, the need to analyze models is increasing. The size of model has been increased to analyze the entire structure more accurately and precisely. As the analysis model becomes larger and more complex, the computation time increases exponentially. Various industries use many structures that have repeated patterns. We focus on these structures with repeated patterns and propose a dynamic analysis method to efficiently calculate these repeated structures. To devise an efficient method for repeated structures, the substructuring scheme and the degree of freedom-based reduction method are used in this study. We modify the existing reduction method in consideration of the characteristics of the repeating structure. In the proposed method, the entire structure was expressed as a combination of substructures, where each substructure was represented as an unit cell of repeated structures. The substructures were condensed and assembled using the substructuring scheme and the modified condensation method. Finally, numerical examples were demonstrated to verify the efficiency and accuracy of proposed method.

**Keywords** : repeated structure, degree-of-freedom-based reduction, substructure

### 1. 서론

컴퓨터가 발달함에 따라 다양한 분야의 산업에서 전산 해석이 많이 수행되고 있다. 기존에는 단순 해석이 주를 이뤘다면 최근에는 최적 설계나 디지털 트윈과 같이 해석 양이 방대한 기술이 연구되고 있다. 이를 효율적으로 해석하기 위해서는 전산 자원의 발달뿐만 아니라 해석 기법의 발달 역시 필요하다.

많은 산업에서 활용되고 있는 다양한 기계 구조물 중 자동차 공장에서 사용되는 컨베이어 벨트나 각종 작업을 위한 레일, 교량, 체인, 열교환기 배관 등과 같이 기본 구조가 반복적으로 이어지는 구조물들이 많다. 이러한 구조물을 해석할 때 반복되는 부분의 특징을 잘 고려하면 전체 구조물에 대한 해석을 적은 전산 자원으로 빠르게 수행할 수 있다.

대형 구조물을 해석하는 효과적인 기법 중에는 부구조 기법이 있다(Craig and Bampton, 1968). 부구조 기법은 전체 구조물을 부구조로 나누어 각부구조를 계산한 후 결합하여 전체 구조물을 해석하는 방식으로 Free interface 기법과 fixed interface 기법이 있다(Gruber and Rixen, 2016). 본 논문에서는 자유도 기반 축소법을 활용한 fixed interface 기법을 반복 구조물에 적합한 형태로 개선하고자 한다.

제안된 기법에서는 반복 구조물의 특성을 효과적으로 반영하기 위하여 전체 구조물을 동일한 기본 구조의 패턴으로 보고, 기본 구조를 하나의 부구조로 간주하였다. 기본 구조를 자유도 기반 축소법을 이용하여 행렬을 축소하였고 표현한 부구조의 조합으로 전체 구조물을 나타내어 해석의 효율성을 높였다.

<sup>†</sup>Corresponding author:

Tel: +82-54-478-7379; E-mail: schang@kumoh.ac.kr  
Received August 28 2020; Revised November 13 2020;  
Accepted December 21 2020

© 2021 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

자유도 기반 축소 기법에서는 구조물에 대한 구성방정식을 주자유도와 부자유도로 나누어 행렬 방정식으로 표현하고 주자유도에 대한 행렬 방정식으로 행렬의 크기를 축소한다. 이에 관한 연구는 Guyan 축소법(Guyan,1965)을 시작으로 더 정확도가 높은 IRS(Improved Reduced System)기법(O'Callahan,1989), IIRS(Iterated IRS)기법(Xia and Lin, 2004) 등으로 개발되어 왔다.

반복 구조에 특화된 연구는 많이 이루어지지 않은 편이다. 상용프로그램에서는 특별히 반복 구조물에 대한 해석을 위한 모듈을 제공하고 있지 않으며, 해석 기법 상으로도 단순히 Guyan 축소법을 활용한 부구조 기법인 Craig and Bampton 기법을 활용하는 경우가 대부분이다. Craig and Bampton은 본 논문에서 제안한 기법과 같이 반복 구조물의 특징을 반영하여 동일한 부구조의 계산을 생략함으로써 계산 효율을 향상 시킬 수 있지만 Guyan기반으로 그 정확도가 떨어진다는 단점이 있다.

따라서 본 논문에서는 부구조 기법을 통하여 반복 구조물의 계산 영역을 나누고, 기본 구조에서 계산된 결과를 활용함으로써 반복되는 연산을 제거하였다. Guyan기법보다 정확한 IRS기법을 활용하여 기존의 Craig and Bampton보다 정확하며 반복 구조물 계산에 특화된 모달 해석 기법을 고안하였다. 또한 제안된 기법을 수치 예제를 통해 검증하였다.

## 2. 자유도 기반 축소법

비감쇠인 동적 모드에 대해서 고유치 문제로 변형하여 해석 하는데 이때 모달 해석 지배방정식은 아래와 같이 표현한다.

$$\mathbf{K}\Phi - \lambda^2\mathbf{M}\Phi = \mathbf{0} \quad (1)$$

자유도 기반 축소법에서는 전체 자유도를 주자유도와 부자유도로 나누어 다음과 같이 행렬로 표기할 수 있다. 일반적으로 주자유도는 부자유도보다 훨씬 작게 선정한다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{ms} \\ \mathbf{K}_{sm} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_m \\ \Phi_s \end{Bmatrix} - \lambda^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{mm} & \mathbf{M}_{ms} \\ \mathbf{M}_{sm} & \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_m \\ \Phi_s \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2)$$

위 식에서  $\mathbf{K}$ 는 전체 강성행렬,  $\mathbf{M}$ 은 전체 질량행렬,  $\Phi$ 는 모드 형상,  $\lambda^2$ 는 고유값,  $m$ 은 주자유도,  $s$ 는 부자유도를 나타낸다. 식 (2)의 두 번째 행을 부자유도의 모드형상( $\Phi_s$ )에 대해서 나타내면 식 (3)과 같고 이때의 관계식을 변환행렬  $\mathbf{t}$ 로 정의한다.

$$\Phi_s = -(\mathbf{K}_{ss} - \lambda^2\mathbf{M}_{ss})^{-1}(\mathbf{K}_{sm} - \lambda^2\mathbf{M}_{sm})\Phi_m \quad (3)$$

$$\mathbf{t} = -(\mathbf{K}_{ss} - \lambda^2\mathbf{M}_{ss})^{-1}(\mathbf{K}_{sm} - \lambda^2\mathbf{M}_{sm}) \quad (4)$$

변환행렬이 포함하는 미지수  $\lambda^2$ 의 값을 얼마나 정확하게 가정하는가에 따라 많은 축소 기법이 개발되어 왔다. 이 중 가장 간단한 이론은  $\lambda^2$ 을 0으로 가정한 Guyan 축소법이다. 이를 수식화하면 식 (5)와 같고 이 변환행렬을 사용해 축소된 강성행렬, 질량행렬은 아래와 같은 식으로 표현한다.

$$\mathbf{t}_G = -\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sm} \quad (5)$$

$$\mathbf{K}_G = \mathbf{K}_{mm} - \mathbf{K}_{ms}\mathbf{t}_G \quad (6)$$

$$\mathbf{M}_G = \mathbf{M}_{mm} + (\mathbf{t}_G)^T\mathbf{M}_{sm} + \mathbf{M}_{ms}\mathbf{t}_G + (\mathbf{t}_G)^T\mathbf{M}_{ss}\mathbf{t}_G \quad (7)$$

Guyan 축소법보다 더 정확한 이론은  $\lambda^2$ 을  $[\mathbf{M}_G]^{-1}\mathbf{K}_G$ 로 가정한 IRS(Improved Reduced System)기법이다. IRS기법은 Guyan 축소법보다 정확하지만 복잡한 변환행렬로 인해 계산 시간이 오래 걸린다는 단점이 있다. IRS 변환행렬과 축소행렬은 아래의 식과 같다.

$$\mathbf{t}_{IRS} = \mathbf{t}_G + \mathbf{K}_{ss}^{-1}(\mathbf{M}_{sm} + \mathbf{M}_{ss}\mathbf{t}_G)\mathbf{M}_G^{-1}\mathbf{K}_G \quad (8)$$

$$\mathbf{K}_R = \mathbf{K}_{mm} + (\mathbf{t}_{IRS})^T\mathbf{K}_{sm} + \mathbf{K}_{ms}\mathbf{t}_{IRS} + (\mathbf{t}_{IRS})^T\mathbf{K}_{ss}\mathbf{t}_{IRS} \quad (9)$$

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_{mm} + (\mathbf{t}_{IRS})^T\mathbf{M}_{sm} + \mathbf{M}_{ms}\mathbf{t}_{IRS} + (\mathbf{t}_{IRS})^T\mathbf{M}_{ss}\mathbf{t}_{IRS} \quad (10)$$

## 3. 제안된 기법

### 3.1 행렬의 부구조화

본 논문에서는 2장에서 설명한 자유도 기반 축소법을 반복된 구조물에 효과적인 형태로 개선하고자 한다. 이를 위해 전체 강성, 질량행렬을 아래와 같이 부구조의 형태로 변환하였다.

$$\mathbf{K} = \bigcup_{i=1}^{nSub=2} \mathbf{K}^{[i]} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii}^{[1]} + \mathbf{K}_{ii}^{[2]} & \mathbf{K}_{im}^{[1]} & \mathbf{K}_{im}^{[2]} & \mathbf{K}_{is}^{[1]} & \mathbf{K}_{is}^{[2]} \\ & \mathbf{K}_{mm}^{[1]} & 0 & \mathbf{K}_{ms}^{[1]} & 0 \\ & & \mathbf{K}_{mm}^{[2]} & 0 & \mathbf{K}_{ms}^{[2]} \\ & & & \mathbf{K}_{ss}^{[1]} & 0 \\ Sym & & & & \mathbf{K}_{ss}^{[2]} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{M} = \bigcup_{i=1}^{nSub=2} \mathbf{M}^{[i]} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ii}^{[1]} + \mathbf{M}_{ii}^{[2]} & \mathbf{M}_{im}^{[1]} & \mathbf{M}_{im}^{[2]} & \mathbf{M}_{is}^{[1]} & \mathbf{M}_{is}^{[2]} \\ & \mathbf{M}_{mm}^{[1]} & 0 & \mathbf{M}_{ms}^{[1]} & 0 \\ & & \mathbf{M}_{mm}^{[2]} & 0 & \mathbf{M}_{ms}^{[2]} \\ & & & \mathbf{M}_{ss}^{[1]} & 0 \\ Sym & & & & \mathbf{M}_{ss}^{[2]} \end{bmatrix} \quad (12)$$

연결된 부구조가 공통적으로 가지는 노드의 자유도를 인터페이스 주자유도  $i$ 로 지정하고 주요한 정보(하중, 경계조건 등)를 가지는 노드의 자유도는 주자유도  $m$ , 그 이외의 모든 자유

도는 부자유도  $s$ 로 간주한다. 하지만 본 논문에서는 경계조건과 하중을 고려하지 않는 모드해석을 다루기 때문에 주자유도  $m$ 을 임의로 설정하였다. [1]과 [2]는 각각의 부구조에 해당하는 행렬을 의미한다.

### 3.2 반복 구조물의 부구조화

IRS기법을 반복 구조물에 적용하면 첫 번째 부구조와 두 번째 부구조의 행렬이 같아진다. Fig. 1은 행렬 구조의 이해를 돕기 위해 자유도를 표현한 단위 구조 4개가 단일 방향으로 결합된 그림이다. 파란색은 주자유도  $m$ 을, 빨간색은 인터페이스 주자유도  $i$ 를 나타내며 별다른 표시가 없는 노드는 부자유도  $s$ 를 나타낸다.

이러한 경우 그림과 같이 구조물 양단의 노드 자유도는 다른 구조물과 공유되는 형태를 보인다. 특히  $n-1$ 번째 구조물의 오른쪽 노드는  $n$ 번째 구조물의 왼쪽 노드와 같은 자유도를 공유한다. 이 규칙성을 반영하여 행렬 결합 시 인터페이스 주자유도  $i$ 자체를 두 자유도 영역  $r$ (오른쪽 인터페이스 주자유도)과  $l$ (왼쪽 인터페이스 주자유도)로 나누어 아래와 같은 형태로 결합한다.

$$K = \bigcup_{i=1}^{nSub=2} K^{Unit} = \begin{bmatrix} K_{ll} & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{ls} & 0 \\ & K_{mm} & 0 & 0 & 0 & K_{ms} & 0 \\ & & K_{rr} + K_{ll} & 0 & 0 & K_{rs} & K_{ls} \\ & & & K_{mm} & 0 & 0 & K_{ms} \\ & & & & K_{rr} & 0 & K_{rs} \\ Sym & & & & & K_{ss} & 0 \\ & & & & & & K_{ss} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$M = \bigcup_{i=1}^{nSub=2} M^{Unit} = \begin{bmatrix} M_{ll} & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{ls} & 0 \\ & M_{mm} & 0 & 0 & 0 & M_{ms} & 0 \\ & & M_{rr} + M_{ll} & 0 & 0 & M_{rs} & M_{ls} \\ & & & M_{mm} & 0 & 0 & M_{ms} \\ & & & & M_{rr} & 0 & M_{rs} \\ Sym & & & & & M_{ss} & 0 \\ & & & & & & M_{ss} \end{bmatrix} \quad (14)$$

평면이나 3차원 상의 반복된 구조물의 경우 상·하단이나 앞·뒤 인터페이스 등이 추가로 필요하여 수식이 다소 복잡하

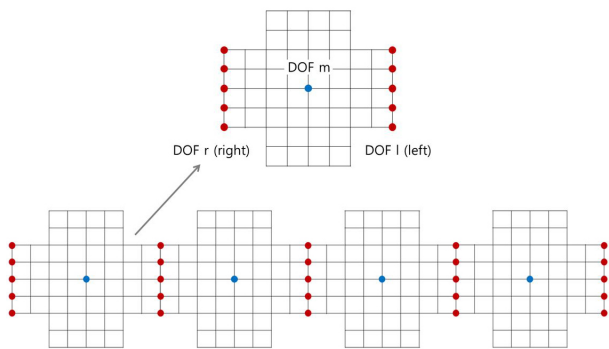


Fig. 1 Schematic DOF model

게 표현될 수 있지만, 근본적으로는 기본 구조의 규칙성을 단일 방향의 경우와 동일하게 활용할 수 있기 때문에 평면이나 3차원 반복 구조물에서도 제안된 기법 활용이 가능하다.

### 3.3 반복 구조물에 적합하도록 개선된 형태

반복 구조물의 경우 각부구조의 행렬 방정식이 같아 전체 행렬이 동일한 행렬의 중첩된 형태라는 점을 이용하여 위치별 행렬을 각각 만든 후 결합하도록 식을 전개한다.

축소된 전체 강성행렬은 식 (15)과 같이 부구조의 개수가  $n$ 개일 때  $n^2$ 개로 분할할 수 있고 각 파트는 식 (16)의 형태로 계산되어진다. 반복 구조가 아닐 경우, 아래의 수식은 규칙성 없이 모두 다르게 전개되기 때문에 기존의 IRS 기법과 같은 형태로 구성이 된다.

$$K_R = K_{ii} + K_{ij} \quad (i, j = 1, 2 \dots n, i \neq j) \quad (15)$$

$$K_{ii} = k_{mm}^{Unit} + (t_{IRS}^{[i]})^T k_{sm}^{Unit} + k_{ms}^{Unit} t_{IRS}^{[i]} + (t_{IRS}^{[i]})^T k_{ss}^{Unit} t_{IRS}^{[i]} \quad (16)$$

$$K_{ij} = (t_{IRS}^{[i]})^T k_{sm}^{Unit} + k_{ms}^{Unit} t_{IRS}^{[j]} + (t_{IRS}^{[i]})^T k_{ss}^{Unit} t_{IRS}^{[j]} \quad (17)$$

이때  $K_R$ 의 Unit 행렬과  $t_{IRS}^{[i]}$ 는 아래의 식으로 표현한다.

$$k_{mm}^{Unit} = \begin{bmatrix} K_{ll} & & \\ & K_{mm} & \\ & & K_{rr} \end{bmatrix}, k_{ms}^{Unit} = \begin{bmatrix} K_{ls} \\ K_{ms} \\ K_{rs} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$k_{sm}^{Unit} = [K_{sl} \quad K_{sm} \quad K_{sr}], k_{ss}^{Unit} = [K_{ss}] \quad (18)$$

$$t_{IRS}^{[i]} = t_G^{Unit} + (k_{ss}^{Unit})^{-1} (M_{sm}^{Unit} + M_{ss}^{Unit} t_G^{Unit}) M_G^{[i]-1} k_G^{Unit} \quad (19)$$

$t_{IRS}^{[i]}$ 에서  $M_G^{[i]-1}$ 는  $k_G^{Unit}$ 의 위치에 따라 값이 달라진다. 따라서 계산 용량을 줄이기 위해 계산에 사용되지 않는 부분을 제거하고 실질적으로 계산에 필요한 행렬만 추출하여 연산한다. 예를 들어  $k_G^{Unit}$ 와  $M_G^{-1}$ 이 식 (20), (21)과 같이 표현될 때  $M_G^{[i]-1}, M_G^{[j]-1}$ 는 다음과 같이 나타난다.

$$k_G^{Unit} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$M_G^{-1} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{M}_G^{[i]-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{11} & \mathbf{m}_{12} & \mathbf{m}_{13} \\ \mathbf{m}_{21} & \mathbf{m}_{22} & \mathbf{m}_{23} \\ \mathbf{m}_{31} & \mathbf{m}_{32} & \mathbf{m}_{33} \\ \mathbf{m}_{41} & \mathbf{m}_{42} & \mathbf{m}_{43} \\ \mathbf{m}_{51} & \mathbf{m}_{52} & \mathbf{m}_{53} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\mathbf{M}_G^{[j]-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{13} & \mathbf{m}_{14} & \mathbf{m}_{15} \\ \mathbf{m}_{23} & \mathbf{m}_{24} & \mathbf{m}_{25} \\ \mathbf{m}_{33} & \mathbf{m}_{34} & \mathbf{m}_{35} \\ \mathbf{m}_{43} & \mathbf{m}_{44} & \mathbf{m}_{45} \\ \mathbf{m}_{53} & \mathbf{m}_{54} & \mathbf{m}_{55} \end{bmatrix} \quad (23)$$

결합된 축소 행렬을 간단히 수식화하면 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_R = \bigcup_{i=1}^{nSub} \left( \mathbf{K}_{ii} + \bigcup_{j=1}^{nSub} \mathbf{K}_{ij} \right) (i \neq j) \quad (24)$$

$$\mathbf{M}_R = \bigcup_{i=1}^{nSub} \left( \mathbf{M}_{ii} + \bigcup_{j=1}^{nSub} \mathbf{M}_{ij} \right) (i \neq j) \quad (25)$$

#### 4. 수치 예제

제안된 기법의 계산 효율을 검증하기 위해 간단한 십자가 모양의 기본 구조를 이용하여 기존의 방식들과 비교해 보았다. 1,280개의 요소를 가진 Q4 모델의 기본 구조에 밀도 7,850kg/m<sup>3</sup>, 탄성계수 200GPa, 푸아송비 0.3인 구조용 강재의 물성치를 부여하여 부구조의 개수가 5개, 10개, 20개 일 때 고유진동수의 정확도와 계산 시간을 측정하였다.

Fig. 2는 수치 예제로 사용된 모델의 기본 구조와 반복된 구조가 5개, 20개일 때의 모델을 그림으로 나타낸 것이다. Fig. 3은 Guyan 축소법을 적용한 해석이 증가된 부구조의 개수에도 최소 0.01%에서 최대 21%의 현저히 낮은 정확도를 보여주는 반

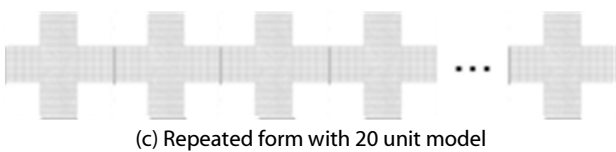
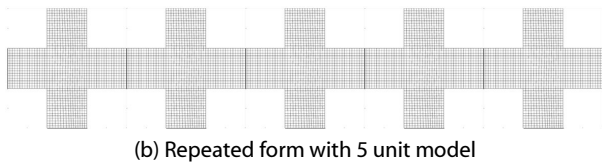
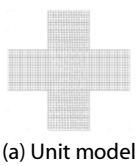


Fig. 2 Numerical example model

면 IRS기법과 제안된 기법은 최소 1.63E-9%, 최대 0.02%로 정확도가 매우 높다는 것을 알 수 있다.

Fig. 3에서는 똑같이 높은 정확도를 보여주는 IRS기법과 제안된 기법이 계산 시간상으로는 크게 차이가 난다는 것을 볼

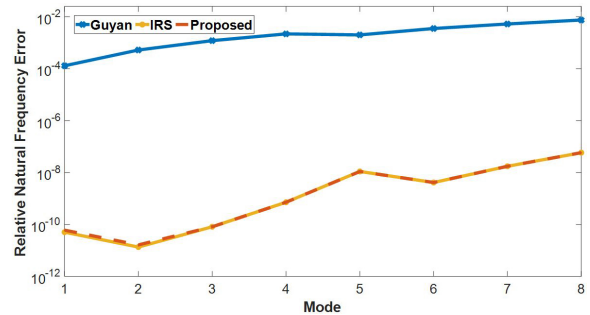
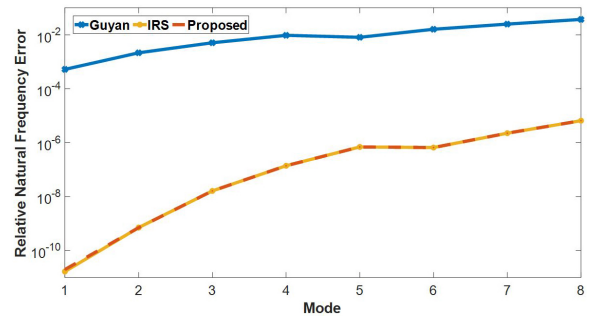
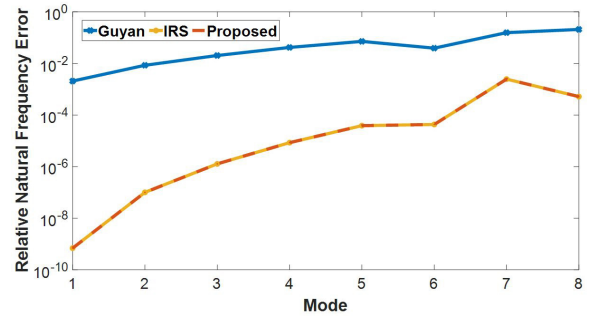
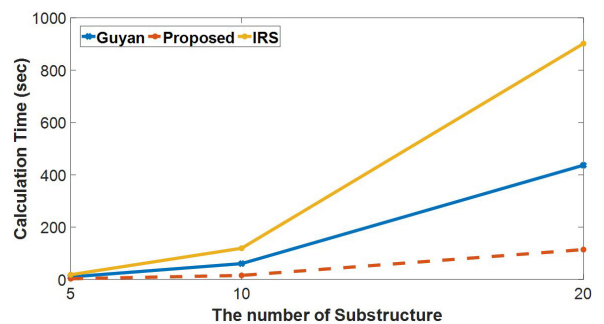


Fig. 3 Relative natural frequency error



수 있다. 그 정도가 부구조의 개수가 많을수록 더 크게 달라지는데 부구조가 20개의 경우 제안된 기법이 IRS 기법보다 약 8배가량 더 빠르다는 것을 알 수 있다. 이는 제안된 기법이 기본 구조에서 계산된 결과를 활용함으로써 반복 구조물의 반복되는 연산을 제거하기 때문에 반복 구조물의 수가 많을수록 제거되는 계산량이 증가하여 높은 계산 효율성을 보인다.

## 5. 결론

본 논문에서는 반복 구조물의 특성을 고려하여 효과적으로 해석할 수 있는 축소 기법을 제안하였다. 제안된 기법에서는 반복 구조물 해석 시 동일한 계산 부분을 분석하여 단위 구조에서 계산된 결과를 정확도 저하없이 재활용할 수 있도록 전체 계산 효율성을 개선하였다. 이를 검증하기 위하여 기본 구조에 대해 부구조의 개수에 따른 고유 진동수의 정확도와 계산 시간을 분석하였으며 제안된 기법이 특히 부구조 20개에서 기존의 방식에 비해 정확도가 높고 계산 시간이 빠르다는 것을 확인하였다. 따라서 제안된 기법은 열교환기 배관, 교량, 레일과 같이 반복된 구조물이 포함된 대형 구조물의 해석 및 설계에 기여할 것으로 기대된다.

## 감사의 글

이 연구는 금오공과대학교 학술연구비로 지원되었음(2018-104-151).

## References

- Craig, R.R., Bampton, M.C.** (1968) Coupling of Substructures for Dynamic Analyses, *AIAA J.*, 6(7), pp.1313~1319.
- Gruber, F.M., Rixen, D.J.** (2016) Evaluation of Substructure Reduction Techniques with Fixed and Free Interface, *J. Mech. Eng.*, 62(7-8), pp.452~462.
- Guyan, R.J.** (1965) Reduction of Stiffness and Mass Matrices, *AIAA J.*, 3(2), p.380.
- O'callahan, J.C.** (1989) A Procedure for an Improved Reduced System (IRS) Model Reduction Procedure, *Proc. 7th IMAC*, Las Vegas, pp.29~37.
- Xia, Y., Lin, R.** (2004) Improvement on the Iterated IRS Method for Structural Eigensolutions, *J. Sound & Vib.*, 270(4-5) pp.713~727.

## 요 지

본 논문에서는 자유도 기반 축소법과 부구조 기법을 적용한 반복 구조물의 효율적인 해석 기법을 소개한다. 기본 구조 반복된다는 특이성을 이용해 계산 방식을 개선하였다. 기본 구조를 하나의 부구조로 가정하고 IRS 기법을 통해 행렬을 축소하였고 부구조들의 결합 위치에 따라 축소된 행렬을 배치하여 계산하였다. 이 과정에서 행렬의 크기가 크게 줄어들어 계산 시간이 감소하고 그와 동시에 해석에 필요한 메모리의 용량이 줄어든다. 행렬 축소에 Guyan 축소법이 아닌 IRS 기법을 사용하였기 때문에 추가적인 반복 계산 작업 없이도 정확도가 유지된다. 개선된 방식은 수치 예제인 십자가 모양의 기본 구조를 통해 검증되었다.

**핵심용어** : 반복 구조물, 자유도 기반 축소법, 부구조 기법