

## GDP 연계채권과 환리스크 프리미엄\*

손경우  
한국방송통신대학교 무역학과 조교수

### GDP Linked Bonds and Currency Risk Premiums

Kyoung-woo Sohn<sup>a</sup>,

<sup>a</sup> Department of Commerce and Trade, Korea National Open University, South Korea

*Received 31 August 2021, Revised 16 September 2021, Accepted 21 September 2021*

#### Abstract

**Purpose** - The purpose of this paper is to study the rational payoff from the standpoint of foreign investors and the government when the government issues GDP-linked bonds to foreign investors.

**Design/methodology/approach** - In this paper, the prices of 12 types of GDP-linked bond structures, which are classified according to the calculation cycle of the rate of change of linked GDP, the currency issued, and whether options are embedded, were evaluated. The Fama-French 3-factor model and the GMM-SDF model are used in the asset pricing model, and domestic and overseas investors used different basis assets.

**Findings** - The KRW premium for US investors is estimated to be 43bp on a quarterly basis and 30bp on an annual basis, respectively, meaning that when the government issues bonds in KRW, the interest rate paid to US investors will be reduced by 30bp to 160bp (annually converted). Using the Fama-French 3 factor model, the KRW premium is the risk premium for the US market beta, meaning that if US investors do not intend to invest in US market beta, it is advantageous to receive an additional interest rate by investing in USD-denominated GDP-linked bonds. Korea's GDP-linked bond give US investors diversified investment utility, so they are willing to incorporate Korean GDP-linked bonds even if -150bp of interest is deducted from the structure issued to Korean investors. And as a result of estimating the value of the option through the GDP-linked bond with options that provides a floor for guaranteeing the principal, the value of the option linked to the annual GDP issued in dollars was the lowest.

**Research implications or Originality** - Issuing dollar-denominated GDP-linked bonds linked to annual GDP with the option of guaranteeing the principal by the government is a way to increase investment opportunities for US investors and achieve financial stability of the government.

**Keywords:** Currency risk premium, GDP linked bond, Global asset pricing, GMM-SDF, Hedging against macro risk

**JEL Classifications:** G11, G12, G15,

## I. 서론

GDP 연계채권(GDP-linked Bond)은 실질 혹은 명목 GDP(Gross Domestic Product, 국내총생산)의 증감에 따라 원금이나 이자가 연동되어 수익을 제공하는 금융자산이다. 실제로 채무 재조정이 필요한

\* 이 논문은 2019년도 한국방송통신대학교 학술연구비 지원을 받아 작성된 것임

<sup>a</sup> First Author, E-mail: [sohnkw@knou.ac.kr](mailto:sohnkw@knou.ac.kr)

© 2021 The Institute of Management and Economy Research, All rights reserved.

국가들이 GDP 연계 옵션부 채권의 형태로 GDP 연계상품이 발행되었다. 국가 부도 혹은 그에 상응되는 위기에 있는 국가들이(불가리아, 보스니아, 아르헨티나, 그리스 등) 워런트 형태로 발행한 사례들이 존재한다. GDP 연계상품을 통해 자금을 조달한 발행국들은 채무 재조정을 목적으로 워런트를 발행을 해왔다. GDP에 연계하여 자금을 조달할 경우, 발행국의 경제가 회복이 되었을 때 더 많은 이자를 지급하지만, 반대로 발행국의 경제가 회복되지 않는다면 이자를 덜 지급하게 되어 발행국의 재정부담을 완화하는 효과가 발생된다. 국가부도와 같은 특별한 상황에서뿐만 아니라 GDP 연계채권이 정규적인 국가 채무로서의 역할을 국제보다 더 효율적으로 수행할 수 있을 것이라는 주장이 제기되었다. 로버트 실러(Robert Shiller) 교수는 실물 경제와 연계된 금융상품의 필요성을 주장해왔는데 이는 투자자입장뿐만 아니라 글로벌 금융위기와 유럽재정위기를 거치면서 발행자 측, 정부입장에서 재정 자동조절화 기능을 지니는 GDP 연계채권 발행에 관심을 가지기 시작했다. 따라서 실물 경제와 연관된 거시지표를 헤징(hedging)하거나 투자하는 수요측면과, 보다 안정된 재정운영을 위한 공급측면 간의 균형점이 있을 수 있다는 것이다.

공급측면인 정부의 GDP 연계채권의 발행유인을 좀 더 살펴보면, Blanchard et al. (2016)는 스페인의 사례 분석을 통해 정부가 GDP 연계채권만으로 자금을 조달할 경우 부채/국민소득의 비율이 140%를 넘을 확률이 10%에서 0%로 하락한다고 분석했다. 그리고 부도위험이 낮아져 부채 상환이 더 높아질 것이라는 연구도 있어 GDP 연계채권이 국가 재정여력을 확장해주는 역할을 한다. 이는 신흥국뿐만 아니라 선진국에도 적용되는 시뮬레이션 결과로, 최근 코로나19 이후 확장적 재정정책을 펼치고 있는 상황에서 유용한 시사점을 주고 있다. Ruban, Poon and Vonatsos(2008)는 명목GDP 연계채권이 일반국채에 비해 국가 부도 확률을 상당히 감소시킨다고 실증했다. 그리고 Barr, Bush and Pienkowski(2014)는 국가부도가 발생할 수 있는 내생적 모델을 이용해서, GDP 연계채권이 정부 부채의 지속가능한 상환선을 증가시킬 수 있을지, 부도 확률을 줄일 수 있는지 살펴보았다. 그 결과 GDP 연계채권을 통해 사회후생을 개선시킬 수 있음을 도출했다. 한편 고령화 및 복지정책의 확대함에 따라 우리나라의 재정은 지금보다 더 확장될 가능성이 크다. 자본이 충분히 축적되었던 일본의 고령화로 인한 경제성장의 루트는 우리나라와는 다를 수가 있다. 즉, 고령화로 인한 경기변동은 자본축적이 많았던 국가에 비해 더 하방위험의 확률이 높을 가능성이 크다는 것이다. 따라서 GDP 연계채권의 발행을 통해 국가 재정여력을 확장하고 선제적으로 위험관리 대응력을 키울 수 있는 재정정책이 필요하다.

수요측면에서 GDP 연계채권이 투자자에게 제공하는 효용을 분석한 연구는 많지 않다. 그 이유는 통상 GDP 연계상품은 경제위기에 놓인 신흥국들이 부채조정 목적으로 발행했고 타 정부에 의해 해당 상품의 인수가 이뤄져 일반 투자자 입장에서 거시지표 연계 금융상품을 고려한 연구는 많지 않기 때문이다. Kamal and Lashgari (2012)은 가상의 GDP 연계채권을 고안하여 1947~2010년 동안 장단기 국채, 우량한 회사채, 큰 기업의 보통주 등과 비교할 때 GDP 연계채권이 위험에 대한 보상을 더 많이 해준다고 실증했다. 해당 연구를 받아들이면 GDP 연계채권이 기존의 자산군으로 구성된 투자기회선을 확장하거나 분산투자의 기회를 제공한다고 볼 수 있다. 국내에서 유사한 연구가 실증되었는데 국민연금의 입장에서 GDP 연계채권의 효용을 분석한 연구가 있다. 우리나라에서는 GDP 연계채권의 수요자로서 국민연금을 고려해 볼 수 있다. 김민정 외 (2020)에서 언급된 바와 같이 GDP 연계채권이 주식과 국채의 중간 성격의 자산으로 취급될 수 있다. 이 논문은 국민연금과 같은 연기금이 자산배분 시 전통적 자산들에 GDP 연계채권을 포함할 때 효율적인 투자기회선이 어떻게 확장되는지를 실증하였는데, GDP 연계채권이 주식의 대체재이면서도 채권처럼 위험이 낮은 자산으로 국민연금과 같이 국내 주식시장에서 비중을 늘리기 어려울 때 시장마찰을 피해 투자기회선을 늘릴 수 있는 자산임을 보여주고 있다. 실질 GDP와 주식 및 채권 시장 간의 상관성이 높지 않은 상태에서 투자의 효용을 늘려줄 수 있는 대체자산으로서의 역할을 충분히 할 수 있다는 것이다. 게다가 국민연금의 부채가 실질경제성장률(엄밀히 실질임금)과 연계되어있어 GDP 연계채권을 보유함으로써 부채에 대한 헤지를 할 수 있다. 마찬가지로 다른 국내 투자자에게도 투자기회선을 확장시키고 미래 임금과 물가 상승률에 위험에 대한 헤지가 가능한 금융상품으로 작동할 것이다. 다만 GDP 연계상품과 관련하여 novelty premium(새롭고 친밀하지 않는 투자 상품을 매매하는데 요구되는 프리미엄)과 시장 유동성 프리미엄이 추가될 수 있어 국민연금과 같은 초기 시장 형성자가 필요하다고 할 수 있다. 이 외에도 GDP 연계채권에 기대되는 요구수익률을 형성하는 위험에 대한 보상은 부도위험에 대한 프리미엄, 경제성장위험에 대한 프리미엄, 환율 변동 위험에 대한 프리미엄 등이 있다. 주요 문헌에서

는 GDP 연계채권의 위험 프리미엄으로 100bp~150bp 사이로 추정하고 있으며(Andrea Consiglio, Stavros A. Zenios (2018)), 아르헨티나의 GDP 연계 워런트를 관찰한 결과 18개월 동안 위험 프리미엄이 600bp정도 감소했다고 실증했다(Costa et al.(2008)).

본 연구에서는 정부가 일반 해외투자자에게 GDP 연계채권을 발행할 때 적절한 이익구조를 연구하고자 한다. 특히 해외투자자의 입장에서는 GDP 연계채권이 타국의 경제성장률과 연관되고 발행되는 통화 표기에 따라 환위험이 포함되어있기 때문에, 발행국과 자국 간 경기의 상관성에 따라 자산의 평가가 달라진다. 이는 국내와 해외 투자자간의 차이는 자산가격을 할인하는 추계적 할인요소(SDF, stochastic discount factor)가 다르고, 발행 통화 표시에 따라 분산효과가 다름에 있다. 한편 본 연구에서의 가정은 글로벌 시장의 완비성을 가정하지 않는 실증분석이다. 글로벌 시장의 완비성을 가정하면 양 국가의 SDF들로부터 환위험 프리미엄이 추출될 수 있다.(Colacito and Croce(2013)) 즉, 양 국가의 SDF 간의 차이는 환율로 보정이 된다는 의미이다. 하지만 엄밀하게 두 증권시장의 통합 여부가 불확실하고 양국의 투자자들이 동일한 효용함수를 가지더라도 시장마찰적 요인들이 존재하기 때문에 투자자들은 각각 서로 다른 가격 결정을 할 수도 있다는 것이다. 그리고 본 연구는 소비의 차이와 환율 간의 상관성이 결여되어 있다는 'Backus and smith anomaly'와 연관이 있는데, GDP의 차이가 환율에 온전하게 반영이 되지 않을 수 있다. 이 경우 발생이 될 수 있는 상황은 정부가 국내 투자자를 대상으로 발행하는 채권가격과 미국 투자자를 대상으로 발행하는 채권가격이 상이할 수 있다는 것이다. 일반 금융상품이 아니라 정부가 재정정책의 효율성을 위하여 특별한 상황에서 발행을 한다는 제약이 있다면 국내 투자자와 외국인 투자자 간의 차별적 채권 발행도 있을 수 있다고 판단된다. 이 점을 고려하여 본 연구에서 추정될 수 있는 환위험 프리미엄은 여러 시장마찰적 요인, 정책적 요인 등에 의한 넓은 범위를 가지는 가격범위 중 하나라고 이해될 수 있다.

그리고 해외 투자자가 채권과 주식의 중간성격을 가지는 타국의 GDP 연계채권을 평가할 때 고려되는 요인들은 글로벌 자산가격결정과 연관이 있다. Stulz(1981b)는 common global risk에 의해 자산들이 평가되는 모형을 제시하고, Solnik(1974b), Stehle(1977)이 unconditional mean test에서 실증적으로 뒷받침 해주어 common risk에 의해서만 평가가능한 것 같았으나, 이후 조건부 모형을 이용한 실증들에서는 로컬 위험이 프라이싱되고 있음을 보여주었다. Ang and Bekaert(2002)는 헤징 동기가 가장 극대화될 때 오히려 각국의 주식 간 상관성이 높아져 해외주식의 편입으로 인한 다각화 효과가 감소되기 때문에 홈바이어스가 해소되지 않는다고 한다. 그럼에도 상승장보다 하락장에서 국제 다각화의 효과가 상대적으로 더 높음을 보여주었다. 하지만 Chua, Lai, and Lewis(2010)은 글로벌 금융위기 동안 미국에서 거래가 되는 외국 주식들이 다각화효과를 주지 못함을 보였다. 그리고 Osambela(2010)은 내국인 투자자와 외국인 투자자는 서로 다른 기대(beliefs)를 가지고 있는 모형에 따르면 서로 다른 기대의 프리미엄이 환율에 반영이 된다고 한다. 따라서 해외투자자의 국내 GDP 연계채권에 투자할 때의 효용을 분석할 때, 글로벌 시장의 완비성을 가정하지 않는 실증분석은 타당하며 국내와 투자자 간 GDP 연계채권의 포트폴리오 편입이 분산효과도 다를 수 있다.

본 연구에서는 총 12가지 GDP 연계채권의 이익구조(payoff)를 실증분석했다. 실증분석에서 다루는 GDP 연계채권은 만기가 1분기 또는 1년이고 만기 시에만 실질 GDP에 연계하여 이자를 지급하는 이익구조로 설정한다. 이자 주기가 다르거나 만기가 다른 경우는 이 결과를 충분히 확장하여 적용할 수 있기 때문에 단순화된 이익구조로 한정하여 살펴보았다. 구체적으로 GDP 연계채권의 종류를 크게 분기 실질 GDP 변화율이 이자와 연계되는 경우와 연간 실질 GDP 변화율이 이자와 연계되는 경우로 나눌 수 있고, 원화로 발행하는 경우와 미국달러로 발행하는 경우로 나누어서 외국투자자의 원화 리스크 프리미엄을 추정하고자 한다. 외국인 투자자에게 원화로 발행될 때에 미국달러 대비 원화 가치의 변화율이 감안되어, 실질 GDP 변화율에 원달러 환율의 변화율이 차감되어진 이자가 지급되도록 설정했다. 아울러 실질 GDP 변화율에 플로어(floor)를 설정하여 0 이상의 이자가 지급되도록 이익구조를 변경하기 위해, 실질 GDP 변화율이나 '실질 GDP 변화율 + 미국달러 대비 원화 가치의 변화율'이 0보다 클 경우에만 이자를 지급하도록 했다. 다양한 이익구조에 대해 국내 투자자 혹은 외국인 투자자가 가격을 평가할 때 가격결정이 어떻게 달라지는지 살펴볼 수 있다. 그리고 국내 투자자는 국내 자산들로 구성된 베이스 자산들을 기반으로 평가하고, 외국인 투자자(미국 투자자)는 미국 자산들로 구성된 베이스 자산들을 기반으로 평가하여

서로 다른 SDF를 가진다.

실증분석의 주요 결론은 다음과 같다. 소비통화(달러)와 발행표시 통화(원화)가 달라 미국투자자 입장에서는 환위험에 노출되는 이익구조와 달러로 발행되어 미국투자자 입장에서 환위험에 노출되지 않는 이익구조에 대한 가격평가를 비교하면, 미국투자자의 원화 프리미엄을 추정할 수 있다. 해당 방법으로 원화 프리미엄을 추정하면, 분기 기준으로 43bp(91bp-48bp), 연간 기준으로 30bp(189bp-159bp)로 각각 추정되어, 한국 정부가 달러로 채권을 발행할 때 연환산 30bp ~ 160bp 정도로 미국 투자자에게 지급할 금리가 줄어든다는 것을 의미한다. 또한 소비 통화 기준으로 같은(한국의 투자자에게는 원화로, 미국의 투자자에게는 달러로 발행) 이익구조를 GDP 연계채권을 평가한 결과 알파의 차이가 150bp 이상 차이가 났다. 즉, 한국의 GDP와 연계된 금융상품이 미국 투자자에게 더 효용이 있다는 의미로, 한국 투자자에게 발행되는 구조에서 -150bp를 손해를 보고서라도 한국 GDP 연계채권을 편입할 용의가 있다는 것이다. 미국 투자자에게 분산투자 효과를 더욱 제공하기 때문으로 풀이된다. 따라서 한국 정부가 국내보다 미국 투자자에게 GDP 연계채권을 발행하는 것이 재정의 안정성 측면에서 더 유리하다고 할 수 있다. 그리고 원금보장을 위해 floor를 제공하는 옵션부 GDP 연계채권을 통해 내재된 옵션 가치의 수준을 알아보았다. 그 결과 한국 정부가 원금을 보호하는 차원에서 이자율의 크기를 0보다 크도록 설계하는 옵션부 GDP 연계채권을 발행한다면 연간 GDP에 연계된 달러 표기 채권을 미국 투자자에게 발행하는 것이 더 매력적인 제안이라고 할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 실증분석 방법론 및 결과를, III장에서는 본 연구의 실증분석을 정리하고 시사점을 기술한다.

## II. 실증분석

본 연구에서는 GMM-SDF 모형과 Fama-French 3 Factor 모형에 의한 가상의 GDP 연계채권을 가격을 결정하고 해외 투자자에게 Par 채권으로 발행하는 이익구조를 구하고자 한다. 이를 위해 GMM-SDF에서는 베이스 자산들이 필요하며 본 연구에서는 국내 혹은 미국의 대표적인 증권시장에서 Fama-French의 장부가-시가 비율/기업의 크기로 나뉜 6개 포트폴리오(BL, BM, BH, SL, SM, SH), 시장포트폴리오(KOSPI), 5년 및 10년 국채 포트폴리오 등을 베이스 자산으로 선정한다. Fama-French의 장부가-시가 비율/기업의 크기로 나뉜 6개 포트폴리오(이하 BM/Size 6 포트폴리오)는 국내는 유가증권 시장, 미국은 NYSE, AMEX, 그리고 NASDAQ에 상장된 기업들의 월간 수익률, 보통주 자본총액, 시가총액 등에 의해서 가공된다. Fama and French(1993)에서 제시된 방법에 따라 전년도 12월 기준의 시가총액으로 기업의 크기를 Small(상위 50%)과 Big(하위 50%)로 나누고, 시장가치 대비 장부가 가치로 3등분(30:40:30)하여 높은 순으로 High, Middle, Low 로 나눈다. 두 가지 기준으로 총 6개 포트폴리오를 다음과 같이 구분한다. SH(Small & High), SM(Small & Middle), SL(Small & Low), BH(Big & High), BM(Big & Middle), BL(Big & Low) 등의 6개 포트폴리오로 나뉘고, 전년도 12월 기준에 의해 구축되며 해당연도 6월말부터 이듬해 6월말까지 운용한 수익률을 기준으로 한다. Fama and French(1993)의 방법과 마찬가지로 금융권을 제외한 기업들을 대상으로 하며 관리종목 및 자본잠식 종목들은 제외했다. 국채수익률은 5년 및 10년 만기수익률 자료를 바탕으로 월간 이자수입과 금리변동 요인에 의한 가격변동 분을 반영하여 월간 수익률을 추정했다.

GDP 연계채권의 가격을 평가하는 모형으로 GMM-SDF와 Fama-French 3 Factor 모형을 사용하며, 이에 대해 간략하게 소개하도록 한다.<sup>1)</sup> GMM-SDF 모형은 Chen and Knez(1996) 등이 제시한 실증적 가격결정(empirical stochastic discount factor : SDF)의 방법으로 구현된다. 평가대상은 GDP 연계채권의 월별 초과수익률로 한달 간의 할인율을 내포하는 SDF와의 곱으로 가격을 평가한다. 오일러 공식(Euler Equation)을 통해 임의의 자산의 가격오차인 알파는 다음과 같이 정의한다.

1) 이하의 GMM-SDF의 설명은 손경우·최영민(2016)을 참고하여 작성되었다.

$$\alpha = E[SDF \cdot R] - 1 \tag{1}$$

가격오차의 시계열상관성(serial correlation)과 이분산성(heteroskedasticity)을 고려하여 추정하기 위해 Hansen(1982)이 제시한 GMM을 이용했다. 본 연구에서 차용한 실증분석의 방법은 Ahn et al.(2003)이 제시한 알파 테스트를 따랐다.

$$J = Tg'(\delta)Wg(\delta) \tag{2}$$

where,

$$g(\delta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \epsilon_t$$

$$\epsilon = (u', v)'$$

$$u = X(X'\delta) - \mathbf{1}_N$$

$$v = r_{ts}(X'\delta)$$

수식(2)에서  $X$ 는 베이스스 자산들의 총수익률이며,  $r_{ts}$ 는 평가받는 자산의 총수익률이다. 그리고  $X'\delta$ 가 베이스스 자산들의 선형결합 형태로 SDF를 구성하며,  $u$ 와  $v$ 는 각각 베이스스 자산과 평가자산의 가격오차들을 의미한다.  $g'(\delta)Wg(\delta)$ 는 가격오차에 특정한 비중행렬(w)를 주어 제공한 값이 되며, 최종적으로  $\delta$ 를 변화시켜  $J$ 를 가정 작게 최적화하는 것이 목적이다. Hansen(1982)에 의해  $J \sim \chi_1^2$  인  $J$ 가 0과 유의하게 다른지를 파악함으로써 알파를 최종적으로 테스트할 수 있다.

**Table 1.** Real GDP (quarterly, compared to the previous quarter) Change Rate and Basic Statistics of Domestic Basis Assets

	Mean	Std	Skewness	Kurtosis
GDP	0.89%	0.97%	-1.79	9.61
BL	3.16%	11.03%	0.94	6.46
BM	3.60%	11.26%	0.07	2.94
BH	4.95%	15.92%	0.45	4.59
SL	3.95%	13.14%	0.14	3.59
SM	5.20%	15.67%	0.35	3.10
SH	6.32%	15.89%	0.32	3.52
KOSPI	3.12%	11.72%	0.52	4.99
KTB5Y	1.25%	2.00%	0.45	5.06
KTB10Y	1.59%	3.12%	0.11	3.27
Risk-free rate	0.80%	0.36%	0.26	2.04

Table 1은 국내 베이스스 자산과 무위험이자율(CD 91물 수익률)의 분기화된 수익률과 우리나라 GDP (실질, 직전분기 대비) 변화율에 대한 기초통계를 보여준다. 분기 실질GDP 변화율은 평균 0.89%로 KOSPI 평균 수익률인 3.12% 및 국채수익률 1.25%와 1.59%보다도 낮다. 무위험수익률보다는 약간 높은 수준이지만 비슷한 수준이다. 실질 GDP가 주식포트폴리오와 다른 점은 기대수익률이 낮은 만큼 변동성이 상당히 낮다는 점이다. 그리고 실질 GDP의 skewness가 음의 값을 가지며 kurtosis는 주식과 국채 수익률의 kurtosis보다 월등히 높다는 특징을 가지고 있다. 2008년 글로벌 금융위기 당시 큰 실질 GDP의

하락으로 인한 결과로 실질 GDP는 높은 확률로 양의 값을 가지나 드물게 음의 값을 가진 역사적 수익률이 반영된 것이다. 이로 인하여 GDP 연계채권을 발행할 때 이자금액에 플로어(floor)를 설정하여 원금손실 및 음의 이자계산이 없도록 이익구조(payoff) 설계가 논의되곤 한다. 플로어가 제공됨으로 인한 채권에 내재된 옵션가치의 반영으로 투자자에게 옵션 프리미엄만큼 제공된 이자가 차감되는 구조도 가능하다. 따라서 실질GDP의 skewness와 kurtosis를 주의 깊게 살펴볼 필요가 있으며, 이는 아울러 원화 표기로 GDP 연계채권으로 발행 시 플로어 제공이 외국인 투자자의 이익구조를 어떻게 변화시킬지도 연관된다.

Table 2는 베이스 자산 및 실질 GDP 간의 상관관계수 행렬을 통해, 실질 GDP 변화율과 주식시장 포트폴리오 간 양의 상관관계를 가지지만 채권시장 포트폴리오와는 음의 상관관계를 가짐을 알 수 있다. 일반적으로 실물경제가 호조일 때 주식시장의 수익률도 좋아지는 반면 채권시장의 수익률은 저조하고 실물경제가 불황일 때는 그 반대 상황에 놓이게 됨을 반영한 결과로 해석된다. 이는 곧 GDP 연계채권과 증권시장 간의 관계를 설명해준다. 김민정 외 (2020)에서 언급된 바와 같이 GDP 연계채권이 주식과 국채의 중간 성격의 자산으로 취급될 수 있다.

Table 2. Correlation Coefficient Matrix between Real GDP (quarterly, compared to the previous quarter) Change Rate and Domestic Basis Assets

	GDP	BL	BM	BH	SL	SM	SH	KOSPI	KTBSY	KTBS10Y	Rf
GDP	1.00	0.18	0.27	0.27	0.12	0.15	0.19	0.22	-0.31	-0.30	0.12
BL	0.18	1.00	0.81	0.81	0.69	0.70	0.64	0.95	-0.51	-0.44	-0.10
BM	0.27	0.81	1.00	0.89	0.79	0.80	0.74	0.91	-0.46	-0.42	-0.04
BH	0.27	0.81	0.89	1.00	0.85	0.83	0.80	0.91	-0.50	-0.44	0.05
SL	0.12	0.69	0.79	0.85	1.00	0.92	0.89	0.81	-0.41	-0.37	-0.01
SM	0.15	0.70	0.80	0.83	0.92	1.00	0.91	0.80	-0.44	-0.43	-0.02
SH	0.19	0.64	0.74	0.80	0.89	0.91	1.00	0.76	-0.33	-0.31	0.00
KOSPI	0.22	0.95	0.91	0.91	0.81	0.80	0.76	1.00	-0.55	-0.48	-0.07
KTBSY	-0.31	-0.51	-0.46	-0.50	-0.41	-0.44	-0.33	-0.55	1.00	0.95	0.33
KTBS10Y	-0.30	-0.44	-0.42	-0.44	-0.37	-0.43	-0.31	-0.48	0.95	1.00	0.24
Rf	0.12	-0.10	-0.04	0.05	-0.01	-0.02	0.00	-0.07	0.33	0.24	1.00

본 연구에서 다루는 GDP 연계채권은 만기가 1분기 또는 1년이고 만기 시에만 실질 GDP에 연계하여 이자를 지급하는 이익구조(payoff)로 설정한다. 이자 주기가 다르거나 만기가 다른 경우는 이 결과를 충분히 확장하여 적용할 수 있기 때문에 단순화된 이익구조로 한정하여 살펴보았다. GDP 연계채권의 종류를 크게 분기 실질 GDP 변화율이 이자와 연계되는 경우와 연간 실질 GDP 변화율이 이자와 연계되는 경우로 나눌 수 있고, 원화로 발행하는 경우와 미국달러로 발행하는 경우로 나누어서 외국투자자의 원화 리스크 프리미엄을 추정하고자 한다. 외국인 투자자에게 원화로 발행될 때에 미국달러 대비 원화가치의 변화율이 감안되어 실질 GDP 변화율에 원달러 환율의 변화율이 차감되어진 원금에 대한 이자가 외국인 투자자에게 지급되도록 설정했다. 아울러 실질 GDP 변화율에 플로어(floor)를 설정하여 0 이상의 이자지급으로 한정할 경우 실질 GDP 변화율이나 '실질 GDP 변화율 + 미국달러 대비 원화가치의 변화율'이 0보다 클 경우에만 이자를 지급하도록 했다. 다양한 이익구조를 국내 투자자 혹은 외국인 투자자가 가격을 평가할 때 가격결정이 어떻게 달라지는지 살펴보고자 한다. 국내 투자자는 국내 자산들로 구성된 베이스 자산들을 기반으로 평가하고, 외국인 투자자(미국 투자자)는 미국 자산들로 구성된 베이스 자산들을 기반으로 평가한다.

Table 3은 국내 Fama-French 3 Factor 모형에 의한 실질 GDP(분기, 직전분기 대비)에 연계한 GDP 연계채권의 가격결정 결과를 보여주고 있다. 모형에 의한 알파(초과수익)를 포함하여 모든 회귀계수가

통계적으로 유의하지 않았다. Table 4는 동일한 이익구조를 가지는 GDP 연계채권을 국내 GMM-SDF에 의해 평가한 결과로 이 역시 J-stat가 0에 가까워 알파가 0과 통계적으로 다르지 않음을 의미한다. 다만, 일몰일가 법칙 하의 실증적 SDF인 LOP-SDF로 평가 시 통계적으로 유의하다고 볼 수는 없지만 0.036%의 초과수익률이 관측되어 실질 GDP(분기, 직전분기 대비)를 이자로 그대로 지급하는 이익구조의 채권의 가격이 Par가 되지 않아(즉, 상환할 원금과 다름), Par 발행을 위해 지급이자를 '실질 GDP 직전분기 대비 변화율(%)-0.036%'로 설정하여 평가한 결과이다. 이처럼 이익구조의 변경에 따라 추가로 지급되거나 감소되는 이자의 크기로 서로 다른 이익구조들을 비교하고자 한다.

**Table 3.** Real GDP (quarterly, compared to the previous quarter)-linked Bond Evaluation by the Domestic Fama-French 3 Factor Model

	value	t	p-value
alpha	<b>0.01%</b>	0.10	0.92
market beta	0.011	1.05	0.30
smb beta	-0.028	-1.53	0.13
hml beta	0.042	1.64	0.10

**Table 4.** Real GDP (quarterly, compared to the previous quarter)-linked Bond Evaluation by the Domestic GMM-SDF Model

LOP Alpha	<b>0.036%</b>
add value	<b>-0.036%</b>
J-stat = 0.0000    Prob[Chi-sq.(1) > J] = 0.9966	

분기 GDP의 변동성은 연간 GDP 변동성에 비해 클 수밖에 없으며 다른 금융자산들과의 상관성도 낮아지는 경향이 있다. 특히 대표적인 위험자산인 주식시장과 경기는 선후관계(lead-lag relation)에 있어서, 통상 주식시장이 경기를 1-2분기 선행하는 것으로 알려져 있다. 또한 실제로 GDP 지표가 확정되는 시점은 일반적으로 1분기 정도가 지나야하기 때문에 직전분기 대비 변화율로 해당 시점에 정확히 이자를 지급하는 것은 현실적으로 불가능하다. 따라서 이러한 점들을 감안하여 발표시점과 이자적용시점의 불일치를 해결하지는 못하지만 오차의 크기를 줄이고자 분기의 누적인 연간 변화율로 이자를 지급하는 이익구조를 함께 고려하고자 한다. 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비)변화율에 연계한 GDP 연계채권에 대해서 평가하는 것을 목적으로 Table 5는 관련 기초통계량을 보여주고 있다. 동 기간 매 분기마다 관찰한 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비) 변화율 및 국내 베이스스 자산들의 연간 수익률들의 기초통계량이다. 분기자료의 기초통계량과 비교할 때 크기의 변화가 있을 뿐 크게 다르지 않는다. 하지만 Table 6의 연간자료 간 상관계수 행렬에서 분기자료와 다른 점이 있는데, 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비)변화율과 주식 포트폴리오 간의 상관계수가 분기자료와 비교하여 조금 더 높아지고, 동시에 국제 수익률과의 상관계수의 절대값은 더 낮아졌다는 것이다.

**Table 5.** Real GDP (annual, compared to the previous year) Change Rate and Basic Statistics on Domestic Basis Assets

	Mean	Std	Skewness	Kurtosis
GDP	3.62%	2.25%	-0.41	3.55
BL	9.37%	20.20%	-0.16	3.53
BM	11.92%	25.26%	0.43	2.76
BH	18.53%	37.09%	1.37	5.52
SL	13.83%	29.72%	1.49	6.87
SM	19.44%	38.01%	1.72	7.24
SH	24.13%	36.00%	1.08	5.13
KOSPI	9.49%	23.22%	0.24	3.07
KTB5Y	5.60%	4.75%	1.27	5.56
KTB10Y	6.53%	6.20%	0.28	3.47
Risk-free rate	3.55%	1.66%	0.64	3.06

**Table 6.** Correlation Coefficient Matrix between Real GDP (annual, compared to the previous year) Change Rate and Domestic Basis Assets

	GDP	BL	BM	BH	SL	SM	SH	KOSPI	KTB5Y	KTB10Y	Rf
GDP	1.00	0.29	0.43	0.51	0.27	0.34	0.41	0.41	-0.05	-0.12	0.33
BL	0.29	1.00	0.84	0.65	0.59	0.61	0.59	0.94	-0.58	-0.39	-0.15
BM	0.43	0.84	1.00	0.83	0.73	0.79	0.71	0.94	-0.45	-0.35	0.01
BH	0.51	0.65	0.83	1.00	0.85	0.90	0.85	0.85	-0.35	-0.36	0.15
SL	0.27	0.59	0.73	0.85	1.00	0.93	0.86	0.76	-0.44	-0.37	-0.06
SM	0.34	0.61	0.79	0.90	0.93	1.00	0.91	0.80	-0.43	-0.43	0.03
SH	0.41	0.59	0.71	0.85	0.86	0.91	1.00	0.78	-0.33	-0.34	0.10
KOSPI	0.41	0.94	0.94	0.85	0.76	0.80	0.78	1.00	-0.56	-0.44	-0.06
KTB5Y	-0.05	-0.58	-0.45	-0.35	-0.44	-0.43	-0.33	-0.56	1.00	0.73	0.67
KTB10Y	-0.12	-0.39	-0.35	-0.36	-0.37	-0.43	-0.34	-0.44	0.73	1.00	0.28
Rf	0.33	-0.15	0.01	0.15	-0.06	0.03	0.10	-0.06	0.67	0.28	1.00

Table 7은 Table 3과 마찬가지로 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비)변화율에 연계한 GDP 연계채권을 Fama-French 3 Factor 모형에 의해 평가한 결과이다. 알파는 유의하지 않아 초과수익률이 있다고 볼 수 없으며, SMB와 HML 베타 역시 통계적으로 유의하지 않다. 그러나 분기자료 분석과 달리 시장베타가 0.042로 아주 유의했다. Table 8은 Table 4와 마찬가지로 국내 베이스 자산들을 기반으로 만들어진 GMM-SDF 모형에 의한 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비)변화율에 연계한 GDP 연계채권을 평가한 결과로, 역시 유의한 알파는 관측되지 않았으며, 이는 Par채권으로 발행되기 위해서는 '실질 GDP 직전년도 대비 변화율(%) $-0.072\%$ '의 이익구조를 가지는 GDP 연계채권을 대상으로 한 결과이다.



**Table 7.** Evaluation of Bonds Linked to Real GDP (annual, compared to the previous year) using the Domestic Fama-French 3 Factor Model

	value	t	p-value
alpha	<b>-0.23%</b>	-0.47	0.64
market beta	0.042	3.37	0.00
smb beta	-0.013	-0.87	0.38
hml beta	0.014	0.53	0.59

**Table 8.** Real GDP (annual, compared to the previous year) Linked Bond Evaluation by the Domestic GMM-SDF Model

LOP Alpha	<b>0.077%</b>
add value	<b>-0.072%</b>
J-stat = 0.0000    Prob[Chi-sq.(1) > J] = 0.9966	

지금까지는 국내 투자자의 GDP 연계채권 투자를 가정하여 국내 투자자의 SDF를 적용한 결과를 보여주었다. 본 연구에서는 외국인 투자자에게 GDP 연계채권이 효용이 있는지, 정부가 외국인 투자자에게 발행할 때 이익구조는 어떻게 달라지는지에 대하여 살펴보고자 한다. GDP 연계채권의 기본구조는 국내 투자자를 대상으로 한 것과 동일하나, 발행표기 통화에 따라 외국인 투자자의 효용은 달라지기 때문에 발행표기를 원화와 달러일 경우 각각의 이익구조 하의 테스트를 진행하였다. 그리고 외국인은 미국 투자자로 가정하고 글로벌 시장에서 가장 크고 주요 증권시장인 미국 증권들을 베이스 자산으로하여 GDP 연계채권의 가격평가모형을 설정했다.

미국 투자자에게 발행되는 GDP 연계채권의 이익구조의 기본은 국내 GDP에 연동된다는 점에서 국내 투자자에게 발행되는 것과 동일(달러표기로 발행될 때)하거나 일부 동일(원화표기로 발행될 때)하다. 국내 투자자입장에서 원화표기로 발행되는 것과 미국 투자자입장에서 같은 지표에 연동하면서 달러표기로 발행되는 것은 표기통화 대비 원금에 대하여 동일한 구조를 가진다. 이를테면 실질 GDP가 직전년도 대비 3% 상승했다면 지금까지 가정해온 이익구조인 1년 만기 GDP 연계채권의 수익률은 3%인데, 기초자산의 움직임과 그에 따른 이익구조가 국내 투자자와 미국 투자자에게 동일하다는 의미이다. 반면 미국 투자자에게도 원화표기로 발행이 된다면, 실질 GDP의 변화율에 원금에 대한 환율 변동을 고려하기 때문에 최종 수익률은 실질 GDP의 변화율에 환율의 변화율을 감안해서 계산된다. 따라서 동일한 통화표시로 발행된 GDP 연계채권에 대해 국내와 해외 투자자의 이익구조는 서로 달라진다.

미국 투자자에게 발행되는 이익구조만 달라지는 것이 아니다. 미국 투자자의 소비함수가 국내 투자자의 소비함수와 다르고, 이에 따라 SDF도 국내와 상이하기 때문에 미국 투자자가 자산을 평가하는 모형은 따로 만들어야 한다. 이에 따라 미국 투자자의 자산평가에 사용할 베이스 자산은 미국 증권시장으로부터 얻어진다. 앞서 국내 시장에서의 베이스 자산과 유사하게 Fama-French 6 포트폴리오의 수익률<sup>2)</sup>을 추정하고, 미국채 (5년 및 10년)의 월간 수익률을 국내 채권의 월간 수익률 산출방식과 동일하게 추정했다. 마찬가지로 Fama-French 3 Factor 모형에 적용할 요인포트폴리오들도 국내 증권시장이 아닌 미국 주식시장으로부터 산출된다.

우선 미국 투자자가 원화표시로 국내 GDP 변화율에 연계된 GDP 연계채권을 어떻게 가격평가를 할 것인지에 대해 살펴보았다. Table 9는 미국의 베이스 자산과 무위험이자율(1 month t-bill)의 분기화된 수익률과 우리나라 GDP(실질, 직전분기 대비) 변화율에 대한 기초통계를 보여준다. 여기서 주의할 점은

2) French 교수의 홈페이지의 자료를 이용했다.

우리나라 GDP의 달러표기 변화율이라는 것이다. 미국 투자자입장에서 원화표시 채권이기에 때문에 달러로 소비하기 위해 달러수익률로 변환시켜 수익률을 계산을 하기 때문이다. 따라서 Table 1의 GDP의 평균과 Table 9의 평균과 다름을 확인할 수 있다. Table 1과 9로부터 달러 기준으로 원화 표시 자산의 수익률이 분기 기준으로 0.29% (1.18%-0.89%)라는 것을 알 수 있다. 그리고 GDP의 변동성은 높아졌고(0.97%에서 4.81%), Skewness(-1.79에서 -0.18로) 와 Kurtosis(9.61에서 3.07로)는 정규분포에 가까워졌다.

**Table 9.** Real GDP (quarterly, from the previous quarter) Change Rate and Basic Statistics on US Basis Assets

	Mean	Std	Skewness	Kurtosis
GDP	1.18%	4.81%	-0.18	3.07
US_BL	2.57%	8.52%	-0.55	3.43
US_BM	2.21%	8.80%	-0.87	4.26
US_BH	2.06%	11.61%	-0.89	4.87
US_SL	3.16%	13.56%	-0.02	3.75
US_SM	3.25%	11.13%	-0.63	4.11
US_SH	3.17%	12.73%	-0.49	4.64
US_M	2.38%	8.92%	-0.66	3.44
US_TB5Y	0.92%	2.28%	0.29	3.36
US_TB10Y	1.06%	2.05%	0.17	3.15
Risk-free rate	0.35%	0.40%	1.11	3.09

**Table 10.** Correlation Coefficient Matrix between Real GDP (quarterly, from the previous quarter) Change Rate and US Basis Assets

	GDP	US_ BL	US_ BM	US_ BH	US_ SL	US_ SM	US_ SH	US_M	US_ TB5Y	US_ TB10Y	Rf
GDP	1.00	0.44	0.56	0.46	0.44	0.48	0.50	0.50	-0.24	-0.26	-0.01
US_BL	0.44	1.00	0.89	0.82	0.90	0.84	0.76	0.98	-0.47	-0.49	-0.20
US_BM	0.56	0.89	1.00	0.91	0.87	0.94	0.91	0.95	-0.47	-0.48	-0.13
US_BH	0.46	0.82	0.91	1.00	0.83	0.91	0.91	0.90	-0.47	-0.50	-0.10
US_SL	0.44	0.90	0.87	0.83	1.00	0.94	0.87	0.93	-0.47	-0.51	-0.16
US_SM	0.48	0.84	0.94	0.91	0.94	1.00	0.97	0.92	-0.50	-0.54	-0.11
US_SH	0.50	0.76	0.91	0.91	0.87	0.97	1.00	0.87	-0.47	-0.51	-0.12
US_M	0.50	0.98	0.95	0.90	0.93	0.92	0.87	1.00	-0.50	-0.52	-0.18
US_TB5Y	-0.24	-0.47	-0.47	-0.47	-0.47	-0.50	-0.47	-0.50	1.00	0.96	0.24
US_TB10Y	-0.26	-0.49	-0.48	-0.50	-0.51	-0.54	-0.51	-0.52	0.96	1.00	0.17
Rf	-0.01	-0.20	-0.13	-0.10	-0.16	-0.11	-0.12	-0.18	0.24	0.17	1.00

Table 10은 달러 대비 원화 수익률이 더해진 실질 국내 GDP 변화율과 미국 베이스 자산 간의 상관계수 행렬이다. Table 2와 비교하면 실질 국내 GDP 변화율과 주식 포트폴리오 간의 상관계수가 두 배정도 차이가 난다. 이는 원화로 발행되는 동일한 GDP 연계채권에 대해 미국투자자보다 국내 투자자에게 GDP 연계채권이 분산투자 효과를 더 주는 것으로 해석할 수 있다. 일반적으로 원화 수익률은 미국

및 글로벌 주식시장과 동행하는 경향이 있기 때문에 미국 투자자들에게는 원화 발행 증권의 위험이 달러 발행 증권보다 더 높아진다. 이를 반영하여 원화 발행 국내 GDP 연계채권과 미국 시장포트폴리오와의 상관계수가 0.50으로 국내 시장포트폴리오와의 상관계수보다 더 높은 것이다. 그 결과 미국 Fama-French 3 Factor 모형에 의한 원화 발행 국내실질GDP 연계채권의 가격결정을 보여주는 Table 11에서 시장베타가 유의한 것으로 나타났다.

**Table 11.** Real GDP (quarterly, compared to the previous quarter)-Linked Bond Evaluation by the US Fama-French 3 Factor Model

	value	t	p-value
alpha	0.31%	0.62	0.54
market beta	0.266	2.46	0.01
smb beta	0.014	0.11	0.92
hml beta	0.112	0.92	0.36

**Table 12.** Real GDP (quarterly, compared to the previous quarter)-Linked Bond Evaluation According to the US GMM-SDF Model

LOP Alpha	<b>0.910%</b>
add value	<b>-0.920%</b>
J-stat = 0.0004    Prob[Chi-sq.(1) > J] = 0.9834	

원화 발행 국내실질GDP 연계채권을 미국 GMM-SDF 모형으로 알파를 테스트 한 결과 알파는 유의하지 않았으며, 이는 Par채권으로 발행되기 위해서는 '실질 GDP 직전년도 대비 변화율(-)0.92%'의 이익구조를 가지는 채권을 대상으로한 결과이다.

Table 5와 마찬가지로 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비)변화율에 연계된 원화 발행 GDP 연계채권을 평가하는 것을 목적으로 Table 13은 관련 기초통계량을 보여주고 있다. 동기간 매 분기마다 관찰한 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비) 변화율에 달러 대비 원화 수익률을 더한 값 및 미국 베이스 자산들의 연간 수익률들의 기초통계량이다. 분기자료의 기초통계량과 비교할 때 크기의 변화가 있을 뿐 크게 다르지 않다. Table 14로부터 상관계수의 변화도 살펴볼 수 있는데, 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비)변화율과 미국 주식 포트폴리오 간의 상관계수가 분기자료와 비교하여 조금 더 높아지고, 동시에 국제 수익률과의 상관계수의 절대값도 더 커졌다. 따라서 연간 GDP에 연계하여 발행하면 미국 투자자 입장에서 보다 주식에 유사한 투자 자산으로 분류가 될 수 있다.

**Table 13.** Real GDP (annual, year-on-year) Change and Basic Statistics on US Basis Assets

	Mean	Std	Skewness	Kurtosis
GDP	4.05%	10.45%	-0.73	4.20
US_BL	8.93%	17.47%	-0.75	3.20
US_BM	8.46%	17.05%	-0.52	4.10
US_BH	7.46%	21.92%	-0.21	3.02
US_SL	8.72%	23.76%	0.08	2.99
US_SM	11.39%	19.34%	0.15	3.13

US_SH	10.98%	24.16%	0.43	4.02
US_M	8.08%	17.51%	-0.57	3.27
US_TB5Y	4.02%	4.65%	0.41	2.41
US_TB10Y	4.54%	3.73%	-0.05	2.39
Risk-free rate	1.57%	1.52%	0.95	2.79

**Table 14.** Correlation Coefficient Matrix between Real GDP (annual, year-on-year) Change and US Basis Assets

	GDP	US_ BL	US_ BM	US_ BH	US_ SL	US_ SM	US_ SH	US_M	US_ TB5Y	US_ TB10Y	Rf
GDP	1.00	0.51	0.63	0.49	0.53	0.61	0.60	0.62	-0.40	-0.38	0.17
US_BL	0.51	1.00	0.73	0.63	0.91	0.66	0.53	0.96	-0.62	-0.60	-0.22
US_BM	0.63	0.73	1.00	0.90	0.77	0.93	0.88	0.86	-0.53	-0.53	0.04
US_BH	0.49	0.63	0.90	1.00	0.69	0.89	0.85	0.77	-0.55	-0.57	0.13
US_SL	0.53	0.91	0.77	0.69	1.00	0.83	0.72	0.94	-0.61	-0.63	-0.19
US_SM	0.61	0.66	0.93	0.89	0.83	1.00	0.97	0.82	-0.57	-0.61	0.03
US_SH	0.60	0.53	0.88	0.85	0.72	0.97	1.00	0.71	-0.52	-0.57	0.06
US_M	0.62	0.96	0.86	0.77	0.94	0.82	0.71	1.00	-0.67	-0.65	-0.14
US_TB5Y	-0.40	-0.62	-0.53	-0.55	-0.61	-0.57	-0.52	-0.67	1.00	0.94	0.09
US_TB10Y	-0.38	-0.60	-0.53	-0.57	-0.63	-0.61	-0.57	-0.65	0.94	1.00	0.05
Rf	0.17	-0.22	0.04	0.13	-0.19	0.03	0.06	-0.14	0.09	0.05	1.00

**Table 15.** Real GDP (annual, compared to the previous year) Linked Bond Evaluation by the US Fama-French 3 Factor Model

	value	t	p-value
alpha	-0.25%	-0.14	0.89
market beta	0.361	2.55	0.01
smb beta	0.169	1.01	0.31
hml beta	0.092	1.16	0.25

**Table 16.** Real GDP (annual, compared to the previous year) Linked Bond Evaluation by the US GMM-SDF Model

LOP Alpha	1.89%
add value	-1.92%
J-stat = 0.0019	Prob[Chi-sq.(1) > J] = 0.9652

Table 15는 Table 11과 마찬가지로 달러 대비 원화 수익률이 더해진 국내 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비)변화율에 연계한 GDP 연계채권을 미국 Fama-French 3 Factor 모형에 의해 평가한 결과이다.

알파는 유의하지 않아 초과수익률이 있다고 볼 수 없으며, SMB와 HML 베타 역시 통계적으로 유의하지 않았으나 시장베타는 아주 유의했다. Table 16은 Table 12와 마찬가지로 미국 베이스 자산들을 기반으로 만들어진 GMM-SDF 모형에 의한 달러 대비 원화 수익률이 더해진 국내 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비)변화율에 연계한 GDP 연계채권을 평가한 결과로, 역시 유의한 알파는 관측되지 않았으며 이는 Par채권으로 발행되기 위해서는 '실질 GDP 직전년도 대비 변화율(-1.92%)의 이익구조를 가지는 채권을 대상으로한 결과이다.

지금부터 미국 투자자에게 다른 발행구조를 가지는 GDP 연계채권을 한국 정부가 발행하는 경우를 생각해보자. 앞선 분석은 국내 투자자와 미국 투자자 모두 원화로 발행되는 동일한 GDP 연계채권에 대해 각각 어떻게 가격을 평가하는지에 대하여 살펴본 것이라면, 이후의 분석은 미국 투자자에게 달러로 GDP 연계채권을 발행하는 경우를 살펴보고자 한다. 1\$에 대하여 분기 혹은 1년 후 한국의 GDP 변화율과 동일한 이자를 달러로 지급하는 이익구조를 가지고 있다.

Table 17은 한국의 GDP(실질, 직전분기 대비) 변화율에 대한 기초통계를 보여주며 Table 1과 정확히 동일한 수치이다. 달러표시 GDP 연계채권은 미국 투자자 입장에서 달러 수익률로 수익률이 측정되기 때문에 달러표시 GDP 연계채권의 수익률은 원화표시 GDP 연계채권에 대한 국내투자자 입장에서의 원화 수익률과 동일하기 때문이다. Table 18은 실질 GDP(분기, 직전분기 대비)변화율과 미국 베이스 자산 간 상관계수를 보여준다. Table 10과 비교하면 미국 주식 시장포트폴리오 수익률과 GDP 연계채권의 수익률 간 상관계수가 0.5에서 0.12로 상당히 낮아져 달러대비 원화 수익률과 미국의 주식수익률 간의 상관성이 이에 영향을 많이 주고 있다는 것을 시사한다.

**Table 17.** Percentage of Change in Real GDP (quarterly, compared to the previous quarter) in Dollar Terms

	Mean	Std	Skewness	Kurtosis
GDP	0.89%	0.97%	-1.79	9.61

**Table 18.** Correlation Coefficient between Changes in Real GDP (quarterly, compared to the previous quarter) in Dollars and US Basis Assets

GDP	US_B L	US_B M	US_B H	US_S L	US_S M	US_S H	US _M	US_ TB5Y	US_ TB10Y	Rf	
GDP	1.00	0.04	0.23	0.25	0.07	0.21	0.26	0.12	-0.19	-0.20	0.20

따라서 국내 GDP 연계채권을 정부가 달러 기반 해외 투자자들에게 발행할 때 원화 표시 채권 발행보다 달러 표시 채권 발행이 해외 투자자의 투자기회선을 더 늘려줄 가능성이 크다. 즉 해외 투자자입장에서는 달러 표시로 한국이 GDP 연계채권을 발행할 때 분산투자 효과를 더 누릴 수가 있다.

Table 19는 미국 Fama-French 3 Factor 모형에 의한 국내 실질 GDP(분기, 직전분기 대비)에 연계한 달러 표시 GDP 연계채권의 가격결정 결과를 보여주고 있다. 표기통화만 다르고 상품구조는 같은 GDP 연계채권을 국내 모형에 의해 평가하면 Table 3에서 확인할 수 있듯 알파를 포함하여 모든 회귀계수가 통계적으로 유의하지 않았지만, 미국 모형에 의하면 알파와 HML계수가 통계적으로 유의하다. 따라서 미국 투자자 입장에서 국내 실질 GDP에 연계한 금융상품에 투자할 때 통화헤지를 하거나 달러 표시 상품을 매수하는 것이 자국내 증권시장에서 초과수익을 얻을 수 있는 방법이다. 다만 Table 20은 동일한 이익구조를 가지는 GDP 연계채권을 미국 GMM-SDF에 의해 평가한다면 J-stat가 0에 가까워 알파가 0과 통계적으로 다르지 않아 모형에 따라 알파 여부가 달리 나왔다. 정부가 달러표시로 실질 GDP(분기,

직전분기 대비)를 이자로 그대로 지급하는 이익구조의 채권의 가격이 Par가 되지 않아, Par 발행을 위해 지급이자를 '실질 GDP 직전분기 대비 변화율(%)-0.48%'로 설정하여 평가한 결과이다.

**Table 19.** U.S. Fama-French 3 Factor Model USD-based Real GDP (quarterly, compared to the previous quarter)-Linked Bond Evaluation

	value	t	p-value
alpha	0.51%	4.52	0.00
market beta	0.021	1.02	0.31
smb beta	-0.003	-0.11	0.92
hml beta	0.062	2.80	0.01

**Table 20.** US dollar-based Real GDP (quarterly, compared to the previous quarter)-Linked Bond Evaluation According to the US GMM-SDF Model

LOP Alpha	0.48%	
add value	-0.48%	
before alpha adjustment	J-stat = 0.2381	Prob[Chi-sq.(1) > J] = 0.6256
after alpha adjustment	J-stat = 0.0030	Prob[Chi-sq.(1) > J] = 0.9566

Table 21부터는 Table 17과 마찬가지로 달러로 표기하되, 국내 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비) 변화율에 연계한 GDP 연계채권을 살펴보고자 한다. 채권의 표기되는 통화만 다를 뿐 이익구조가 동일하기 때문에 Table 21과 Table 5는 같은 수치를 나타내고 있다. 하지만 국내와 미국의 베이스 자산들이 다르기 때문에 결국 채권에 대한 평가가 달라지게 된다. Table 22은 실질 GDP(연간, 직전분기 대비)변화율과 미국 베이스 자산 간 상관계수를 보여준다. Table 6과 비교하면 국내 실질 GDP(연간) 변화율은 미국 베이스 자산보다 국내 베이스 자산들과 더 뚜렷한 상관성을 보인다. 특이한 것은 분기 데이터에서 관측할 수 없었던 작은 기업들 포트폴리오(SM, SH)와의 높은 상관성이다. 따라서 미국 투자자 입장에서 국내 GDP 연계채권의 포트폴리오 다각화 효과가 있으며 SMB 요인의 영향을 받는다. Table 23은 미국 Fama-French 3 Factor 모형에 의해 평가한 결과로, 분기 데이터와 동일하게 알파는 유의하나 베타 회귀계수는 통계적으로 유의하지 않았다. Table 24는 미국 베이스 자산들을 기반으로 만들어진 GMM-SDF 모형에 의한 국내 실질 GDP(연간, 직전년도 동기 대비)변화율에 연계한 달러표시 GDP 연계채권을 평가한 결과로, 역시 유의한 알파가 관측되었다. 그리고 Par채권으로 발행되기 위해서는 '실질 GDP 직전년도 대비 변화율(%)-1.61%'의 이익구조를 가지는 채권을 대상으로 한다면 알파가 사라진다.

**Table 21.** Percentage of change in Real GDP (annual, compared to the previous year) in Dollar Terms

	Mean	Std	Skewness	Kurtosis
GDP	3.62%	2.25%	-0.40752	3.551837

**Table 22.** Correlation Coefficient between Real GDP (annual, year-over-year) Change in Dollar Terms and US Basis Assets

	GDP	US_BL	US_BM	US_BH	US_SL	US_SM	US_SH	US_M	US_TB5Y	US_TB10Y	Rf
GDP	1.00	-0.03	0.39	0.29	0.07	0.40	0.48	0.13	-0.02	-0.08	0.40

**Table 23.** US dollar-based real GDP (annual, compared to the previous year)-Linked Bond Evaluation using the Fama-French 3 Factor Model

	value	t	p-value
alpha	1.72%	4.45	0.00
market beta	0.027	1.00	0.32
smb beta	0.070	1.78	0.08
hml beta	0.032	1.43	0.15

**Table 24.** US dollar-based Real GDP (annual, compared to the previous year)-Linked Bond Evaluation According to the US GMM-SDF Model

LOP Alpha	1.59%	
add value	-1.61%	
before alpha adjustment	J-stat = 32.1841	Prob[Chi-sq.(1) > J] = 0.0000
after alpha adjustment	J-stat = 0.0514	Prob[Chi-sq.(1) > J] = 0.8207

지금까지 6개 유형의 GDP 연계채권에 대한 가격평가를 살펴보았다. GDP 연계채권을 국내 혹은 해외 (미국) 투자자에게 Par로 발행하기 위한 알파를 구하고, 해당 알파가 제거될 수 있도록 그에 상응되는 수익률을 GDP 변화율에서 차감한 이익구조를 설계했다. 그리고 같은 이익구조 하에서 국내와 해외 투자자에 따라 평가하는 알파가 높다는 것은 GDP 연계된 수익을 낮은 가격으로 평가한다는 의미이자 높은 기대수익률을 제공하는 자산으로 평가한다는 의미이다. Table 25는 6개 유형의 GDP 연계채권의 가격결정에 대한 요약(바닐라 구조에 대해)과 옵션 내재 GDP 연계채권에 대한 가격결정 및 내재된 옵션 가치를 추정된 결과이다. GDP 변화율은 음의 값을 가질 수 있으므로 원금손실 위험이 존재한다. 이에 대한 보완책으로 기존 GDP 연계채권은 워런트 형식으로 발행되었다. 본 연구에서도 이자에 대한 floor를 제공하는 옵션부 채권으로 발행할 때의 가격결정을 살펴보았다. 옵션부 채권을 평가하는 방법은 많이 존재하는데 앞선 실증분석과의 일관성을 유지하기 위해 GMM-SDF 모형에 의해 실증하였다. 평가하는 옵션부 GDP연계채권의 이익구조는 바닐라 GDP 연계채권의 이익구조에 지급되는 이자율이 0보다 크도록 floor를 제공하는 이익구조로 설계했다. 따라서 옵션부 GDP 연계채권의 알파에서 바닐라 GDP 연계채권의 알파를 빼면 옵션의 가치가 산출된다. GDP 연계채권의 명칭으로 구분을 하자면 GDP 1과 2는 국내투자자에게 발행되고 국내 베이스 자산들을 기반으로 알파를 측정했고, GDP 3~6은 미국투자자에게 발행되고 미국 베이스 자산들을 기반으로 알파를 측정했다.

**Table 25.** Comparison of Valuation of 12 types of GDP-linked Bonds and Option Value by GMM-SDF Model

GDP linked bond	GDP 1	GDP 2	GDP 3	GDP 4	GDP 5	GDP 6
currency of issue (frequency)	KRW (quarter)	KRW (yearly)	KRW (quarter)	KRW (yearly)	USD (quarter)	USD (yearly)
Investor nationality (currency of consumption)	KR (KRW)	KR (KRW)	US (USD)	US (USD)	US (USD)	US (USD)
vanilla	0.04%	-0.07%	0.91%	1.89%	0.48%	1.59%
alpha with embed option	<b>0.18%</b>	<b>0.21%</b>	<b>2.05%</b>	<b>4.26%</b>	<b>0.18%</b>	<b>1.71%</b>
embed option value	0.14%	0.28%	1.14%	2.37%	0.62%	0.12%

GDP 3와 4는 소비통화(달러)와 발행표시 통화(원화)가 달라 미국투자자 입장에서는 환위험에 노출되는 구조이다. 따라서 달러로 발행되어 미국투자자 입장에서 환위험에 노출되지 않는 GDP 5와 6과 GDP 3,4를 비교하면, 미국투자자의 원화 프리미엄을 추정할 수 있다. 해당 방법으로 원화 프리미엄을 추정하면, 분기 기준으로 43bp(91bp-48bp), 연간 기준으로 30bp(189bp-159bp)로 각각 추정된다. 즉, 한국 정부가 원화로 채권을 발행할 때 연환산 30bp ~ 160bp 정도로 미국 투자자에게 지급할 금리가 줄어든다는 것을 의미한다. 또한 GDP 1과 GDP 5는 소비 통화 기준으로 같은 이익구조를 가지지만 가격은 달라진다. 마찬가지로 GDP 2와 GDP 6도 같은 이익구조를 가지지만 알파의 차이가 150bp 이상 차이가 난다. 즉, 한국의 GDP와 연계된 금융상품이 미국 투자자에게 더 효용이 있다는 의미로, -150bp를 손해를 보고서라도 한국 GDP 연계채권을 편입할 용의가 있다는 것이다. 이는 앞서 살펴보았듯 미국 투자자에게 분산투자 효과를 더욱 제공하기 때문으로 풀이된다. 따라서 한국 정부가 국내보다 미국 투자자에게 GDP 연계채권을 발행하는 것이 제정의 안정성 측면에서 더 유리하다고 할 수 있다. 이번에는 원금보장을 위해 floor를 제공하는 옵션부 GDP 연계채권을 통해 내재된 옵션 가치의 수준을 알아보자. 제공되는 옵션의 가치가 낮을수록 GDP 변화율이 0보다 작을 확률이 높아진다는 의미이다. 연율화된 옵션 프리미엄의 크기가 가장 큰 것은 GDP 3으로 연간 기준으로 4.56%이며 가장 작은 것은 GDP 6로 12bp에 불과하다. 원달러 환율의 변동성과 GDP 분기 데이터의 변동성이 더해져 GDP 3의 옵션 프리미엄이 가장 크게 추정된 결과이다. 만약 한국 정부가 원금을 보호하는 차원에서 이자율의 크기를 0보다 크도록 설계하는 옵션부 GDP 연계채권을 발행한다면 연간 GDP에 연계된 달러 표기 채권을 미국 투자자에게 발행하는 것이 더 매력적인 제안이라고 할 수 있다.

### III. 결론 및 시사점

본 연구에서는 정부가 해외투자자에게 GDP 연계채권을 발행할 때 적절한 이익구조가 무엇인지 살펴보고 있다. 해외투자자의 입장에서 GDP 연계채권이 타국의 경제성장률과 연관되고 발행되는 통화 표기에 따라 환위험이 포함되어있기 때문에, 이익구조에 따라 자국의 경기와의 상관성이 달라 자산의 평가가 달라진다. 본 연구에서는 총 12가지 GDP 연계채권의 이익구조(payoff)를 실증분석했다. 실증분석에서 다루는 GDP 연계채권은 만기가 1분기 또는 1년이고 만기 시에만 실질 GDP에 연계하여 이자를 지급하는 이익구조로 설정한다. 이자 주기가 다르거나 만기가 다른 경우는 이 결과를 충분히 확장하여 적용할 수 있기 때문에 단순화된 이익구조로 한정하여 살펴보았다. 구체적으로 GDP 연계채권의 종류를 크게 분기 실질 GDP 변화율이 이자와 연계되는 경우와 연간 실질 GDP 변화율이 이자와 연계되는 경우로 나눌 수 있고, 원화로 발행하는 경우와 미국달러로 발행하는 경우로 나누어서 외국투자자의 원화 리스크 프리미엄



임을 추정했다. 외국인 투자자에게 원화로 발행될 때에 미국달러 대비 원화가치의 변화율이 감안되어, 실질 GDP 변화율에 원달러 환율의 변화율이 차감되어진 이자가 지급되도록 설정했다. 아울러 실질 GDP 변화율에 플로어(floor)를 설정하여 0 이상의 이자가 지급되도록 이익구조를 변경하기 위해, 실질 GDP 변화율이나 '실질 GDP 변화율 + 미국달러 대비 원화가치의 변화율'이 0보다 클 경우에만 이자를 지급하도록 했다. 다양한 이익구조에 대해 국내 투자자 혹은 외국인 투자자가 가격을 평가할 때 가격결정이 어떻게 달라지는지 살펴볼 수 있다. 그리고 국내 투자자는 국내 자산들로 구성된 베이스 자산들을 기반으로 평가하고, 외국인 투자자(미국 투자자)는 미국 자산들로 구성된 베이스 자산들을 기반으로 평가하여 서로 다른 SDF를 가진다.

실증분석의 주요 결론은 다음과 같다. 소비통화(달러)와 발행표시 통화(원화)가 달라 미국투자자 입장에서는 환위험에 노출되는 이익구조와 달리로 발행되어 미국투자자 입장에서 환위험에 노출되지 않는 이익구조에 대한 가격평가를 비교하면, 미국투자자의 원화 프리미엄을 추정할 수 있다. 해당 방법으로 원화 프리미엄을 추정하면, 분기 기준으로 43bp(91bp-48bp), 연간 기준으로 30bp(189bp-159bp)로 각각 추정되어, 한국 정부가 원화로 채권을 발행할 때 연환산 30bp ~ 160bp 정도로 미국 투자자에게 지급할 금리가 줄어든다는 것을 의미한다. Fama-French 3 factor 모형에 의하면 원화 프리미엄은 미국 시장베타에 대한 위험 보상으로 이해가 된다. 따라서 미국 투자자들이 시장베타에 투자하는 것이 아니라면 달러로 발행되는 GDP 연계채권에 투자하여 금리를 더 받는 것이 유리하다는 의미가 된다. 또한 소비 통화 기준으로 같은(한국의 투자자에게는 원화로, 미국의 투자자에게는 달러로 발행) 이익구조를 GDP 연계채권을 평가한 결과 알파의 차이가 150bp 이상 차이가 났다. 즉, 한국의 GDP와 연계된 금융상품이 미국 투자자에게 더 효용이 있다는 의미로, 한국 투자자에게 발행되는 구조에서 -150bp를 손해를 보고서라도 한국 GDP 연계채권을 편입할 용의가 있다는 것이다. 미국 투자자에게 분산투자 효과를 더욱 제공하기 때문으로 풀이된다. 따라서 한국 정부가 국내보다 미국 투자자에게 GDP 연계채권을 발행하는 것이 재정의 안정성 측면에서 더 유리하다고 할 수 있다. 그리고 원금보장을 위해 floor를 제공하는 옵션부 GDP 연계채권을 통해 내재된 옵션 가치의 수준을 알아보았다. 그 결과 원달러 환율의 변동성과 GDP 분기 데이터의 변동성이 더해진 이익구조의 옵션 프리미엄이 가장 크게 추정되는 반면 달러로 발행할 때 옵션 프리미엄이 가장 작게 추정되었다. 따라서 한국 정부가 원금을 보호하는 차원에서 이자율의 크기를 0보다 크도록 설계하는 옵션부 GDP 연계채권을 발행한다면, 연간 GDP에 연계된 달러 표기 채권을 미국 투자자에게 발행하는 것이 더 매력적인 제안이라고 할 수 있다.

## References

- 김민정, 정지영, 손경우, 원상희, & 송창길. (2020). "GDP 연계채권에 대한 연구-국민연금의 입장을 중심으로" 국민연금공단 연구보고서.
- 손경우, 최영민. (2016). "기업지배구조 요인의 투자전략 유효성 연구", *한국증권학회지*, 45(2), 317-342.
- Ahn, Dong-Hyun, Conrad Jennifer and F. Dittmar. Robert, 2003 "Risk adjustment and trading strategies.", *Review of Financial Studies*, 16(2), 459-485.
- Ang, A. and G. Bekaert, (2002). International asset allocation with regime shifts. *The review of financial studies*, 15(4), 1137-1187.
- Barr, D., O. Bush and A. Pienkowski (2014). GDP-linked bonds and sovereign default. In *Life After Debt* (pp. 246-275). Palgrave Macmillan, London.
- Blanchard, O., P. Mauro and J. Acalin (2016). The case for growth-indexed bonds in advanced economies today. *Peterson Institute for International Economics*, Policy Brief, (16-2).
- Chen, Z. and P. J. Knez (1996). Portfolio performance measurement: Theory and applications. *The Review of Financial Studies*, 9(2), 511-555.
- Chua, C. T., S. Lai and K. Lewis (2010). Are the Gains from Foreign Diversification Diminishing? Assessing the Impact with Cross-Listed Stocks (No. 10-1).

- Colacito, R. and M. M. Croce (2013). International asset pricing with recursive preferences. *The Journal of Finance*, 68(6), 2651-2686.
- Consiglio, A. and S. A. Zenios (2018). Pricing and hedging GDP-linked bonds in incomplete markets. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 88, 137-155.
- Costa, A., d Chamon, M. and L. A. Ricci (2008). Is there a novelty premium on new financial instruments? The Argentine experience with GDP-indexed warrants. *IMF Working Papers*, 2008(109).
- Fama E. and K. French (1993). "Common risk factors in the returns on bond and stocks", *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3-56.
- Hansen L. P., (1982), "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators", *Econometrica*, 50(4), 1029-1054.
- Kamal, L. and M. Lashgari, (2012). Comparing GDP indexed bonds to standard government bonds. *Journal of Applied Business and Economics*, 13(2), 116-128.
- Osambela, E. (2010). Asset pricing with heterogeneous beliefs and endogenous liquidity constraints. Available at SSRN 1785527.
- Ruban, O. A., S. H. Poon and K. N. Vonatsos (2008). GDP linked bonds: contract design and pricing. Available at SSRN 966436.
- Solnik, B. H. (1974). An equilibrium model of the international capital market. *Journal of economic theory*, 8(4), 500-524.
- Stehle, R. (1977). An empirical test of the alternative hypotheses of national and international pricing of risky assets. *The Journal of Finance*, 32(2), 493-502.
- Stulz, R. (1981). A model of international asset pricing. *Journal of financial economics*, 9(4), 383-406.