

On the beginning of the formation of Japanese School of Finsler Geometry

일본 핀슬러 기하학과 형성의 시작에 관하여

WON Dae Yeon 원대연

Matsumoto Makoto is regarded as founding father of the Japanese school of Finsler geometry because he established the Japanese Society of Finsler Geometry in 1968 and organized the Symposium every year since then. In this paper, we investigate how Matsumoto initiated the study of this topic leaping over geographical limit and how Yano Kentaro and Kawaguchi Akitsugu had affected Matsumoto in the formation of the Japanese school of Finsler geometry. We also take a view of the role of É. Cartan who invented the concept of the connection in early 20th century in this regard.

Keywords: K. Yano, A. Kawaguchi, M. Matsumoto, É. Cartan, connection, Finsler geometry; 야노 겐타로, 가와구치 아키힬구, 마쥬모토 마코토, 엘리 카르탕, 접속, 핀슬러 기하학.

MSC: 01A55, 01A60 ZDM: A30

1 서론

20세기 초반 기하학 분야에 큰 업적을 남긴 엘리 카르탕(Élie Cartan)을 집중 연구하여 리만 기하학의 발전 역사를 조망한 김영욱과 Yuzi Jin의 [20]과 고전적인 구면 정리에 서 시작하여 최신의 구면정리로 발전하는 과정과 이에 관련된 미해결 문제에 대한 역사를 기술한 조민식의 [10]에 영향을 받아 저자는 핀슬러 기하학의 형성 과정의 역사에 대한 연구를 시작하였다. [31]에서 리만의 취임강연 [25]부터 핀슬러의 박사학위 논문 [16]에 이르는 괴팅겐에서 핀슬러 기하학이 탄생하게된 계기를 연구하여 단순히 논문 지도교수와 학생과의 가계도를 통하여 학문의 대물림을 파악하는 것이 아니라 논문의 참고문헌을 역 추적하는 방법으로 각 논문의 형성에 실질적으로 영향을 미친 바를 고려하여 핀슬러 기하학의 형성에 관여한 인물들의 학술적인 혈통을 파악하였다.

저자가 [33]에서 단절기(hiatus)라고 명명한 핀슬러의 [16] 이후 1992년 천의 [9]까지는 핀슬러 기하학의 연구가 두 번의 세계대전을 겪는 등의 국제 정세의 영향으로 매우 독특한 양상을 띄게 되었다. 이 시기에는 헝가리의 데브레첸, 루마니아의 이아시 그리고 일본에서 지리적으로 고립되어 핀슬러 기하학을 발전시켜 학파를 형성하게 된다. 저자는 [32]에서 베어왈트에서 시작된 헝가리 데브레첸 핀슬러 기하학파의 형성 과정을 연구하였고, [33]에서 이아시를 중심으로 한 루마니아 핀슬러 기하학파의 형성 과정을 연구하여 레비-치비타, 힐버트, 카르탕 등이 이들 학파의 형성에 직접적인 영향을 미쳤음을 밝혔다.

이 논문에서는 앞의 두 논문에서와 같은 방법을 이용하여 단절기에 일본에서 어떻게 핀슬러 기하학을 수용하게 되었는지를 외부자의 입장에서 밝혀본다. 수학 계보 프로젝트에서 볼 수 있는 것처럼 지도교수 중심의 형식적인 학맥 관계도를 만들어 보는 것도 일본 핀슬러 기하학파의 이해에 도움이 될 수 있는데 이 작업은 이 학파에 속한 내부자들의 몫이라고 생각한다. 다만 저자는 2021년까지 약 60년에 걸친 일본 핀슬러 기하학파의 발전 과정을 다른 논문에서 다룬다.

일본 핀슬러 기하학파의 전통은 마쭈모토 마코토(Matsumoto Makoto)에 의해 시작되었다는 것이 일반적인 시각이다. 마쭈모토는 1968년 일본 핀슬러 기하학회를 창립하고 연례적인 핀슬러 기하학 학술토론회를 시작하기 전부터 개인적인 소규모 세미나 그룹을 운영하고 있었지만 그가 핀슬러 기하학에 대해서 연구하기 시작한 계기는 알려져 있지 않다.

현재 일본 핀슬러 기하학파는 루마니아와 헝가리의 핀슬러 기하학파와 함께 삼각 체제를 이루고 있는데 루마니아의 핀슬러 기하학파는 라두 미론(Radu Miron, 1927-현재), 헝가리 핀슬러 기하학파는 오토 바르가(1927-62, Ottó Varga)에 의해 시작되었다고 본다. 그런데 저자는 [33]과 [32]에서 루마니아와 헝가리의 핀슬러 기하학파의 탄생은 적어도 1920년대로 거슬러 올라갈 수 있음을 보였다.

일본 핀슬러 기하학파가 마쭈모토에 의해서 시작되었다면 일본 핀슬러 기하학파의 탄생은 1960년대로 이보다 훨씬 후의 일이고 일본의 전통은 그들 고유의 것이 아니라 이미 핀슬러 기하학 연구에 기반을 완성하였던 루마니아나 헝가리 학자들과의 교류로 얻은 산물이라고 할 수 있다. 마쭈모토는 일본이 제2차 세계대전에 참전하여 패전국의 명예를 뒤집어 쓰게 되는 시기에 대학 교육을 받은 세대이기 때문에, 본인이 직접 해외 학자들과의 교류를 통하여 핀슬러 기하학을 접하게 되었다고 보기는 어렵다. 따라서 마쭈모토 이전에 일본에서 핀슬러 기하학을 연구하고 그에게 영향을 미친 학자들이 있음을 유추해 볼 수 있다. 이에 마쭈모토 이전 세대인 수학자 중 그에게 핀슬러 기하학에 관해서 연구하도록 영향을 미쳤을 만한 기하학자를 찾아 이들이 쓴 논문들의 관계를 조사하여 이들의 역할을 고찰해 보게되었다.

어떤 학문이든지 독립적인 연구자가 되기 위한 준비 과정을 거치는 동안 학문적으로 학

생에게 가장 큰 영향을 미칠 수 있는 사람은 박사학위 논문 지도교수이다. 3.3절에서 상술하듯이 마쭈모토의 교토 대학 박사학위 논문 지도교수였던 가니타니의 역할이 전혀 없었다고는 할 수 없지만 가니타니에게서 직접 핀슬러 기하에 대해서 배우거나 어떤 전통을 내려받았다는 증거는 없다. 오히려 본인의 주장처럼 이 분야에 관한 논문이나 책을 독학하여 스스로 대가가 되었다고 하는 편이 더 맞는 말이다. 그러나 저자는 마쭈모토에 한 세대 앞서는 야노와 가와구치가 여러 가지 면에서 그에게 영향을 미치게 되었다는 사실을 발견하였다. 루마니아 핀슬러 기하학과 헝가리 핀슬러 기하학과에 속한 학자들은 학문적 가계도가 선형일 뿐 아니라 그 영향이 직접적이어서 논문의 내용이나 참고 문헌을 통하여 수학적 가계도가 명확하게 나타나지만 일본 학자들은 대체로 참고 문헌을 인용하는 데 인색하여 수학적 가계도를 그려보려면 논문의 내용들을 다 확인해 보아야 한다. 특히 제2차 세계대전이 종전되기 전에는 일본 학자들이 일본어로 논문을 쓰기도 하였고 프랑스어나 독일어로도 논문을 썼기 때문에 논문을 조사하여 결과를 얻는 데 어려움이 있었다.

1969년 마쭈모토에 의해서 시작된 일본 핀슬러 기하학회의 학술토론회는 전세계적인 코로나 바이러스의 유행으로 학술토론회를 열지 못한 2020년을 제외하고 매년 개최되었다. 2021년 1월에는 2020년 학술토론회를 갈음하여 Zoom을 이용한 비대면 학술토론회를 진행하였는데 시간과 지리적 한계를 극복하고 핀슬러 기하학자들의 활동이 활발하지 않았던 국가의 학자들까지 다수 참가하여 핀슬러 기하학 연구가 더 세계적으로 광범위하게 퍼질 수 있는 계기를 제공하였다. 50여년에 걸친 일본 핀슬러 기하학회의 학술토론회의 역사는 일본 핀슬러 기하학 발전의 역사라고 할 수 있다. 초기에 핀슬러 공간의 접속에 대한 연구에서 시작하여 점차 고계 기하로 관심이 이동하였고 특별한 핀슬러 공간에 대한 연구로 발전하였다. 세월의 흐름에 따른 학술토론회에 참가하거나 발표하였던 학자들의 면면을 보면 핀슬러 기하학이 지난 50여년 동안 어떻게 흘러 갔는지를 알 수 있다. 시작 초기에는 일본 핀슬러 기하학회의 학술토론회가 마쭈모토의 개인 스터디 그룹의 성격을 띄고 있었는데 점차 참가하는 일본 학자들의 수가 늘어 났을 뿐만 아니라 국제적인 학회의 성격을 띄게 되었다. 그렇지만 외국인 학자들은 주로 헝가리나 루마니아 핀슬러 기하학과와 관계있는 사람들이었다. 일본 핀슬러 기하학회의 50여년의 역사는 핀슬러 기하학이 어떻게 발전해 왔는지를 잘 보여주고 50여년의 세월만큼 자료도 방대하기 때문에 이에 관한 논문도 일본 핀슬러 기하학과의 탄생에 관한 본 논문과 별도로 가치 있는 논문이 될 것이다.

미국수학회(American Mathematical Society)의 지원과 클레이 수학 연구소(Clay Mathematics Institute)의 보조금으로 노스 다코타 주립대학(North Dakota State University)에서 제공하는 수학 계보 프로젝트(Mathematics Genealogy Project) [35]를 이용하여 등장하는 인물들의 계보를 확인하였고 인물에 관한 정보는 인터넷 백과사전인 위키백과(Wikipedia) [38]과 맥튜터 수학사 기록 보관소(The MacTutor History of Mathemat-

ics Archive) [37]을 참조하였지만 일본에 관한 자료는 거의 없었다. 기본적인 논문의 연관성을 알아보기 위하여 논문은 미국수학회의 수학넷(MathSciNet)의 데이터 베이스 [36]을 이용하여 찾았다. 논문을 인용할 때는 참고 문헌에 기록하고 번호로 인용하였지만 문장 중간에 이해를 돕기 위해 책의 제목만이 필요한 경우 거듭인용표 《·》를 사용하여 책을 인용하였다.

이 논문에서 지명과 인명 등은 가능하면 원어 발음을 그대로 표기하되 그 발음이 알려져 있지 않을 때는 영어 발음을 사용하였고 각주에서는 학위를 받은 대학과 학위 논문의 제목 등을 해당 원어로 표기하였다. 외국어로 된 이름이나 지명 등이 처음 나왔을 때 한 번만 괄호 안에 관련된 모국어 표기를 덧붙였다. 일본 학자들의 이름은 영어 표기한 것도 익숙하기 때문에 영어로 표기하거나 외래어 표기법에 따라 한글로 표기하였다. 일본 지명도 영어나 일본어로 병기하되 한글로 표기할 때는 외래어 표기법에 따라 한글로 표기하되 위키백과(Wikipedia)를 참조하였다. 혼란을 피하기 위하여 동양 사람인 경우 아주 특별한 경우를 제외하고 성이 이름 앞에 오도록 하였다.

감사의 글 저자가 2018년과 2019년 여름 두 주씩 홋카이도를 방문한 것이 일본 핀슬러 기하학에 관한 자료를 수집하는 데 도움이 되었고 일본 핀슬러 기하학파의 역사에 관한 연구를 시작하는 계기가 되었다. 불행하게도 2020년에는 계획되어 있던 일본 방문이 전 세계적인 코로나 바이러스의 유행으로 취소되어 본 논문과 관련된 추가 조사 기회를 갖지 못한 것을 유감으로 생각한다. 논문이 매끄럽게 되도록 사소한 오류도 지적하여 주셨을 뿐만 아니라 좀 더 폭넓은 범위의 독자들이 이해할 수 있도록 서술하라는 심사위원들의 조언이 이 논문을 더 읽기 편하게 하는 데 도움이 되었다. 본 연구는 덕성여자대학교 2020년도 교내연구비 지원에 의해 수행되었다.

2 선행 연구

핀슬러 기하학은 미분기하학의 한 분야로 리만 기하학의 일반화라고 할 수 있지만 핀슬러(P. Finsler)가 카라테오도리(C. Carathéodory)의 지도 아래 1919년 괴팅겐 대학의 졸업 논문 [16]으로 《Curves and surfaces in general spaces (Über Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen)》를 제출하기까지 미분기하학자들의 관심권에서 벗어나 있던 분야이다. 사실 핀슬러 기하학의 역사는 리만 기하학의 역사만큼 오래 되었다. 리만 기하학의 시작이라고 할 수 있는 1854년 리만(B. Riemann)의 취임강연(Habilitationsvortrag)의 제목은 《On the hypotheses which underlie geometry (Über die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen)》이었는데 여기서 2차 형식

$$ds^2 = \sum_{i,j} g_{ij}(x) dx^i dx^j$$

로 정의되는 리만 계량과 이것에 의해 정의되는 리만 곡률을 소개하였다.

리만은 더 나아가 선소(line element) ds 로 4차 형식의 네제곱근도 언급하고 있는데 이것이 오늘날 핀슬러 계량이라고 부르는 것이다¹⁾. 리만은 계량이 양의 정부호인 것과 동차 성질을 갖는다는 사실만이 중요함을 인식하고 있었다. 리만은 더 나아가 핀슬러 계량이 기하학적으로 리만 계량과 다를 바 없고 단지 계산의 복잡성만 더할 뿐이기 때문에 더 이상 핀슬러 계량은 다루지 않는다고 하였다.

[31]에서 저자는 리만에 의한 핀슬러 기하학의 탄생(1854년 리만의 취임강연)에서부터 핀슬러가 1919년 괴팅겐 대학 졸업 논문 [16]을 쓰기 전까지 기간을 동면기(hibernation)라고 하였다. 테일러(J. Taylor)는 동면기에서 막 깨어난 시기에 핀슬러 기하학에 공헌한 미분기하학자 중의 한 사람이다. 핀슬러의 [16]에 영향을 받아 테일러는 1925년 당시 유행하고 있던 변분법²⁾을 이용하여 핀슬러 공간에서 정의되는 평행에 관한 논문 [28]을 미국수학회의 트랜잭션스(Transactions of American Mathematical Society)에 게재하였고 1927년 수학 연보(Annals of Mathematics Studies)에 게재한 [29]에서 핀슬러 계량이라는 용어를 처음 사용하였다.

저자는 핀슬러의 [16] 이후 1992년 천(S. S. Chern)의 [9]로 리만 기하학 분야의 주류 수학자들에게 그 중요성이 알려지기까지를 단절기(hiatus)라고 하였다. 70여년에 걸친 단절기에는 일부 국가의 기하학자들이 집단적으로 핀슬러 공간에서의 접속을 정의하고 이 접속을 이용하여 곡률 텐서를 계산하는 국소적 핀슬러 기하학의 연구에 집중하였고 곡률 텐서들이 특별한 성질을 갖는 예를 찾는 데 노력하였다. 이 단절기 기간에 핀슬러 기하학의 발전에 지대한 공헌을 한 국가들로 헝가리, 루마니아와 일본을 들 수 있는데 저자는 [32]에서 헝가리 핀슬러 기하학파가, [33]에서 루마니아 핀슬러 기하학파가 탄생한 배경에 대해서 연구하였다. 핀슬러 기하학이 이 기간에 세계사적인 관점에서 보았을 때 변방이라고 할 수 있는 이들 국가에서 집단적으로 연구하게 된 배경은 두 차례 세계대전을 겪게 되는 당시 유럽의 시대 상황과 맞물려 있다.

2.1 헝가리 핀슬러 기하학파의 탄생

베어왈트(L. Berwald)는 헝가리에서 태어나지는 않았고 체코의 프라하(Prague)에서 대부분의 시간을 보냈지만 헝가리 핀슬러 기하학파의 시조라고 할 수 있다. 베어왈트는 1883년

1) 실제로 리만이 언급한 리만 계량은 $F(x, \dot{x}) = \sqrt{\sum_{i,j} \dot{x}^i \dot{x}^j}$ 이다. 따라서 리만이 암시하였던 핀슬러 계량은

$$F(x, \dot{x}) = \sqrt[4]{\sum_{i,j,k,l} \dot{x}^i \dot{x}^j \dot{x}^k \dot{x}^l}$$
이다.

2) 핀슬러의 지도교수인 카라테오도리와 괴팅겐 대학에서 카라테오도리에 수학적 영향을 미친 힐버트(D. Hilbert)는 모두 변분법의 대가였다. 당시 힐버트나 카라테오도리의 위상을 고려하면 변분법이 유행한 것은 당연한 일이다. 카라테오도리의 공식적인 논문 지도교수는 민코프스키(H. Minkowski)이다.

체코(당시 보헤미아)의 프라하에서 태어났다. 1908년 독일 뮌헨의 루드비히-막시밀리안 대학(Ludwig-Maximilians-Universität München)에서 박사학위³⁾를 받고 귀국하여 고향인 프라하의 독일 대학(German University of Plague, 현재는 찰스 대학(Charles University))으로 돌아와 강사 생활을 시작하여 1924년 정교수가 되었다.

핀슬러에 앞서 현대적 의미에서 핀슬러 기하학을 최초로 시작한 사람이 베어왈트라고 할 수 있다. 베어왈트는 학위논문에서 핀슬러 계량이 주어진 공간의 접속과 평행의 개념을 도입하였는데 이 논문은 그가 졸업한 한참 후인 1926년(핀슬러의 학위논문은 1919년)에 [1]로 출간되었다. 이 업적은 카르탕이 접속의 일반적인 개념을 정립하고 이를 핀슬러 공간에 적용한 그의 논문 [7]이나 소책자 [8]이 나오기 훨씬 전의 것임을 고려할 때 베어왈트가 핀슬러 기하학의 발전에 독보적인 역할을 하였다고 할 수 있다. 베어왈트는 시대를 거슬러 카르탕의 핀슬러 기하학에 대한 현대적인 해석인 [7, 8]에 영향을 받아 1939년 핀슬러 기하학에 관한 논문 [2]를 썼는데 이 논문은 카르탕의 70회 생일을 기념하여 그에게 헌정되었다. 이후 핀슬러 공간과 카르탕 기하에 관한 연속적인 4편의 논문 [3, 4, 5, 6]을 썼는데 이 중 [5, 6]은 수학 연보(Annals of Mathematics)에 실렸다. 이 중 [6]은 사후에 출간된 논문이다⁴⁾. 핀슬러 기하학에 대한 베어왈트의 업적과 베어왈트와 카르탕이 주고 받은 학문적 영향은 더 연구해 볼 가치가 있다.

베어왈트는 건강상의 이유로 박사학위 후 취임논문이나 취임강연을 하지 못하고 고향 프라하로 돌아와 픽(Georg Alexander Pick)⁵⁾의 도움으로 독일 대학에서 강사 생활을 시작할 수 있었다. 나치 독일이 1939년 체코슬로바키아를 침공한 이후 1941년 폴란드의 유대인 수용 캠프인 우즈 게토(Lódz Ghetto)로 추방되어 1942년 여기서 병사하였다. 베어왈트의 건강 문제와 당시의 시대적 상황 때문에 베어왈트가 카르탕과 대면할 기회는 없었지만 핀슬러 기하학 분야에 먼저⁶⁾ 뛰어든 베어왈트가 후대의 카르탕의 영향을 받아 역사의 회오리에 휘말리면서도 현재의 관점에서 보아도 훌륭한 업적을 남겼다.

저자는 [32]에서 베어왈트가 학자로서의 생애의 대부분을 체코의 프라하에서 보냈지만

- 3) 그의 박사학위 논문 제목은 Krümmungseigenschaften der Brennflächen eines geradlinigen Strahlensystems und der in ihm enthaltenen Regelflächen이다.
- 4) 사후에 출간된 논문은 모두 5편으로 Nederl. Akad. Wetensch. Proc.에 1편, Acta Mathematica에 2편, Annals of Mathematics에 2편이 게재된 것으로 보아 베어왈트의 업적이 사후에 더 평가를 받은 것으로 볼 수 있다.
- 5) 픽은 1927년 은퇴하고 고향인 빈으로 돌아가면서 독일 대학의 학과장 직을 베어왈트에게 물려주었다. 후에 베어왈트의 핀슬러 공간과 카르탕 기하에 관한 연속적인 4편의 논문 중 두 번째 편 [4]는 픽의 80회 생일 기념으로 헌정되었다. 픽은 독일 대학 수학과와 학과장으로 재직 중이던 1911년 아인슈타인을 수리물리학 교수로 임명하고 그에게 리치(Gregorio Curbastro Ricci)와 레비-치비타(Tullio Levi-Civita)의 절대 미분을 가르쳤는데 1915년 아인슈타인은 이를 이용하여 일반 상대성이론을 공식화하는 데 성공하였다. 픽은 1938년 나치 독일이 오스트리아를 강제로 합병한 이후 빈에서 프라하로 돌아올 수밖에 없었는데 1942년 체코의 테레진(Therézín) 나치 강제 수용소에 수용된 후 두 주 만에 사망하였다. 나치 독일의 유대인 박해를 피해 미국으로 탈출할 수 있었던 바일, 아인슈타인, 괴델의 운이 픽과 베어왈트에게는 없었다.
- 6) 베어왈트의 박사학위는 1908년, 핀슬러의 박사학위는 1918년, 카르탕의 핀슬러 기하학에 관한 논문은 1934년에 나왔다.

그의 제자인 바르가(Ottó Varga)가 1933년 체코 프라하의 독일 대학에서 핀슬러 기하학에 대한 논문으로 박사학위⁷⁾를 받은 후 헝가리 데브레첸의 첫 번째 수학과 교수가 되었고 랍크사(András Rapcsák)와 타마시(Lajos Tamássy) 등 2대에 걸친 핀슬러 기하학자를 데브레첸 대학에서 배출하였기 때문에 비록 베어왈트가 데브레첸과는 직접적인 관련이 없지만 헝가리 데브레첸⁸⁾ 핀슬러 기하학파의 시조라고 보았다. 바르가가 체코의 프라하를 떠나 헝가리 데브레첸에 정착하게 된 원인은 나치 독일의 유대인 박해이다. 박사학위를 받은 후 체코 프라하의 독일 대학에서 베어왈트의 조수로 지내던 바르가는 베어왈트가 1941년 우즈 게토로 추방되는 등 연구할 여건이 되지 않자 고향인 헝가리로 돌아갈 수 밖에 없었다. 바르가는 카르탕과 비슷한 시기에 핀슬러 기하학에 관해 연구하였는데 기하학뿐만 아니라 수학의 여러 분야에서 당대 최고의 수학자라고 여겨지던 카르탕의 한계를 극복하지 못하였고 논문도 지역 논문집에 출간할 수밖에 없었다. 그러나 데브레첸 대학에서 2대에 걸친 핀슬러 기하학 전공 학자를 배출하여 헝가리 핀슬러 기하학파를 형성한 것은 평가할 만하다.

2.2 루마니아 핀슬러 기하학파의 탄생

미론이 루마니아 핀슬러 기하학파의 창시자라고 하는 것이 일반적인 시각이지만 미론의 이런 업적은 이아시 대학(University of Iasi)의 선대 수학자들의 노력 없이는 이루어질 수 없었다. 따라서 저자는 [33]에서 루마니아 핀슬러 기하학파의 창시자를 미론의 지도교수였던 하임모비치(Mendel Haimovici)라고 주장하였다. 더 거슬러 올라가 이아시 대학 수학과 창설자 중의 한 사람인 알렉산드루 밀러(Alexandru Myller)도 루마니아 핀슬러 기하학파의 탄생을 이바지했다고 주장하였다.

밀러는 1906년 독일 괴팅겐에 유학하여 힐버트의 지도로 박사학위⁹⁾를 받고 귀국하여 이아시 대학 수학과 교수가 되었다. 밀러의 조수로 있던 하임모비치는 1931년 이아시를 방문한 카르탕을 처음 만나 당시 막 싹을 틔우려던 카르탕의 외미분계 이론을 알게 되었다. 하임모비치는 1933년 이태리 로마 대학에서 레비-치비타의 지도로 박사학위¹⁰⁾를 받았으나 당시 유럽을 휩쓸고 있던 유대인 박해의 영향으로 제2차 세계대전이 끝날 때까지 안정적으로 연구를 수행할 수 없었지만¹¹⁾ 카르탕의 외미분계 이론을 핀슬러 기하학에 적용한 외미분계 이론의 수행자¹²⁾

7) 그의 박사학위 논문 제목은 On Finsler spaces이다.

8) 시간이 더 흐르면 데브레첸 대학에서 학위를 받고 헝가리 전국으로 퍼진 교수들의 학생들이 핀슬러 기하학자가 될 가능성은 남아있지만 현재 헝가리 핀슬러 기하학파를 헝가리 데브레첸 핀슬러 기하학파라고 부르는 것이 더 타당하다.

9) 박사학위 논문 제목은 Gewöhnliche Differentialgleichungen höherer Ordnung in ihrer Beziehung zu den Integralgleichungen이다.

10) 박사학위 논문 제목은 Sur l'écoulement des liquides pesants dans un plan vertical (On the Flow of Heavy Liquids in a Vertical Plane)으로 당시 레비-치비타가 관심을 갖고 있던 역학 분야이다.

11) 유대인이라는 이유로 1940년 대학에서 축출 당했었다.

12) 카르탕의 외미분계 이론의 창조자이다.

였다고 할 수 있다.

미론은 하임모비치의 첫 학생으로 이아시 대학에서 1956년 박사학위¹³⁾를 받았다. 미론은 지도교수인 하임모비치를 통해 이어받은 카르탕의 아이디어를 기하학의 여러 분야에 적용하였는데 그의 수학적 업적은 양적으로 풍부할 뿐 아니라 질적으로도 매우 뛰어나다. 미론의 수학적 기여 중 가장 중요한 것 중의 하나는 1974년 베어왈트와 무어(A. Moór)의 업적을 일반화하여 n -차원 핀슬러 공간에 정규직교 틀(orthonormal frame)이 존재함을 보인 것이다. 이것은 리만 기하학의 정규직교 틀을 일반화한 것으로 핀슬러 기하학보다 계산이 훨씬 간단한 리만 기하학에서도 계산을 쉽게 할 수 있게 해주는 유용한 도구이다. 마쥬모토는 핀슬러 기하학에 관한 최초의 교과서 중 하나라고 할 수 있는 [23]의 §27에서 이 틀을 소개하고 미론 틀(Miron frame)이라고 하였다.

미론의 수학적 업적 중 특별한 점은 핀슬러 기하학에서 사용되는 테크니클 고계 기하, 일반화한 라그랑주 공간의 기하, 동역학, 물리학 등 다방면으로 응용하여 핀슬러 기하학의 지평을 넓혔다는 점이다. 뿐만 아니라 후학들이 연구를 시작할 수 있도록 이 분야의 연구 업적을 통합적인 방법으로 집대성하여 단행본을 다수 출간하였다. 출간 당시 핀슬러 기하학에 관한 단행본이 거의 없었음을 고려할 때 이 책들이 특히 이 분야에 대한 연구를 막 시작하려는 사람들에게 미친 영향은 매우 크다고 할 수 있다. 이들 단행본들은¹⁴⁾ 정해진 주제를 독립적으로 서술하고 있는데 책이 출간될 당시 유행하고 있던 분야를 반영하고 있기 때문에 핀슬러 기하학 연구의 흐름을 볼 수 있다.

미론은 이런 수학적 업적에 더해 행정가로서도 능력도 뛰어나다. 국제 핀슬러 기하학 세미나(International Seminar of Finsler Geometry)를 1980년부터 격년으로 개최하고 프로시딩(Proceeding)을 발간하고 있다. 따라서 루마니아 핀슬러 기하학파의 역사는 헝가리나 일본 핀슬러 기하학파의 역사보다 잘 기록되어 있다. 또 미론은 1994년 그리스에서 발칸 기하학회(Balkan Society of Geometers)를 창립하였고 이 학회의 논문집인 《Balkan Journal of Geometry and Its Applications》의 창립 편집위원이다. 이 논문집은 1996년부터 연2회

13) 박사학위 논문으로 제목은 The Problem of the Geometrization of the Nonholonomic Mechanical System 이다.

14) 《The Geometry of Lagrange Spaces: Theory and Applications》 with M. Anastasiei, Kluwer Academic Publishers, 1994
 《Vector Bundles. Lagrange Spaces. Applications to Relativity》 with M. Anastasiei, Geometry Balkan Press, 1997
 《The Geometry of Higher-Order Lagrange Spaces. Applications to Mechanics and Physics》 Kluwer Academic Publishers, 1997
 《The Geometry of Higher-Order Finsler Spaces》 Hadronic, 1998
 《The Geometry of Lagrange and Hamilton spaces》 with D. Hrimiuc, H. Shimada and V. S. Sabau, Kluwer Academic Publishers, 2001
 《The Geometry of Higher-Order Hamilton Spaces: Applications to Hamiltonian Mechanics》 Kluwer Academic Publishers, 2003
 《Finsler-Lagrange Geometry. Applications to dynamic systems》 with I. Bucătaru, Romanian Academy of Sciences, 2007

발행되는데 핀슬러 기하학에 국한하지 않고 국소적 미분기하, 대역적 미분기하, 다양체상의 위상수학, 리 군론, 다양체상의 미분방정식, 대역적 해석학, 다양체상의 최적화 문제, 수리 물리학 등 다양한 분야의 기하학 논문을 게재하고 있다.

이아시 대학에서 미론은 핀슬러 기하학과 관련된 전공을 한 박사학생 16명을 배출하였는데 이들 학생의 국적은 루마니아뿐 아니라 헝가리, 일본, 이태리, 베트남 등으로 다양하다. 현재 일본 핀슬러 기하학회에서 주도적인 활동을 하고 있는 아이코우(T. Aikou)¹⁵⁾와 사바우(S. Sabau)¹⁶⁾도 미론의 학생이다¹⁷⁾. 아나스타시예이(M. Anastasiei)¹⁸⁾는 미론의 첫 박사학생인데 그도 9명의 박사학생을 배출하였다. 루마니아 핀슬러 기하학파의 창시자가 하임모비치라고 하더라도 폭발적인 성장을 한 것은 미론과 아나스타시예이 대에 들어서이다.

3 본론

2.1절과 2.2절에서 알 수 있듯이 헝가리나 루마니아에서 핀슬러 기하학파가 탄생하게 된 계기는 학자들 간의 직접적인 교류에 의한 것이었다. 19세기 말과 20세기 초 유럽에서 수학 특히 기하학 분야가 발달했던 프랑스, 독일, 이태리로 유학 갔던 학생이 박사학위를 받고 귀국하여 당시 정치적 상황에 의해 지리적으로 고립되어 몇 세대에 걸쳐 한 분야만을 집중적으로 연구한 것이 학파 탄생의 계기가 되었다. 일본은 이들 국가들과는 달리 지리적으로 떨어진 아시아 변방의 섬나라이고 수학이라는 학문 자체가 서양의 것이기 때문에 서양 학문인 수학을 수용하는 방법이 서구의 그것과는 다를 수 있다.

저자는 마쥬모토가 쓴 논문의 내용의 흐름과 참고 문헌을 조사하여 그에게 핀슬러 기하학을 연구하게 된 계기를 제공할 만한 주변 인물을 찾아보았다. 학문적으로 가장 직접적인 영향을 미칠 수 있는 사람이 보통 박사학위 논문 지도교수인데 마쥬모토의 지도교수인 가니타니(Joyo Kanitani)는 사영 미분기하학의 대가였고 마쥬모토가 핀슬러 기하학 분야의 최초 논문 [21]을 1960년에 썼음을 고려할 때 마쥬모토가 핀슬러 기하학으로 연구의 방향을 바꾼 데에 지도교수인 가니타니가 미친 영향은 제한적이라고 할 수 있다.

마쥬모토보다 앞선 시대의 수학자로서 마쥬모토에게 직접 또는 간접적으로 영향을 미칠 만한 수학자로 야노와 가와구치가 있다. 이들이 쓴 논문의 연관성을 조사하여 마쥬모토가 핀슬러 기하학을 수용하게 된 계기를 찾아보았다.

15) 일본 가고시마 현의 가고시마 대학 교수이다.

16) 일본 홋카이도의 삿포로 시의 도카이 대학 교수이다.

17) 현재 일본 핀슬러 기하학회의 핀슬러 기하학 학술토론회가 가고시마 시와 홋카이도에서 자주 열리고 있다.

18) 1977년 박사학위를 받았다. 박사학위 논문의 제목은 Remarkable Geometric Structures on Infinite Dimension Manifolds이다.

3.1 야노

야노 겐타로(Yano Kentaro)는 1912년 3월 1일 도쿄에서 태어나 1993년 12월 25일 사망하였다. 1931년 도쿄 대학(당시 도쿄 제국대학)에 입학하여 1934년 대학 졸업 후 도쿄에서 연구와 강의를 병행하였다. 프랑스 정부의 장학금으로 1936년 파리 대학(Université de Paris)에 유학하여 1938년 카르탕을 지도교수로 하여 박사학위를 받았다¹⁹⁾. 야노는 프랑스에서 귀국 후 1939년 도쿄 제국대학에서도 학위를 취득하였다²⁰⁾.

리치(Curbustro Gregorio Ricci)와 레비-치비타(Tullio Levi-Civita)에 의해 정립된 절대 미분(Absolute Differentiation)의 개념과 카르탕의 학생인 에레스만(Charles Ehresmann)²¹⁾에 의해 구체화된 카르탕의 접속 이론에 대한 거친 아이디어는 20세기 중반 이후 미분기하학이 폭발적으로 발전하는 데 중요한 역할을 하게 된다. 저자는 [30]에서 리치와 레비-치비타에 의한 절대 미분(Absolute Differentiation)의 개념의 정립에 관한 역사적 고찰을 시도한 바있다.

야노는 1938년 귀국하여 도쿄 공대의 교수가 되어 생애의 전반을 여기서 보내게 된다. 1939년 발발한 제2차 세계대전으로 인하여 전쟁이 끝나는 1945년까지 일본에서 고립된 가운데 연구를 수행하게 된다. 이 기간의 중요한 업적으로 1947년 출간한 《접속의 기하학(接續の幾何學)》이 있다. 접속 이론에 대한 현대적인 해석의 고전이라고 할 수 있는 고바야시(Shoshichi Kobayashi)와 노미즈(Katsumi Nomizu)의 《Foundations of Differential Geometry》의 제1권이 1963년에 출간된 것을 고려하면 일본 수학자들은 야노를 통해 카르탕의 접속 이론을 논문이 아닌 책의 형태로 이룬 시기에 접할 수 있었음을 알 수 있다. 3.2 절에서 살펴보게 될가와구치는 이 책이

접속의 개념을 기하학적으로 해석한 카르탕의 업적을 가능한 한 쉽고 명쾌하게 설명하고 있을 뿐 아니라 새로운 기하학 분야와의 관계를 명확하게 해주고 있다.

고 하였다. 여기서 새로운 분야라고 함은 그가 관심을 가지고 있던 핀슬러 기하학이다. 야노는 핀슬러 기하 문제에도 일반적인 접속 이론을 교묘하게 적용할 수 있음을 발견하고 E. T. David와 공동으로 [11, 12, 13]을 썼다.

야노는 핀슬러 기하학 분야에서 그의 스승인 카르탕의 업적에 버금가는 발견을 하였다. 즉,

19) 학위 논문의 제목은 Les espaces à connexion projective et la géométrie projective이다. 이 박사학위 논문은 루마니아 이사의 Al. I. Cuza 이사가 대학에서 발행하는 논문집에 실렸다. Analele S tiin tifice ale Universita' tii "Al. I. Cuza" din Ias i, vol. 24, pp. 395-464. 루마니아 이사의 Al. I. Cuza 이사가 대학은 루마니아 핀슬러 기하학파의 탄생지이고 루마니아 핀슬러 기하학파의 시조들은 카르탕과 관련이 있다

20) 학위 논문의 제목은 Sur la théorie des espaces à connexion conforme이다. 외국에서 학위를 받더라도 다시 일본에서 학위를 받는 것이 당시에는 이상한 일이 아니었다.

21) 에레스만은 1934년 파리 고등사범학교(École Normale Supérieure Paris)에서 카르탕의 지도로 박사학위를 받았다. 에레스만은 미분기하학자이기보다는 위상수학자로 더 잘 알려졌는데 그의 박사학위 논문 Sur la topologie de certains espaces homogènes도 위상수학에 관한 것이다.

핀슬러 공간의 접다발의 접다발(2중 접다발) $T(TM)$ 에 리만 기하학의 방법론을 적용하면 핀슬러 기하학의 곡률 텐서들을 체계적으로 설명할 수 있다는 사실을 알게 되었다. 2중 접다발 $T(TM)$ 은 수직다발 \mathcal{V} 과 수평다발 \mathcal{H} 을 이용하여

$$T(TM) = \mathcal{H} \oplus \mathcal{V} \quad (1)$$

로 분해할 수 있는데 여기서 수직다발 \mathcal{V} 는 접다발 $TM \rightarrow M$ 에 의해서 결정되고 $\mathcal{V} \approx TM$ 이다. 이때 식 (1)을 만족하는 수평다발 \mathcal{H} 의 선택이 핀슬러 기하학의 비선형 접속이다. 이런 아이디어들이 일본 핀슬러 기하학자들의 초기 연구의 방향 정립에 지대한 영향을 미쳤다.

야노는 핀슬러 기하학의 곡률 텐서들을 해석하는 데 사용하였던 2중 접다발 개념을 이용하여 더 일반적인 기하학 문제의 해결을 시도하였다([24] 참조). 야노는 이 아이디어를 집대성하여 이시하라(Shigeru Ishihara)와 함께 [34]를 출간하였다. 이 책의 서문에서 야노는 이 이론이 미분기하학의 새로운 영역이 될 수 있고 새로운 방법론을 제시할 수 있다고 하였다.

The authors believe that differential geometry of tangent and cotangent bundles is a new and very fruitful domain of differential geometry, not only because the theory allows a clear insight to classical results but also provides many new problems in the study of modern differential geometry. Consequently, the authors would like to sum up the results on tangent and cotangent bundles known so far in order to give a bird's-eye view of the theory to the readers and to encourage them to participate in the study of this new branch of an old discipline.

특히 제7장에서 접다발의 비선형 접속을 다루고 있는데 6쪽(pp. 218–222)에 걸쳐 핀슬러 계량이 주어진 경우 비선형 접속을 계산하고 이것과 카르탕 접속과의 관계(p. 222, 식 (4.19))를 구하였다.

3.2 가와구치

가와구치 아키후구(Kawaguchi Akitsugu)는 1902년 4월 8일 일본 구마모토 현에서 태어나서 1984년 7월 30일 사망하였다. 1922–1928년 도호쿠 제국대학에서 학부 과정과 대학원 과정을 수학하고 1928년부터 2년간 일본 문부성의 후원으로 독일, 이태리, 인도, 미국 등지에서 연구한 후 1930년 귀국하여 홋카이도 제국대학의 자연과학부를 신설하는 데 공헌하였고 1932년 이 대학 수학과와 정교수가 되어 1966년 은퇴할 때까지 수학과가 발전하는 데 노력하였다.

그의 첫 연구 주제는 사영 미분기하학 분야였는데 1927–1931년에 이 분야의 논문 20여편을 발표하였다. 1931–1937년에는 평행 이론과 일반적인 접속에 대하여 연구하였는데 [17]과 [18]은 핀슬러 기하학에 관한 논문들이다. 이런 이유로 가와구치를 일본 핀슬러 기하학파의

창시자 중의 한 사람이라고 할 수 있다.

1937-1944년에는 핀슬러 기하학을 일반화한 고계 기하에 대해서 연구하였는데 이 분야는 후에 루마니아의 미론(Radu Miron)과 그의 제자들에 의해서 더욱 발전하게 되었고 일본 핀슬러 기하학자들과 루마니아 핀슬러 기하학자들이 활발하게 교류하는 계기를 제공하였다.

[19]에서 호의 길이가

$$s = \int \{A_i(x, \dot{x})\dot{x}^i + B(x, \dot{x})\}^{1/p} dt$$

로 주어진 공간의 기하에 대해서 논하였는데 이 논문이 고계 기하학에 관한 연구의 시작이다.

리만 기하학은

$$F(x, \dot{x}) = \sqrt{\sum_{i,j} g_{ij}(x) \dot{x}^i \dot{x}^j}$$

으로 정의되는 리만 계량 F 가 주어진 리만 다양체에 관한 연구를 하는 분야이다. 이 리만 계량을 일반화하여 리만 계량 F 의 계수 g_{ij} 가 변수 x 뿐 아니라 \dot{x} 에도 의존하게 되는 경우 즉,

$$F(x, \dot{x}) = \sqrt{\sum_{i,j} g_{ij}(x, \dot{x}) \dot{x}^i \dot{x}^j}$$

인 경우 F 를 핀슬러 계량이라고 한다. 따라서 핀슬러 계량이 리만 계량의 일반화이다.

고계 기하의 계량은 핀슬러 계량을 좀 더 일반화하여 계량 F 가 $x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots$ 에 의존하는 경우이다. 예를 들어 2계 기하인 경우 계량 F 는

$$F(x, \dot{x}, \ddot{x})$$

형태이다. 이런 계량이 주어진 공간을 가와구치 공간이라고 한다.

가와구치는 핀슬러 공간과 이를 일반화한 가와구치 공간에 대한 자신의 학문적 업적에 더하여 후학들이 이 분야에 대해서 더 연구할 수 있는 외부적인 토대를 세웠다. 홋카이도 제국 대학 수학과²²⁾는 일본 핀슬러 기하학자들의 거점 역할을 하였고 홋카이도²³⁾ 전역에 핀슬러 기하학자가 퍼질 수 있도록 하였다. 1969년에 시작된 일본 핀슬러 기하학 학술토론회의 개최지를 살펴보면 마쥬모토가 재직하였던 교토 대학과 더불어 홋카이도 대학과 가고시마 대학이 일본에서 이 분야의 발전의 주요 거점이 되고 있음을 알 수 있다.

가와구치의 주요 업적 중 하나는 텐서 학회(Tensor Society)를 창설한 것이다. 두 번의 세계 대전 사이인 1920-1939년에 일본 수학은 양적으로도 성장하여 이들 수학자들이 공동 연구할 수 있는 연구 기관이 필요하게 되었다. 1939년 홋카이도의 도청 소재지이자 최대 도시인 삿포

22) 홋카이도 대학 수학과 홈페이지에 의하면 본 논문과 관련이 있는 약사는 다음과 같다.

1918년 4월 홋카이도 제국대학이 설치

1930년 4월 학부에 수학과 설치

1932년 4월 W. Blaschke 교수 강의

1938년 텐서 학회의 기관지 《Tensor》 창간

1948년 7월 《Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University, Mathematics》 간행

1972년 4월 《Hokkaido Mathematical Journal》 간행

23) 홋카이도는 일본 최북단의 섬으로 면적이 83,454 km²이다. 한국(한반도 남쪽)의 면적이 100,210 km²인 것을 고려하면 굉장히 큰 섬이다.

로에서 텐서 학회를 창립하고 기관지인 《텐서(Tensor)》를 발간하였다. 제2차 세계대전 이전에는 국내 논문집의 역할만을 하여 일본어로 논문을 출간하였으나 종전 후 국제화되어 외국인 편집인이 있을 뿐 아니라 대체로 영어로 된 논문을 게재하고 있다. 현재 도쿄 근처 가나가와 현 지가사키에 세운 가와구치 연구소(Kawaguchi Research Institute)에서 텐서 학회의 사무와 논문집 텐서의 출간을 담당하고 있는데 가와구치의 아들인 가와구치 토모아키(Kawaguchi Tomoaki)와 가와구치 히로아키(Kawaguchi Hiroaki)가 이 연구소를 운영하고 있다.

3.3 마쥬모토

마쥬모토 마코토(Matsumoto Makoto)는 1920년 8월 1일 일본 교토에서 출생하여 2005년 1월 23일 사망하였다. 마쥬모토는 1944년 교토 제국대학(Kyoto Imperial University, 현재 교토 대학(Kyoto University))을 졸업하고 가니타니(Joyo Kanitani)를 지도교수로 하여 1954년 박사학위를 취득하였다. 제2차 세계대전 종전 후 교토에 소재한 도시샤 대학(Doshisha University)²⁴⁾ 학생들을 가르치기 시작하였고 1950년 교토 대학 교수가 된 이후 1984년 은퇴할 때까지 학자로서의 전 생애를 교토에서 보냈다.

마쥬모토의 지도교수인 가니타니는 일본에서 사영 미분기하학을 창립한 대가였다. 사영 미분기하학은 사영군에 대하여 불변인 성질을 연구하는 미분기하학의 한 분야로 클라인(F. Klein)의 에를랑겐 프로그램(Erlangen Program)과 리만 기하학이 혼합된 분야라고 할 수 있다. 미분기하학에 대한 포괄적인 이론이 정립되기 전인 1890년경 한 세대에 걸쳐 다부(J. G. Darboux), 할펜(G. H. Halphen), 윌진스키(E. J. Wilczynski), 봄피아니(E. Bompiani), 푸비니(G. Fubini), 체흐(E. Čech) 등이 사영 미분기하학을 연구하였으나 현대적인 관점에서 이 분야 연구의 시작은 카르탕이 사영 접속 이론을 개발한 이후이다. 야노, 가와구치와 마쥬모토는 카르탕의 직간접적인 영향으로 사영 미분기하학의 연구에서 시작하여 핀슬러 기하학으로 이 이론을 확장하였다.

마쥬모토는 1952년경 지도교수의 추천으로 아이젠하트(Luther P. Eisenhart)의 최신 논문 [14], [15] 등을 읽고 카르탕의 소책자 [8]를 공부할 필요를 느꼈다²⁵⁾. 핀슬러 기하학을 더 잘 이해하기 위해서 변분법을 공부하여 카르탕의 방법을 핀슬러 기하학에 적용하여 4개의 공리를 이용하여 핀슬러 접속을 서술하였다. 이 접속을 마쥬모토 접속이라고 한다. 마쥬모토의 이런 아이디어를 활용하면 이미 알려진 베어왈트의 접속이나 카르탕의 접속뿐만 아니라 새롭게 알려진 하시구치 접속, 천-룬트 접속 등도 공리를 이용하여 정의할 수 있고 이들 사이의 관계도 밝힐 수 있다.

마쥬모토의 업적 중 가장 중요한 것은 핀슬러 기하학에 관한 기본서 [23]을 저술한 것이다.

24) 간사이 지방의 4대 명문 사립 대학 중 하나이다.

25) [22] 서문 참조

이 책이 출판되기 이전에 핀슬러 기하학에 관한 서적으로는 1959년에 출간된 룬트(H. Rund)의 [26]이 유일하였지만, 접근 방법이 19세기의 국소적인 텐서 계산에 의존하고 있기 때문에 이 방법론에 익숙하지 못한 현 세대 기하학자들에게는 매우 난해한 책으로 알려져있다. 마쥬모토의 [23]은 방대한 참고 문헌과 찾아 보기를 포함하여 7개의 장(43개의 절)으로 구성된 344 쪽 분량의 영어로 된 단행본으로 1986년 일본 가이세이샤(Kaiseisha)에서 출간되었다. 이 책은 현대적 관점인 파이버 번들 위에서 정의된 접속 이론을 기반으로 내용을 전개하기 때문에 미분기하학과 리만 기하학에 관한 기초적인 지식을 갖추면 누구나 쉽게 접근할 수 있다.

마쥬모토는 2003년 핀슬러 기하학의 기본 교과서라고 할 수 있는 [23]을 양과 질적인 면에서 뛰어넘을 수 있는 수준의 논문을 발표하였다. 마쥬모토의 공동 연구자 중의 한 명인 안토넬리(P. L. Antonelli)가 전 세계 핀슬러 기하학자의 여론을 수렴하여 2003년 2권 총 1,437쪽으로 된 《Handbook of Finsler Geometry, Kluwer Academic Publishers》을 출간하였다. 이 책은 총 11파트로 구성되어 있는데 각 파트를 저자들이 특정한 주제를 선정하여 독립적인 관점으로 핀슬러 기하학을 현대적인 용어로 설명하고 있다. 이 책의 11개의 파트 중 내용이 가장 방대한 것이 마쥬모토가 쓴 제8 파트(pp. 559–966) 《Finsler Geometry in the 20th-Century》이다. 이 파트는 내용과 분량으로 보아 한 권의 단행본으로 출간되는 것이 나왔을 것 같다.²⁶⁾ 《Finsler Geometry in the 20th-Century》는 1986년 [23]이 출판된 후 그때까지 얻을 수 있었던 새로운 결과들과 문제들을 최신 관점에서 조망할 수 있는 논문으로 6개의 장으로 구성되어 있는데 핀슬러 공간의 접속을 논한 제2장을 제외하고 나머지 5개 장에서는 핀슬러 다양체의 구체적인 예를 설명하고 있다. 6개 장의 제목을 보면 40여년에 걸친 연구 결과 마쥬모토의 관심이 특별한 핀슬러 다양체의 예를 찾는 것으로 바뀌고 있다는 것을 알 수 있다. 이 논문이 마쥬모토 자신의 핀슬러 기하학에 대한 마지막 기여로 [23]과 함께 핀슬러 기하학을 연구하는 학자들에게 상호 보완 역할을 하는 지침서가 되고 있다.

마쥬모토는 1960년대 초 핀슬러 기하학에 관한 연구를 시작할 때는 주로 핀슬러 공간에 정의되는 여러 가지 접속의 국소적인 성질에 관해서 연구하였다. 이런 방법론을 토대로 1970년대 이후에는 특별한 핀슬러 공간의 예를 구하는 데 관심을 가졌으나 만족할 만한 결과를 얻지 못했고 아직도 미해결 문제로 남아있는 것들이 있다. 마쥬모토는 구체적인 계산이 가능한 (α, β) -계량에 특별히 관심을 기울였다. (α, β) -계량은 리만 계량

$$\alpha = \sum_{i,j} a_{ij}(x) dx^i dx^j$$

와 핀슬러 다양체 위에서 정의된 1-형식

$$\beta = \sum_i b_i(x) dx^i$$

에 의해 정의되는 특별한 핀슬러 계량이다. 잘 알려진 (α, β) -계량에는

26) 이유를 알 수 없지만 마쥬모토가 쓴 제8 파트는 책의 1권과 2권에 나뉘어져 있다.

- 랜더스(Randers) 계량: $F = \alpha + \beta$
- 크로피나(Kropina) 계량: $F = \alpha^2/\beta$,
- 마쥬모토(Matsumoto) 계량: $F = \alpha^2/(\alpha - \beta)$

등이 있다. 《Finsler Geometry in the 20th-Century》의 제6장에서 이런 형태의 계량에 대해서 자세히 다루고 있다.

핀슬러 기하학이 리만 기하학보다 어려운 이유 중의 하나는 리만 계량이 아닌 핀슬러 계량을 이용한 텐서 계산이 쉽지 않다는 점이다. 또 핀슬러 계량에 의해 정의되는 곡률 텐서에 어떤 제한 조건을 가할 경우 핀슬러 계량이 처음부터 리만 계량이 되어버리는 경우가 많다. 따라서 리만 기하학이 아닌 핀슬러 기하학 고유의 기하학적인 결과를 얻을 수 있는 예를 찾기 어렵다. 이런 이유로 핀슬러 기하학 고유의 대역적 결과를 얻는 것도 중요하지만 리만 계량이 아닌 특별한 핀슬러 계량의 예를 찾는 것도 중요한 문제이다.

전통적으로 핀슬러 공간의 특별한 경우들로 베어왈트(Berwald) 공간 \mathcal{B} , 랜즈버그(Landsberg) 공간 \mathcal{L} , 더글러스(Douglas) 공간 \mathcal{D} 가 잘 알려져 있는데 이 공간들 사이에

$$\mathcal{B} \subset \mathcal{L}, \quad \mathcal{B} \subset \mathcal{D}, \quad \mathcal{L} \cap \mathcal{D} = \mathcal{B}$$

가 성립함을 마쥬모토가 보였다. 그렇지만 아직 베어왈트 공간이 아닌 랜즈버그 공간이 존재하는지는 모르고 있다²⁷⁾. 베어왈트 계량이 아닌 랜즈버그 계량을 찾는 문제는 핀슬러 기하학의 중요한 문제 중의 하나로 유니콘 문제(Unicorn Problem)²⁸⁾라고도 한다.

마쥬모토는 평생 핀슬러 기하학에 관하여 연구하여 뛰어난 업적을 남긴 수학자일 뿐만 아니라 주변의 사람들을 조직하여 일본에서 핀슬러 기하학 분야가 발전하는 데 큰 공헌을 한 유능한 행정가이기도 하였다. 1960년대 초 교토 그룹이라고 불렸던 개인 스터디 그룹을 확장하여 1969년 일본 핀슬러 기하학회를 창립하고 제1회 핀슬러 기하학 학술토론회를 개최하였다. 2005년 사망할 때까지 마쥬모토는 학회와 학술토론회에서 주도적인 역할을 하였다. 이 학술토론회는 2020년 전세계적인 코로나 바이러스의 유행으로 열 수 없었던 학술토론회를 2021년 1월 Zoom으로 비대면 회의를 진행한 것으로 같음하면 지금까지 한 해도 빠지지 않고 계속되고 있다. 2005년 일본 홋카이도의 삿포로에서 열린 제40회 학술토론회는 외국에서도 많은 연구자들이 참가하여 국제적인 학회가 되었는데 그 해에 사망한 마쥬모토에게 헌정되었다. 2007년 일본수학회가 이 학회의 논문집 [27]을 특별히 미국수학회와 공동으로 출간하였다.

27) 저차원 핀슬러 공간이나 특별한 경우에 이 문제에 관한 부분적인 성과가 있지만, 일반적으로 포함 관계 $\mathcal{B} \subset \mathcal{L}$ 가 진부분 집합 관계인지는 모른다.

28) 유니콘은 뿔이 하나인 전설이나 상상속의 동물로 가능할 것 같지 않은 예를 찾는 것을 유니콘에 비유하여 표현하였다.

4 결론

야노, 가와구치, 마쥬모토는 모두 연구 경력 초기에 당시 일본에서 사영 미분기하학의 대가였던 가니타니의 영향으로 이 분야에 관하여 연구하였다. 이들은 모두 카르탕이 막 발견한 접속 이론을 사영 기하학에 적용하여 박사학위를 받았고 곧 핀슬러 기하학에 적용하여 일본 핀슬러 기하학파의 형성에 주도적인 역할을 하였다. 야노는 카르탕의 직접적인 가르침을 받았지만 가와구치, 마쥬모토는 카르탕 등의 논문과 단행본을 통해 간접적인 가르침을 받았다고 할 수 있다.

야노는 1936년부터 2년 동안 프랑스에 유학하여 그 당시 막 형성되고 있던 접속 이론을 카르탕에게서 직접 배웠다. 이 이론을 사영 미분기하학에 적용한 논문으로 프랑스 파리 대학에서 1938년 박사학위를 받았는데 카르탕이 막 연구를 시작하였던 핀슬러 기하학 분야에도 적용할 수 있음을 알았다. 카르탕의 최신 이론인 접속에 관한 단행본 《접속의 기하학(接續の幾何學)》을 1947년 출간하였는데 마쥬모토를 포함하여 일본의 미분기하학자들이 이 책을 통하여 카르탕의 최신 이론을 접할 수 있었음에는 의심의 여지가 없다.

또 야노는 이런 카르탕의 접속에 대한 최신 이론을 바탕으로 접다발의 기하학이 다양체의 연구에 매우 중요함을 인지한 최초의 수학자들 중 한 사람이다. 즉, 2중 접다발 $T(TM)$ 을 수직 다발 \mathcal{V} 와 수평다발 \mathcal{H} 로 분해하면 텐서장의 수직 올림(vertical lift)과 수평 올림(horizontal lift)을 정의할 수 있는데 이것들을 다양체의 성질을 연구하는 데 사용할 수 있음을 발견하였다. 핀슬러 기하학의 연구에는 비선형 접속이 중요한 역할을 하는데 야노의 이 아이디어에 의하면 수평다발 \mathcal{H} 의 선택이 핀슬러 기하학의 비선형 접속에 해당한다. 야노의 이런 아이디어는 데 이비드(E. T. David)와 공동으로 쓴 [11, 12]로 구체화 되었는데 이런 야노의 발견이 후대의 일본 수학자 특히 마쥬모토를 포함하는 일본 핀슬러 기하학파에 영향을 미쳤다.

가와구치는 카르탕의 접속 이론이 태동하던 초기에 간접적으로 이 이론을 받아들이고 핀슬러 기하학에도 적용하였다. 가와구치의 핀슬러 기하학에 관한 논문 [17]과 [18]은 1931년과 1932년에 발표된 것으로 야노가 1954년에 발표한 핀슬러 기하학에 관한 논문 [11]에 훨씬 앞선다. 따라서 마쥬모토에 앞서 일본 내에서 핀슬러 기하학에 관한 논문을 썼고 후에 마쥬모토가 조직하는 일본 핀슬러 기하학회와 핀슬러 기하학 학술토론회에 주도적으로 참여하였기 때문에 일본 핀슬러 기하학파의 창설자의 한 사람이라고 할 수 있다. 특히 1960년부터 마쥬모토가 운영하던 사적인 스터디 그룹을 일본 핀슬러 기하학회로 확대 개편할 것을 조언하였을 뿐 아니라 학회 운영에 경제적인 지원도 아끼지 않았다.

가와구치는 핀슬러 기하학보다 좀 더 확장된 개념인 고계 기하에 관심을 갖고 있었다. 핀슬러 기하학 연구의 흐름도 후에 고계 기하로 확장되었고 루마니아 핀슬러 기하학파인 미론 등에 의해 활발히 연구되는 분야이다. 가와구치는 이 분야의 발전을 위해 1938년 재직하고 있던 홋카이도 대학에서 텐서 학회를 창설하고 기관지인 《텐서》를 발행하기 시작하였다. 그의

이런 노력은 그의 사후 두 아들을 통해 지금까지 계속되고 있다. 2002년 쓰쿠바에서 열린 제 37회 일본 핀슬러 기하학 학술토론회는 가와구치 탄생 100주년을 기념하여 텐서 학회의 제6회 국제회의와 공동으로 개최되었다.

일본 핀슬러 기하학파의 형성에 마쭈모토는 주도적인 역할을 하였다. 학문적으로 마쭈모토의 핀슬러 기하학에 대한 최대 공헌은 이 분야의 기본이 되는 교과서를 썼다는 점이다. 그때까지 알려진 거의 모든 참고 문헌과 찾아 보기를 포함하는 방대한 분량의 단행본 [23]을 1986년 출간하였는데 이 책은 양과 질적인 면에서 그가 다시 2003년 《Finsler Geometry in the 20th-Century》를 쓰기까지는 핀슬러 기하학 분야 최고의 교과서이었다. 《Finsler Geometry in the 20th-Century》는 현대적인 관점에서 핀슬러 기하학의 기본인 접속 이론뿐만 아니라 특별한 핀슬러 공간에 관해 서술한 연구 지침서이다.

마쭈모토를 일본 핀슬러 기하학파의 창시자라고 보는 이유 중의 하나는 그가 1968년 일본 핀슬러 기하학회를 창립하여 창립회장이 되었고 핀슬러 기하학 학술토론회를 시작하였다는 점이다. 이 학술토론회는 초기에 가족적인 분위기로 4-5일에 걸쳐 진행되었다. 제37회 일본 핀슬러 기하학 학술토론회부터는 루마니아의 미론 등 외국의 학자들이 다수 참가하는 등 학술토론회가 국제적인 성격을 띠기 시작하였다. 이를 반영하여 최근 학술토론회는 이틀에 걸쳐 진행되고 있다.

일본, 루마니아, 헝가리 3국에서 집중적으로 많은 핀슬러 기하학자가 배출된 요인에는 20세기 초부터 두 번 세계대전을 치른 정치적 상황에 기인한 인종 차별, 특히 유대인 박해²⁹⁾와 이에 따른 지리적인 고립이 있다. 루마니아와 헝가리에서 핀슬러 기하학파가 형성되던 1920년대에는 오늘날처럼 교통이 발달했거나 인터넷으로 전 세계가 연결되어 있는 상황이 아니었기 때문에 지역적으로 학자들이 대를 이어 한 분야를 집중적으로 연구하는 것이 효율성을 최대화할 수 있는 방법이었다. 일본은 아시아의 섬 나라이고 루마니아와 헝가리도 유럽에서 변방이라고 할 수 있다. 특히 루마니아에서도 핀슬러 기하학자를 많이 배출한 이아시 대학이 소재한 이아시는 잠시 루마니아의 수도가 되는 등 루마니아의 문화 중심지라고도 하지만 루마니아 동부 변방의 소도시이고 헝가리 핀슬러 기하학파의 탄생지인 데브레첸도 그 당시 전 유럽을 휩쓸고 있던 유대인 박해를 피해 연구를 계속할 수 있을 정도로 변방이었다.

일본 핀슬러 기하학파의 형성기의 수학자들의 가계도 종합하면 그림 1과 같다. 여기서 실선은 직접적인 만남에 의한 영향을 의미하고 점선은 논문이나 직접 만나 사람을 통한 간접적인

29) 독일 나치당의 히틀러(Adolf Hitler)는 1933년 정권을 잡고 반유대주의를 표방하여 대학교들은 유대인 지원자들을 거부하였고, 이미 재학 중인 유대인 학생들에게는 학위를 수여하지 않도록 하였으며 재직 중인 유대인 교수들을 해고하도록 하였다. 유대인에 대한 박해로 제2차세계대전 종전 후 학문의 중심지가 독일에서 미국으로 이동하게 된다. 특히 당대 최고의 수학자인 바일(Hermann Weyl), 괴델(Kurt Gödel), 폰 노이만(John von Neumann)과 물리학자인 아인슈타인(Albert Einstein), 오펜하이머(J. Robert Oppenheimer) 등이 유대인 박해를 피해 비밀리에 뉴저지주 프린스턴에 소재한 프린스턴 대학(Princeton University)과 고등연구소(Institute for Advanced Study)로 이주하여 연구를 지속하였다.

영향을 의미한다.

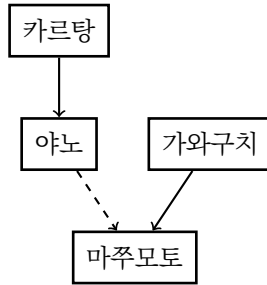


Figure 1. 초기 일본 핀슬러 기하학파의 수학적 가계도

References

1. L. BERWALD, Untersuchung der Krümmung allgemeiner metrischer Räume auf Grund des in ihnen herrschenden Parallelismus, *Math. Z.* 25(1) (1926), 40–73.
2. L. BERWALD, Über die n -dimensionalen Cartanschen Räume und eine Normalform der zweiten Variation eines $(n-1)$ -fachen Oberflächenintegrals, *Acta Math.* 71 (1939), 191–248.
3. L. BERWALD, Über Finslersche und Cartansche Geometrie. I. Geometrische Erklärungen der Krümmung und des Hauptskalars eines zweidimensionalen Finslerschen Raumes, *Mathematica, Timisoara* 17 (1941), 34–58.
4. L. BERWALD, Über Finslersche und Cartansche Geometrie II. Invariantenbeider Variation vielfacher Integrale und Parallelhyperflächen in Cartanschen Räumen, *Compositio Math.* 7 (1939), 141–176.
5. L. BERWALD, On Finsler and Cartan geometries. III. Two-dimensional Finsler spaces with rectilinear extremals, *Ann. of Math.* 42(2) (1941), 84–112.
6. L. BERWALD, Über Finslersche und Cartansche Geometrie. IV. Projektivkrümmung allgemeiner affiner Räume und Finslersche Räume skalarer Krümmung, *Ann. of Math.* 48(2) (1947), 755–781.
7. É. CARTAN, Sur les espaces de Finsler, *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.* 196 (1933), 582–586.
8. É. CARTAN, Les espaces de Finsler, *Actual. Sci. Ind.*, no. 79, Herman, 1934.
9. S. S. CHERN, On Finsler Geometry, *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.* 314 (1992), 757–761.
10. M. CHO, History and Development of Sphere Theorems in Riemannian Geometry, *The Korean Journal for History of Mathematics* 24(3) (2011), 23–35. 조민식, 리만기하학에서 구면정리의 발전과 역사, *한국수학사학회지* 24(3) (2011), 23–35.
11. E. T. DAVID, K. YANO, On the connection in Finsler space as an induced connection, *Rend. Circ. Mat. Palermo* 3(2) (1954), 409–417.
12. E. T. DAVID, K. YANO, On the tangent bundles of Finsler and Riemannian manifolds, *Rend. Circ. Mat. Palermo* 3(2) (1963), 211–228.
13. E. T. DAVID, K. YANO, Metrics and connections in the tangent bundle, *Kodai Math. Sem. Rep.* 23 (1971), 493–504.

14. L. P. EISENHART, Finsler spaces derived from Riemann spaces by constant transformations, *Ann. Math.* 49(2) (1948) 27–54.
15. L. P. EISENHART, Generalized Riemann spaces, *Proc. Nat. Acad. Sci.* 37 (1951), 11–15.
16. P. FINSLER, *Über Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen*, Dissertation at the University of Göttingen, 1919.
17. A. KAWAGUCHI, Theory of connections in the generalized Finsler manifold, *Proc. Imp. Acad.* 7(6) (1931), 211–214.
18. A. KAWAGUCHI, Theory of connections in the generalized Finsler manifold, II, *Proc. Imp. Acad.* 8(8) (1932), 340–343.
19. A. KAWAGUCHI, Geometry in an n-Dimensional Space With the Arc Length, *Transactions of the American Mathematical Society* 44(2) (1938), 153–167.
20. KIM Y.-W., JIN Y., Élie Cartan and Riemannian Geometry of 20th Century, *The Korean Journal for History of Mathematics* 22(2) (2009), 13–26. 김영욱, Yuzi Jin, 엘리 카르탕과 20세기 리만기하학, *한국수학사학회지* 22(2) (2009), 13–26.
21. M. MATSUMOTO, A global foundation of Finsler Geometry, *Memo. Coll. Sci. Univ. of Kyoto A* 33 (1960/61), 171–208.
22. M. MATSUMOTO, *Metric Differential Geometry (Japanese)*, Kiso- Sugaku-Sensho, Shokabo, Tokyo, 1975.
23. M. MATSUMOTO, *Foundations of Finsler Geometry and special Finsler spaces*, Kasheisha Press, 1986.
24. T. OKUBO, K. YANO, On tangent bundles with Sasakian metrics of Finslerian and Riemannian manifolds, *Ann. Mat. Pura. Appl.* 87(4) (1970), 137–162.
25. B. RIEMANN, Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen, *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* 13 (1867), 1–15.
26. H. RUND, *The Differential Geometry of Finsler Spaces*, Springer-Verlag, 1959.
27. S. SABAU, H. SHIMADA, Finsler Geometry, Sapporo 2005 — In Memory of Makoto Matsumoto *Advanced Studies in Pure Mathematics* 48(2007), Mathematical Society of Japan.
28. J. TAYLOR, A generalization of Levi-Civita's parallelism and the Frenet formulas, *Trans. of the Amer. Math. Soc.* 27(2) (1925), 246–264.
29. J. TAYLOR, Parallelism and transversality in a sub-space of a general (Finsler) space, *Ann. of Math.* 28(2) (1927), 620–628.
30. WON D. Y., On the Development of Differential Geometry from mid 19C to early 20C by Christoffel, Ricci and Levi-Civita, *Journal for History of Mathematics* 28(2) (2015), 103–115. 원대연, 크리스토펠, 리치, 레비-치비타에 의한 19세기 중반부터 20세기 초반까지 미분기하학의 발전, *Journal for History of Mathematics* 28(2) (2015), 103–115.
31. WON D. Y., On the History of the Birth of Finsler Geometry at Göttingen, *Journal for History of Mathematics* 28(3) (2015), 133–149. 원대연, 괴팅겐에서 핀슬러 기하가 탄생한 역사, *Journal for History of Mathematics* 28(3) (2015), 133–149.
32. WON D. Y., On the History of the establishment of the Hungarian Debrecen School of Finsler Geometry after L. Berwald, *Journal for History of Mathematics* 31(1) (2018), 37–51. 원대연, 베어왈트에 의한 헝가리 데브레첸 핀슬러 기하학파의 형성의 역사, *Journal for History of Mathematics* 31(1) (2018), 37–51.

33. WON D. Y., On the History of Formation of Romanian School of Finsler Geometry, *Journal for History of Mathematics* 32(1) (2019), 1–15. 원대연, 루마니아 핀슬러 기하학과 형성의 역사, *Journal for History of Mathematics* 32(1) (2019), 1–15.
34. K. YANO, S. ISHIHARA, *Tangent and Cotangent Bundles*, Marcel Dekker Inc., New York, 1973.
35. Mathematics Genealogy Project 수학 계보 프로젝트, <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/index.php>.
36. MathSciNet 수학넷, <https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>.
37. The MacTutor History of Mathematics Archive 맥튜터 수학사 기록 보관소, <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies>.
38. Wikipedia 위키백과, <http://en.wikipedia.org/wiki>.