

환승객을 고려한 버스 정류장 승객 대기 시뮬레이션: 청주 시외 버스 터미널 정류장 사례 연구

이종성

한국교통대학교 산업경영공학과 교수

Bus stop passenger waiting simulation considering transfer passengers: A case study at Cheongju Intercity Bus Terminal

Jongsung Lee

Professor, Department of Industrial and Management Engineering, Korea National University of Transportation

요약 버스카드를 활용한 통합 요금제 시행 이후 대중교통 통행량 및 환승 통행량은 증가하였다. 이에 따라 버스 운영에 있어서 환승객을 고려하는 것은 보다 중요해졌다. 기존 연구들에서는 환승객을 고려할 때 결정적 수리모델을 제안하여 승객과 버스의 확률적인 움직임을 반영하지 못하는 한계가 있었으나 본 연구에서는 미시 시뮬레이션 모델을 바탕으로 하여 보다 실제적인 버스 정류장 모델을 제안하였다. 제안한 시뮬레이션 모델을 기반으로 버스 도착 간격과 승객 대기 시간의 관계를 회귀 모델로 표현하였으며 환승객을 고려할 때와 고려하지 않을 때의 차이를 실증적으로 검증하였다. 또한 승객 대기 시간을 비용으로 변환하는 방법을 제안하고 이를 바탕으로 하여 최적 버스 도착 간격을 제안하였다. 연구에서 제안한 방법을 활용하면 버스 운영에 있어서 보다 현실을 반영한 상향식 의사결정을 가능하게 해줄 것으로 기대된다.

주제어 : 버스 정류장 대기, 버스 시뮬레이션, 최적 버스 운행간격, 환승객, 미시 시뮬레이션

Abstract After the integrated fare system has been applied, public transportation and transfer traffic increased. As a result, transfer passengers must be considered in the operation of the bus. Although previous studies have limitations due to utilizing deterministic mathematical models, which fails to reflect the stochastic movements of passengers and buses, in this study, a more realistic bus stop micro-simulation model is proposed. Based on the proposed simulation model, we represent the relationship between bus arrival interval and passenger wait time as a regression model and empirically show the differences between the cases with and without transfer passengers. Also, we propose a method converting passenger waiting time to cost and find optimal bus arrival interval based on the converted cost. It is expected the proposed method enables bottom-up decision making reflecting practical situation.

Key Words : Bus waiting, Bus simulation, Optimal bus frequency, Transit passengers, Microscopic simulation

*This work has supported by the National Research Foundation of Korea(NRF) grant funded by the Korea government(MSIT) (NRF-2019R1G1A1011098).

*Corresponding Author : Jongsung Lee(js.lee@ut.ac.kr)

Received January 5, 2021

Accepted April 20, 2021

Revised March 31, 2021

Published April 28, 2021

1. 서론

버스카드를 활용한 통합 요금제 시행과 더불어 대중 교통 통행량 및 환승 통행량은 증가하였다. 2004년 서울 시에서는 시내버스와 수도권 전철 간 통합 거리 비례 요금제를 시행했다. 서울시에 이어 인천, 경기 버스에서 대중교통 환승 할인제를 시행하였고 전국적으로 환승 할인제를 시행하였다 [1]. 이후 One Card All Pass 제도를 통해 각 지역마다 교통카드 회사가 달라 다른 카드를 사용해야 했던 것을 통합하였다. 통행 거리 비례요금제 실시 이후 대중교통 통행량은 증가하였는데 교통카드 빅데이터 통합정보 시스템 (www.stcis.go.kr) 기준 버스 수단 통행량은 2019년 12월 31일 24,869,539건이었고 이중 환승 통행량은 5,482,800건으로 전체 통행량의 약 22%를 차지하였다. 2020년 12월 31일 전 세계적으로 발병한 코로나-19 상황으로 인해 통행 횟수가 줄어 전체 15,382,738건, 환승 통행량은 3,579,430건으로 집계되었다.

환승객을 고려할 경우 버스 정류장에서 승객이 대기하는 시간은 환승객을 고려하지 않을 경우와 이론적으로 차이를 보인다. 일반적으로 환승을 고려하지 않을 경우 승객은 탑승하려는 버스가 도착하는 시간 간격에 개별적으로 도착한다. 반면에 버스 환승을 고려할 경우에는 여러 명의 승객이 특정 버스가 도착했을 때 한꺼번에 버스 정류장에 도착하여 대기하게 되고 그들이 환승 하려는 버스가 도착하게 되면 한꺼번에 정류장에서 빠져나가게 된다. Fig. 1은 두 버스 노선 간 환승을 고려 했을 경우와 고려하지 않았을 경우 버스 정류장 승객 대기 시간 차이를 보여주는 예시이다. Fig. 1의 세로축은 버스 정류장에 대기하는 승객 수를 의미하며 가로축은 시간경과를 나타낸다. 버스 k 에서 버스 k' 으로 환승하는 상황을 가정하였으며 직관적인 비교를 위해서 두 버스의 운행 간격은 $t^k = t^{k'} = t$ 로 동일한 것으로 설정한다. Fig. 1에서 삼각형 실선은 환승을 고려하지 않았을 경우를 나타내고 사각형 점선은 환승을 고려했을 경우를 나타낸다. $t_a^{k_i}$ 는 버스 노선 k 의 i 번째 버스가 버스 정류장에 도착한 시점을 의미하고 δ 는 $t_a^{k_{i-1}}$ 과 $t_a^{k_i}$ 의 차이를 말한다. k_i 버스의 하차 승객들은 k'_i 버스로 환승한다. k' 버스 노선이 도착할 때마다 승객 대기 시간은 버스 환승을 고려할 경우와 고려하지 않을 경우 각각 $Q(t-\delta)$ 와 $\frac{1}{2}Q$ 로 $Q(\frac{1}{2}t-\delta)$ 의 차이가 발생한다.

Fig. 1의 예시처럼 이론적으로 특수한 경우에 버스의 환승을 고려할 경우와 고려하지 않을 경우의 차이는 명확하나 실제 버스 운행에서 그 차이가 존재하는지는 불명확하다. 일반적인 경우 버스 노선의 버스 운행 간격은 $t^k \neq t^{k'}$ 으로 노선마다 다르며 도착 시간도 확률적으로 변화한다. 환승 노선 버스 간 도착 간격 차이(δ)도 버스 운행 간격 등의 영향으로 일정하게 유지되지 않는다. 따라서 실제 버스 운행 환경에서 환승을 고려했을 때와 고려하지 않았을 때의 차이를 살펴보는 것이 필요하다.

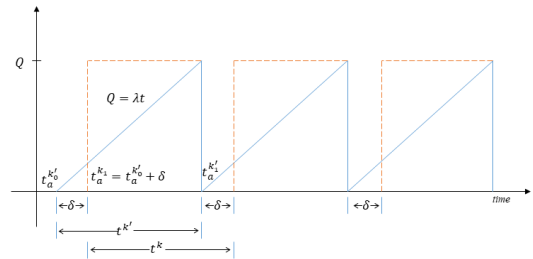


Fig. 1. Comparison of passenger waiting time between transfer and non-transfer cases

버스 노선에 관한 연구는 크게 전략적 계획(Strategic planning), 전술적 계획(Tactical planning)과 운영계획(Operational planning)으로 나누어진다. 전략적 계획은 버스 노선을 디자인하는 문제를 주로 다루고 전술적 계획은 버스 운행 간격 결정, 정류장 도착 시간표 결정 등의 문제를 포함한다. 마지막으로 운영계획은 버스를 운행하기 위해 필요한 운전 기사 및 차량의 스케줄링을 주로 다룬다 [2]. 승객의 환승을 고려한 연구는 주로 버스 노선 간 정류장 도착 시간표를 일치시키는 연구 및 버스 운행 방법에 관한 연구 분야에서 주로 이루어졌다 [3-6]. 이들 연구에서는 버스 노선들의 정류장 이동 시간 및 고객 수요 등의 정보가 결정되어 있다고 가정하고 이를 바탕으로 수리 모델을 수립 후 버스 운용방식을 결정하고 시뮬레이션 등을 활용하여 검증하는 방식으로 이루어졌다. 결정적 수리 모델을 바탕으로 버스 운용 방식을 결정하는 것은 상대적으로 크고 복잡한 네트워크 구조 상에서 적절한 해를 찾아주는 장점이 있으나 모델 내 요소들의 확률적인 움직임을 포함한 동적인 변화를 표현하지 못하는 단점이 존재한다 [7]. 또한 기존 연구에서는 환승을 고려했을 경우와 환승을 고려하지 않았을 경우 승객 대기 시간의 차이가 있음을 가정하고 연구를 수행하였으나 이를 실제 데이터를 바탕으로 검증한 연구는 찾기 어렵다.

본 연구에서는 환승객을 고려한 버스 정류장 모습을 보다 실제적으로 반영하기 위해 다중 노선 간 환승을 고려한 버스 정류장 미시 시뮬레이션 모델을 개발한다. 이후 개발한 시뮬레이션 모델을 바탕으로 버스 환승을 고려했을 경우와 고려하지 않았을 경우 버스 도착 간격 변화에 따른 승객 대기 시간 변화를 살펴본다. 또한 하나의 버스 정류장에서 다중 버스 노선 간 환승 시 최적 버스 도착 간격을 제안하고 승객 대기 시간에 대한 비용이 변화함에 따른 최적 버스 도착 간격을 제안한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 선행 연구에서는 관련된 기존 연구를 탐색하고 본 연구와의 차이를 기술한다. 버스정류장 대기 시뮬레이션에서는 청주 시외버스 터미널 정류장을 대상으로 개발한 시뮬레이션 모델에 대해 자세히 묘사한다. 이후 환승을 고려할 경우와 고려하지 않았을 경우 버스 도착 간격 변화에 따른 버스 정류장 승객 대기 시간 변화를 살펴본다. 이후에 승객 대기 비용의 변화에 따른 최적 버스 도착 간격에 대해서 고찰하고 마지막으로 결론을 내린다.

2. 선행연구

본 장에서는 버스 노선에 관한 연구 중 본 연구와 관련 있는 버스 운행간격 결정 문제 및 버스 시간표 일치 문제를 다루는 선행 연구들을 탐구한다.

운행 간격 결정 문제는 승객의 대기 시간과 설정된 운행 간격을 맞추기 위해 필요한 버스 대수 즉 버스 운영회사의 운행 비용과 직접적인 관련이 있다. Mo 등은 승객 만족도를 고려하여 대기 시간의 임계점(threshold)를 정하고 임계점을 넘을 경우 승객 만족도가 급격하게 떨어지는 것을 가정하여 승객 만족도를 높이는 버스 운행 간격 최적화 방법을 제시하였다 [8]. 그들은 연구에서 만족도만 고려한 버스 운행 간격 최적화 문제(SatisFAction-BooST Bus Scheduling, FAST)와 가용 버스 대수 제한이 있을 때 버스 운행 간격 문제(SatisFAction-BooSTed Bus Scheduling under the COntstraint of Limited Vehicles, FASTCO)를 상정하고 두 문제가 NP-난해(NP-hard)임을 보였다. 그들은 FAST의 해결을 위해 기본 탐욕 방법, 분할 기반 탐욕 방법, 프로그레시브 분할 기반 탐욕 방법의 3가지 탐욕 방법 버스 운행 간격 결정 해법을 제시하였고 FASTCO 해결을 위해 기본 탐욕 방법, 복합 점수 기반 탐욕 방법을 제시하였으며 각 해법들의 성능을 증명하였다. Berrebi 등은 승객 대기 시간을

줄이기 위해 실시간 버스 디스패칭 정책에 대한 연구를 진행하였다 [9]. 그들은 버스 지연으로 인한 버스 간격 불균형 현상을 줄이고 승객 대기 시간을 최소화하기 위해 실시간 holding 방법을 제시하였다. Berrebi 등이 통제 지점에서만 holding하는 방법을 제시한 것에 비해 Asgharzadeh와 Shafahi는 O'Dell과 Wilson이 제시한 1) holding all, 2) holding once, 3) holding first 전략을 실험하였다. 그들은 문제 해결을 위한 수리 모델을 세우고 최급 강하 알고리즘(Steepest descent algorithm)을 기반으로 한 발견적 탐색 알고리즘을 제안하였다 [10,11]. 위에 언급된 연구들은 버스 운행 간격을 결정하는 문제를 해석적으로 해결한 연구들로 다수 정류장 및 버스 노선에 대한 최선해를 제공할 수 있다는 장점이 있으나 해석적 해의 제공을 위해서 현실을 반영하는 정밀도가 떨어진다는 약점이 존재한다.

Senevirante는 몬테카를로 시뮬레이션 모델을 통하여 버스 운행 간격의 변동과 버스정류장에 정해진 시간에 도착하는 서비스 성능을 평가하였다 [12]. Ruiz 등은 버스 운행 간격 조정이 지역 간 버스의 서비스 수준과 사회적 균등 정도에 미치는 영향을 스프레드시트를 통한 시뮬레이션을 통해서 탐구하였다 [13]. 그들은 남부 유럽에 위치한 팔마(Palma)시를 대상으로 버스 서비스 수준, 지역 서비스 수준을 정의하고 각 지역의 서비스 수요 지니 계수 등을 활용하여 사회적 균등 정도를 시뮬레이션 하였다. Nesheli와 Ceder는 승객 통행 시간을 최소화하고 승객 대기가 없는 직접 환승을 최대화 하는 수리 모델을 제안하고 버스 대기, 정류장 지나침 등을 실시간 통제 사항으로 한 연구를 진행하였다 [14]. 그들은 연구에서 실시간 통제 사항들을 조합하는 것이 승객 통행 시간을 최소화하고 직접 환승을 높이는 데 좋은 결과를 나타낸다는 것을 보였다. Manasra와 Toledo는 Toledo 등이 개발한 BusMesso를 이용하여 이스라엘 하이파 지역 버스 노선을 대상으로 시뮬레이션 연구를 진행하였다 [7,15]. 이들은 대상 지역 버스 3개의 노선에 대해서 버스 운행 간격을 통제하지 않았을 때, 버스 운행 간격을 통제하였을 때, 그들이 제안한 수리 모델을 활용하였을 때 승객 대기 시간 및 통행 시간 변화를 비교하였다.

버스 운행 간격 결정에 대한 국내 연구로 이영호 등은 버스 정류장이 하나인 모델에 대해서 승객 이탈 비용을 고려하였을 때 비용을 최소화하는 해석적 해를 제공하였다 [16]. 그들은 종점과 정류장 사이 운행 시간을 정규분포로 가정하였고 승객 발생률은 포아송 분포, 승객 대기 한계 시간은 균일분포를 따른다고 가정하여 이를 바탕으로

로 해를 제공하였다. 또한 하나의 버스 노선에 대해서 간단한 시뮬레이션을 통해 승객 이탈 비용을 고려한 최적 운행간격을 산정하였다. 이호상 등은 노선별 운행대수, 근로조건, 최대 재차인원, 최대/최소 배차 간격 등의 다양한 제약 조건을 반영한 버스운행계획을 산정하는 연구를 진행하였다 [17]. 그들은 제약을 반영하여 대당 목표 승객수와 대당 운행회수, 회당 목표 승객 수를 순차적으로 산정하고 이를 기준으로 시간대별 운행회수를 결정하고 최종적으로 운행대수를 산정하는 알고리즘을 제안하였다. 김원길 등은 Demand & Travel-Time Responsive (DTR) 모형 및 Demand & Travel-Time Responsive Model for Critical Scheduling Area (DTRC) 모형을 개발하고 각 모델에 대해 단위 시간별 운행 횟수를 해석적으로 결정 후 이를 바탕으로 정류소 별 운행 스케줄을 결정하는 연구를 진행하였다 [18].

버스 시간표 일치 문제는 환승 정류장에서 승객 대기 시간을 줄이기 위한 연구로 대략적인 버스 운행 간격이 결정되어 있을 때 버스 정류장의 시간표를 결정하는 문제이다. Gkiotsalitis 등은 다중 노선의 시간표 일치를 위해 강건 최소-최대 문제를 제안하고 유연한 모델 개발을 위해 일부 제약을 목적식에 포함하는 형태로 모델링을 진행하였다 [19]. 수리 모델의 결과는 Hague 지역 데이터를 활용하여 검증하였으며 제안한 수리 모델의 결과가 일반적인 경우 버스 도착 규칙성을 높이고 시간표 일치를 향상 시키는 것을 보였다. Shang 등은 도심 지하철 네트워크 상에서 승객 수요를 반영한 시간표 일치 문제를 다루었으며 Takamatsu와 Taguchi는 일본 지역을 대상으로 저빈도 버스 운행 시 버스 시간표 일치 문제를 다루었다 [3,20]. Fonseca 등은 차량 스케줄과 시간표를 통합하는 수리 모델을 제시하였고 Wang 등은 철도 네트워크 상에서 시간에 따른 승객 수요를 반영하고 용량 제약이 있는 통합 시간표 일치 문제를 제안하였다 [4,5]. Abdolmaleki 등은 시간표 일치 문제가 NP-hard임을 보이고 다항 시간 내에 풀릴 수 있는 특수한 경우를 고찰하였다 [21]. Chu 등은 버스 시간표와 승객들의 통행 경로를 동시에 최적화 하는 수리 모델을 제시하고 문제 해결을 위한 발전적 알고리즘을 제안하였다 [22].

환승을 고려한 버스 운행 간격을 산정하는 연구들은 기존에 버스 및 철도 시간표를 일치 시키는 문제에서 많이 다루어져 왔으며 실시간 버스 운행 통제와 관련된 연구에서도 다루어졌다. 하지만 환승객을 고려했을 때 실제 승객 대기 시간이 어떻게 변화하는지에 대해 실제 버스 운행 데이터를 활용하여 검증한 연구는 찾아보기 힘

들다. 또한 기존의 연구들은 결정적 수리 모델을 제안하고 모델에서 구한 해를 바탕으로 시뮬레이션으로 검증하는 방식을 취하였다. 이러한 방법은 규모가 큰 버스 네트워크에서 버스 운행 간격 설정 및 실시간 운행 통제를 할 수 있다는 장점이 있지만 정류장 간 승객의 도착, 승/하차 및 버스 도착 등 실제 확률적으로 변화하는 상황에 대해서 반영하지 못한다는 단점을 가지고 있다. 본 연구에서는 실제 버스 운행 및 승/하차 데이터를 활용하여 승객 환승을 고려한 버스 정류장 시뮬레이션 모델을 구현한다. 이를 기반으로 1) 버스 도착 간격 및 환승 고려 유무에 따라 승객 대기 시간의 변화를 고찰하고 2) 환승객의 대기 시간을 비용으로 환산하였을 때 이를 반영한 최적 버스 도착 간격에 대해서 탐구한다. 이는 기존 연구들에 실제 데이터를 바탕으로 한 확률적인 변화를 반영한 것으로 실시간 버스 운행 통제 등 의사결정에 도움이 될 것으로 보인다.

3. 다중 환승을 고려한 시뮬레이션 모델

본 연구에서는 청주 시외버스 터미널 정류장을 대상으로 하여 미시적인 관점에서 버스 정류장의 승객 대기 시뮬레이션을 구현하였다. 청주 시외버스 터미널은 '2016년 대중교통 현황조사' 결과 충청북도에서 평일 승/하차 인원이 가장 많은 정류장이고 청주시 버스 환승 패턴 상위 10개 중 5개에 해당하는 패턴이 이루어지는 정류장으로 환승 버스 시뮬레이션을 하기에 적합한 정류장이다 [23]. 또한 총 18개 버스 노선 중 832번, 105번, 823번이 시외버스 터미널 승/하차 인원의 60%가량을 담당하는 정류장으로 데이터 획득이 수월하여 상대적으로 정확한 시뮬레이션을 할 수 있는 정류장이기도 하다.

본 장에서는 먼저 버스 정류장 시뮬레이션의 전체적인 내용을 개념적으로 설명하고 이후 시뮬레이션을 위해 필요한 데이터 및 확률 분포 추정, 개발한 모델의 유효성 검증을 위한 교정 및 구현한 시뮬레이션 모델에 대해 순차적으로 기술한다.

3.1 시뮬레이션 모델 개요

본 연구에서 개발한 시뮬레이션은 버스와 승객 에이전트로 구성된다. 버스는 시뮬레이션 맵 상에 지정한 위치에서 생성되며 교차로에서 신호 대기 후 버스 정류장으로 진입한다. 그 후 먼저 버스 정류장에서 하차할 승객들을 하차 시킨 후 탑승객을 태우고난 후에 정류장을 이탈

하여 시뮬레이션 맵 상의 지정한 위치로 빠져나간다. 버스가 생성되는 시간 간격과 버스에서 내리는 승객 수는 각각 확률분포 P_i^{BA} , P_i^{Off} 을 따른다. 이 때 i 는 버스 노선 번호를 의미하며 $i \in \{105, 823, 832, \text{other}\}$ 이다. 본 연구에서는 대상이 되는 버스 정류장을 지나가는 시내 버스 중 해당 정류장 이용객의 과반 이상을 점유하는 3개의 노선에 대해서 실증 데이터를 조사하였으며 나머지 노선들은 기타 노선으로 표현하였다. Fig. 1은 버스 이동을 도식화한 것이다.

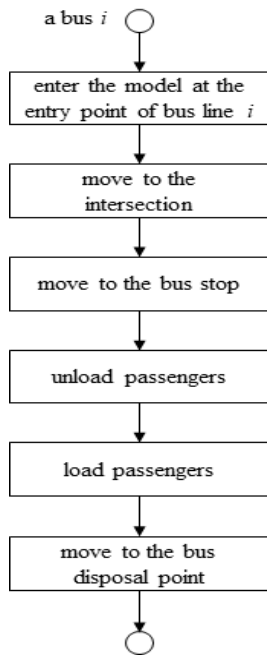


Fig. 2. Bus movement flow diagram

승객들은 버스 정류장에 새로 진입한 승객들과 버스에서 하차한 승객들로 나뉜다. 버스 정류장에 새로 들어온 승객들은 확률분포(P^{PA})에 따라서 버스 정류장에 들어 오고 버스 정류장에 입장 시 타고 갈 노선 버스가 정해진다. 이 때 P^{PA} 는 버스정류장에 도착하는 승객의 빈도르 포아송분포를 따르는 것으로 가정한다. 버스정류장에 새로 진입한 승객은 일정 비율(α_i)로 각 버스 노선 i 에 탑승하는 승객으로 결정되며 버스 정류장에서 대기하다가 탑승하고자 하는 노선 버스가 정류장에 도착하면 탑승하게 된다. 환승객의 경우 각 노선 버스 도착 시 하차하는 승객들 중 일정 비율(δ)의 승객이 정류장을 떠나고 나머지 승객($1-\delta$)은 자신이 내린 노선을 제외한 버스 노선

중 하나를 선택하여 탑승을 한다. 이 때 각 노선 버스에 환승하는 승객의 비율(e_i)는 일정하다고 가정한다.

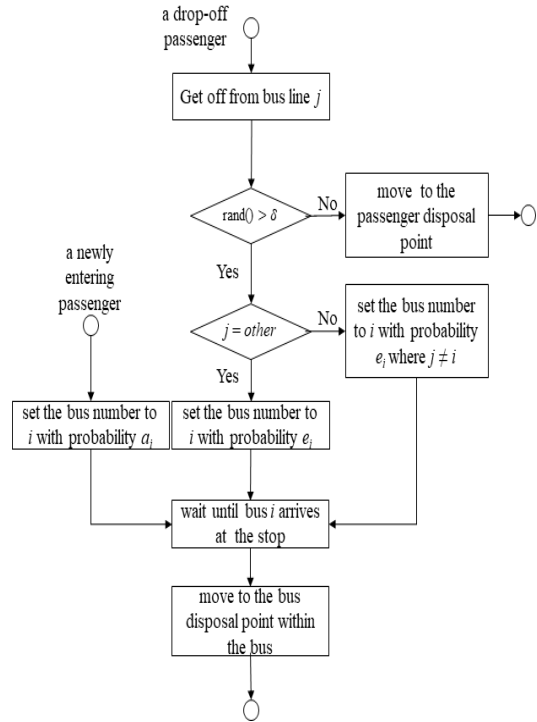


Fig. 3. Passenger movement flow diagram

예를 들어 $\delta = 0.1$, $e_{105} = 0.1$, $e_{823} = 0.3$, $e_{832} = 0.3$, $e_{other} = 0.3$ 이고 105번 버스가 도착하여 하차한 인원이 10명 이라고 한다면 이 중 1명은 버스 정류장을 이탈하고 3명은 823번 노선으로 3명은 832번 노선으로 나머지 3명은 기타 노선으로 환승하기 위해서 버스 정류장에 대기하게 된다. 이 때 기타 노선에서 하차 인원의 경우에는 기타 노선으로 환승하는 것이 가능하다. 이후 환승하려는 버스가 도착하면 버스에 탑승하여 맵의 지정된 위치로 버스와 함께 빠져나간다. Fig. 2은 승객의 이동을 도식화하여 보여준 것이다.

3.2 데이터 수집 및 확률분포 추정

시뮬레이션 모델에서 필요한 확률 분포를 추정하기 위해 필요한 데이터는 각 노선 버스의 도착 대수, 정차 시간, 승객의 승/하차인원, 버스정류장 대기인원 및 버스정류장 이용인원이다. 본 연구에서는 청주 시외버스 터미널 정류장을 대상으로 하여 데이터를 조사하였는데 해당

버스 정류장은 주변에 시외버스터미널과 고속버스터미널이 있어 유동인구가 많고, 버스정류장의 크기가 일반정류장 보다 넓고 환승객이 많은 특징이 있다. 버스 승객이 많은 노선인 823번(순환), 832번(일반), 105번(좌석) 3개를 선택하여 각 노선별 도착시간, 승/하차 인원, 정류장 대기 인원 수를 측정(10분)했고 버스정류장 이용 인원은 5분마다 타이머로 1시간동안 측정했다. 오후 침두 시간인 18시30부터 19시30분까지 1일 1시간씩 총 7회 수집하였다.

조사 결과 버스 도착 간격은 평균적으로 105번의 경우 8.7분, 823번은 9.1분, 832번은 9.85분 간격이었으며, 각 버스의 이용 승객은 버스 1회 도착 시마다 823번의 경우 승차인원 14.7명, 하차인원 10.1명, 832번의 경우 탑승인원 7.56명, 하차인원 17.8명, 105번의 경우 탑승인원 14.5명, 하차인원 1.34명, 버스 정류장 평균 대기 인원은 24.4명, 버스 정류장에 새로 진입하는 인원은 평균 시간 당 405명으로 조사 되었다.

조사한 데이터를 바탕으로 버스 도착 시간, 버스 하차 인원에 대한 확률분포를 추정하였다. 추정에는 정규분포(Normal, N), 로그정규분포(Log Normal, LN), 감마분포(Gamma, G), 지수분포(Exponential, Exp), 최소극단값분포(MiNimum Extreme, NE), 최대극단값분포(MaXimum Extreme, XE), 와이불 분포(Weibull, Wei), 로지스틱(Logistic, L), 로그로지스틱(Log Logistic, LL) 9개 분포에 대해서 Anderson-Darling (AD) 통계량을 계산하여 가장 적합한 분포를 선정하였다. AD 통계량은 분포의 적합성을 판단하는 Goodness-of-fit 테스트를 하는 통계량 중의 하나로서 이론적인 연속 누적확률 분포와 실제 관측한 데이터 간의 차이의 제곱을 적분하는 형태를 지닌다. 이 때 단순히 적분하게 되면 누적확률분포와 실제 관측한 데이터가 차이가 분포의 양쪽 끝단에서는 작아질 수밖에 없는 약점을 극복하기 위해 가중치를 주어 적분한 것이 AD 통계량이다. AD 통계량은 식 (1)과 같이 산정한다.

$$AD(F(x;\theta)) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\{F_n(x) - F(x;\theta)\}^2}{F(x;\theta)\{1 - F(x;\theta)\}} dx \quad (1)$$

이 때 $F_n(x)$ 는 관측된 데이터 값을 의미하고 $F(x;\theta)$ 는 분포 적합성을 판단하려고 하는 누적확률분포 함수가 되며 θ 는 해당 누적확률분포 함수의 파라미터 값이 된다 [24]. AD를 활용한 최적 확률분포의 선정은 대

상이 되는 분포 중 최소의 AD 값을 얻게 해주는 확률분포 함수와 파라미터로 결정되며 식 (2)와 같다. 식 (2)에서 FS 는 나열한 9개의 대상 확률분포 함수 집합이다.

$$F^*(x;\theta^*) = \operatorname{argmin}_{F(x;\theta) \in FS} \{AD(F(x;\theta))\} \quad (2)$$

Table 1은 관측데이터를 바탕으로 하여 시뮬레이션에 필요한 확률분포를 추정한 결과이다. 버스 도착 간격, 버스 하차 인원은 각 노선별 데이터를 바탕으로 추정하였다. 적합한 분포의 첫 번째 인자는 위치 인자이고 두 번째 인자는 크기 인자를 의미한다.

Table 1. Probability distributions derived from Anderson-Darling statistics

Probability distribution	Inferred distribution
P_{105}^{BA}	Wei(1.448, 5.769, 3.829)
P_{823}^{BA}	Wei(8.653, 32.21, -20.86)
P_{832}^{BA}	Wei(1.28, 9.446, 1.244)
P_{105}^{Off}	N(1.485, 1.523)
P_{823}^{Off}	Wei(1.126, 7.784, 0.9611)
P_{832}^{Off}	N(17.59, 10.18)
P^{PA}	Pos(6.75)

통계량 산정 결과 노선 버스들의 도착 간격 분포와 823번 노선 버스의 하차 승객 분포는 와이불 분포가 가장 적합한 것으로 나타났고 105번과 832번 노선의 하차 승객 분포는 정규분포가 가장 적합한 것으로 나타났다. 신규 진입 승객의 경우는 분포 적합을 하지 않고 빈도만 산정하여 포아송분포를 따르는 것으로 가정하였다.

3.3 시뮬레이션 파라미터 교정

조사한 데이터를 바탕으로 현실적인 시뮬레이션 수행을 위해서 파라미터 교정을 수행한다. 본 연구에서는 1) 버스 도착 시간 간격, 2) 버스 승차 인원, 3) 버스 정류장 대기 인원 데이터를 활용하여 순차적으로 대상 버스 노선 $i \in \{105, 823, 832\}$ 별 모델 진입 확률 분포 파라미터, 신규 진입 승객 및 환승객이 각 노선 버스에 탑승하는 비율(a_i, e_i), 기타 노선의 모델 진입 비율을 결정한다.

3.1 절에서와 묘사한 바와 같이 버스는 시뮬레이션 모델에 진입하고 교차로에서 신호 대기 후 버스 정류장으로 진입한다. 이 때 교차로의 신호와 주변 교통 상황에 따라 도착 시간 간격이 진입 시간 간격과 달라질 수 있

다. 따라서 버스 도착 간격이 조사한 데이터와 일치하도록 진입 확률분포를 추정해야 한다. 다만 진입 확률 분포의 형태는 Table 1에서 추정된 형태를 지닌다고 가정하고 파라미터만 새롭게 추정하였다. 버스 도착 시간이 결정되면 버스 승차 인원에 영향을 주는 요소는 각 버스 노선에서 하차하는 인원과 버스 정류장에 신규로 유입되는 인원이 영향을 끼치게 되는데 승차 인원 데이터를 이용하여 먼저 각 노선 별 하차 승객 및 신규 유입 승객들의 노선 선택 비율을 버스 승차 인원 데이터를 활용하여 결정한다. 마지막으로 버스 정류장 대기 인원 데이터를 사용하여 기타 노선 버스 도착 간격을 결정한다.

파라미터 교정을 위하여 시뮬레이션 결과와 조사한 데이터의 누적 히스토그램을 작성하고 시뮬레이션 결과와 실제 데이터의 차이를 확인하기 위해 식 (3)과 같이 그 차이의 제곱을 최소화하는 비용함수를 활용하여 파라미터 교정을 진행하였다..

$$\theta^* = \operatorname{argmin}_{\theta} \int_0^{\infty} \{H(x) - \hat{H}(x;\theta)\}^2 dx \quad (3)$$

식 (3)에서 $H(x)$ 는 조사한 자료의 히스토그램 데이터이며 $\hat{H}(x;\theta)$ 는 시뮬레이션 모델의 파라미터를 θ 로 설정하였을 때 모델이 생성한 히스토그램 데이터이다. 히스토그램 급간은 선형보간(linear interpolation) 한다.

Table 2는 시뮬레이션 교정 과정을 통해서 선정한 파라미터 값들을 나타낸다. 총 14개 파라미터들에 대해서 교정이 이루어졌으며 최적 파라미터 선정을 위해 상용 시뮬레이션 최적화 툴인 OptQuest 툴을 사용하였다 [25]. 3단계로 진행되는 과정에서 각 단계 당 총 200회

Table 2. Paramters after calibration

Probability distribution / parameter	Inferred distribution / parameter value
P_{105}^{BA}	Wei(1.495, 7.091, 3.093)
P_{823}^{BA}	Wei(9.352, 32.85, -23.217)
P_{832}^{BA}	Wei(1.3, 9.5, 1.25)
P_{other}^{BA}	Exp(0.966)
a_{105}	0.213
a_{823}	0.216
a_{832}	0.047
e_{105}	0.068
e_{823}	0.207
e_{832}	0.318
δ	0.8

의 파라미터 탐색 과정을 거쳤으며 각 파라미터 탐색 당 10회 씩 반복하였다.

3.4 유효성 검증

교정한 시뮬레이션 모델을 수집한 데이터를 활용하여 유효성 검증을 수행하였다. 유효성 검증은 교정과 마찬가지로 버스 도착 시간, 버스 승차 인원, 버스 정류장 대기 인원 에 대해서 시뮬레이션 모델의 생성 결과와 실제 데이터를 비교하였다. Table 3은 각 요소에 대한 T-검정 결과를 나타낸다. T-검정 결과 모든 항목에서 P-값이 0.05 이상으로 실제 데이터의 분포와 시뮬레이션이 생성한 결과의 분포가 평균적인 차이가 없음을 확인할 수 있다. 즉, 시뮬레이션 모델이 실제 버스 정류장의 모습을 잘 설명한다고 할 수 있다.

Table 3. T-test results for model validation

Test Factors	T-val	P-val	
Bus arrival	105	-0.22	0.829
	823	-1.12	0.271
	832	0.23	0.819
Number of passengers getting on	105	0.52	0.607
	823	0.87	0.386
	832	-0.17	0.865
Number of passengers wait on the bus stop	-0.50	0.618	

3.5 시뮬레이션 구현

본 연구에서 제안한 시뮬레이션 모델을 구현하기 위해서 The AnyLogic Company에서 개발한 Anylogic 8.6 버전을 사용하였다 [26].

Fig. 4는 전체 시뮬레이션 모델의 흐름을 보여준다. Bus movement는 각 노선 버스의 움직임을 나타낸 것이고 drop-off passengers는 하차 승객의 움직임, Transferring logic은 환승객이 환승 노선을 선택하는 움직임, passengers boarding은 신규 진입승객과 환승객을 종합하여 승객들이 정류장에서 대기하다가 버스를 타는 과정을 나타낸다.

Fig. 5는 시뮬레이션 모델을 실행한 모습이다. 시뮬레이션 실행 시 신호 변경은 실제 신호 변경과 동일하게 설정하였으며 노선 버스를 제외한 기타 차량들의 움직임은 임의로 발생시켰다. 3.3절의 파라미터 교정 시 기타 차량의 움직임도 같이 반영하였다.

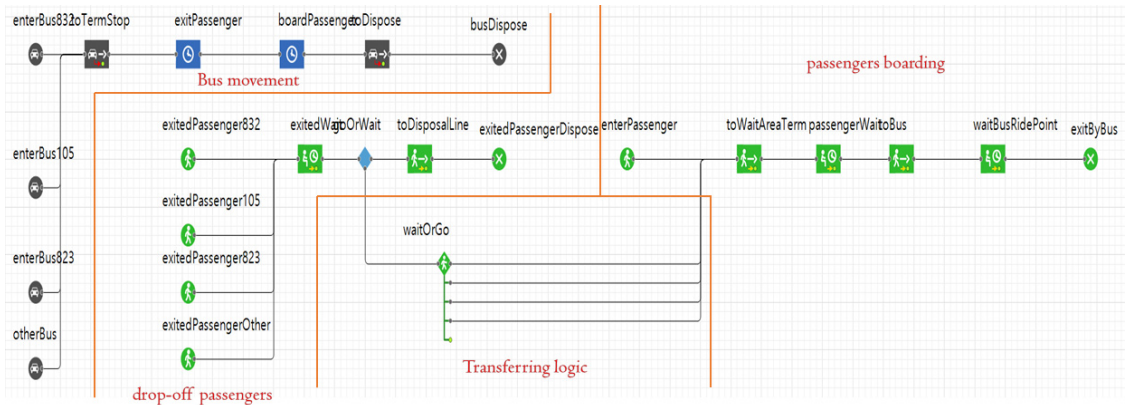


Fig. 4. Overall simulation logic flow



Fig. 5. Execution of the simulation model

4. 환승객 대기 비용을 고려한 최적 도착 간격 설정

4.1 버스 도착 시간과 승객 대기 시간 간 관계

본 절에서는 개발한 시뮬레이션 모델을 바탕으로 하여 버스 환승을 고려했을 경우와 버스 환승을 고려하지 않았을 경우 승객 대기 시간의 변화를 탐구하였다. 환승을 고려하지 않을 경우 노선 별 탑승 승객 도착은 노선 별 기본 버스정류장 도착 인원에 버스 하차 인원의 평균을 시간으로 나눈 인원을 추가하여 탑승 인원으로 산정하였다. 즉, 환승을 고려하지 않았을 경우에는 환승을 고려했을 때 평균 환승 승객을 버스 도착 사이에 배분하여 일정 빈도로 버스 정류장에 도착하는 것으로 가정하였다.

버스 도착 간격에 따른 승객 대기 시간 변화에 대해 탐구하기 위해서 버스 도착 간격도 변화시켰다. 버스 도착 간격은 각 노선 별로 평균 5분에서 40분까지 5분 간격, 8단계로 변화하도록 조정하였다. 각 노선 버스가 도

착하는 형태는 Table 2의 분포를 따르고 분산은 변하지 않는다고 가정하였다. 시뮬레이션은 각 파라미터 설정 당 10회씩 반복하였고 총 10,240회 수행하였다.

먼저 환승을 고려하지 않았을 때와 고려했을 때 버스 정류장 승객 대기 시간의 차이를 비교하기 위해서 ANOVA 분석을 진행하였다. Table 4는 수행한 ANOVA 결과이다. ANOVA 분석 결과 P-값은 0.018로 유의 수준 0.05 보다 작아 통계적으로 차이가 존재함을 확인하였다. 즉, 환승을 고려했을 때와 고려하지 않았을 때 버스 정류장에서 승객이 대기하는 시간에 통계적인 차이가 존재한다.

Table 4. ANOVA result comparing the cases of transfer and non-transfer

Source	DF	Adj. SS	Adj. MS	F-val	P-val
Transfer	1	5263376	5263376	5.60	0.018
Error	10238	9616065539	939252		
Total	10239	9621328914			

Table 5는 환승을 고려했을 때와 고려하지 않았을 경우 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. Table 5의 첫번째 열은 환승 고려 유무를 나타내는데 1은 환승을 고려한 경우를 나타내고 0은 환승을 고려하지 않은 경우를 나타낸다. 평균적으로 환승을 고려했을 때가 환승을 고려하지 않았을 때에 비해서 평균적인 승객 대기 시간이 더 많은 것으로 나타났으며 상대적으로 표준편차의 차이는 크게 나타나지 않았다.

Table 5. Mean and standard deviation of transfer and non-transfer cases

Transfer	N	Mean	StDev	95% CI
0	5120	3576.5	981.8	(3549.9, 3603.0)
1	5120	3621.8	956.3	(3595.3, 3648.4)

승객 환승을 고려했을 때 버스 노선 105, 823, 832의 도착 시간 간격에 따른 버스 정류장 승객 대기 시간 변화를 다중 회귀 분석한 모델은 식 (4)와 같다.

$$WT = 644.1 + 52.263x_{105} + 64.033x_{823} + 21.459x_{832} - 0.3678x_{832}x_{823} \quad (4)$$

x_i : 버스 노선 i 승객 대기 시간,
 $i \in \{105, 823, 832\}$

식 (4)에서 $x_{105}x_{823}$ 과 $x_{105}x_{832}$ 항은 0.05 유의수준에서 유의미하게 나타나지 않아 모델에서 제거했다. 식 (4) 회귀 모델의 설명력(R^2)은 83.99%로 나타났으며 수정 설명력(R_{adj}^2)도 83.98%로 높게 나타나 회귀 모델이 버스 정류장 승객 대기 시간을 잘 설명하는 것으로 보인다.

식 (4)의 모델에서 x_{105} , x_{823} 과 x_{832} 의 계수를 보면 버스 정류장 승객 대기 시간은 버스 도착 간격이 늘어날수록 증가하는 경향을 보이는 것을 확인할 수 있다. 하지만 $x_{832}x_{823}$ 항의 계수의 경우 음수로 증가할수록 승객 대기 시간이 줄어드는 경향을 보이는데 이는 버스 노선 간 환승객의 이동이 반영된 결과로 유추된다. 조사한 데이터에서 832 노선 버스는 하차 승객이 많고 105번과 823번의 경우 승차 인원이 더 많은데 시뮬레이션 파라미터 설정에서 결정한 환승객 파라미터의 경우 하차한 승객 중 환승객이 823번으로 탑승하는 확률이 0.207로 105번으로 탑승하는 확률인 0.068에 비해 상대적으로 크다. 이 때문에 832번의 운행 간격이 늘어나고 823번 운행 간격이 줄어들 경우 환승객 대기 시간이 줄어드는 효과가 있어 전체 버스 정류장 승객 대기 시간이 일부 감소하는 경향을 보여주는 것으로 보인다.

4.2 승객 대기 비용을 고려한 버스 최적 도착 간격 설정

4.2.1 승객 대기 비용 및 버스 운행 비용 산정

일반적인 통행비용 환산 방법은 임금률법과 한계대체율법이 있다. 임금률법은 주로 업무 통행 시 시간 가치를 산정하는 데 활용하는데 통행 시간을 줄이면 그 시간만큼 업무 시간으로 활용할 수 있다는 사실은 기반으로 한다. 통상적으로 업무 시간의 통행은 임금 수준만큼, 비업무 시간의 통행은 업무 시간의 1/3 만큼으로 산정한다. 한계 대체율법은 통행자 관점에서 현재의 교통 수단과 그를 대체할 수 있는 빠른 교통 수단이 있을 경우 1시간을 절약하기 위해서 비용을 얼마나 더 지불할 수 있는지

를 기반으로 시간 가치를 평가하는 것이다 [27].

본 연구에서는 승객의 대기 시간의 시간 가치를 환산하기 위해서 보다 직관적인 방법인 임금률법을 선택하였다. 최저 임금을 기준으로 하여 산정한 시간당 승객 대기 비용(WC)은 식 (5)와 같다.

$$WC = \lambda \times C_{mw} \quad (5)$$

C_{mw} : 최저임금, λ : 승객대기 비용 계수

본 연구에서 C_{mw} 는 2020년 최저임금으로 선정하였고 λ 는 승객 대기 시간에 대한 비용을 조절하는 계수로 0.1에서 0.5까지 0.1 간격으로 변동 시킨다 [28].

각 버스 노선 당 운영 비용(BC_i)은 버스 기사 임금과 유류비를 포함하여 산정하였다. 이 때 버스의 감가상각과 관리 비용등 고정적으로 들어가는 비용은 포함하지 않았다. 구체적인 산정 방법은 식 (6)과 같다.

$$BC_i = \frac{1}{NS_{r_i}} \{ C_g \times FC_{r_i} + C_w \times T_{r_i} \} \quad (6)$$

C_g : 압축천연가스(CNG) 가격, 원/리터[29]

FC_{r_i} : 버스 노선 i 회 운행 당 연료 소모[30]

C_w : 버스 기사 임금, 원/분[31]

T_{r_i} : 버스 노선 i 회 운행 소요 시간[30]

NS_{r_i} : 버스 노선 i 버스 정류장 수[30]

BC_i 는 노선 별 각 정류장 방문 시 소요되는 평균 운영 비용을 의미한다. 식 (6)에서 버스 노선 1회 운행 당 연료 소모는 버스 노선의 총 연장 길이를 CNG의 연비로 나눈 값이고 버스 기사 임금은 버스 기사의 중위 연봉으로 잡고 이를 연도별 운행시간으로 나눈 것이다. 1년 52주, 주당 52시간 운행을 기준으로 산정했다. Table 6은 식 (6)에 따라서 산정한 노선 별 버스 운영 비용을 정리한 것이다.

Table 6. Operating cost for each bus line

BC_i	value
BC_{105}	₩816/visit
BC_{823}	₩984/visit
BC_{832}	₩864/visit
BC_{other}	$\frac{(BC_{105} + BC_{823} + BC_{832})}{3} = ₩888/visit$

Table 7. Best solutions found based on the proposed simulation model

λ	mean832(min)	mean105(min)	mean823(min)	Average Wait Passenger	Total Cost
0.1	8.6	9.0	17.8	31.7	98157.5
0.2	22.3	5.7	10.0	25.7	132035.6
0.3	10.2	5.6	5.5	20.5	167992.5
0.4	7.3	5.3	4.0	16.8	196873.3
0.5	9.7	5.1	3.3	18	224162.0

Table 6의 산정한 값을 기준으로 시뮬레이션 모델에서 계산되는 총 비용은 식 (7)과 같다.

$$TC = \sum_{i \in \{105, 823, 832, other\}} BC_i x_i + WC \sum_{k=1}^K w_k \quad (7)$$

x_i : 버스 노선 i 의 정류장 방문 횟수

w_k : 승객 k 의 정류장 대기 시간

K : 정류장 대기 승객 총 수

4.2.2 최적 버스 도착 간격 설정

구현한 시뮬레이션 모델에 식 (7)의 총비용 계산식을 적용하여 최적 버스 도착 간격을 설정한다. OptQuest를 활용하여 총비용을 최소화하는 버스 운행 간격을 탐색한다. 이 때 BC_i 값은 Table 6의 값을 사용하고 WC 는 식(5)에서 λ 를 0.1에서 0.5까지 0.1씩 변경하였다. λ 의 변화에 따라 5회의 실험이 진행된다. 이 때 각 실험 당 버스 도착 간격은 총 100회의 탐색이 이루어지며 각 탐색에서 설정한 버스 운행 간격 당 10회 시뮬레이션이 반복된다. 시뮬레이션 1회 진행 시간은 100분으로 설정하였다.

Table 7은 시뮬레이션에서 탐색한 최선의 버스 노선 평균 도착 간격과 버스 정류장 평균 대기 인원, 전체 비용을 나타낸다. λ 가 클수록 시간 당 승객 대기 비용이 증가하는데 버스 노선 105번과 823번의 경우는 λ 가 커질수록 승객 대기 비용을 줄이기 위해 도착 시간 간격이 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 이에 반해 832번의 경우는 λ 에 따라 일관된 움직임을 보이지 않는다. 이는 식 (4)의 회귀 모델에서 유추한 바와 같이 832번 노선의 하차 승객이 상대적으로 많다는 점과 버스 정류장 도착 승객이 832번 노선으로 유입되는 양이 상대적으로 적은 점이 복합적으로 작용한 것으로 유추된다. 832번 노선의 경우 상대적으로 105번과 823번 버스 노선의 도착 간격 등 주변 요소에 복잡하게 연관되어 있는 것으로 보인다.

버스 정류장 평균 대기 인원의 경우 λ 가 0.4일 때 16.8명으로 가장 낮은 수준을 보였으며 전체 비용은 시간 당 승객 대기 시간 비용이 줄어들어 따라서 급격하게 줄어드는 형태를 보인다.

5. 결론

본 연구에서는 실제 버스 운행 및 승객 승/하차 데이터를 활용하여 환승을 고려한 시뮬레이션 모델을 개발하였다. 버스 정류장 승객 대기 시뮬레이션 모델 구현을 위하여 충북지역에서 평일 가장 많은 승객이 이용하고 환승도 다수 발생하는 청주 시외버스 터미널을 시뮬레이션 대상으로 선정하였으며 운행 버스 중 이용 인원이 다수인 105번, 823번, 832번 노선 버스를 대상으로 버스 정류장에 도착하는 시간 간격, 승/하차 인원, 버스정류장에 머무는 승객 수, 정류장에 들어오는 승객의 수를 조사하고 관련된 확률 분포를 추정하였다. 이후 시뮬레이션 모델 조정 과정을 통하여 모델의 현실 적합성을 높이고 유효성 검증을 수행하였다. 개발한 시뮬레이션 모델을 바탕으로 환승을 고려했을 때와 고려하지 않았을 때 승객 대기 시간의 차이를 실증하였다. 또한, 승객 대기 시간 비용 변화에 따라 최적의 버스 도착 간격을 산정하고 그에 따른 버스 정류장 대기 승객 수와 전체 비용 변화를 고찰하였다.

본 연구는 이론적인 관점에서 환승을 고려했을 경우와 고려하지 않았을 경우의 버스 정류장 승객 대기 시간의 차이를 실증적으로 고찰하였다. 그 결과 실제 버스 운행 환경에서 환승을 고려할 경우에 승객 대기 시간이 환승객을 고려하지 않았을 때 보다 통계적으로 유의미하게 큰 것을 보였고 버스 노선의 승/하차 승객 수의 비율에 따라 버스 도착 간격의 변화가 승객 대기 시간에 다른 영향을 주는 것을 보였다. 본 연구는 실무적인 관점에서 승객 대기 비용을 환산하는 방법을 제안하였으며 기존 연구들이 결정적 수리 모델을 통하여 버스 노선 도착 간격

을 조절하여 확률적 요소가 반영되지 못한 것을 보완하였다. 본 연구에서 산정한 버스 도착 간격은 버스 정류장의 확률적인 요소를 반영함으로써 결정적 수리 모델에 의해 결정된 버스 간격에 비해 현실적이라고 할 수 있다. 따라서 이를 확대한다면 각 버스 정류장의 최적 버스 도착 간격을 결정할 수 있고 결정된 최적 버스 도착 간격을 정류장 별 목표 운행 시간으로 정하여 운행하면 실시간 버스 노선 운행 시 승객 대기 시간을 적절히 조절하는데 기여할 수 있을 것으로 보인다.

본 연구는 데이터 획득의 한계로 인해 청주 시외버스 터미널 정류장에 한정하여 연구를 진행하였다. 보다 많은 버스 정류장의 정보를 수집하여 각 정류장의 목표 운행 시간을 설정하고 그 정보를 종합하여 전체 버스 운행 간격을 결정한다면 보다 현실적인 버스 운행 정책을 결정하는데 반영될 수 있을 것으로 생각한다. 즉, 기존의 연구에서 전체 정책을 수리모델로 결정하고 각 정류장에서 버스 운용 정책을 결정하는 하향식 의사결정을 사용했다고 한다면 확률적인 요소를 반영하여 각 정류장의 이상적인 버스 도착 시간을 먼저 설정하고 이를 바탕으로 버스 운행에 대한 상향식 의사결정을 시도할 수 있을 것이다. 현재 버스 정보 시스템 및 버스카드 데이터 등을 통해서 승객 데이터 및 버스 운행에 관한 데이터가 축적되고 있기 때문에 이를 활용한다면 충분히 합리적인 상향식 의사결정 시스템을 만들 수 있을 것으로 예상된다[32].

REFERENCES

- [1] E. Kim, E. Shon & J. Kim. (2020). A study on Problems and Improvement Plan of the Integrated Transfer Fare System - Focusing of Gyeonggi Province. *Gyeonggi Research Institute (GRI)*, 22(1), 251-271.
- [2] O. Ibarra-Rojas, F. Delgado, R. Giesen & J. Muñoz. (2015). Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review *Transportation Research Part B: Methodological*, 77, 38-75.
- [3] M. Takamatsu & A. Taguchi. (2020). Bus timetable design to ensure smooth transfers in areas with low-frequency public transportation services *Transportation Science*, 54(5), 1238-1250.
- [4] J. Fonseca, E. van der Hurk, R. Roberti & A. Larsen. (2018). A matheuristic for transfer synchronization through integrated timetabling and vehicle scheduling. *Transportation Research Part B: Methodological*, 109, 128-149.
- [5] Y. Wang, D. Li & Z. Cao. (2020). Integrated timetable synchronization optimization with capacity constraint under time-dependent demand for a rail transit network. *Computers and Industrial Engineering*, 142(February), 106374.
- [6] R. Espino & C. Román. (2020). Valuation of transfer for bus users: The case of Gran Canaria. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 137, 131-144.
- [7] T. Toledo, O. Cats, W. Burghout & H. Koutsopoulos. (2010). Mesoscopic simulation for transit operations. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 18(6), 896-908.
- [8] S. Mo, Z. Bao, B. Zheng & Z. Peng. (2020) Towards an Optimal Bus Frequency Scheduling: When the Waiting Time Matters. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 4347(c), 1-14.
- [9] S. Berrebi, K. Watkins & J. Laval. (2015). A real-time bus dispatching policy to minimize passenger wait on a high frequency route. *Transportation Research Part B: Methodological*, 81, 377-389.
- [10] M. Asgharzadeh & Y. Shafahi. (2017). Real-time bus-holding control strategy to reduce passenger waiting time. *Transportation Research Record*, 2647(1), 9-16.
- [11] S. O'Dell & N. Wilson. (1999). *Optimal Real-Time Control Strategies for Rail Transit Operations During Disruptions*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- [12] P. Senevirante. (1990) Analysis of On-Time Performance of Bus Services Using Simulation. *Journal of Transportation Engineering*, 116(4), 517-531.
- [13] M. Ruiz, J. Segui-Pons & J. Mateu-Lladó. (2017). Improving Bus Service Levels and social equity through bus frequency modelling *Journal of Transport Geography*, 58, 220-233.
- [14] M. Nesheli & A. Ceder. (2015). A robust , tactic-based, real-time framework for public-transport transfer synchronization. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 60, 105-123.
- [15] H. Manasra & T. Toledo. (2019). Optimization-based operations control for public transportation service with transfers. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 105, 456-467.
- [16] Y. Lee, H. Jo, Y. Kim, G. An & S. Bae. (2000). An Opportunity Cost Based Headway Algorithm in Bus Operation. *Journal of Korean Society of Transportation*, 18(3), 43-54.
- [17] H. Lee, J. Park, S. Jo & B. Yun. (2006). Development of Optimal Bus Scheduling Algorithm with Multi-constraints. *Journal of Korean Society of Transportation*, 24(7), 129-138.
- [18] W. Kim, B. Son, J. Chung & J. Lee. (2008). Development of Real-Time Optimal Bus Scheduling Models. *JOURNAL OF THE KOREAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS D*, 28(5D), 587-595.
- [19] K. Gkiotsalitis, O. Eikenbroek, & O. Cats. (2020).

- Robust Network-Wide Bus Scheduling with Transfer Synchronizations. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 21(11), 4582-4592.
- [20] P. Shang, R. Li, Z. Liu, K. Xian & J. Guo. (2018). Timetable Synchronization and Optimization Considering Time-Dependent Passenger Demand in an Urban Subway Network, *Transportation Research Record*, 2672(8), 243-254.
- [21] M. Abdolmaleki, N. Masoud & Y. Yin. (2020). Transit timetable synchronization for transfer time minimization. *Transportation Research Part B: Methodological*, 131, 143-159.
- [22] J. Chu, K. Korsesthakarn, Y. Hsu & H. Wu. (2019). Models and a solution algorithm for planning transfer synchronization of bus timetables. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 131(1), 247-266.
- [23] G. Kim. (2014). *Transit Patterns Analysis in Bus Routes using Large Volume Transportation Card Data*, Chungbuk National University.
- [24] M. Stephens. (1979). *The Anderson-Darling statistic*, STANFORD UNIV CA DEPT OF STATISTICS.
- [25] OptTek Systems. (2020). *The world's leading simulation optimization engine*
<https://www.opttek.com/products/optquest/>
- [26] The AnyLogic Company. (2020). *Anylogic: Simulation Modeling Software Tools & Solutions for Business*.
<https://www.anylogic.com/>
- [27] S. Son, G. Choe & J. Yu. (2007). An Estimation of Generalized Cost for Transit Assignment. *Journal of Korean Society of Transportation*, 25(2), 121-132.
- [28] Minimum Wage Commission. (2020).
<https://www.minimumwage.go.kr/index.jsp>
- [29] yesco. (2020).
https://www.lsyesco.com/citygas/gas_cng_03.asp
- [30] Cheongju City Bus Information System. (2020).
<https://www.dcbis.go.kr/>.
- [31] Ministry of Employment and Labor. (2020).
<https://www.work.go.kr/seekWantedMain.do>.
- [32] W. Son, T. Ahn & W. Lee. (2017). The Method to Converge of Public Transportation Information in Domestic and Foreign. *Journal of The Korea Convergence Society*, 8(3), 41-48.

이 종 성(Jongsung Lee)

[정회원]



- 2005년 2월 : POSTECH 산업경영공학과(공학사)
- 2015년 2월 : POSTECH 산업경영공학과(공학박사)
- 2018년 2월 : 삼성전자 DS 부문 책임연구원
- 2018년 3월 ~ 현재 : 한국고통대학교

산업경영공학과 조교수

· 관심분야 : 조합최적화, 경로탐색, 대중교통 최적화

· E-Mail : js.lee@ut.ac.kr