한국학교수학회논문집 제 24 권, 제 1 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 24, Number 1, 19-38, March 2021
http://doi.org/10.30807/ksms.2021.24.1.002

동료의 문제 만들기 과제를 평가하는 과정에서 나타난 예비교사의 주목하기: 순열과 조합을 중심으로

신동조[1)]

본 연구는 순열과 조합 영역에 관한 동료의 문제 만들기 과제를 평가하는 과정에서 나타난 예비교사의 주목하기를 분석하는 데 목적을 두었다. 이를 위해, 중등 예비교사 46명을 대상으로 순열과 조합에 관한 실생활 문제 만들기 과제를 수행하도록 하였고, 동료의 수학 과제를 임의로 배정하여 평가하도록 하였다. 수집된 자료를 분석한 결과, 예비교사들은 동료가 만든 수학 문제의 난도에 가장 주목하는 모습이 확인되었고, 특히 난도를 높이기 위해 조건 사용에 주목하는 경향이 있었다. 뿐만 아니라, 예비교사들은 질문과 풀이의 명확성, 문제의 독창성, 맥락의 수학 개념 간의 자연스러운 연결, 수학 개념 간의 융합에 주목하는 모습이 확인되었다.

주요용어 : 순열과 조합, 동료평가, 교사의 주목하기, 예비교사

Ⅰ. 서론

동료평가는 전통적으로 교사의 고유한 영역으로 인식되었던 평가의 주체를 학생으로 전환하여 동료의 학습 활동과 과제를 평가하는 활동을 의미하며 주로 고등교육에서 사용되고 있다. 동료평가는 교과 지식의 발달(Lavy & Shriki, 2014)과 메타인지 발달(Tanner & Jones, 1994)에 긍정적인 영향을 주며, 예비교사의 평가 능력 신장에 기여하는 것으로 확인된 바 있다(오예린, 권오남, 박주용, 2018). 수학교육에서 평가는 교사의 전문성을 대표하는 하나의 요소로써 그 중요성이 강조되고 있고, 현직교사의 재교육뿐만 아니라 예비교사 교육에서부터 평가에 관한 실질적인 교육이 필요하다는 주장이 제기되고 있다(김선희, 2006). 이에 예비교사 교육을 위한 동료평가의 활용은 학교 현장에서 경험할 수 있는 실제 평가 행위와 유사한 환경(approximation of practice)을 제공한다는 점에서 예비교사의 전문성 함양을 위한 기회가 될 수 있다(Ayalon & Wilkie, 2020).

또한, 국내외 수학과 교육과정에서는 학생들의 문제 만들기 역량을 강조하고 있다(교육부, 2015; Common Core State Standards Initiative, 2010). 나아가 수학교사의 문제 만들기와 과제 변형 능력은 학생이 수학적으로 주목하는 방식에 영향을 주며(Lobato, Hohensee, & Rhodehamel, 2013), 학생의 수학적 사고 신장과 이해에 중요한 역할을 한다(Crespo, 2003). 따라서 예비교사의 수학 문제 만들기와 이에 관한 동료평가 활동은 동료의 수학 과제를 분석하고 반성적으로 사고함으로써 자신의 문제 만들기 역량을 신장할 수 있는 동시에 수학적 개념에 관한 이해와 평가 능력을 함양할 수 있다는 점에서

---
* MSC2010분류 : 97C70

1) 고려대학교 연구교수 (sdlov20@gmail.com)

예비교사의 전문성 개발에 기여할 수 있을 것으로 판단된다. 선행연구에서는 현장 경험이 부족한 예비교사가 학생의 답안에서 수학적 사고에 관한 핵심적인 요소에 주목하는 것이 매우 도전적인 과업이라는 점을 지적하였다(Jacobs, Lamb, & Philipp, 2010). 따라서 동료 예비교사가 만든 수학 문제와 풀이를 평가하는 활동으로부터 중·고등학교 학생의 수학적 사고를 분석하는 것으로의 점진적인 교육활동이 요구된다.

예비교사 교육에서 동료평가에 관한 선행연구는 주로 예비교사의 수학 지식과 평가 역량과 같은 인지적 능력의 발달(Ayalon & Wilkie, 2020; Lavy & Shriki, 2014; Sluijsmans, Brand-Gruwel, van Merriënboer, & Martens, 2004)과 동료평가의 신뢰성과 타당성에 관한 정량적 분석(오예린 등, 2018; Zevenbergen, 2001)에 초점을 두고 수행되었다. 그러나 평가의 경험이 부족한 예비교사들이 동료평가 과정에서 무엇에 주목하고 어떠한 방식으로 동료평가를 시도하는지에 관한 연구는 부족한 실정이다. 김선희(2013)는 수학 예비교사의 수업 시연에 관한 동료평가를 정성적으로 분석하여 예비교사들이 수업 시연을 분석할 때 주목하는 평가 요소들을 확인한 바 있다. 이렇듯 교수활동과 교육과정 구성에서 나타나는 다양한 상황에서 수학교사가 주목하는 방식에 관한 연구(예를 들어, Amador, Males, Earnest, & Dietiker, 2017; Jacobs et al., 2010)는 교사의 인지적 활동을 가시적으로 드러낼 수 있고 이를 분석함으로써 교사의 전문성 개발을 지원하는 방식으로 나아갈 수 있을 것으로 기대된다(Sherin, Jacobs, & Philipp, 2011). 이는 학습자 중심 교육을 지향하는 현대 교육의 방향에서 교사의 주목하기(teacher noticing)가 교사의 전문성을 결정하는 중요한 역량으로 부각되고 있다는 점에서 시사하는 바가 더욱 크다고 할 수 있다(이은정, 이경화, 2016). 본 연구는 예비교사들이 동료의 수학 문제 만들기를 평가하는 과정에서 어떤 요소에 주목하는지에 대해 분석하고자 한다. 특히, 순열과 조합은 현직 수학교사들에게도 어려운 영역으로 인식되고 있는데(김원경, 변지영, 문소영, 2006) 이에 관한 선행연구가 미흡한 실정이다. 순열과 조합 영역은 확률과 통계의 기본이 되고 다른 수학 영역에 비해 주로 실생활 맥락의 문장제 문제로 구성된다는 점에서(김미정, 김용구, 정인철, 2009), 본 연구는 순열과 조합에 관한 동료의 실생활 문제 만들기를 평가하는 과정에서 나타나는 예비교사의 주목하기를 분석하는데 목적을 둔다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 동료평가

동료평가는 평가를 할 수 있는 동료의 모든 결과물(예를 들어, 동료의 활동, 발표, 글, 작품)이나 수행 과정에 수치적 점수를 부여하거나 의견을 제공하는 것을 의미한다(박주용, 박정애, 2018). 동료평가는 학생 다수의 학습 활동을 평가하는 것에 대한 교사의 부담을 덜어주는 동시에(박주용, 박정애, 2018; 오예린 등, 2018), 학생들이 동료의 과제를 평가하는 과정에서 자신의 활동에 관한 반성적 사고와 메타인지적 사고를 위한 기회를 제공한다(Swaffield, 2011; Tanner & Jones, 1994; Topping, 1998). 특히, 동료평가를 통한 반성적이고 비판적인 사고의 발달은 단순히 수치적 점수를 부여하는 것보다 구체적인 피드백을 제시하도록 할 때 더욱 효과적이다(Russell, van Horne, Ward, Bettis III, & Gikonyo, 2017). 예를 들어, Omar, Shahrill, & Sajali(2018)는 중등학교 학생들에게 각의 성질에 관한 동료의 활동 과제를 평가하기 위한 기준을 제공하고 동료평가를 수행하도록 하였다. 동료평가 이후 학생들은 각의 개념과 성질에 대한 오개념이 여전히 존재했지만, 지식 습득에 관한 사후 검사에서 유의하게 높은 결과를 보였다. 학생들은 동료평가를 자신의 지식을 공유하기 위한 효과적인 도구로 인

지하였으며, 평가자로서 학생의 역할은 학생들의 메타인지를 높이는 것으로 확인되었다. 또한, 선행연구에서는 동료평가가 예비 수학교사의 지식과 역량 발달에 효과적인 도구임을 보고하였다. 예를 들어, Lavy & Shriki(2014)는 증명 과제에 대한 동료평가가 평가 기준을 선정하고 적절한 준거에 따라 증명 학습을 평가할 수 있는 예비교사의 전문가적 역량뿐만 아니라 다양한 증명 전략을 탐구함으로써 수학적 지식 발달에 긍정적인 역할을 할 수 있음을 확인하였다.

Freeman(1995)은 모둠학습에서 모둠 내 편향된 과제 분담으로 나타나는 문제를 해결하기 위해 동료평가를 통해 모둠 구성원의 기여도를 평가하게 한 결과 동료평가가 모둠학습에서 발생하는 무임승차 문제를 줄이는 데 활용될 수 있음을 확인하였다. Yang, Badger, & Yu(2006)는 동료평가와 교사평가가 대학생들의 영작문에 미치는 영향을 비교한 결과 학생들은 주로 교수자의 피드백을 통해 자신의 영작문을 개선하는 경향을 보였지만, 지식의 권한과 위계가 없는 동료의 피드백은 학생들에게 학습 자율권을 제공하는 방식으로 영작문 능력 발달에 나름의 역할을 하는 것으로 나타났다. Ayalon & Wilkie(2020)는 예비교사가 중·고등학교 학생의 수학 답안을 평가하는 활동에서 동료 피드백 사용의 효과를 검토하였다. 연구 결과, 예비교사들은 중·고등학교 학생들의 과제를 평가하기 위한 틀을 만드는 것과 학생의 수학 답안에서 학생의 수준을 평가하는 것에서 동료 피드백이 효과적이라고 인식하였다. 정의적인 측면에서 예비교사들은 동료 피드백이 평가 기준을 만들고 학생들의 수학 답안에서 세부적인 사항에 주의를 기울이는 것에 자신감을 가지게 한다고 보고하였다.

이러한 이점에도 불구하고 비전문가인 학생들에 의한 동료평가의 신뢰성과 타당성 문제가 지속적으로 제기되고 있다(오예린 등, 2018; Zevenbergen, 2001). 다수의 선행연구에서는 이러한 문제를 검토하기 위해 동료평가자 간 평가의 일치도뿐만 아니라 동료와 전문가 평가 간 평가의 일치도를 분석하여 동료평가의 신뢰도와 타당도를 조사하였다. 예를 들어, Jeffery, Yankulov, Crerar, & Ritchie(2016)는 대학생들의 글쓰기 과제에 대한 동료평가 정확성에 영향을 미치는 변인을 탐구한 결과 동료평가를 수행한 횟수가 가장 유의한 변인이었으며, 각 학생이 6번 이상의 동료평가를 수행하고 3명 이상의 학생들이 하나의 과제를 평가했을 때 이들 점수의 평균은 전문가의 평가 점수와 유사하다는 것을 확인하였다. 오예린 등(2018)은 대학에서 정수론을 수강한 학생들을 대상으로 한 학기 동안 증명 활동에 대한 동료평가를 실시하였고 동료평가 점수의 신뢰도와 타당도를 조사하였다. 그 결과 특정 과제를 평가했던 3명의 동료평가자 간의 평가 점수가 매우 유사하게 나타났고, 학기 중간에 비해 학기 말에 실시된 동료평가에서는 동료평가와 전문가 평가 사이에 높은 일치도를 보였다. 이러한 연구 결과는 전문가적 평가를 위해 동료평가의 기회를 제공하는 것이 중요하며(Freeman, 1995; Jeffery et al., 2016; Orsmond, Merry, & Reiling, 1996; Zevenbergen, 2001), 교사교육에서 동료평가에 관한 경험이 평가에 관한 예비교사의 전문가적 안목을 신장시킬 수 있음을 시사한다.

앞서 살펴본 바와 같이 동료평가에 관한 다양한 연구 결과에도 불구하고, 선행연구는 주로 정량적 분석을 통해 동료평가의 교육적 효과와 평가의 신뢰성과 타당성을 검증하는 것에 초점을 두었다. 그러나 동료평가의 주체인 평가자가 평가를 수행하는 방식과 평가 과정에서 주목하는 상황에 관한 정성적인 분석 역시 교육적으로 시사하는 바가 있음에도 불구하고(김선희, 2013) 이에 대한 많은 결과가 보고되지 않았다. 이하 절에서는 교사의 주목하기에 관한 선행연구에 대해 살펴본다.

2. 교사의 주목하기

지난 10년간 교사의 주목하기에 관한 연구는 수학교육에서 많은 관심을 받고 있다. Mason(2002)은 교사가 지각하지 못한 상황과 현상에 대해서는 어떠한 교수학적 결정도 내릴 수 없다고 주장하면서 교사 주목하기의 중요성을 제기하였다. 선행연구에서는 교사의 주목하기를 교사가 수업에서 지각하는 교실 상황으로 개념화하거나 교사가 지각하고, 해석하고, 교수학적 결정을 내리는 것을 포함한 다소

광의적인 개념으로 정의하였다(Jacobs & Spangler, 2017). 전자는 '주목하기(noticing)'라는 단어가 가지고 있는 사전적 의미를 충실히 반영하여 교사의 주목하기를 개념화했다면, 후자는 교사의 수업 계획 및 진행이 일련의 교수학적 결정들로 이루어지고 이러한 교수학적 결정은 Mason의 주장과 같이 교사가 지각하고 주의를 기울이는 과정, 나아가 이를 해석하는 과정이 반드시 이루어져야 하므로 교사의 주목하기를 포괄적으로 정의해야 한다는 관점이다(Jacobs et al., 2010). 그러나 Jacobs et al.(2010)은 교수학적 결정을 내리는 것(deciding)은 인지적인 과정이고 교사가 실제로 실행하는 것(responding)을 보장할 수 없으므로 두 개의 개념 간의 구분이 필요하다고 주장하였고, 김희정, 한채린, 배미선, 권오남(2017)은 교사의 주목하기와 반응적 교수와의 관계를 조명하여 반응적 교수의 메커니즘을 분석하였다.

앞서 살펴본 것과 같이 교사의 주목하기를 정의하는 방식은 연구자마다 그 범위가 다양하게 나타난다. 뿐만 아니라, 연구자가 조사하고자 하는 교사의 주목하기 행위가 무엇인지에 따라 다양한 선행연구가 수행되었다. 교사가 학생의 수학적 사고에 주목하는 방식에 관한 연구(Jacobs et al., 2010)는 교사의 주목하기 연구에서 가장 대표적이다. 또한, 학생의 수학적 사고에 관한 교사의 주목하기 외에 학생의 통계적 이해에 관한 교사의 주목하기(한채린, 김희정, 권오남, 2018), 수학 수업에서 공정한(equitable) 학습 기회에 관한 교사의 주목하기(Wager, 2014), 학생의 수학적 창의성에 대한 교사의 주목하기(Mhlolo, 2017), 수업 과정에서 나타나는 수학적 요소에 대한 교사의 주목하기(이진아, 이수진, 2019)에 관한 연구들도 일부 수행되었다. 이러한 연구들은 대부분 수학 수업을 실행하는 과정에서 나타나는 동적인 상황을 교사가 어떠한 방식으로 주목하는지에 초점을 두었다. 학생의 수학적 사고에 대한 교사의 주목하기 연구는 특정 수학 영역(예를 들어, 패턴 일반화, 미적분, 비례 추론)에 관한 학생의 활동을 실제 수업 또는 녹화된 수업 영상 등을 통해 관찰한 후 교사가 주목한 학생의 수학적 사고가 무엇이고 이를 어떻게 해석하는지를 조사하였다.

Callejo & Zapatera(2017)의 연구에서 예비 초등교사들은 패턴 일반화에 관한 학생들의 답안을 분석할 때 핵심적인 수학적 요소[2]에 어느 정도 주의를 기울이는 경향을 보였지만 이를 근거로 학생의 수학적 사고와 이해를 해석하는 것에 어려움을 겪는다는 점이 보고되었다. 이와 유사하게 Jacobs et al.(2010)은 학생의 산술적 사고에 대한 예비 초등교사와 현직 초등교사의 주목하기 양상을 검토한 결과 현직 초등교사에 비해 예비 초등교사들은 학생이 문제해결에서 사용한 수학적 전략에 주의를 기울이는 것에서부터 어려움을 보였다. 결과적으로 연구에 참여한 예비 초등교사 중 학생의 산술적 사고에 근거하여 교수학적 반응을 결정하려 했던 예비교사는 극히 일부분으로 확인되었다(Jacobs et al., 2010). Walkoe(2015)는 8주간의 비디오 클럽 활동[3]을 통해 예비 중등교사가 학생의 대수적 사고에 주목하는 양상의 변화를 살펴보았다. 예비 중등교사들은 첫 주부터 학생의 대수적 사고에 관해 주의를 기울이는 경향이 나타났지만 주로 자신이 관찰한 현상을 있는 그대로 묘사하거나 학생의 문제해결 방향이 올바른지를 단순히 평가하는 모습이 관찰되었다(Walkoe, 2015). 수학 수업을 관찰하거나 분석할 때 주목한 현상에 대해 단순히 기술하거나 좋다, 올바르다 등으로 평가하는 경향은 중등 예비교사의 주목하기에 관한 우리나라 연구에도 보고된 바 있다(이윤미, 이수진, 2018; 신동조, 2020).

상술한 바와 같이, 선행연구에서는 예비교사들은 다차원적이고 동시적으로 변하는 교실 상황에서 학생의 수학적 사고를 촉진할 수 있는 핵심적인 요소에 주의를 기울이고 이에 근거한 교수학적 해석과 반응을 결정하는 것이 어렵다는 점이 지적되고 있다. 이에 교사의 주목하기 개념은 수업 실행 이전에 이루어지는 수업 계획과 과제 분석에서 관찰되는 예비교사의 주목하기 방식을 조사하기 위해 사

2) 가까운 일반화(near generalization), 함수적 관계(functional relationship), 함수 관계를 역으로 추론(inverse process)을 의미한다(Callejo & Zapatera, 2017, p. 314).

3) 7명의 예비교사가 중등학교 대수 영역과 관련된 수업 영상을 보고 그룹 토론을 수행했던 활동을 말한다(Walkoe, 2015).

용되고 있다(이은정, 이경화, 2016; Amador et al., 2017). 예를 들어, Amador et al.(2017)은 교사가 교육과정 자료[4]에 나타난 교과 내용의 복잡성과 교수학적 기회에 주목하는 것을 교육과정에 관한 주목하기(curricular noticing)로 정의하고, 예비 수학교사가 교육과정 자료에서 어떤 요소에 주의를 기울이고 이를 어떻게 해석하여 수업 계획을 위한 교수학적 결정을 내리는지를 조사하였다. 즉, Amador et al.은 교사의 주목하기 개념을 사용하여 교과서와 수학 과제를 실제 수업에서 활용하기 이전에 교육과정 재구성에서 나타나는 예비교사의 인지 활동을 보다 세밀하게 분석하였다. 선행연구에서는 교사의 주목하기 개념을 동료의 교수활동을 평가하기 위해서도 사용하였다. 예를 들어, 이윤미, 이수진(2018)은 동료의 수업을 평가하거나 자신의 수업을 성찰할 때 나타나는 예비 수학교사가 주목하기 양상을 주목의 대상, 주목의 내용, 주목한 대상과 주제에 관한 진술 태도와 판단의 근거 제시 여부에 따라 살펴보았다. 이에 본 연구는 Amador et al.의 교육과정에 관한 주목하기 요소 중 예비교사가 수학 과제를 평가할 때 주의를 기울이는 요소의 측면에서 살펴보고자 하였다. 특히, 순열과 조합의 개념을 근간으로 하는 이산수학은 현실 세계에서 직면하는 이산적인 문제를 해결하는 과정에서 예측, 일반화, 최적화, 구조적 사고 능력을 신장시킬 기회를 제공할 수 있다는 점에서(Kapur, 1970) 국내외 교육과정 관련 문서에서도 강조되어 왔다(NCTM, 1989, 교육부, 1997). 또한, 이산수학은 제 4차 산업혁명 시대를 대비하여 컴퓨팅 분야에서 요구되는 필수적인 수학 지식을 내포하고 있다는 점(이상구, 이재화, 2019)에서 그 중요성이 더욱 부각될 것으로 보인다. 이에 본 연구는 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다: 예비 수학교사가 순열과 조합에 관한 동료의 문제 만들기 과제를 평가하는 과정에서 나타나는 주목하기 양상은 어떠한가?

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 참여자

본 연구는 수도권 소재의 사범대학에서 수학교육학을 전공하는 46명의 예비교사[5]를 대상으로 동료가 만든 순열과 조합 문제를 평가하는 과정에서 관찰되는 예비교사의 주목하기를 검토하였다. 예비교사들은 대부분 1학년과 2학년이었으며, ‘조합 및 그래프이론’을 모두 수강하여 순열과 조합을 포함한 이산수학의 심화 과정을 학습하였다. 연구자는 해당 수업의 교수자였으며 학기가 끝난 후 예비교사들에게 연구 참여 동의서를 작성하도록 하였다. 연구 참여 동의서에 무응답 하였거나 미동의한 예비교사들은 연구 대상에서 제외하였다.

2. 자료 수집 및 분석

예비교사들은 3주간 합의 법칙과 곱의 법칙을 포함한 기본적인 세기 방법, 순열과 중복순열, 조합과 중복조합에 관해 학습하였다. 이후 예비교사들은 순열과 조합에 관한 문제 만들기 과제에 참여했다. 연구자는 동료평가 활동을 수행하기 위해 예비교사들에게 ‘바이러스’와 관련된 실생활 맥락[6]을 사용하여 순열과 조합에 관한 문장제 문제를 각각 한 문항씩 만들고 풀이 과정을 제출하게 하였다. 예비교사들이 만든 수학 문제에 관한 동료평가는 순열과 조합으로 나누어 두 차례 독립적으로 실시되었다.

4) 여기서 교육과정 자료(curriculum materials)는 교과서, 수업지도안, 수학 과제를 포괄하는 개념이다(Amador et al., 2017, p. 429).

5) 이하에서는 이들을 PT#1∼PT#46으로 부른다.

6) 연구 수행 당시 코로나19의 세계적 대유행으로 해당 소재가 예비교사 모두에게 익숙할 것으로 판단하였다.

먼저, 순열 과제에 대한 동료평가를 위해 연구자는 예비교사들을 5~6명으로 이루어진 모둠으로 임의 배정하고 익명으로 표시된 동료의 과제를 제공하였다(박주용, 박정애, 2018). 각 모둠에서 예비교사들은 4~5명의 동료의 순열 과제에 대한 정성적 평가를 진행하였고, 연구자는 예비교사들에게 생산적인 피드백을 제공하도록 권고하였다. 교사의 주목하기 연구에서 연구자가 제공한 분석틀은 예비교사의 주목하기 행위에 직접적인 영향을 줄 수 있다고 보고됨에 따라(Mitchell & Marin, 2015; Walkoe, 2015) 본 연구의 목적상 이러한 외재적 요인을 배제하기 위해 동료평가를 위한 평가틀을 사전에 제공하지 않았다. 조합 과제에 관한 동료평가도 같은 방식으로 진행되었고, 이를 통해 한 명의 예비교사는 최소 8명의 동료 과제를 평가하였다. 동료평가 절차는 앞서 이론적 배경에서 살펴본 바와 같이 동료평가에 대한 신뢰도와 타당도 기준을 충족하는 방식으로 진행되었다(Jeffery et al., 2016). 이러한 절차에 따라 46명의 예비교사에게서 총 433개의 동료평가 자료를 수집하였고, 예비교사가 제출한 하나의 동료평가 자료를 분석의 단위(unit of analysis)로 설정하였다.

수집된 자료로부터 예비교사가 무엇에 주목하는지를 검토하기 위해 반복적 비교분석법(constant comparative method)이 두 단계에 걸쳐 진행되었다(유기웅, 정종원, 김영석, 김한별, 2018). 첫 번째 단계에서 두 명의 연구자는 동료평가 자료를 반복적으로 읽으면서 예비교사의 초점의 중심을 의미 단위로 분류하는 작업을 독립적으로 수행하였다. 이때 예비교사가 사용한 표현을 중심으로 개방 코딩(open coding) 과정을 진행하였고 이를 토대로 예비교사에게서 반복적으로 언급된 내용을 분류하는 과정인 개별 범주화 작업을 수행하였다. 최초 개방 코딩은 예비교사가 동료평가를 수행할 때 주의를 기울였던 요소를 예비교사가 사용한 표현에 기반하여 진행되었다(유기웅 외, 2018). 예를 들어, 예비교사가 동료의 과제에 대해 “출제자의 풀이를 보면 감염자들이 이미 감염이 된 상태에서 한 번 더 감염된 상태를 말하는 것 같지만, 문제만 읽었을 땐 출제자의 의도대로 문제를 이해하기는 어렵다. … (중략)”라고 평가를 한 사례에 대해 두 명의 연구자는 각각 “문제 이해 어려움”과 “문제 의도 모호”라는 개방 코드를 부여하였다. 이후 두 명의 연구자는 독립적으로 실시된 범주화 작업 결과를 토대로 1차 회의를 진행하였고, 논의와 재분류를 통해 범주와 범주의 정의를 합의하였다. 두 번째 단계에서 연구자들은 합의된 범주를 중심으로 동료평가 자료 전체를 개별적으로 다시 분류하였다. 이후 두 연구자는 2차 회의를 진행하였고, 판단이 모호하거나 분류 결과가 일치하지 않은 자료를 중심으로 합의된 결과를 도출하는 작업을 수행하였다. 이 과정에서 앞서 제시한 사례는 ‘질문의 명확성’으로 범주화하였다. 판단이 모호하거나 불일치된 결과는 주로 하나의 자료가 두 개 이상의 범주에 포함되었을 때 나타났다. 연구자들은 동료평가를 수행하는 것이 수업 상황과 같이 동적인 순간을 지각해야 하는 것이 아니라는 점에서 두 가지 이상의 독립적인 측면에 주목하는 것이 가능하다고 판단하였다. 예컨대, “하나의 문제에 순열과 합의 법칙의 개념이 잘 융합되어 있어서 앞 단원에서 공부한 것을 복습하기에 좋은 문제이다. … (중략) 그러나 검은색 마스크를 나누어 줄 때 각 가정의 어떤 사람에게 나누어 줘야 하는지의 경우까지 생각할 수 있는 오해의 소지가 있을 것 같다.”와 같은 사례가 그러하다. 연구자들은 해당 자료를 ‘개념 간의 융합’과 ‘질문의 명확성’이라는 복수의 범주에 포함하였다. 이러한 과정을 통해 최초 433개의 동료평가 자료에서 총 465개의 분석의 단위가 확인되었고 이를 6개의 범주로 최종 분류하였다. 마지막으로 구성된 범주가 원자료와 연구 문제를 잘 반영하였는지 확인하는 과정이 수행되었다(유기웅 외, 2018).

Ⅳ. 연구 결과

예비 수학교사들이 동료의 문제 만들기 과제를 평가할 때 주목하는 것의 전반적인 경향은 <표Ⅳ-1>과 같았다. 구체적으로 예비교사들은 동료의 과제에서 나타난 문제의 난도, 풀이 과정의 명확성, 질문의 명확성, 문제의 독창성, 맥락과 개념 간의 자연스러운 연결, 수학 개념 간의 융합에 주목하는 경향이 있었다. 이하 절에서는 예비교사가 주목한 요소에 관한 구체적인 사례를 살펴보도록 한다.

<표Ⅳ-1> 동료의 문제 만들기를 평가하는 과정에서 나타난 예비교사의 주목하기

범주	설명	빈도(비율)
문제의 난도	문제의 난도 평가 또는 조건 사용을 통한 문제의 난도 높이기에 관한 예비교사의 주목하기	139(30%)
풀이 과정의 명확성	풀이 과정의 오류 또는 상세함에 관한 예비교사의 주목하기	106(23%)
질문의 명확성	질문에 나타난 표현의 모호성 또는 질문을 명확히 하기 위해 추가적인 설명의 필요성에 대한 예비교사의 주목하기	79(17%)
문제의 독창성	순열과 조합 단원에서 흔히 제시되는 전형적인 문제가 아닌 참신하고 창의적인 문제에 대한 예비교사의 주목하기	69(15%)
맥락의 연결성	사용된 맥락과 순열과 조합 개념 간의 자연스러운 연결에 대한 예비교사의 주목하기	53(11%)
개념 간 융합	복수의 수학 개념이 융합된 문제에 대한 예비교사의 주목하기	19(4%)
합계		465(100%)

1. 문제의 난도에 관한 예비교사의 주목하기

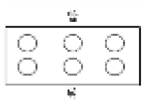
예비교사들이 순열과 조합에 관한 동료의 문제 만들기 과제를 평가할 때 가장 주목한 측면은 문제의 난도였다. 먼저, 예비교사들은 다양한 조건이 포함된 순열과 조합 문제는 문제의 난도를 높이거나 문제해결력을 높일 수 있다고 생각하는 경향이 있었으며 특별한 조건 없이 직관적으로 해결할 수 있는 문제에 대해서는 구체적인 조건을 추가하여 문제의 난도를 높일 것을 제안하였다. <표Ⅳ-2>의 첫 번째 문항은 일주일 중 3일을 선택하는 방법의 수인 ${}_7C_3$에서 연속된 3일이 선택되는 방법의 수를 제외하는 기본적인 조합 문제이다. PT #2와 #11은 문제에 포함된 조건(즉, “단, 3일 연속 외출은 안된다”)에 주목하면서, 특정 조건을 사용하는 것이 학생들의 문제해결력 신장과 문제 자체의 난도를 높이는 데 효과적이라고 주장하였다. 그리고 예비교사들은 구체적인 조건이 포함된 문제를 평가할 때 이를 “생각하게 하는 문제”, “깊이 있는 문제”, “복잡한 문제” 등으로 표현하면서 대체로 높은 점수를 부여하는 경향이 확인되었다. 나아가 예비교사들은 <표Ⅳ-2>의 두 번째 사례에서와 같이 문제의 난도를 높이는 방안에 주목하면서, 주어진 문제에 조건 또는 변수를 추가할 것을 제안하였다. 조건 사용을 통한 경우 나누기는 순열과 조합 영역에서 빈번하게 나타나는 특징이라는 점에서(이지현, 이정연, 최영기, 2005) 예비교사들의 주목하기는 이러한 영역 특수성에 기인한 것으로 판단된다. 그러나 조건 사용을 통한 문제의 복잡성 증가가 학생의 문제해결력 신장에 기여할 수 있을지에 관해서는 추가적인 논의가 필요할 것으로 보인다.

<표Ⅳ-2> 높은 수준의 인지적 요구를 위해 조건 사용에 관한 예비교사의 주목하기 사례

동료의 문제 만들기	동료평가 발췌
코로나바이러스를 예방하기 위해 밖에 나갈 때는 마스크를 꼭 착용해야 한다. 마스크가 3장 남았을 때, 7일 동안 밖에 외출하는 방법의 경우의 수는? (단, 3일 연속 외출은 안된다.)	조합의 개념이 잘 들어있고, 조건을 만족하지 않는 경우를 제외하는 부분이 담겨있어 문제해결력을 기르는 데 도움이 되는 좋은 문제라고 생각합니다(PT #11의 평가).
	단, 이라는 조건을 붙이지 않았으면 매우 간단했을 문제였는데 조건을 통해 계산을 조금 더 요구했다(PT #2의 평가).
A 바이러스와 B 바이러스에 걸린 환자가 10명 있다. 그러나 A 바이러스에 걸린 환자가 몇 명이고 B 바이러스에 걸린 환자가 몇 명인지는 알 수 없다. A 바이러스에 걸린 환자가 4명 이상일 경우의 수는 모두 몇 가지인가? (단, 두 바이러스에 모두 감염된 환자는 없다.)	좀 더 인원수가 많거나 B에 대한 조건도 좀 있으면 더 난이도 있는 문제가 만들어질 수 있을 것 같습니다(PT #8의 평가).
	바이러스가 하나 더 추가되었다면 훨씬 더 어렵고 고민이 필요한 문제가 될 수 있을 것으로 생각합니다(PT #23의 평가).

앞서 논의한 구체적인 조건 사용을 통한 문제의 난도에 주목한 예비교사들과는 달리 동료의 수학 문제 만들기 과제를 평가할 때 문제의 난도 자체에 주목하여 이를 평가하는 예비교사들도 다수 확인되었다. <표Ⅳ-3>의 첫 번째 사례에서 PT #1은 해당 문항이 조합의 개념을 직접적으로 묻는 기본적인 과제라는 점에서 난도가 낮은 문제로 인지하고 이를 부정적으로 평가하였다. 그리고 대부분의 예비교사들은 구체적인 근거와 기준 없이 해당 문항의 난도를 평가하는 모습이 확인되었다. 예를 들어, 아래 표의 두 번째 사례에서와 같이 PT #35와 #38은 문항의 난도를 언급하였는데, 난도에 대한 구체적인 근거를 제시하지 않고 자신들이 판단하는 문항의 난도를 “쉬운 문제”와 “적당한 문제”로 각기 달리 평가하였다. 동료의 문제 만들기 평가에서 구체적인 근거 없이 난도 자체만 평가하는 것은 동료평가를 받은 예비교사의 입장에서는 자신의 문제를 개선하는 데 큰 도움이 되지 않을 것으로 생각된다. 따라서, 예비교사 교육에서 동료평가 활동이 보다 생산적으로 이루어지기 위한 방안이 모색되어야 할 것으로 보인다.

<표Ⅳ-3> 문제의 난도에 관한 예비교사의 주목하기 사례

동료의 문제 만들기	동료평가 발췌
백신을 통해 건강한 삶을 누리는 한 남자가 있다. 하지만 혹시 모를 위험에 대비해 일주일에 3일을 정해 약을 챙겨 먹어야 한다는 의사에 말에 무슨 요일에 챙겨 먹을지 정하려고 한다. 이때 남자가 약을 챙겨 먹을 수 있는 요일의 경우의 수는 얼마나 될까?	문제를 접할 때 ${}_7C_3$을 통해 문제를 풀 수 있다는 사실을 쉽게 인지할 수 있어 문제해결 능력향상에 아쉬운 점이 있었다(PT #1의 평가).
 그림과 같이 6개의 시험관을 배치할 수 있는 시험관대를 위에서 본 모습이다. 서로 다른 바이러스 A, B 샘플이 각각 들어있는 시험관 2개와 서로 다른 임상용 백신들이 각각 들어있는 시험관 4개가 있다. 바이러스마다 반드시 2종류의 다른 백신과 같은 줄에 배치해야 할 때, 6개의 시험관을 배치하는 경우의 수를 구하시오.	문제만 보면 어려운 것 같지만 실제로 풀면 생각보다 쉬운 문제로 괜찮은 문제 같다(PT #35의 평가).
	순열이라는 주제에 잘 맞고 난이도도 그렇게 높지 않은 적당한 문제인 것 같다(PT #38의 평가).

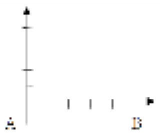
2. 풀이 과정의 명확성에 관한 예비교사의 주목하기

연구자는 예비교사들에게 순열과 조합에 대한 문제를 만들고 자신이 만든 문제에 대한 풀이와 답안을 함께 제출하도록 하였다. 동료평가가 진행되었을 때 예비교사들은 동료가 제출한 풀이 과정의 상세함, 오류, 개선사항에 주목하는 경향을 보였다. 먼저, 예비교사들은 자세한 풀이 과정을 제공하거나 둘 이상의 서로 다른 풀이가 제시되었을 때 동료의 문제가 학생 또는 예비교사 자신의 이해를 도울 수 있다는 점에 주목하면서 이를 긍정적으로 평가하였다. 또한, 예비교사들은 동료의 풀이 과정에서 나타난 오류를 지적하거나 이를 개선하는 구체적인 방안을 제시하였다. 예를 들어, <표Ⅳ-4>의 사례에서 예비교사가 만든 문제를 살펴보자. 이 문제는 문자 A, A, B, B, C, D를 일렬로 나열하되 같은 문자는 이웃하지 않게 나열하는 방법의 수와 동치이다. 예비교사의 풀이를 살펴보면 문자들을 일렬로 나열하는 방법의 수에서 A와 B가 동시에 이웃하게 나열된 방법의 수(예컨대, AABBCD)를 제거하는 방법으로 문제를 해결하였다. 이에 대해 PT #17과 #41은 A는 이웃하지만 B가 이웃하지 않는 경우(예컨대, AABCDB)와 반대의 경우(예컨대, ACADBB)가 풀이 과정에서 고려되지 않았다는 점에 주목하면서 풀이의 오류를 지적하였다. 나아가 PT #17은 이를 해결하기 위해 포함배제 원리를 사용해야 한다는 사실을 덧붙였다. <표Ⅳ-5>의 사례에서도 유사한 장면이 관찰되었다. 해당 문제를 만든 예비교사는 문제해결을 위해 전체 경우를 세 가지로 나누어 답안을 제시하였다. 동료평가 과정에서 PT #20은 이 세 가지 경우에 포함되지 않는 새로운 사례를 제시하면서 풀이에 오류가 있음을 지적하였고, 이를 개선할 수 있는 방안을 제시하였다. 위의 사례에서와 같이 순열과 조합 영역에서 경우 나누기가 핵심적인 역할을 하는데, 학생들이 경우 나누기를 시도할 때 분할을 제대로 하지 못해 발생하는 오류의 사례는 선행연구에서도 보고되고 있다(김서령, 박혜숙, 김완순, 2007). 본 연구에서는 예비교사들이 자신이 만든 문제에도 불구하고 풀이 과정에서 오류를 범하는 모습이 다수 관찰되었고, 동료평가 과정에서 많은 예비교사들은 이러한 수학적 오류에 주목하는 경향을 보였다.

<표Ⅳ-4> 풀이 과정에 대한 예비교사의 주목하기 사례 1

<table>
<tr><th>동료의 문제 만들기</th><th>동료의 풀이</th><th>동료평가 발췌</th></tr>
<tr><td rowspan="2">정부는 코로나바이러스 확진자 김 씨의 동선을 확보하였다. 3월 30일 김 씨는 영화관, 음식점, 커피숍, 편의점을 방문하였다고 하였을 때, 김 씨의 동선이 될 수 있는 경우의 수는?
(단, 커피숍과 편의점은 각각 2번씩 방문하였고, 연속으로 방문하지는 않음.)</td><td rowspan="2">(1) 영화관과 음식점을 한 번씩, 커피숍과 편의점을 2번씩 방문하였다고 하였으므로 방문 장소를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\frac{6!}{1!1!2!2!} = 180$
(2) 커피숍과 편의점을 각각 연속으로 방문했다고 가정했을 때 방문 장소를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $4! = 24$
따라서 방문 장소를 모두 나열하는 경우의 수에 커피숍과 편의점을 각각 연속으로 방문한 경우의 수를 빼면 구하고자 하는 경우의 수가 되므로
180 - 24 = 156가지</td><td>풀이에서 구한 것은 커피숍과 편의점을 동시에 연속으로 방문했을 때이고, 커피숍은 연속으로 방문했지만 편의점은 연속으로 방문하지 않았을 경우와 그 반대도 빼줘야 하는게 아닌가? 하는 생각을 했음. 문제에 약간의 오류가 있는 것 같음(PT #17의 평가).</td></tr>
<tr><td>커피숍, 편의점, 영화관. 음식점을 각각 a, b, c, d라고 하자. 문제에 주어진 조건에 따라 a 또는 b가 연속으로 나열되면 안되므로 포함배제 원리를 사용해서 문제를 풀어야 한다
(PT #41의 평가).</td></tr>
</table>

<표Ⅳ-5> 풀이 과정에 대한 예비교사의 주목하기 사례 2

동료의 문제 만들기	동료의 풀이	동료평가 발췌
코로나바이러스 확산 속도를 측정하는 실험을 하기 위해서 실험 쥐 2마리를 좌표평면 판에 놓고 지켜보기로 했다. A쥐는 원점에 두고 B쥐는 (5, 0)에 두었을 시, A쥐가 B쥐(움직이지 않음)로 갈 수 있는 방법의 수는? (한 번 갈 때마다 1 또는 $\sqrt{2}$ 만큼 움직일 수 있고, 5번만 움직여야 한다.)	 A가 B에게 가는 방법은 길이가 1인 -> 와 길이가 $\sqrt{2}$ 인 ↗,↘ 가 있다. i) -> -> -> -> -> 인 방법 1가지 ii) -> -> -> ↗ ↘ 인 경우 화살표를 일렬로 나열하면 5! / 3! = 20가지 iii) ↗ ↗ ↘ ↘ -> 인 경우 화살표를 일렬로 나열하면 5! / (2! × 2!) = 30가지 따라서 1+20+30 = 51가지이다.	… (중략) 실제로 경우는 세 가지가 아닙니다. 예시를 하나 들자면 삼각형 ABC를 생각해볼 수 있는데, 선분 AB의 길이는 2, 선분 BC의 길이는 $\sqrt{2}$, 선분 AC의 길이는 1로 둡시다. 이때, 선분 AB를 (0, 0)부터 (2, 0)으로 두고 선분 BC와 선분 AC를 각각 쥐가 움직이는 동선이라고 생각한다면 충분히 조건을 만족시키는 것을 알 수 있습니다. 따라서 “쥐는 (x, y)에서 한 번 움직일 때 (x+1, y) 또는 (x+1, y+1) 또는 (x+1, y-1)의 방법으로만 움직일 수 있다”와 같은 조건을 제시한다면 더 좋은 문항이 될 것 같습니다(PT #20의 평가).

3. 질문의 명확성을 위한 예비교사의 주목하기

예비교사들은 해석에서 오해를 불러일으킬 수 있는 표현에 주목하거나 질문의 명확성을 높이기 위한 추가적인 설명의 필요성을 지적하였다. 먼저, <표Ⅳ-6>의 첫 번째 문제는 A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, B_4를 일렬로 나열할 때 1) A에 관한 문자들이 이웃하는 방법의 수와 2) B에 관한 문자들이 이웃하는 방법의 수를 각각 묻고 있다. 여기서 ‘두 바이러스 보균자들이 섞이지 않게 …’라는 표현을 사용했는데, PT #29와 #34는 이 표현이 오해를 불러일으킬 수 있는 표현이라는 점을 지적했다. 구체적으로, PT #29와 #34는 ‘두 바이러스 보균자들이 섞이지 않으면서’ A에 관한 문자들이 이웃하는 방법이 $B_1A_1A_2A_3B_2B_3B_4$와 같은 경우가 제외된다는 의미로 해석할 수 있는데, 이는 문제를 만든 예비교사의 의도가 아니라는 점을 지적했다. 유사하게, <표Ⅳ-6>의 두 번째 문제는 바이러스 환자 3명과 바이러스에 면역이 있는 환자 5명을 일렬로 나열하는 방법의 수를 구하는 문제이다. 여기서 PT #30은 ‘바이러스에 걸린 환자가 이웃하여 침대를 사용하면 신종 바이러스가 발생할 확률이 높아진다’라는 표현이 주는 해석의 모호함에 주목하였다. 구체적으로, 위에서 사용한 ‘확률이 높아진다’라는 표현은 무조건 발생하는 사건(즉, 확률=1)과 절대 발생하지 않는 사건(즉, 확률=0)을 대변할 수 없는 불확실성을 내재한다는 점(Wild & Pfannkuch, 1999)에서 표현을 수정할 것을 제안하였다. 또한, 예비교사들은 질문의 명확성을 높이기 위해 추가적인 설명을 요구했는데, 아래 표의 세 번째 사례가 이에 해당한다. PT #6과 #27은 해당 문항을 해결하기 위해서는 수학적 지식과 별개로 대구, 울산, 부산이 같은 도(道)에 속한다는 사실을 알아야 하므로 이를 질문에 추가할 것을 권고하였다. 선행연구에서는 예비 수학교사가 문제 만들기 활동에서 겪는 어려움을 보고하였는데(Mallart, Font, & Diez, 2018), 문장제 문제에서 적절한 언어적 표현을 선택하는 것에서 예비교사들의 어려움이 관찰되었다(Şengül & Katranci, 2015). 본 연구에서도 순열과 조합에 관한 질문을 구성할 때 모호한 표현과 정보 누락의 사례가 빈번하게 나타났고, 이는 많은 예비교사들이 제시된 질문을 이해하는 데 어려움을 겪게 한 것으로 판단된다. 불명확한 질문의 사용은 예비교사들이 문제에 나타난 수학적인 요소가 아닌 질문 자체를 이해하는 데 주목하게 한다는 점에서 문제 만들기에서부터 언어 사용에 관한 세심한 노력과 이를 위한 지원이 요구된다.

<표Ⅳ-6> 질문의 명확성에 관한 예비교사의 주목하기 사례

동료의 문제 만들기	동료평가 발췌
병원 진료소에 A, B 바이러스 보균자가 각각 3명, 4명씩 내원하였다. 진료소에서는 환자 구별의 용이성을 위해, 두 바이러스 보균자들이 섞이지 않게 일렬로 세우려고 한다. 이때, 1) A 바이러스 보균자끼리 이웃하는 경우와 2) B 바이러스 보균자끼리 이웃하게 되는 경우의 수는?	문제에서는 두 바이러스 보균자가 섞이지 않게끔 줄 세우기를 한다고 명시돼있다. A는 A끼리, B는 B끼리 서 있어야만 하게끔 의도했다고 볼 수도 있는 오해의 소지가 존재한다. (PT #34의 평가)
	문제의 표현 중 '두 바이러스 보균자들이 섞이지 않게'라는 표현이 A와 B 바이러스를 완전히 분리된 형태(예를 들어 A1, A2, A3, B1, B2, B3, B4)를 의미하는 것처럼 느껴진다. (PT #29의 평가)
바이러스 환자가 3명(가, 나, 다), 바이러스에 면역이 있는 환자가 5명(A, B, C, D, E) 입원해있는 병원이 있고 이 병원에는 일렬로 침대가 8개 놓여 있다. 바이러스에 걸린 환자가 이웃하여 침대를 사용하면 신종 바이러스가 발생할 확률이 높아진다고 한다. 신종 바이러스가 발생하지 않도록 환자들에게 침대를 배정하는 방법은 모두 몇 가지인가?	바이러스에 걸린 환자가 이웃하면 바이러스가 발생할 확률이 높아진다는 표현은 바이러스에 걸리지 않은 환자와 걸린 환자가 이웃해도 바이러스가 발생할 확률이 조금은 있다는 이야기로 생각될 수 있으므로 표현을 수정하는 것이 좋을 것 같다. (PT #30의 평가)
서울, 대전, 대구, 광주, 울산, 부산 6개 도시에 5명의 배달 기사가 바이러스 검사키트를 배달하려고 한다. 1명은 같은 도에 있는 2개의 도시에 배달해야 하고, 나머지 4명은 남은 4개 도시에 배달해야 한다. 배달 기사에게 도시를 배분할 수 있는 경우의 수를 구하여라.	문제 자체의 일반적인 조건을 보고 상식선에서 같은 도의 시를 묶을 순 있지만, 더 깔끔한 문제가 되려면 각각의 도시들의 속한 도를 같이 설명해주면서 오류를 방지하는게 좋다고 생각합니다.(PT #27의 평가)
	개인적으로 지리학적 지식이 좀 부족해 '같은 도에 있는 도시'를 알아내는 것부터 힘들었고, … (PT #6의 평가)

4. 문제의 독창성에 관한 예비교사의 주목하기

예비교사들은 동료의 문제 만들기 과제를 평가할 때 해당 문제가 순열과 조합 영역에서 주로 언급되는 전형적인 문제인지 주어진 상황에 맞게 참신하고 창의적으로 구성 또는 재구성되었는지에 주목하는 양상이 확인되었다. <표Ⅳ-7>의 첫 번째 사례에서 예비교사들은 DNA와 관련된 내용을 순열 문제로 구성한 것에 대해 비전형적이고 창의적인 문제로 인지하고 이를 긍정적으로 평가하였다. 문제의 독창성에 대한 예비교사들은 긍정적인 평가는 두 번째 사례에서 보다 선명하게 나타난다. 두 번째 사례에서는 바이러스라는 영어 단어(virus)를 사용하였지만 바이러스에 관련된 실생활 상황이 나타난 것이 아니기 때문에 문제 상황에 자연스럽게 연결된 것이라 볼 수 없다. 그럼에도 불구하고 동료평가를 수행한 예비교사들은 해당 문제가 교재에서 흔히 등장하는 전형적인 문제가 아니라는 점에 주목하여 긍정적으로 평가하는 모습이 관찰되었다. 반면, 세 번째 사례는 바이러스로 인해 마스크를 사는 방법에 수를 구하는 문제를 구성하였지만 이러한 문제가 순열과 조합 영역에서 빈번하게 언급되는 배열하기 문제라는 점에서 좋은 평가를 받지 못했다. 결과적으로 문제 만들기 과제에서 문제가 독창적인지 전형적인 문제의 단순 변형인지는 예비교사가 동료의 과제를 평가할 때 주목하는 요소 중 하나로 확인되었다.

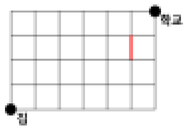
<표Ⅳ-7> 문제의 독창성에 관한 예비교사의 주목하기 사례

동료의 문제 만들기	동료평가 발췌
박테리오파지는 세균(박테리아)을 숙주로 기생하는 바이러스로서 이 바이러스의 구성 물질은 DNA와 단백질이다. DNA는 이중나선 구조로 되어있는데 총 4가지 염기인 A, T, G, C로 이루어져 있다. 이중나선 중 한 가닥이 총 20개의 염기로 이루어져 있을 때 실현 가능한 박테리오파지 DNA는 총 몇 개인가?(단, DNA 두 가닥 중 한 가닥만 고려한다.)	DNA의 이중나선 구조까지 생각한 것이 창의적이고 문장도 깔끔해서 4점을 주었음. (PT #44의 평가)
	문제가 기발하고 재미있다고 생각한다. 기존의 교재에서 등장하는 문제 스타일과는 다르고 생각을 요하는 좋은 문제이다.(PT #11 평가)
등식 $VIRUS=2^6\times3^4$을 만족시키는 자연수 V,I,R,U,S의 모든 순서쌍 (V,I,R,U,S)의 개수는?	각 단어에 수를 입히는 것은 매우 창의적이었다고 생각합니다.(PT #26의 평가)
	문제가 참신하고 문제 상황 설정에 오류도 없이 잘 만들었다고 생각한다.(PT #4의 평가)
바이러스의 유행으로 마스크를 사려고 사람들이 약국에 몰려들었다. 어린이 4명, 성인 3명, 어르신 3명이 줄을 설 때, 줄을 설 수 있는 경우의 수를 구하시오. (단, 어린이는 항상 어르신들과 성인들보다 앞에, 어르신들은 성인들보다 앞에 서있어야 한다.)	문제가 바이러스가 퍼진 후 상황과 관련 있어 주제와 적합하나 사람들을 단순히 나열하는 문제를 단순 변경한 정도여서 아쉬움.(PT #51의 평가)
	문제집에서 볼 수 있는 흔한 유형인 것 같다. 창의력이 조금 부족한 것 같다.(PT #53의 평가)

5. 맥락과 문제의 자연스러운 연결에 관한 예비교사의 주목하기

연구자는 동료평가 활동을 수행하기 위해 예비교사들에게 바이러스라는 실생활 맥락을 사용하여 순열과 조합에 관한 문제를 스스로 만들어 보도록 하였다. 이러한 동료평가 활동의 방향이 예비교사가 주목하는 방식에 어느 정도 영향을 미쳤을 것으로 판단되었는데, 특히 예비교사들은 동료의 과제에서 바이러스라는 실생활 맥락이 어떻게 순열과 조합 개념과 자연스럽게 연결되었는지에 주목하였다. <표Ⅳ-8>의 첫 번째 사례는 길찾기 문제를 코로나바이러스 확진자의 이동 경로와 관련된 맥락으로 변형한 문제에 대해 PT #12가 평가한 사례이다. 해당 문제는 순열과 조합 영역에서 빈번하게 등장하는 전형적인 문제임에도 불구하고 모든 동료에게서 좋은 평가를 받은 것으로 확인되었다. 이는 PT #12의 평가에서 알 수 있듯이 현재 사회적 문제가 되고 있는 코로나바이러스 확진자의 이동 경로에 관한 내용을 순열의 개념에 자연스럽게 연결하였기 때문이다. 두 번째 사례에서 PT #33은 동료가 만든 문제가 바이러스라는 맥락을 사용하였지만 이를 조합의 개념과 자연스럽게 연결하지 못하고 있음을 지적하였다. 과제 변형 활동에 관한 선행연구에서는 예비교사들이 수학 개념과 자연스럽게 연결되는 실생활 맥락을 탐색하는데 어려움을 보고하였다(박진형, 2019). 따라서, 예비교사들은 수학 과제 만들기와 변형에서 특정 수학 개념을 실생활 맥락과 자연스럽게 연결하기 위해 고민하고 있고 이러한 어려움이 동료평가에서도 예비교사를 주목하게 한 것으로 보인다.

<표Ⅳ-8> 실생활 맥락의 자연스러운 연결에 관한 예비교사의 주목하기 사례

동료의 문제 만들기	동료평가 발췌
 그림과 같이 바둑판 모양의 도로망이 있다. 집에서 출발하여 학교에 가려 하는데, 중간에 코로나19 확진자의 이동 경로가 있어 그 길은 피해서 이동하려 한다. 이때, 집에서 학교까지 최단 경로로 가는 방법의 수를 구하시오(단, 빨간 선으로 표시된 도로는 확진자의 이동 경로다).	경로의 개수를 찾는 순열 문제에서 특정 경로를 지나지 않는 경우의 수를 구하는 문제를 현재 사회적 상황과 잘 연결 지은 문제라고 생각한다.(PT #12의 평가)
바이러스에 감염된 감염자가 하루 동안 마주친 사람들은 남자 15명, 여자 12명이다. 이후 정밀검사를 통해 확인해보니 남자 3명, 여자 2명이 감염되었다. 이때, 간호사의 실수로 서류가 삭제되었다. 서류를 다시 만들 때, 5명씩 대상자를 선정하는 경우의 수는?	너무 조합이라는 개념을 이용하기 위해서 인위적으로 쥐어 짜낸 문제 같은 느낌입니다. 자연스러운 느낌의 문제가 아닌, 그저 조합이라는 개념을 대입시키기 위해 만들었다는 생각이 듭니다.(PT #33의 평가)

6. 수학 개념 간 융합적 요소에 관한 예비교사의 주목하기

일부 사례에서 예비교사들은 복수의 수학 개념을 사용할 수 있는 문제에 주목하였고 이를 긍정적으로 평가하는 경향이 있었다. <표Ⅳ-9>의 첫 번째 문제는 마스크를 서로 다른 봉지에 나누어 3개의 도시로 분배하는 문제이다. PT #3과 #5는 이 문제가 마스크를 봉지에 나누어 담기 위해 중복조합의 개념을 사용할 수 있는 동시에 도시로 분배하는 과정에서 순열의 개념을 사용해야 한다는 점에 주목했다. 다시 말해, 중복조합의 개념을 적용하기 위해 동일한 대상을 서로 다른 상자(봉지)에 나누어 담는 문제에 순열의 개념을 사용할 수 있는 맥락을 추가하였다는 점이 PT #3과 #5를 주목하게 한 것으로 보인다. 나아가 <표Ⅳ-9>의 두 번째 사례에서와 같이 순열과 조합 개념 내의 융합적 요소뿐만 아니라 연립방정식과 같은 다른 수학 영역의 지식이 융합될 수 있는 문제 구성은 PT #36을 주목하게 한 요소로 확인되었다. 동료평가에서 수학 내 개념이 아닌 서로 다른 교과 간의 융합에 관한 예비교사의 주목하기 사례는 관찰되지 않았지만 수학과 교육과정에서 강조하고 있는 융합적 요소에 관한 일부 사례가 확인했다는 점에서 어느 정도 의미를 찾을 수 있을 것으로 보인다.

<표Ⅳ-9> 수학 개념 간 융합적 요소에 관한 예비교사의 주목하기 사례

동료의 문제 만들기	동료평가
마스크 A 종류 6개, B 종류 5개, C 종류 7개를 다른 봉지 3개에 담아 대구, 경북, 부산으로 각각 보낼 때의 경우의 수를 구하시오(단, 봉지에 각각 종류의 마스크가 한 개 이상 들어야 한다.)	문제를 논리적으로 풀어야 나올 수 있는 문제로 이 문제를 풀면 학생들이 중복조합과 순열이 같이 있을 때 어떻게 풀지 알 수 있는 좋은 문제 같다.(PT #3의 평가)
	조합과 순열이 함께 쓰이는 문제로 두 개념을 이해하고 연습하기에 좋은 문제라고 생각한다.(PT #5의 평가)
서울 강남구에서 코로나바이러스가 발병했다. 이 바이러스는 서초구와 송파구까지 확산되었다. 서초구와 송파구의 감염자 수의 합은 명 이하, 송파구와 강남구의 감염자 수의 합은 명 이하, 강남구와 서초구의 감염자 수의 합은 명 이하라고 한다. 총감염자 수는 명이라고 할 때, 각 구의 감염자 수로 가능한 모든 순서쌍의 개수는?	연립방정식과 중복조합이라는 개념을 문제에 잘 담아냈으며, 문제 자체의 퀄리티도 좋다고 생각함.(PT #36의 평가.

V. 결론 및 논의

본 연구는 순열과 조합과 관련하여 동료가 만든 수학 문제를 평가할 때 예비 수학교사들의 주목하기 양상이 어떻게 나타나는지 분석하는 데 목적을 두었다. 연구 결과, 동료가 만든 수학 문제의 난도가 예비교사들을 가장 주목하게 만든 요소로 확인되었고, 특히 난도를 높이기 위해 조건 사용에 주목하는 경향이 있었다. 뿐만 아니라, 예비교사들은 동료의 수학 문제에서 나타난 풀이 상의 오류나 질문의 모호성에 주목하면서 질문을 명확히 하기 위해 추가적인 설명의 필요성을 제안하였다. 조건 사용에 관한 예비교사의 주목하기는 선행연구에서 나타나지 않았던 (예비)교사의 주목하기 양상인데, 이러한 차이는 경우 나누기가 빈번하게 사용되는 순열과 조합 단원의 특징(이지현 외, 2005)이 반영된 것으로 판단된다. 또한, 질문과 풀이의 모호성에 관한 높은 빈도의 주목하기 양상 역시 순열과 조합에 관한 문제 만들기와 문제 해결에서 직면하는 예비교사들의 어려움(Meluškova & Šunderlik, 2014)이 동료평가에 어느 정도 반영된 것으로 판단된다. 이러한 점에서 다양한 수학 영역과 맥락에서 교사의 주목하기 양상이 어떻게 나타나는지에 대해 추가적인 연구가 필요할 것으로 보인다. 이 외에도 문제의 독창성, 맥락과 수학 개념 간의 자연스러운 연결, 수학 개념 간의 융합에 주목하는 모습도 일부 확인되었다. 이러한 연구 결과를 토대로 아래의 제언을 하고자 한다.

첫째, 예비교사들이 수학 문제의 난도와 학생의 수학적 사고력 발달 간의 관계에 대해 인식할 필요성이 제기된다. 동료평가 과정에서 다수의 예비교사들은 문제의 난도에 주목하면서 조건 사용을 통해 난도를 높이는 것이 학생의 문제해결력 함양을 위한 소위 “좋은” 문제로 인식하는 경향이 있었다. 그러나 순열과 조합 영역에서 조건을 추가하는 것이 문제의 난도와 복잡성을 높이는 하나의 방법으로 고려될 수 있지만 난도 증가가 문제에 요구되는 인지적 노력 수준을 높이는 것을 의미하는 것은 아니다. 다시 말해, 문제의 난도를 높이는 것이 학생들의 문제해결력 신장을 위한 과제 변형을 의미하지 않는다. 난도가 낮지만 수학적 개념, 과정, 관계를 탐구하여 수학적 이해와 문제해결력을 발달시킬 수 있는 문제가 존재하며, 반대로 난도가 높지만 학생의 문제해결력과 무관하게 계산의 복잡성과 반복적인 절차를 강조하는 문제 역시 존재하기 때문이다. 오히려, 높은 수준의 인지적 노력이 필요한 수학 문제는 수학적 아이디어에 관한 개념적 이해와 탐구를 요구하는데(Stein & Smith, 1998), 특히 우리나라 수학과 교육과정에서 강조하는 핵심 역량(교육부, 2015)의 발달은 인지적으로 도전적인 과제를 수행함으로써 실현될 수 있다(김정은, 이수진, 김지수, 2015; 김하림, 이경화, 2016). 이는 학생들에게 높은 인지적 노력 수준을 요구하는 수학 문제를 제공하는 것이 항상 바람직하다는 것을 의미하지 않는다. 그러나 수학교사가 학생들의 인지적 수준을 파악하고 학생의 수준에서 도전적인 과제를 선별, 변형, 구성하는 능력은 학생들의 고차원적인 사고와 문제해결 능력에 영향을 미칠 수 있다는 점에서 교사의 전문성을 결정하는 중요한 요소로 강조되고 있다(박진형, 2019). 따라서 본 연구에서 나타난 예비교사의 주목하기는 수학 과제 분석에 관한 예비교사 교육의 필요성이 제기한다. 구체적으로 문제의 난도를 높이는 것이 학생의 문제해결력 발달과 직접적인 관련이 없음을 인식하는 것이 선행되어야 할 것이다. 수학 과제를 선별, 변형, 구성하는 행위는 반드시 교사의 의식적인 지각으로부터 시작되기 때문이다(Mason, 2002). 또한, 수학 과제 분석 활동(예를 들어, Stein & Smith[1998]의 인지적 요구 수준에 따른 수학 과제 분석 활동)을 통해 예비교사들이 수학 과제를 체계적으로 분류할 수 있는 기회를 제공하는 것은 예비교사의 전문성 신장을 위해 필요할 것으로 판단된다.

둘째, 동료평가가 보다 발전적으로 진행되기 위한 교수자의 중재가 요구된다. 앞서 논의된 난도에 관한 예비교사의 주목하기 뿐만 아니라 예비교사들은 동료의 문제 만들기를 평가하는 과정에서 풀이의 명확성, 질문의 명확성, 문제의 독창성에 주목하는 모습이 확인되었다. 그러나 이 범주에서 확인된 동료평가 양상은 생산적인 방향으로 수행되지 않는 경향이 일부 관찰되었다. 구체적으로, 문제의 난도

에 주목한 예비교사들은 난도가 '쉽다', '적절하다', '어렵다' 등으로 평가하였으나 이에 대한 구체적인 판단 근거를 제시하지 않았다. 자신이 주목한 요소를 평가할 때 구체적이면서 타당한 근거를 제시하는 것은 교사의 주목하기 관점에서 매우 중요하다(이윤미, 이수진, 2018; Jacobs et al., 2010). 해당 문제에 대해 '쉽다', '적절하다', '어렵다' 등의 피상적인 평가는 동료 피드백을 받는 입장에서도 신뢰성이 없고 큰 도움이 되지 못한다. 이와 유사한 양상이 풀이의 명확성, 질문의 명확성, 문제의 독창성에 관한 예비교사의 주목하기에서도 확인되었다. 예비교사들은 교과서나 교재에 포함된 예제의 단순 변형이 아닌 새로운 유형의 문제를 평가할 때 또는 문제의 풀이 과정이 상세하게 서술되었거나 질문이 명료할 때 '참신하다', '창의적이다', '풀이가 상세하다', '풀이 이해가 쉽다', '질문의 의도가 명확하다' 등의 표현과 함께 동료의 수학 문제를 긍정적으로 평가하는 모습이 확인되었다. 이러한 방식의 동료평가는 리커트 척도(Likert scale)와 같은 정량적 평가에 제공하는 것과 크게 다르지 않다는 점에서 교육적으로 효과적이지 못하다(Russell et al., 2017). 본 연구에서 동료평가는 동료의 문제 만들기 과제에 관한 생산적인 피드백을 제공하고자 진행되었다는 점에서 문제의 난도 평가, 풀이의 명확성, 질문의 명확성, 문제의 독창성에 관한 일부 예비교사의 주목하기는 동료평가 활동의 취지에 부합하지 못한 것으로 판단된다. 본 연구에서는 동료평가를 위한 교수자의 중재가 배제되었지만 교수자가 제공한 분석틀은 교사의 주목하기에 직접적인 영향을 준다는 점에서(Mitchell & Marin, 2015; Walkoe, 2015) 동료평가에서 교수자의 중재는 불가결해 보인다. 따라서 예비교사들의 피상적인 평가가 보다 발전적인 방향으로 나아갈 수 있기 위한 동료 평가틀 개발과 이를 통해 예비교사의 평가 역량 신장에 관한 추가적인 연구가 요구되는 바이다. 또한, 동료평가를 실시하기 전 교수자는 예비교사들이 제출한 문제 만들기 과제에 대해서 질문과 풀이 과정이 적절한지를 선별하지 않았다. 이러한 과정에서 예비교사들이 만든 질문의 모호성과 풀이 과정의 오류가 빈번하게 확인되었고 동료평가를 하는 과정에서 예비교사의 주목을 끈 것으로 판단된다. 교수자가 사전에 문제의 적절성을 검증하는 과정이 동료평가 활동에 포함되었다면 예비교사의 주목하기 결과는 달라질 수 있다는 점에서 연구의 한계로 지적될 수 있을 것이다.

셋째, 앞서 논의한 것과 같이 피상적인 피드백은 의미 없는 동료평가 활동으로 이어질 수 있지만 동료의 문제 만들기에 관한 동료평가 활동은 여전히 교육적으로 시사하는 바가 있다고 할 수 있다. 이는 예비교사가 새로운 수학 문제를 만들거나 과제 변형을 시도하는 것이 여전히 도전적이라는 점에서(박진형, 2019; Mallart et al., 2018) 예비교사 교육의 일부 활동으로 동료평가가 활용될 수 있다는 것을 의미한다. 특히 예비교사들이 질문에 나타난 해석의 모호함을 제거하고 명확한 질문 구성을 위한 추가적인 설명의 필요성 그리고 풀이 과정의 오류와 이를 개선하기 위한 구체적인 방안을 제시했다는 점은 눈여겨 볼 가치가 있다. <표Ⅳ-4, 5, 6>의 사례에서와 같이 예비교사들은 질문과 풀이에서 문제를 만든 동료가 인식하지 못한 세밀한 부분에 주목하는 모습이 확인되었다. 예비 수학교사들이 문제 만들기를 시도할 때 적절한 언어적 표현을 통한 질문 구성의 어려움과(Şengül & Katranci, 2015) 순열과 조합에 관한 문제해결에서의 어려움이 보고되고 있다는 점에서(Meluškova & Šunderlik, 2014) 질문의 명확성과 답안 풀이의 개선에 관한 동료의 피드백은 예비교사가 만든 수학 문제를 개선하는 데 도움을 줄 수 있을 것으로 보인다. 본 연구는 동료의 문제 만들기 과제를 평가하는 과정에서 나타난 예비교사의 주목하기 양상을 조사하기 위한 목적으로 진행되었기 때문에 동료평가를 통한 예비교사의 문제 만들기 역량 발달은 검토하지 않았다. 그러나 동료평가의 경험이 평가의 질을 어느 정도 보장할 수 있다면(오예린 등, 2018; Jeffery et al., 2016), 예비교사의 문제 만들기 역량 신장을 위한 동료평가 활동이 교사교육 프로그램에 제안될 수 있을 것이다. 동료평가의 질이 전문가에 비해 높지 않더라도 지식 전달의 권한과 위계가 없는 동료의 피드백은 학생의 능력 발달에 나름의 역할을 할 수 있기 때문이다(Yang et al., 2006). 예비교사의 문제 만들기 과제에 관한 동료평가가 생산적으로 진

행되고, 이를 반영한 문제 개선 활동과 자기 평가가 예비교사 교육 프로그램에 추가된다면 평가, 문제 만들기, 과제 변형에 관한 예비교사의 역량 신장에 기여할 것으로 생각된다.

넷째, 개념 간 융합과 관련된 문제 만들기와 평가가 보다 강조될 필요가 있다. 해당 범주에 대한 예비교사의 주목하기는 본 연구에서 극히 일부 확인되었다. 이는 예비교사들이 개념 간 융합에 주목하지 않음을 의미하지 않는다. 오히려, 예비교사들이 만든 수학 문제에서 융합적 요소는 거의 나타나지 않았거나 순열과 조합 내에서의 개념 간 융합과 같이 매우 제한된 방식으로 융합이 시도되는 경향이 있었다. 융합적 역량을 갖춘 미래 인재 육성이 강조되고 있는 시점에서 수학교육에서도 창의·융합을 핵심 역량 중 하나로 강조하고 있다(교육부, 2015). 우리나라에서 융합교육은 보통 STEAM(Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics)교육을 의미한다는 점에서 수학 개념 내 융합을 넘어 교과 간 융합 문제 만들기와 기 개발된 STEAM 과제 분석 활동에 대한 기회를 예비교사들에게 제공할 필요가 있는 것으로 판단된다. 융합 인재 육성에서 핵심적인 역할을 하는 것은 교사이기 때문이다. 이러한 활동을 통해 예비교사의 문제 만들기 역량 발달과 융합적 요소에 관한 주목하기가 보다 가시적으로 드러날 것으로 기대된다.

참고 문헌

교육부. (1997). **수학과 교육과정**. 교육부. 제1997-15호 [별책8].

교육부. (2015). **수학과 교육과정**. 교육부. 제2015-74호 [별책8].

김동중, 배성철, 김원, 이다희, 최상호. (2015). 중학교 2학년 수학 교과서의 수학 과제 분석: 스토리텔링 유형을 고려하여. **수학교육논문집, 29**(3), 281-300.

김미정, 김용구, 정인철. (2009). 고등학교 순열과 조합 단원의 불안요인 연구. **한국학교수학회논문집, 12**(2), 261-279.

김서령, 박혜숙, 김완순. (2007). 조합문제에서의 인식론적 장애. **수학교육, 46**(2), 193-205.

김선희. (2006). 학생평가 전문성을 갖춘 수학교사 양성을 위한 「수학학습평가」 강좌의 교육 내용과 방 법에 대한 제안. **학교수학, 8**(3), 301-326

김선희. (2013). 수학 예비교사의 가상 수업 시연의 특징 및 동료 예비교사의 평가. **수학교육, 52**(4), 465-481.

김원경, 변지영, 문소영. (2006). 수학교사의 확률과 통계에 대한 지식과 신념. **수학교육, 45**(4), 381-406.

김정은, 이수진, 김지수. (2015). 중등 수학교사의 과제 이해 및 변형 능력. **학교수학, 17**(4), 633-652

김하림, 이경화. (2016). 중등 수학 예비교사의 미분계수 과제 변형. **학교수학, 18**(3), 711-731

김희정, 한채린, 배미선, 권오남. (2017). 수학 교사의 주목하기와 반응적 교수의 관계: 모든 학생의 수학적 사고 계발을 지향하는 수업 상황에서. **수학교육, 56**(3), 341-363.

박주용, 박정애. (2018). 동료평가의 현황과 전망. **인지과학, 29**(2), 85-104.

박진형. (2019). 초등 예비교사들이 수학 과제 변형에서 겪는 어려움에 대한 사례 연구: 분수 과제를 중심으로. **수학교육학연구, 29**(4), 551-575.

오예린, 권오남, 박주용. (2018). 증명 동료평가의 신뢰도 및 타당도 분석: 대학 정수론 수업의 사례를 중심으로. **수학교육, 57**(3), 215-229.

유기웅, 정종원, 김영석, 김한별. (2018). **질적 연구방법의 이해**. 서울:박영사.

이상구, 이재화. (2019). 학생중심의 대학 이산수학 강의 운영사례. **수학교육논문집, 33**(1), 1-19.

이윤미, 이수진. (2018). 수업평가와 수업성찰에서 나타나는 예비 중등 수학교사의 주목하기(Noticing). **학교수학, 20**(1), 185-207.

이은정, 이경화. (2016). 교사의 사전 주목하기와 수학수업에서 실제 주목하기에 대한 연구. **학교수학, 18**(4), 773-791.

이지현, 이정연, 최영기. (2005). 순열 조합 문장제의 문제 변인과 오류 분석. **학교수학, 7**(2), 123-137.

이진아, 이수진. (2019). 중등 수학 예비교사의 수업 과정에서 보여지는 '수학적 주목하기(Mathematical Noticing)'. **학교수학, 21**(3), 561-589.

신동조. (2020). 통계수업 관찰에서 나타나는 예비 중등 수학교사의 전문가적 안목(professional vision). **학교수학, 22**(2), 293-312.

한채린, 김희정, 권오남. (2018). 학생의 통계적 변이성 이해에 대한 수학 교사의 노티싱 변화 양상 사례연구. **한국학교수학회논문집, 21**(2), 183-206.

Amador, J. M., Males, L. M., Earnest, D., & Dietiker, L. (2017). Curricular noticing: Theory on and practice of teachers' curricular use. In E. O. Schack, M. H. Fisher, & J. A. Wilhelm (Eds.), *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 427-443). New York, NY: Springer International Publishing.

Ayalon, M., & Wilkie, K. J. (2020). Investigating peer assessment strategies for mathematics pre-service teacher learning on formative assessment. *Journal of Mathematics Teacher Education*. Advanced online publication. https://doi.org/10.1007/s10857-020-09465-1

Callejo, M. L., & Zapatera, A. (2017). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(4), 309-333

Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for mathematics*. Retrieved from http://corestandards.org/asserts/CCSSI_Math%20Standards.pdf

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics, 52*(3), 243-270.

Freeman,M. (1995). Peer assessment by groups of group work. *Assessment and Evaluation in Higher Education, 20*, 289-300.

Jacobs, V. R., Lamb, L. L., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(2), 169-202.

Jacobs, V. R., & Spangler, D. A. (2017). Research on core practices in K-12 mathematics teaching. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 766-792). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Jeffery, D., Yankulov, K., Crerar, A., & Ritchie, K. (2016). How to achieve accurate peer assessment for high value written assignments in a senior undergraduate course. *Assessment & Evaluation in Higher Education, 41*(1), 127-140.

Kapur, J. N. (1970). Combinatorial analysis and school mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 3*(1), 111-127.

Lavy, I., & Shriki, A. (2014). Engaging prospective teachers in peer assessment as both assessors and assessees: The case of geometrical proofs. *International Journal for Mathematics Teaching & Learning*, 1-32. Retrieved from http://www.cimt.org.uk/journal/lavy2.pdf

Lobato, J., Hohensee, C., & Rhodehamel, B. (2013). Students' mathematical noticing. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(5), 809-850.

Mallart, A., Font, V., & Diez, J. (2018). Case study on mathematics pre-service teachers' difficulties in problem posing. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14*(4), 1465-1481.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing.* London: Routledge-Falmer.

Meluškova, J., Šunderlik, J. (2014). Pre-service teachers' problem posing in combinatorics, In. (Eds.) Šedivý, O., Švecová, V., Vallo, D., Vidermanová, K. Acta Mathematica 17: *Conference Proceedings 12th Mathematical Conference in Nitra*, (pp. 115-122). Constantine the Philosopher University.

Mhlolo, M. K. (2017). Regular classroom teachers' recognition and support of the creative potential of mildly gifted mathematics learners. *ZDM, 49*(1), 81-94.

Mitchell, R. N., & Marin, K. A. (2015). Examining the use of a structured analysis framework to support prospective teacher noticing. *Journal of Mathematics Teacher Education, 18*(6), 551-575

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Omar, S. N. P., Shahrill, M., & Sajali, M. Z. (2018). The use of peer assessment to improve students' learning of geometry. *European Journal of Social Science Education and Research, 5*(2), 187-206.

Orsmond, P., Merry, S. & Reiling K. (1996). The importance of marking criteria in the use of peer assessment. *Assessment and Evaluation in Higher Education, 21*, 239-250.

Russell J., van Horne, S. V., Ward, A. S., Bettis III, E. A., & Gikonyo, J. (2017). Variability in students' evaluating processes in peer assessment with calibrated peer review. *Journal of Computer Assisted Learning, 33*, 178-190.

Şengül, S., & Katranci, Y. (2015). Free problem posing cases of prospective mathematics teachers: difficulties and solutions. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 174*, 1983-1990.

Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. (2011). Situating the study of teacher noticing. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 3-12). New York, NY: Routledge.

Sluijsmans, D. M. A., Brand-Gruwel, S., van Merriënboer, J. J. G., & Martens, R. (2004). Training teachers in peer-assessment skills: Effects on performance and perceptions. *Innovations in Education and Training International, 41*, 59-78.

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(4), 268-275.

Swaffield, S. (2011). Getting to the heart of authentic assessment for learning. *For the Learning of Mathematics, 18*(4), 433-449.

Tanner, H., & Jones, S. (1994). Using peer and self-assessment to develop modelling skills with students aged 11 to 16: A socio-constructive view. *Educational Studies in Mathematics, 27*(4), 413-431.

Topping, K. J. (1998). Peer assessment between students in colleges and universities. *Review of Educational Research, 68*(3), 249-276.

Wager, A. A. (2014). Noticing children's participation: Insights into teacher positionality toward equitable mathematics pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(3), 312-350.

Walkoe, J. (2015). Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education, 18*(6), 523-550.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. International *Statistical Review, 67*(3), 223-248.

Yang, M., Badger, R., & Yu, Z. (2006). A comparative study of peer and teacher feedback in a Chinese EFL writing class. *Journal of Second Language Writing, 15,* 179-200.

Zevenbergen, R. (2001). Peer assessment of student constructed posters: Assessment alternatives in preservice mathematics education. *Journal of Mathematics Teacher Education, 4*(2), 95-113.

Pre-service Teachers' Noticing in Peer Evaluation of Mathematical Problem Posing: Focusing on permutation and combination

Shin, Dongjo[1)]

Abstract

The purpose of this study is to examine pre-service teachers' noticing when evaluating peers' mathematical problem posing tasks. To this end, 46 secondary pre-service teachers were asked to create real-world problems related to permutation and combination and randomly assigned to evaluate peers' problems. As a result, the pre-service teachers were most likely to notice the difficulty of their peers' mathematics problems. In particular, the pre-service teachers tended to notice particular conditions in order to increase the difficulty of a problem. In addition, the pre-service teachers noticed the clarity of a question and its solution, novelty of the problem, the natural connection between real-world contexts and mathematical concepts, and the convergence between mathematical concepts.

Key Words : permutation and combination, peer evaluation, teacher noticing, pre-service teacher

Received August 20, 2020
Revised September 19, 2020
Accepted October 06, 2020

∗ 2010 Mathematics Subject Classification : 97C70
1) Korea University (sdlov20@gmail.com)