

<https://doi.org/10.7236/JIIBC.2021.21.1.49>
JIIBC 2021-1-7

2중 유전체층 사이의 저항띠 격자구조에 의한 TM 산란에 관한 연구

A Study on TM Scattering by a Resistive Strip Grating Between a Double Dielectric Layer

윤의중*

Uei-Joong Yoon*

요약 본 논문에서는 2중 유전체층 사이의 저항띠 격자구조에 의한 E-분극 전자파 산란 문제는 전자파 수치해석방법으로 알려진 PMM(Point Matching method)를 이용하여 해석하였다. 경계조건들은 미지의 계수를 구하기 위하여 이용하였고, 저항띠의 해석을 위해 저항띠 경계조건을 적용하였다. 2중 유전체층 사이의 비유전율과 두께 및 저항띠의 저항율에 대해 정규화된 반사전력과 투과전력을 계산하였다. 전반적으로 저항띠의 저항율이 작아지거나 유전체 층의 비유전율이 증가할수록 반사전력은 증가하였으며, 반사전력이 증가하면 투과전력은 상대적으로 감소하였다. 특히, 2중 유전체 층의 비유전율이 증가할수록 반사전력의 변곡점의 최소 값은 격자주기가 작아지는 방향으로 이동하였다. 본 논문의 제안된 구조에 대한 수치결과들은 기존논문의 수치해석 결과들과 비교하여 매우 잘 일치하였다.

Abstract In this paper, n this paper, E-polarized electromagnetic scattering problems by a resistive strip grating between a double dielectric layer are analyzed by applying the PMM(Point Matching Method) known as a numerical method of electromagnetic field. The boundary conditions are applied to obtain the unknown field coefficients, and the resistive boundary condition is applied to analysis of the resistive strip. The numerical results for the normalized reflected and transmitted power are analyzed by according as the relative permittivity and thickness of the double dielectric layers, and the resistivity of resistive strip. Overall, when the resistivity of the resistive strip decreased or the relative permittivity of the dielectric layer increased, the reflected power increased, and as the reflected power increased, the transmitted power decreased relatively. Especially, as the relative permittivity of double dielectric layer increases, the minimum value of the variation curve of the reflected power shifted in the direction that the grating period decreased. The numerical results for the presented structure of this paper are shown in good agreement compared to those of the existing papers.

Key Words : TM scattering, PMM, resistive boundary condition, double dielectric layer, resistivity, relative permittivity, strip spacing, strip width.

*충신회원, 가천대학교 의용생체공학과
접수일자 2020년 12월 27일, 수정완료 2021년 1월 27일
게재확정일자 2021년 2월 5일

Received: 27 December, 2020 / Revised: 27 January, 2021 /
Accepted: 5 February, 2021
*Corresponding Author: ujyoon@gachon.ac.kr
Dept. of Biomedical Engineering, Gachon University, Korea

I. 서론

격자구조(strip grating)의 수치해석을 위한 방법으로는 크게 3가지로 나누어지는데, 대표적인 방법으로 PMM(point matching method), FGMM(fourier galerkin moment method), SGMM(spectral galerkin moment method)의 3가지 방법을 적용하여 수치해석하고 그 결과를 상호 해석하여 수치해석의 타당성을 검증하는 형태로 진행되며, reflector antenna systems, wave polarizers, artificial dielectrics, side lobe suppression angular filter 등 반사나 투과 현상을 취급하기 위해서 여러 연구자들에 의해서 많은 관심을 가져왔다^{[1]-[10]}.

그 대표적인 수치해석의 예를 들어보면, 격자구조에 도체띠(conductive strip)를 사용한 기본 문제로서 Richmond^[2]는 자유공간상에서 스트립에 유도되는 미지의 유도전류를 FGMM(fourier galerkin moment method)을 이용하여 수치해석하였고, Mittra^[3]는 파수 영역에서 SGMM(spectral galerkin moment method)을 적용하여 수치해석하였으며, Kalhor^[4]는 반사를 유리하도록 유전체 접지층 위에 도체띠를 가지는 경우에 대해 PMM(point matching method)을 이용하여 수치 계산하였다. 또한 주기적인 유전체층 문제에 대해 전자기파의 산란 문제에 대해 근사화 이론을 이용하여 해석하였고^[5], 주기적인 유전체 층을 사용한 안테나용 주파수 선택 반사기를 설계한 바 있다^[6].

TE-wave(transverse electric wave)와 TM-wave(transverse magnetic wave)에 대한 산란문제를 취급한 경우로는 완전도체띠(conductive strip)와 저항띠(resistive strip)의 문제를 취급하였으며, 또한 유전체 층이 있는 경우와 유전체 층이 없는 경우, 그리고 접지 유전체 층이 있는가, 접지 유전체 층이 없는가에 따라 수치해석의 결과가 다를 수 있으므로, 이와 같이 여러 가지 다른 격자 상수(grating parameter) 문제를 가지고 많은 연구자들이 수치해석한다.

저항띠에 관한 문제는 유도되는 전류밀도를 sine 함수와 cosine 함수로 나누어 홀수 항과 짝수 항으로 구분해서 수치해석하였고^[7], 1개 유전체층 위의 완전도체띠 격자구조에 의한 TE 산란 문제를 해석하였으며^[8], 이중 유전체층 사이의 완전도체띠 격자구조에 대해 TE 산란 문제와 TM 산란 문제를 취급한 바 있다^[9, 10].

본 논문에서는 TM 산란 문제의 경우, 2중 유전체층 사이에 매우 얇은 저항띠가 주기적으로 배열되어 있을

때 PMM을 이용하여 2중 유전체 층의 스트립의 주기와 폭, 비유전율과 두께, 저항띠의 저항율(resistivity)에 따른 기하광학적 반사전력과 투과전력을 계산하고, 수치계산의 검증하기 위하여 기존 논문에서 PMM의 수치계산 결과와 비교하여 본 논문의 타당성을 입증하는 것이 본 논문의 목적이다^[10].

II. 저항띠 격자구조의 수치해석

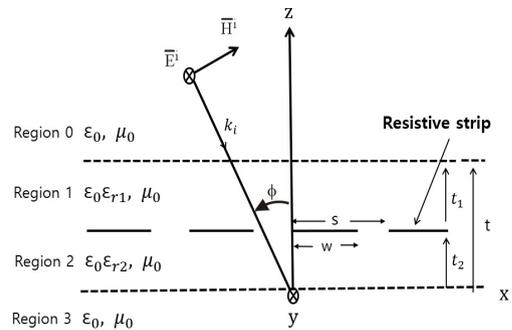


그림 1. 저항띠를 갖는 문제의 구조에 비스듬히 입사하는 TM 평면파

Fig. 1. Geometry of the problem with resistive strip and oblique incident TM plane wave

문제의 구조는 그림 1과 같이 TM 평면파가 가장자리에 나란하게 ϕ 의 각도로 비스듬히 입사하고, 접지된 2중 유전체층 사이에 저항띠가 y 방향으로 무한하게 배열되어 있다. 저항띠의 격자는 $x-y$ 평면상에 위치하고 있으며, x 방향으로 주기적으로 배열되어 있다. 그림 1에서 스트립 주기(strip spacing) s , 스트립 폭 w , 영역 1과 2의 비유전율(relative permittivity) 및 두께는 ϵ_{r1} , ϵ_{r2} [F/m] 및 t_1 , t_2 이며, 단위는 파장[λ]이다.

그림 1과 같은 구조에 대하여 자유공간 영역 0에 입사하는 전계 \vec{E}^i 는 다음과 같이 쓸 수 있다^{[4][10]}.

$$\vec{E}^i = \hat{a}_y E_0 e^{-j\beta_0 x} e^{j\gamma_0 z} \quad (1)$$

식 (1)에서 \hat{a}_x , \hat{a}_y 및 \hat{a}_z 는 x, y 및 z 방향의 단위벡터이며, $\beta_0 = k_0 \sin \phi$, $\gamma_0 = k_0 \cos \phi$ 이며, 매질의 전파상수 $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, μ_0 와 ϵ_0 는 자유공간의 투자율 및 유전율, E_0 는 입사 전계의 진폭으로서 1로 정규화 하였으며, 편의상 수식전개시 생략하기로 한다.

영역 0에서 산란 전계 \overline{E}^s 는 다음과 같은 평면파(plane wave)의 합으로 표시할 수 있다^[10].

$$\overline{E}^s = \hat{a}_y \sum_{n=-N}^N A_n e^{-j\beta_n x} e^{-j\gamma_n(z-t)} \quad (2)$$

식 (2)에서 A_n 는 구해야 할 미지의 계수이며, $\beta_n = \beta_0 + 2\pi n/s$, 영역 1($t_2 \leq z \leq t$)과 영역 2($0 \leq z \leq t_2$)에서 접선성분의 전계 \overline{E}_i^t 는 다음과 같이 무한급수의 합으로 표현할 수 있다^[10].

$$\overline{E}_i^t = \hat{a}_y \sum_{n=-N}^N [B_{ni} e^{-j\beta_n x} e^{-j\eta_{ni} z} + C_{ni} e^{-j\beta_n x} e^{j\eta_{ni} z}] \quad (3)$$

여기서 B_{ni} 와 C_{ni} 는 구해야 할 미지의 계수, i 는 영역 1과 2를 의미하며, η_{ni} 는 다음과 같이 2가지 모드로 구분하여 표시할 수 있다.

$$\eta_{ni} = \begin{cases} \sqrt{k_i^2 - \beta_n^2}, & k_i^2 \geq \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_i^2}, & k_i^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (4)$$

식 (4)에서 $k_i = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_{ri}} = k_0\sqrt{\epsilon_{ri}}$, ϵ_{ri} 는 영역 1과 2의 비유전율이며, 자유 공간상의 영역 3에서 투과하는 접선성분의 전계 \overline{E}_3^t 는 다음과 같이 무한급수의 합으로 표현할 수 있다^[10].

$$\overline{E}_3^t = \hat{a}_y \sum_n T_n e^{-j\beta_n x} e^{j\gamma_n z} \quad (5)$$

식 (5)에서 T_n 은 투과계수이며, 지금까지 사용된 미지의 계수를 구하기 위해 경계조건을 적용한다. 앞에서 주어진 식 (1), (2), (3), (5)는 전계에 관한 식으로 실제 수치해석 하기 위해서는 자계에 관한 식이 필요하다. 편위상 자계에 관한 식들은 생략하였으나, Maxwell 방정식 ($\nabla \times \overline{E} = -j\omega\overline{B}$, $\overline{B} = \mu\overline{H}$)을 이용하여 자계에 대한 식을 유도해야 있다^[5].

영역 2와 3의 경계면인 $z=0$ 에서 전계와 자계는 연속이어야 한다. 그리고 경계면 $z=t$ 인 영역 0과 영역 1에서 접선성분의 전계는 연속이어야 하므로 식 (1), 식 (2) 및 식 (3)을 이용하여 정리하고, 경계면 $z=t$ 에서 영역 0과 영역 1의 접선성분의 자계 성분도 연속이어야 하

로 자계에 관한 식을 정리하여야 한다.

저항피에 관한 문제를 취급하므로 경계면 $z=t_2$ 에서 저항 경계조건(resistive boundary condition)을 적용해야 한다. 즉, 영역-1에서의 전체전계는 저항피의 저항율에 표면 전류 밀도(surface current density)를 곱하여 다음과 같이 전자계의 오옴의 법칙(ohm's law)이 성립하여야 한다.

$$\overline{E}_1^t = R \overline{J}_y, \quad 0 \leq x \leq w \quad (6)$$

식 (6)에서 좌변은 \overline{E}_1^t 는 영역 1에서의 전계, R은 저항피의 저항율(resistivity, Ω/square)^[3], \overline{J}_y 는 저항피의 영역 1과 영역 2의 접선성분의 자계의 차이에 의해서 표면에 유도되는 전류밀도(A/m)로서 스트립에서 앙페르의 법칙(Ampere's law, $\nabla \times \overline{H} = \overline{J}$) 이 성립하여야만 한다. 이들 관련 식들을 식 (6)을 이용하여 정리하면 저항피에서 저항경계조건을 만족하는 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{n=-N}^N A_n e^{-j\beta_n x} (p_{n6} - \frac{R}{\omega\mu_0} p_{n4}) \\ = -e^{-j\beta_0 x} e^{j\gamma_0 t} [\delta_n (p_{n7} - \frac{R}{\omega\mu_0} p_{n5})] \\ , \quad 0 \leq x \leq w \end{aligned} \quad (7)$$

그리고 경계면 $z=t_2$ 에서 영역 1과 영역 2의 접선성분의 전계 및 자계는 슬롯(slot)에서 연속이어야 하므로, 전계와 자계에 대한 관련 식들을 정리하면 슬롯에서 만족하는 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{n=-N}^N A_n p_{n4} e^{-j\beta_n x} = -e^{-j\beta_0 x} e^{j\gamma_0 t} (\delta_n p_{n5}) \\ , \quad w < x \leq s \end{aligned} \quad (8)$$

식 (7)과 (8)은 한 주기 구간 $0 \leq x \leq s$ 에서 만족하는 식이며, 영역 2와 3에서 전계와 자계에 대한 연속정리를 이용하면 투과계수 T_n 는 다음과 같다.

$$T_n = 2\eta_{n2} \frac{A_n p_{n6} + e^{j\gamma_0 t} (\delta_n p_{n7})}{(\eta_{n2} - \gamma_n) e^{-j\eta_{n2} z} + (\eta_{n2} + \gamma_n) e^{j\eta_{n2} z}} \quad (9)$$

식 (7), (8), (9)에서 δ_n 은 Kronecker delta 함수로서 $n=0$ 일 때만 1이고, $n \neq 0$ 인 경우는 0인 값을 가지는 함수이며, 또한 본 논문에서 사용된 상수들을 정리하면

다음과 같다.

$$p_{n1} = \frac{e^{-j\eta_n t_2} - (\eta_{n2} + \gamma_n)/(\eta_{n2} - \gamma_n) e^{j\eta_n t_2}}{e^{-j\eta_n t_2} + (\eta_{n2} + \gamma_n)/(\eta_{n2} - \gamma_n) e^{j\eta_n t_2}} \quad (10)$$

$$p_{n2} = \eta_{n2} p_{n1} - \eta_{n1} \quad (11)$$

$$p_{n3} = \eta_{n2} p_{n1} + \eta_{n1} \quad (12)$$

$$p_{n4} = \frac{1}{2} \left\{ (1 + \gamma_n/\eta_{n1}) e^{j\eta_n t_1} \right\} (p_{n2} - p_{n3} e^{-j2\eta_{n1} t_1}) + p_{n3} e^{-j\eta_{n1} t_1} \quad (13)$$

$$p_{n5} = \frac{1}{2} \left\{ (1 - \gamma_0/\eta_{n1}) e^{j\eta_n t_1} \right\} (p_{n2} - p_{n3} e^{-j2\eta_{n1} t_1}) + p_{n3} e^{-j\eta_{n1} t_1} \quad (14)$$

$$p_{n6} = \frac{1}{2} \left\{ (1 + \gamma_n/\eta_{n1}) e^{j\eta_n t_1} \right\} (1 - e^{-j2\eta_{n1} t_1}) + e^{-j\eta_{n1} t_1} \quad (15)$$

$$p_{n7} = \frac{1}{2} \left\{ (1 - \gamma_0/\eta_{n1}) e^{j\eta_n t_1} \right\} (1 - e^{-j2\eta_{n1} t_1}) + e^{-j\eta_{n1} t_1} \quad (16)$$

III. 수치해석 결과 및 검토

식 (7)와 식 (8)에 대해서 Dirac delta 함수와의 내적 (inner product)을 수행하고, 정방행렬을 역변환하여 정규화된 반사전력을 계산할 수 있다. 사용된 행렬의 크기 $n = [-N:N]$, $N = 100$ 을 사용하였으며, 정방행렬의 역변환을 수행하여 $n = 0$ 인 정규화된 반사전력과 투과전력을 계산할 수 있다. 또한 영역-1과 2의 비유전율 ϵ_{r1} 및 ϵ_{r2} [F/m] 및 도체피의 폭 w , 주기 s 및 유전체층의 두께 t_1 및 t_2 의 단위는 파장 $[\lambda]$, 저항피의 저항율의 단위는 Ω/square 으로 편의상 단위는 생략하기로 한다.

그림 2와 그림 3은 수직입사시, 격자 주기 s 와 스트립 폭 w 의 비 $w/s = 0.25$, 유전체 층의 두께, $t_1 = t_2 = 0.1$, 비유전율 $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1$ 로 했을 때, 즉 자유공간상의 문제에 대하여 저항피의 저항율(resistivity, Ω/square)에 따른 반사 및 투과전력을 계산하였다. 그림 2와 3에서 저항율이 증가하면 반사전력은 감소하여 오옴의 법칙을 만족하며, 상대적으로 투과전력은 감소하였다. 또한 그림에서 범례의 기호인 “●”는 동일한 격자상수를 사용했을 때 동일한 PMM의 수치해석법을 사용하였으므로 수치 값은 일치하며, 본 논문의 수치계산의 타당성을 검증하였다^[10].

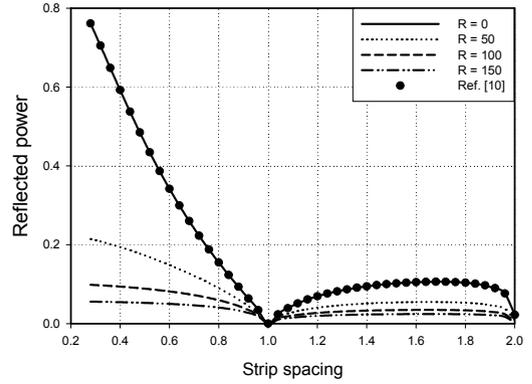


그림 2. 자유공간상에서 수직입사시 저항율에 대한 반사전력
Fig. 2. Reflected power for resistivity at normal incidence in free space

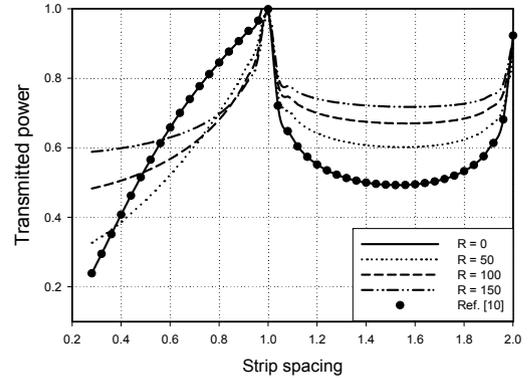


그림 3. 자유공간상에서 수직입사시 저항율에 대한 투과전력
Fig. 3. Transmitted power for resistivity at normal incidence in free space

그림 4와 5는 수직입사시, 격자상수 $w/s = 0.25$, $t_1 = t_2 = 0.1$, 및 영역-1과 2의 비유전율의 값이 동일한 경우, 즉 $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2}$ 일 때 비유전율의 값을 변화시켰을 때 반사 및 투과전력을 계산하였다. 전반적으로 자유공간상의 문제를 제외하면 비유전율이 증가할수록 반사전력은 증가하였으나, 반사전력의 변곡점의 최소값은 격자주기가 작아지는 방향으로 이동하였으며, 투과전력은 상대적으로 감소하였다. 따라서 유전체 층의 두께와 비유전율의 값이 정해지면 반사전력의 변곡점이 이동하게 되며, 그림에서 “●”는 자유공간상에서 수치계산한 결과를 나타내었다.

그림 6과 7은 입사각이 30도인 경우, 격자상수 $w/s = 0.25$, $t_1 = t_2 = 0.3$, $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2$ 일 때 저항피의 저항율에 따른 반사 및 투과전력을 계산하였다. 전반적으로 저항율이 증가할수록 반사전력은 감소하였으며, 상대

적으로 투과전력은 상대적으로 증가하였다. 전반적으로 입사각이 0도, 30도, 60도로 증가하면 반사전력의 변곡점이 많이 발생하는데, 이는 입사각에 따른 유전체 층의 비유전율 및 두께에 따른 영향으로 보일 것이다.

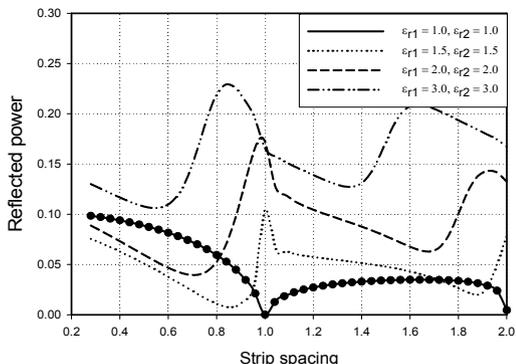


그림 4. 수직입사시 비유전율에 대한 반사전력
 Fig. 4. Reflected power for relative permittivity at normal incidence

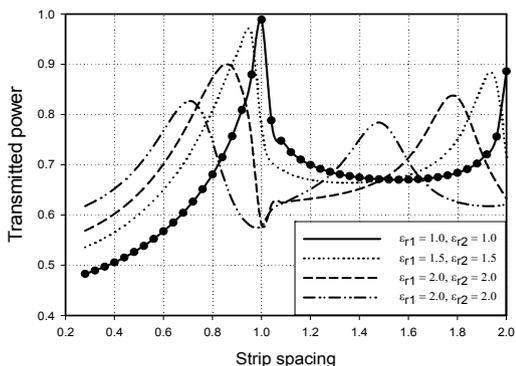


그림 5. 수직입사시 비유전율에 대한 투과전력
 Fig. 5. Transmitted power for relative permittivity at normal incidence

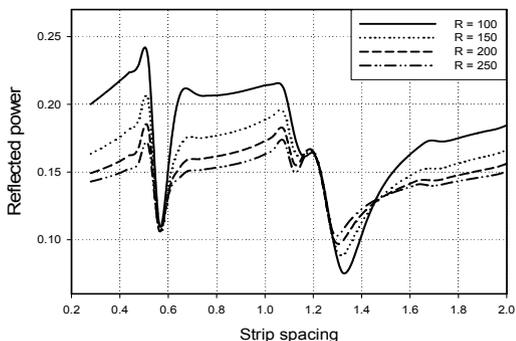


그림 6. 입사각 30도에서 저항율에 대한 반사전력
 Fig. 6. Reflected power for resistivity at incident angle 30 degrees

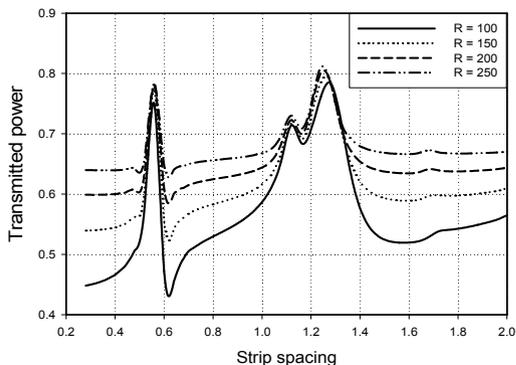


그림 7. 입사각 30도에서 저항율에 대한 투과전력
 Fig. 7. Transmitted power for resistivity at incident angle 30 degrees

IV. 결 론

본 논문에서는 TM 산란 문제의 경우, 2중 유전체층 사이에 매우 얇은 저항띠가 주기적으로 배열되어 있을 때 수치해석법인 PMM을 이용하여 유전층의 비유전율과 두께, 저항띠의 저항율에 따른 반사 및 투과전력을 수치 해석하는 것이 본 논문의 목적이며, 지면의 한계로 입사각에 따른 저항율의 변화에 대해 관심을 가지고 논문을 작성하였으며, 유전체층의 두께의 변화에 대해서는 다음 기회에 논문으로 발표하겠다.

전반적으로 저항율이 증가하면 반사전력은 감소하였으나 상대적으로 투과전력은 감소하였으며, 특히 비유전율이 증가할수록 반사전력은 증가하였으나, 반사전력의 최소값에 따른 변곡점들이 격자주기가 작아지는 방향으로 이동하였다는 것이 주목된다. 이는 입사각에 따른 유전층의 비유전율 및 두께, 저항율에 따른 영향으로 보일 것이다.

앞으로 본 논문을 기반으로 저항띠 격자구조에 대하여 다른 수치해석 방법인 FGMM을 적용하여 본 논문의 수치해석 결과와 비교하여 두 가지 수치해석 방법의 타당성을 비교할 수 있을 것으로 기대되어 지속적인 연구가 필요하다.

References

- [1] M. Ando and K. Takei, "Reflection and Transmission Coefficient of a Thin Strip Grating for Antenna

- Application," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-35, No.4, pp.367-371, Mar. 1987.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TAP.1987.1144112>
- [2] J. H. Richmond, "On the Edge Mode in the Theory of TM Scattering by a Strip or Strip Grating," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-28, pp. 883-887, Sept. 1980.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TAP.1980.1142427>
- [3] R. C. Hall and R. Mittra, "Scattering from a Periodic Array of Resistive Strips," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-33, pp. 1009-1011, Sept. 1985.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TAP.1985.1143706>
- [4] H. A. Kalhor, "Electromagnetic Scattering by a Dielectric Slab Loaded with a Periodic Array of Strips Over a Grounded Plane," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-36, No. 1, pp. 147-151, Jan. 1988.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/8.1088>
- [5] M. N. Kim and G. S. Chae, "Analysis of Scattering of Electromagnetic Wave in Dielectric Periodic Media," Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society(JKAIS), Vol. 5, No. 5, pp. 385-388, 2004.
- [6] K. C. Ho, "Design of Frequency-Selective Reflector for Large Reflecting Antennas using a Periodic Dielectric Layer," The Journal of The Institute of Internet, Broadcasting and Communication(JIIBC), Vol. 10, No. 1, pp. 33-38, 2010.
- [7] Y. S. Choi and S. I. Yang, "Analysis of the Electromagnetic Scattering of Resistive Strip Grating with Uniform Resistivity on a Grounded Dielectric Layer. - H-Polarization case," Journal of Korean Institute of Communications and Information Sciences, Vol. 31, No. 3A, pp. 321-327, Mar. 2006.
- [8] U. J. Yoon, "A study on TE Scattering by a Perfectly Conductive Strip Grating Over a Dielectric Layer," Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society(JKAIS), Vol. 16, No. 6, pp. 4158-4163, 2015.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5762/KAIS.2015.16.6.4158>
- [9] U. J. Yoon, "A Study on TE Scattering by a Conductive Strip Grating Between a Double Dielectric Layer," Journal of the Institute of Internet, Broadcasting and Communication(IIBC), Vol. 17, No. 2, pp. 83-88, 2017.
DOI: <http://dx.doi.org/10.7236/JIIBC.2017.17.2.83>
- [10] U. J. Yoon, "A Study on TM Scattering by a Conductive Strip Grating Between a Double Dielectric Layer," Journal of the Institute of Internet, Broadcasting and Communication(IIBC), Vol. 18, No. 2, pp. 73-79, 2018.
DOI: <http://dx.doi.org/10.7236/JIIBC.2018.18.2.73>

저 자 소 개

윤 의 중(중신회원)



- 1993년 : 숭실대학교 대학원 전자공학과 공학박사
- 1997년 6월 ~ 1997년 8월 : Bemidji State University in Minnesota (USA), 미국방문연수
- 2008년 7월 ~ 2012년 1월 : 가천의과학대학교 학생처장
- 2006년 3월 ~ 현재 : 가천대학교 의용생체공학과 교수
- 주관심분야 : 전자파산란 수치해석, 생체센서회로 설계, Embedded System 개발 등