



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 49(1), 41-52(2021)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2021.49.1.41

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

해머헤드 발사체의 천음속 음향하중 수치해석

최인정¹, 이수갑²

Numerical Prediction of Acoustic Load Around a Hammerhead Launch Vehicle at Transonic Speed

Injeong Choi¹ and Soogab Lee²

Department of Aerospace Engineering, Seoul National University

ABSTRACT

During atmospheric ascent of a launch vehicle, airborne acoustic loads act on the vehicle and its effect becomes pronounced at transonic speed. In the present study, acoustic loads acting on a hammerhead launch vehicle at a transonic speed have been analyzed using $k-\omega$ SST based IDDES and the results including mean C_p , $C_{p_{rms}}$, and PSD are compared to available wind-tunnel test data. Mesh dependency of IDDES results has been investigated and it has been concluded that with an appropriate turbulence scale-resolving computational mesh, the characteristic flow features around a transonic hammerhead launch vehicle such as separated shear flow at fairing shoulder and its reattachment on rear body as well as large pressure fluctuation in the region of separated flow behind the boat-tail can be predicted with reasonable accuracy for engineering purposes.

초 록

발사체가 대기 중에서 상승 비행 시 공기역학적 현상에 기인한 음향하중을 받는데 천음속 영역에서 그 영향이 커진다. 본 연구에서는 천음속 조건에서 해머헤드 발사체 외부에 작용하는 음향하중을 $k-\omega$ SST 난류모델 기반 IDDES 법으로 해석하여 시간 평균 압력계수, 표면 압력섭동, 압력섭동 파워 스펙트럼을 분석하고 가용한 풍동실험 데이터와 비교하였다. IDDES 결과의 격자 의존성을 검토하였으며, 난류 스케일 분해가 가능한 적절한 계산격자를 사용한 경우 천음속 해머헤드 발사체의 특징적인 유동 현상인 페어링 어깨에서의 유동 박리와 박리 유동의 후방 동체 재 부착, 보트 테일 후방에서의 높은 압력섭동을 공학적으로 유의미한 정확도로 예측 가능성을 확인하였다.

Key Words : Launch Vehicle(발사체), Hammerhead Fairing(해머헤드 페어링), Pressure Fluctuation(압력섭동), Acoustic Load(음향하중), IDDES(개선된 분리와류모사법)

1. 서 론

발사체는 지상에서의 이륙과 대기 중 상승비행 과정에 집중적인 소음진동 환경에 노출되는데, 이 과정

이 탑재물이 수명주기 동안 겪는 가장 격심한 동적 환경에 해당하는 것으로 알려져 있다[1]. 이륙 및 상승비행 과정에 발생하는 소음진동은 발사체 외피에 랜덤 진동을 일으키고 다시 내부 공간으로 전파되어

† Received : July 26, 2020 Revised : November 23, 2020 Accepted : December 7, 2020

¹ M.S. Candidate, ² Professor

² Corresponding author, E-mail : solee@snu.ac.kr

© 2021 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

민감한 전자장비나 탑재체의 고장을 유발하여 발사 임무 실패의 결과를 초래하기도 한다[2-4]. 발사체의 이륙 과정에는 2 Hz ~ 20 kHz 주파수 대역에서 최대 170 ~ 200 dB의 강한 소음이 발사체 근방에 발생하는데 이 때 발생하는 소음의 주된 원인은 로켓엔진에서 방출되는 뜨거운 초음속 제트와 주변 공기와의 난류 혼합이며, 발사체가 초음속에 도달하면 제트 소음에 비해 난류 유동에 기인한 소음이 지배적이게 된다[1]. 발사체 탑재 화물의 규모가 지속적으로 증가함에 따라 보다 대형의 탑재체를 수용하기 위해 탑재체 페어링(payload fairing)의 직경이 발사체 상단(upper stage) 직경보다 더 큰 해머헤드(hammerhead) 페어링을 사용하게 되었다. 해머헤드 형상의 불안정한 공기역학적 특성으로 인해 형상 변화에 따른 공력 특성 및 동적 특성을 파악하기 위한 다수의 풍동 실험들이 수행되었다[5-7].

발사체가 탑재물을 목표 궤도에 안전하게 투입하기 위해서는 이륙 및 상승 비행 중에 발생하는 소음진동 환경으로부터 탑재물을 안전하게 보호하여야 하는데, 이를 위해서는 발사체에 작용하는 음향하중의 정확한 예측이 필요하다. 비행 중 발사체 표면에 작용하는 음향하중은 준 경험적(semi-empirical) 방법 또는 수치적 방법으로 구해질 수 있다. 준 경험적 방법은 발사체 축소 모델의 풍동 실험이나 실물 발사체의 비행 시험에서 얻어진 데이터와 이론적 지식을 기반으로 도출된 모델 식을 이용하여 음향하중을 예측하는 방법이다. 고속 비행체 표면의 유동 특성은 비행체 형상과 비행 속도 등의 영향을 받고, 이에 따라 난류 경계층 내의 압력 섭동에 기인하는 음향하중도 달라진다. 1950년대 후반부터 많은 연구자들이 난류 경계층 내의 벽면 압력섭동에 관한 연구를 수행하여 다양한 예측 모델을 제시하였는데[8-11] 준 경험적 방법은 이들 모델에 기반을 두고 있다. Yang과 Wilby는 준 경험식을 이용하여 Ares I-X 발사체의 비행 중 외부 음향진동 환경을 예측하였다[12]. Choi는 정상상태 RANS 유동해석 결과와 난류 경계층 내부 압력섭동에 관한 준 경험식을 이용하여 해머헤드 발사체의 비행 중 음향하중 예측하였다[13]. 이 방법은 비행조건에 따른 변화를 음향하중 예측에 적절히 고려할 수 있는 장점이 있으나 준 경험식의 입력 변수로 경계층의 두께와 경계층 외부 유속을 RANS 해로부터 추출해야 하는데 큰 박리유동 영역이 존재하거나 돌출물이 있는 복잡한 발사체 형상에는 적용이 용이하지 않은 단점이 있다.

수치적 방법은 Navier-Stokes 방정식에 대한 난류-스케일 분해 비정상(unsteady) 유동해석을 이용하여 시간에 따른 비행체 표면의 압력 섭동을 직접 계산하는 방법으로, 직접모사법(DNS, Direct Numerical Simulation), 대와류모사법(LES, Large Eddy Simula-

tion), 분리와류모사법(DES, Detached Eddy Simulation) 등의 방법을 이용할 수 있다.

직접모사법(DNS)이 모든 크기의 난류 스케일을 모델링 없이 직접 분해하여 난류 유동에 대한 가장 엄밀한 수치해를 제공하지만 막대한 계산 용량이 요구되어 실제 공학적인 문제에 적용은 아직은 비현실적이다. 반면에 계산 용량 면에서 접근성이 뛰어난 RANS 해석은 모든 스케일의 난류를 모델링으로 모사하여 벽면 부착 경계층에서는 비교적 정확한 결과를 제공하지만 강한 박리유동 영역에서는 그 정확도가 떨어진다. 대와류모사법(LES)은 DNS와 RANS의 중간에 위치하는 방법으로 큰 난류에너지를 갖는 대와류는 직접 모사하고 그보다 작은 스케일 와류의 효과는 모델링(sub-grid scale model)으로 고려한다. LES는 DNS에 비해서 계산 용량이 월등히 감소되기는 하지만 부착 경계층과 같이 난류 스케일이 매우 작은 영역이 존재하는 경우에는 여전히 이들 난류 분해에 많은 계산 자원이 소요되어 실제적인 많은 문제에 있어서는 적용에 한계가 있다. Hybrid RANS/LES 법은 RANS와 LES 사이의 공백을 메우고 이들 각 방법의 장점이 최적화되도록 설계된 기법으로, 부착 및 박리 경계층 유동에 대해 RANS나 LES 대비 우월성을 갖는 대안이 될 수 있으며 이러한 이유로 최근에 공학적 문제에 이 방법의 적용 사례가 많이 증가하고 있다. 또한 비정상 난류 압력 섭동의 분해가 필요한 전산 공력소음 문제에서도 유용하게 활용될 수 있다. 본 연구에서는 컴퓨터의 지속적인 발전에 힘입어 실질적인 공학적 문제에 적용성이 확대된 hybrid RANS/LES 법을 이용하였다.

Hybrid RANS/LES 법을 이용한 발사체 주변 비정상 천음속 유동장에 대한 연구는 여러 연구자들에 의해 수행되었다[14-18]. Coe와 Nute[5]가 실험적으로 연구한 model 11 해머헤드 페어링 발사체 형상은 최근에 보다 신뢰성 있는 CFD 검증 데이터를 확보하기 위한 노력의 일환으로 실험적 연구과 CFD 연구자들의 재조명을 받았다. Murman 등[15,16]과 Liu 등[17]은 DDES(Delayed Detached Eddy Simulation)[19]를 이용하여 Coe와 Nute의 해머헤드 발사체 형상에 대한 천음속 유동장을 계산하였으며, Zore 등[18]은 Coe[6]의 model-IV 형상 발사체에 대한 천음속 유동장을 SBES(Stress-Blended Eddy Simulation)[20] 방법을 사용하여 계산하였다. 이들은 계산에서 얻어진 발사체 표면의 압력섭동을 실험에서 획득된 값과 비교하여 계산에 사용된 hybrid RANS/LES 기법의 난류 압력섭동 예측 능력을 평가하였다. Coe와 Nute의 해머헤드 형상 발사체에 대한 기존 연구에서 페어링 보트 테일 후방 재순환 영역에서의 압력섭동을 과다하게 예측하거나[16] 페어링 어깨에서 박리된 전단 유동의 재 부착 지점을 실제보다 후방으로 잘못 예측하는 문제가 있었다[17].

실험적으로도 Coe와 Nute[5]의 연구가 재조명되어 이들이 1960년대 초반에 수행하였던 것과 동일한 발사체 모델에 대해 2016년에 NASA에서 압력감응페인트(pressure sensitive paint)와 현대적인 고주파수 압력섭동센서를 이용한 풍동실험이 수행되었다[21-24].

본 연구에서는 Coe와 Nute[5]의 해머헤드 페어링 발사체 주변 유동장을 hybrid RANS/LES 기법의 일종인 IDDES 법을 적용하여 해석하여 발사체 표면 압력섭동을 예측하고 Coe와 Nute의 실험 결과 및 보다 최근의 실험 결과[21,23]와 비교하였다. 이를 통해 hybrid RANS/LES 기법을 이용한 발사체 외부 음향하중 해석 가능성을 평가하였다.

II. 본 론

2.1 IDDES 난류모델

분리와류모사법(DES)[25,26]은 hybrid RANS/LES 범주에 속하는 대표적인 방법 중의 하나로 난류 경계층 내부에는 URANS(Unsteady RANS) 모델이 사용되고 큰 스케일의 난류 운동이 우세한 박리 유동 영역에는 LES 모델이 적용된다.

DES에서는 RANS 난류 길이 척도 L_{RANS} 를 DES 길이 척도 $L_{DES} = C_{DES}\Delta_{max}$ 와 비교하여 RANS와 LES 간의 모델 전환을 한다. 즉, DES 모델에서 가장 가까운 벽면까지의 거리 d_w 가 L_{DES} 보다 작으면 RANS 모드를 유지하고, 그렇지 않은 경우에 LES 모드로 전환된다. DES 모델은 경계층 내에서 유동 방향 격자 크기가 작아지는 경우 RANS 모드가 유지되지 못하고 LES 모드로 조기에 전환되는 문제가 있었다. 이런 문제를 해결하기 위해 스위칭 함수를 변경하여 LES 모드로의 전환을 지연시키는 Delayed DES(DDES) 모델 [19]이 개발되었다. DES 대비 DDES 모델에서의 주요 변경 사항은 점성 경계층 내에서 LES로의 전환을 지연시키기 위해 분자 동점성계수와 난류 동점성계수를 스위칭 함수에 도입한 것이다.

Improved DDES(IDDES)[27,28]는 DDES와 Wall Modeled LES(WMLES)를 결합하여 LES와 RANS 간의 전환을 더 개선시킨 모델이다. 이 모델에서는 WMLES 기법을 도입하여 벽면에 매우 근접한 작은 스케일의 난류 구조를 갖는 내층 경계층 영역에는 RANS를 적용하고 비교적 큰 스케일의 난류 구조가 지배적인 외층 경계층 영역에는 LES를 적용한다. IDDES는 격자 분해능이 충분하고 유입류 난류가 있는 경우에는 WMLES로 작동하고 그렇지 않은 경우에는 DDES로 작동한다. IDDES 모델에서 길이 척도 L_{IDDES} 는 다음과 같이 정의된다.

$$L_{IDDES} = \tilde{f}_d(1 + f_e)L_{RANS} + (1 - \tilde{f}_d)L_{LES} \quad (1)$$

$$L_{LES} = C_{DES}\Delta,$$

$$\Delta = \min\{C_w \max[d_w, h_{max}], h_{max}\}, \quad (2)$$

$$C_{DES} = 0.61, \quad C_w = 0.15$$

여기서 h_{max} 는 격자의 최대 모서리 길이이며, d_w 는 가장 가까운 벽면까지의 거리이다. 식 (1)에서 경험적 결합함수 \tilde{f}_d 는 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{f}_d = \max\{(1 - f_{dt}), f_B\},$$

$$f_{dt} = 1 - \tanh\left[\frac{1}{2}(20r_{dt})^3\right],$$

$$r_{dt} = \frac{\nu_t}{\kappa^2 d_w^2 \sqrt{0.5(S^2 + \Omega^2)}},$$

$$S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad (3)$$

$$\Omega \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

$$\kappa = 0.41,$$

$$f_B = \min\{2 \exp(-9\alpha^2), 1.0\}$$

$$\alpha = 0.25 - d_w/h_{max}$$

여기서 결합함수 f_B 는 0과 1 사이의 값을 가지며, 벽면 근처에서는 $f_B = 1$ 로 $L_{IDDES} = (1 + f_e)L_{RANS}$ 가 되어 IDDES는 RANS로 동작하게 되며, 벽면에서 멀리 떨어진 영역에서는 $f_B = 0$, $L_{IDDES} = L_{LES}$ 가 되어 IDDES는 LES 모드로 동작하게 된다. $f_B > 1 - f_{dt}$ 이면 WMLES 모드로 동작하고, LES와 RANS의 경계는 격자 크기에 의해 결정된다. 그 외의 경우에는 IDDES 모드로 동작한다. 결합함수에 의해 IDDES는 $0.5h_{max} \leq d_w \leq h_{max}$ 사이에서 RANS 모드에서 LES 모드로 전환되는데 [27], 이것은 에너지를 가진 난류 구조가 $d_w \geq 0.5h_{max}$ 부터는 부분적으로 분해되고 $d_w \geq h_{max}$ 부터는 완전히 분해되어야 함을 의미한다 [29]. 따라서 계산격자는 이러한 난류 구조를 분해할 수 있도록 적절하게 형성되어야 한다. IDDES는 좋은 해석 결과를 제공하면서 사전에 RANS/LES 영역을 사용자가 지정할 필요가 없고, 격자 분해능이 WMLES 요건을 만족시키지 못하면 자동으로 DDES로 전환되는 자가 적응방식이어서 신뢰할 수 있으며 복잡한 형상에 용이하게 적용 가능한 장점으로 인해 최근 CFD에서 많이 이용되고 있다. 따라서 본 연구에서는 IDDES 옵션을 적용하여 해석을 수행하였다.

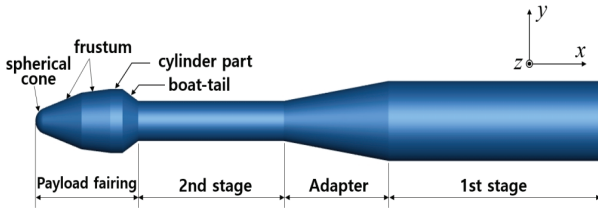


Fig. 1. Hammerhead launch vehicle (Model 11 configuration of Coe and Nute[5])

2.2 해석 대상

본 연구의 해석 대상은 Fig. 1과 같은 전형적인 해머헤드 탑재 페어링을 갖는 2단형 발사체로, Coe와 Nute[5]에 의해 마하수 0.60~1.17, 받음각 $\alpha = -4^\circ \sim 8^\circ$ 의 천음속 비행 조건에 대한 풍동실험 결과가 보고되었다. 발사체의 상세 치수는 Fig. 2에 나타내었다. 탑재 페어링은 선두부 구형 원추체의 후방에 각각 20° 와 6.5° 경사의 1차, 2차 절두체(frustum)가 이어지고, 그 후방 실린더부에 이어 34° 경사의 보트 테일(boat-tail)을 갖는 형상이다. 좌표계는 발사체 동체 길이 방향을 x -축으로 정하였으며, 추가적으로 축대칭 발사체의 원주방향 위치를 정의하기 위해 y -축에서 z -축으로의 회전각을 θ 로 정의하였다.

본 연구에서는 Coe와 Nute의 여러 실험 케이스들 중 마하수 0.81, 받음각 0° 의 경우에 대해 해석을 수행하였다. 이때의 레이놀즈수는 $4 \times 10^6 / \text{foot}$ 이다. 주어진 계산조건에 부합하도록 자유류 조건은 $p_\infty = 62448 \text{ Pa}$, $\rho_\infty = 0.8278 \text{ kg/m}^3$, $T_\infty = 262.8 \text{ K}$ 로 설정하였다.

2.3 계산 격자

발사체 유동장의 계산영역은 발사체 후류(wake) 영역을 제외한 발사체 주변 영역으로, 계산 격자를 효율적으로 활용하기 위해 Fig. 3에 나타낸 것과 같이 near-wall zone, inner zone, middle zone, outer zone의 4개 구역으로 나누어 격자를 형성하였다.

격자의 원방경계는 발사체 최대 직경 D_R 을 기준으로 발사체 전방으로 $18D_R$, 반경방향으로 $20D_R$ 로 정

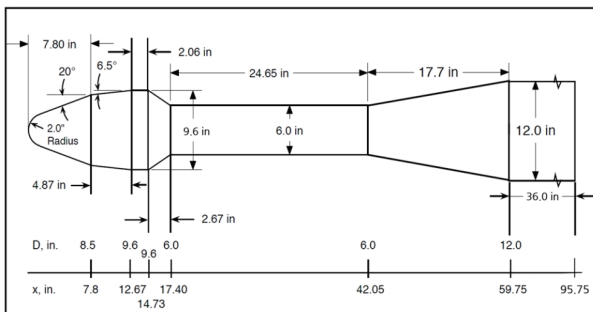


Fig. 2. Geometry of model launch vehicle[16]

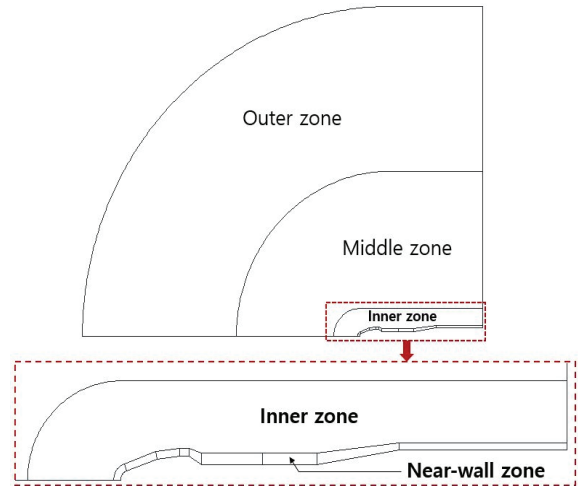


Fig. 3. Computational domain and zones for mesh generation

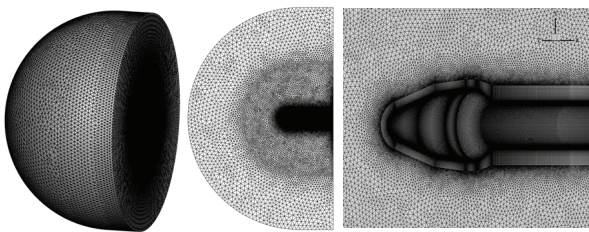
하였다. 격자 유형은 near-wall zone에는 경계층 분해에 적합한 정렬격자 형태의 육면체 격자를 사용하였고 벽면 격자 간격은 벽면에서 $y^+ < 1$ 이 되도록 첫 번째 격자 간격을 0.0001인치로 두었다. 그 외의 영역에는 사면체 또는 프리즘 격자를 사용하였다.

난류유동은 본질적으로 3차원 현상이므로 본 연구에서 다루는 축대칭 발사체 형상에 대해서도 $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ 의 전체 영역을 계산영역으로 고려하여야 하지만 계산 용량의 문제로 360° 전체 영역에 대한 격자는 coarse 격자에 대해서만 적용하고, 해석 결과의 격자 의존성을 보기 위해 축대칭 발사체의 60° 영역에 대해 coarse, medium_T, medium_L, fine의 네 가지 서로 다른 조밀도의 격자를 사용하였다.

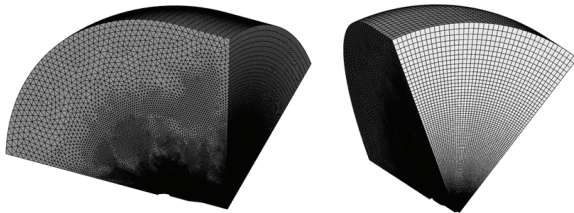
60° 영역 격자에서 coarse, medium_T, medium_L, fine 격자 간의 변화는 hybrid RANS/LES의 해에 미치는 영향이 큰 near-wall zone과 inner zone의 격자를 주된 변화 대상으로 하였으며 middle zone과 outer zone의 격자는 주변 zone의 격자수 조정에 따라 zone 간의 격자가 완만하게 변하도록 하는 수준으로만 조정하였다. 60° 영역 coarse 격자는 360° 영역 격자와 동일한 조밀도를 가지며, 60° 영역 medium_T 격자는 coarse 격자에서 θ 방향 격자수(n_θ)만 3배로 증가시킨 것이며, medium_L 격자는 coarse 격자에서 θ 방향 격자수는 고정하고 발사체 길이 방향 격자수(n_x)와 벽면 수직 방향 격자수(n_r)만 증가시킨 것이며, fine 격자는 medium_T와 medium_L에 적용한 격자수 증가를 동시에 적용한 것이다. 이들 계산격자에 대한 정보는 Table 1에 나타내었으며, 사용된 격자의 형태는 Fig. 4에 나타내었다. 60° 영역 격자 기준으로 coarse, medium_T, medium_L, fine 격자의 총 격자수는 각각 6.9백만, 20.2백만, 15.5백만, 41.4백만 개였다.

Table 1. Computational mesh information used in the present study

Mesh		Number of divisions in near-wall zone			Number of total cells
		nx	nr	n θ	
360-deg full (coarse)		960	80	240 ($\Delta\theta=1.5^\circ$)	45,363,904
60-deg mesh	coarse	960	80	40 ($\Delta\theta=1.5^\circ$)	6,960,880
	medium_T	960	80	120 ($\Delta\theta=0.5^\circ$)	20,220,107
	medium_L	1,650	125	40 ($\Delta\theta=1.5^\circ$)	15,530,920
	fine	1,440	125	120 ($\Delta\theta=0.5^\circ$)	41,377,800



(a) 360-degree coarse mesh



(b) 60-degree coarse mesh

Fig. 4. Configuration of computational mesh

계산에는 64 코어 Intel® Xeon® Processor E3-1220이 사용되었다. 60°-fine 격자(격자 수 41.4 백만)에서 $\Delta t = 50 \mu s$ 로 $t = 0.12$ 초까지 IDDES 계산 시 약 16일이 소요되었다. 본 연구에 사용된 연산장치로 40백만 개 수준의 격자가 한계인 것으로 판단되어 더 이상의 격자 세밀화 연구에 대한 시도는 하지 않았다.

2.4 해석 조건

유동해석에는 범용 유동해석 소프트웨어인 ANSYS Fluent 19.2의 압력 기반(pressure-based) 해법을 사용하였다. 압력-속도의 연계는 압력 기반 연속방정식을 모델턴 방정식과 동시에 풀이하는 coupled scheme을

사용하였다. 이 해법은 연속방정식과 각 방향에 대한 운동량 방정식을 순차적으로 풀이하는 방식에 비해 메모리는 1.5~2배 많이 소요되지만 연속방정식과 운동량 방정식을 밀접하게 커플링해서 풀이하므로 수렴성이 월등히 향상되는 장점이 있다. Hybrid RANS/LES 계산에는 $k-\omega$ SST[30] 기반 IDDES를 사용하였다.

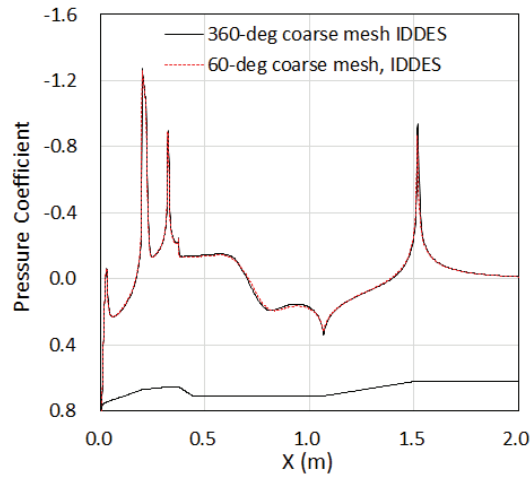
공간차분화는 운동량 방정식에 대해서는 bounded central differencing을 적용하였으며 압력 방정식에 대해서는 2차 정확도 스킴, 밀도, 에너지, 난류 방정식에 대해서는 2차 upwind 스킴을 적용하였다. 시간 전진은 bounded 2nd order implicit 법에 시간전진 간격 $\Delta t = 50 \mu s$ 를 사용하였는데, 이것은 데이터 샘플링 주파수로 20 kHz에 해당한다. 시간 전진 중 매 시간 단계에서의 수렴을 위한 sub-iteration 횟수는 25회로 하였다.

경계조건은 벽면에는 단일 및 점착조건, 유입류 원방경계에는 pressure-far-field 조건, 유출류 원방경계에는 pressure-outlet 조건을 적용하였다. 60° 영역 계산격자의 0°와 60° 면에 대해서는 회전 주기 조건을 적용하였다. 원방경계에서의 난류 조건은 난류 강도 0.2%, 난류 점성비 2의 값을 사용하였다.

2.5 해석 결과

먼저 60° 영역 계산격자에 대한 IDDES 결과의 유효성을 확인하기 위해 360° coarse 계산격자와 60° coarse 계산격자에서 얻어진 결과를 비교하였다. 각 격자에서 수렴된 정상상태 해를 $t = 0$ 에서의 초기 값으로 하여 $\Delta t = 50 \mu s$ 로 $t = 0.12$ 초까지 계산하였다. 비정상 유동에 주기적 현상이 나타나는 $t = 0.01$ 초부터 $t = 0.12$ 초까지 매 시간 단계에서의 발사체 표면 압력을 이용하여 벽면에서의 시간평균 압력계수(C_p)와 압력섭동의 제곱평균제곱근(rms), $C_{p_{rms}}$ 를 계산하여 그 결과를 Fig. 5에 나타내었다. 그림에서 이들은 두 격자는 거의 일치하는 값을 나타내었다. 이로부터 축대칭 발사체 형상에서 받음각이 0인 경우 회전 주기 경계조건을 갖는 60° 영역 계산격자로 발사체 주변 비정상 난류 압력섭동을 계산하는 것이 타당함을 확인하였다. 이러한 결과를 바탕으로 60° 영역 coarse, medium_T, medium_L, fine의 네 가지 격자를 사용하여 IDDES로 유동장 계산을 수행하고 시간 평균 압력계수와 압력섭동 크기($C_{p_{rms}}$)를 구하였다.

Figure 6에 시간평균 압력계수 분포를 나타내었는데 coarse 격자는 해머헤드 어깨에서 박리된 전단유동이 발사체 2단 동체에 재부착되는 지점의 위치를 실제보다 후방으로 예측하고 있음을 알 수 있다. 발사체 길이 방향 및 발사체 반경 방향 격자수를 증가시켜 near-wall zone 내 격자수가 coarse 격자 대비 약 2.7배 증가된 medium_L 격자에서는 재부착 지점이 조금 더 상류로 이동하여 실험값에 접근하는 경



(a) Cp

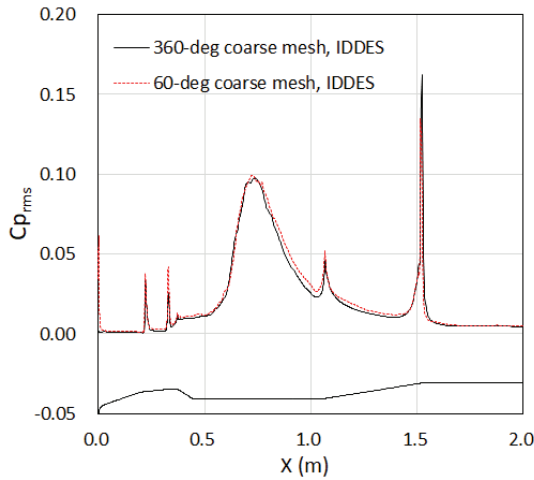
(b) Cp_{rms}

Fig. 5. Comparison between 360-degree full mesh and 60-degree mesh results

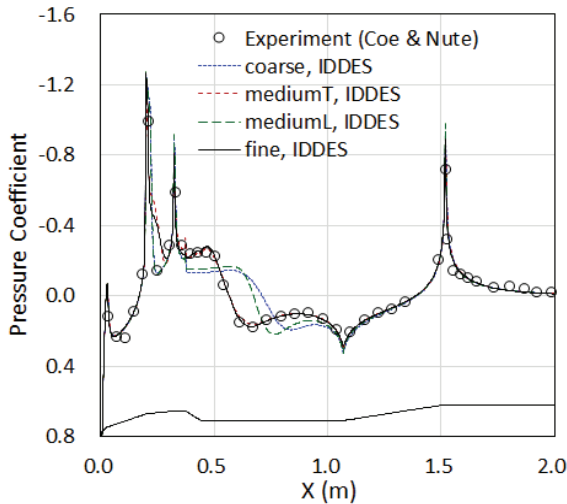


Fig. 6. Comparison of time-averaged Cp distribution between different meshes

향을 보였으나 여전히 실험값과 큰 차이를 보였다. 반면에 발사체 길이 방향 격자수는 고정하고 원주(θ) 방향 격자수만 3배 증가시킨 `medium_T` 격자는 실험값에 매우 근접한 시간평균 압력계수를 나타내었으며 `fine` 격자와도 거의 동일한 결과를 보였다. 이로부터 `coarse`와 `medium_L` 격자는 IDDES에서 원주 방향으로의 격자 해상도가 불충분한 것으로 파악되었다.

발사체 표면 근처 near-wall zone에서 x, r, θ -방향으로의 격자 간격을 ($\Delta L_x, \Delta L_r, \Delta L_\theta$)로 나타내면 $\Delta\theta = 1.5^\circ$ 인 `coarse`와 `medium_L` 격자의 많은 영역에서 ΔL_θ 가 최대 격자간격이 된다.

$$h_{\max} \approx \Delta L_\theta = (R_0 + d_w)\Delta\theta > (\Delta L_x, \Delta L_r) \quad (4)$$

여기서 R_0 는 발사체 표면의 반경, $\Delta\theta$ 는 θ -방향으로 격자 간격이다. IDDES는 $0.5 \leq d_w/h_{\max} \leq 1$ 에서 RANS 모드에서 LES 모드로 전환되므로 LES 모드로 전환되기 위한 최소의 d_w 는 다음과 같다.

$$d_w/h_{\max} \geq 0.5 \quad (5)$$

식 (4)와 식 (5)를 이용하면

$$\frac{d_w}{(R_0 + d_w)\Delta\theta} \geq 0.5. \quad (6)$$

위 식을 정리하면,

$$d_w \geq \frac{R_0 \Delta\theta}{2 - \Delta\theta} \quad (7)$$

식 (7)로부터 θ -방향 격자간격 $\Delta\theta$ 가 커질수록 LES로 전환되는 지점의 d_w 도 증가하여 벽면에서 더 먼 지점에서 LES로 전환됨을 알 수 있다. 해석 대상 발사체의 2단 직경을 기준으로 할 경우 $\Delta\theta = 1.5^\circ$ 인 격자에서는 $\Delta\theta = 0.5^\circ$ 인 `medium_T` 또는 `fine` 격자에 비해 LES로 전환되는 d_w 가 약 3배 더 큰 것으로 계산된다. 따라서 `coarse` 또는 `medium_L` 격자에서 시간평균 압력이 실험값과 차이를 보이는 것은 `medium_T` 또는 `fine` 격자 대비 벽면에서 더 먼 지점에서 LES 모드로 전환됨으로 인해 벽면 근처의 난류 현상이 제대로 분해되지 못한데 기인한 것으로 판단된다.

본 연구의 해석 대상인 Coe와 Nute의 model 11 해머헤드 발사체 형상은 2016년에 NASA Ames 연구소의 천음속 풍동에서 비정상 압력감응페인트 (uPSP, unsteady Pressure Sensitive Paint)와 현대적인 고주파 압력섭동 센서를 이용하여 재시험이 수행되었으며, 그 결과는 Schuster[21], Sellers[22], Panda[23,24] 등에 의해 발표되었다.

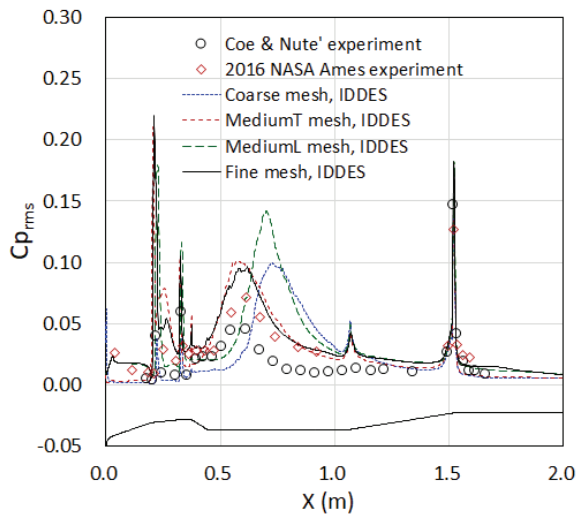


Fig. 7. Comparison of Cp_{rms} between different meshes

Figure 7에는 IDDES로 얻어진 벽면 압력섭동 크기 (Cp_{rms})를 Coe와 Nute의 실험결과 및 2016년 NASA 실험결과와 비교하여 나타내었다. Panda 등의 실험에서 사용한 압력감응포인트는 20 kHz의 분해능을 갖고 고주파 압력섭동 계측시스템은 50 kHz까지 평탄한 주파수 반응을 보이는데 압력섭동의 계측은 50 kHz로 이루어졌다.

압력섭동 예측 결과에서 coarse 격자와 medium_L 격자는 Fig. 6에서 살펴보았던 시간평균 압력 분포에서 페어링 박리 유동이 발사체 2단에 재 부착되는 지점을 실제보다 후방으로 예측했듯이 압력섭동 결과에서도 최대 압력섭동의 위치가 실험값보다 후방에 위치해 있다. 이들 중 medium_L 격자는 압력섭동 크기를 다른 격자들에 비해 특별히 크게 예측하였는데, 이것은 IDDES 모델에 적합하지 않은 격자에 의해 큰 오차가 발생한 것으로 판단된다. Medium_T와 fine 격자는 실험값에 비해 압력섭동 크기를 다소 크게 예측하고 있기는 하지만 최대 압력섭동의 위치는 대체로 실험과 유사하게 예측하고 있다.

Figure 7에서 1962년 Coe와 Nute의 실험에 비해 2016년 NASA Ames 실험에서의 압력섭동이 더 큰 값을 보여주고 있는데 이것은 Coe와 Nute 실험의 데이터 취득 및 처리 과정에서 그 원인을 찾을 수 있다. Fig. 8은 Coe와 Nute의 실험에서 사용된 아날로그 band-pass 필터의 특성을 보여주고 있는데 대략 10 Hz 이하와 800 Hz 이상 주파수 대역의 압력섭동 신호는 필터에 의해 제거됨을 알 수 있다. 이에 반해 Panda 등의 실험에서는 50 kHz까지 평탄한 주파수 응답을 보이는 압력섭동 계측시스템을 사용하여 1 Hz~50 kHz 대역의 모든 압력섭동이 계측되었으므로 Coe와 Nute의 결과에 비해 큰 압력섭동을 보이게 된다.

본 연구에서 IDDES로 얻은 압력섭동에 Coe와 Nute의 실험에 사용된 것과 동일한 필터를 적용해보기 위해 IIR(Infinite Impulse Response) 필터를 설계하였다. IIR 필터의 설계에는 Iowa Hills Software의 디지털 필터 설계 프로그램[31]을 사용하였다. 설계된 IIR 필터는 2차 오더(order)의 Butterworth 타입 band-pass 필터이며 해당 필터의 주파수 응답특성을 비교하여 Fig. 8에 나타내었다.

Fine 격자를 이용하여 얻은 결과에 Coe와 Nute의 실험에서 사용된 아날로그 필터를 모사한 디지털 band-pass 필터를 적용한 결과를 Fig. 9에 나타내었다. 필터링에 의해 압력섭동의 크기가 감소하여 Coe와 Nute의 실험 결과에 보다 근접한 결과를 보여주었다. 필터링 되지 않은 IDDES 압력섭동 결과는 이론적으로 50 kHz까지 압력섭동이 감소 없이 계측된 NASA Ames 실험 결과와 일치하는 것이 옳으나 이보다 다소 높은 값을 예측하였다. IDDES 압력섭동 결과 및 이에 필터링을 적용한 압력섭동 결과를 Coe와 Nute 및 2016년 NASA Ames 실험 데이터와 비교한 결과 IDDES는 표면 압력섭동을 실험값보다 다소 크게 예측하는 것으로 나타났다. 이것은 hybrid RANS/LES 기법이 갖는 물리 모델링의 한계에 기인한 것으로 판단된다. 그럼에도 불구하고 IDDES를 통해 공학적으로 유의미한 정확도의 발사체 표면 압력섭동을 얻을 수 있음을 확인하였다.

Figure 7과 Fig. 9를 통해 적절한 난류 스케일 분해능을 갖는 계산격자를 IDDES에 적용하여 페어링 어깨 박리 유동의 재부착 지점 및 보트 테일 후방 압력섭동 크기에 대해 기존 연구[15,17]보다 개선된 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다.

헤머헤드 탑재 페어링 및 페어링 어깨에서 박리되어 후방에 재부착되는 유동의 난류 구조를 자세히 살펴보기 위해 $t = 0.1$ 초에서의 순간 유동장에 대한

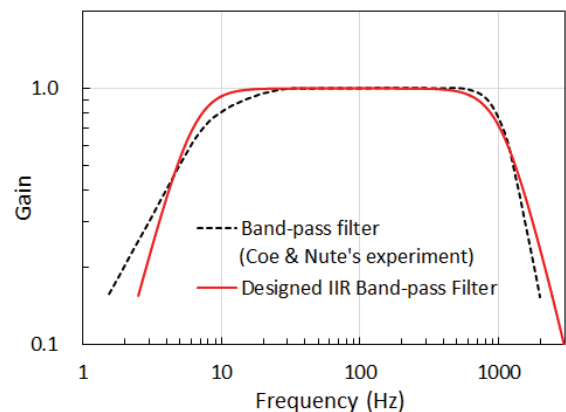


Fig. 8. Comparison of filter characteristics between analog filter used in Coe & Nute's experiment and designed IIR digital filter

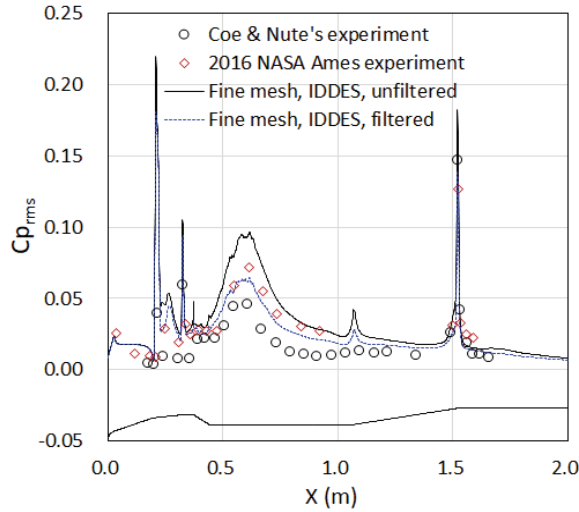


Fig. 9. Comparison of computed unfiltered and filtered Cp_{rms} to experiments

Q-criterion 등가면(iso-surface)을 Fig. 10에 나타내었다. Q-criterion은 다음과 같이 정의된다.

$$Q = \frac{1}{2}(\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}) \quad (8)$$

여기서 Ω_{ij} 와 S_{ij} 는 각각 vorticity 텐서와 변형율 텐서로서 그 정의는 식 (3)에 나타낸 바와 같다. 식 (8)에서 $Q > 0$ 이면 유체의 회전율이 유체의 변형율보다 커서 보텍스(vortex)가 존재함을 의미한다. Fig. 10에는 Q-criterion을 $Q_{ref} = (U_{\infty}/D_{ref})^2$ 로 무차원화 한 값을 도시하였으며, 등가면의 색깔은 와류의 크기를 기준하였다. 여기서 U_{∞} 는 자유류의 유속이며 D_{ref} 는 발사체의 최대 직경이다. 또한 수치 계산으로 얻은 밀도 구배($\|\nabla\rho\|$)를 이용하여 $z=0$ 면에 수치적 Schlieren을 나타내었다. Q-criterion 등가면과 수치적 Schlieren으로부터 페어링 후방에 켈빈-헬름홀츠 불안정(Kelvin-Helmholtz instability)으로 불리는 전단층의 말림(roll-up)에 의해 준 이차원적인 와류가 형성되고 있으며, 이렇게 생성된 와류들은 후방으로 흘러가면서 서로 합쳐져서 크기가 커지고 점차 3차원적 구조로 변형되어 발사체 2단부에 전단류가 재부착 되는 영역에서 헤어핀(hairpin) 보텍스 형태의 구조를 나타낸다[17]. 전단류 재부착 지점 후방에서는 뭉뚱한 물체 후방의 후류(wake) 유동과 유사하게 큰 스케일의 보텍스 shedding이 일어나고 있다.

발사체 페어링을 포함한 발사체 전 부위에서 나타나는 압력섭동의 주파수 분포를 파악하기 위해 Fig. 11에 나타낸 24개 지점에서의 압력섭동 파워 스펙트럼 밀도(PSD, Power Spectral Density)를 구하였다. PSD의 계산에는 FFTPACK을 이용하였으며, $t = 0.01$ 초부터 $t = 0.12$ 초까지 $50 \mu s$ 간격으로 얻어진 총

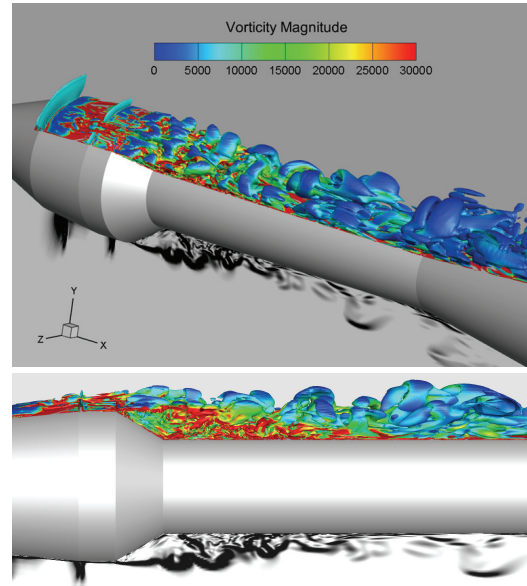


Fig. 10. Iso-surface of Q-criterion and numerical Schlieren at $t = 0.1$ sec.

2,201개의 샘플링 데이터를 사용하였다. FFT에서 윈도우 함수는 적용하지 않았다. 데이터의 샘플링 주기가 20 kHz이므로 Nyquist 주파수는 10 kHz가 되며, 총 0.11초의 데이터를 FFT 하였으므로 분해 가능한 가장 낮은 주파수는 9 Hz이다. 더 낮은 특성 주파수의 유동 현상까지 분해하기 위해서는 계산시간을 증가시켜야 하는데 전산자원의 제약으로 $t = 0.12$ 초까지만 계산하였다.

압력섭동 PSD 계산을 위한 압력 probe 지점들은 페어링 주변과 Fig. 6의 시간평균 압력분포에서 식별된 압력 피크 발생 영역 위주로 선정하였다. 이들 지점은 팽창 코너 직후에 충격파 진동이 발생하는 영역, 페어링 어깨에서 박리된 전단유동이 재 부착되는 영역, 압축 코너 영역 등에 해당한다.

Figure 12에서 페어링 전방부에서는 압력섭동 에너지가 100 Hz 미만의 저주파 영역에 집중되어 있다. Fig. 9에서 박리 전단류 재부착에 의한 최대 압력섭동 발생 위치는 $x = 0.611 \sim 0.614$ m인데, 이 지점은 압력 probe#16 ($x = 0.611$ m)에 해당한다. 압력 probe#10~#16은 재순환 유동 영역에 해당하는데, 이 영역 내에

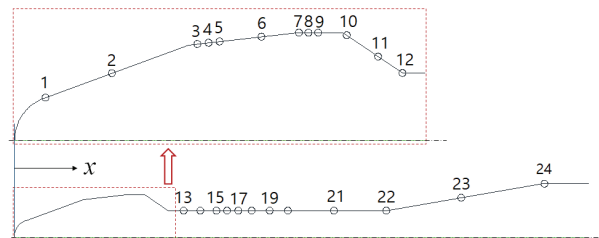


Fig. 11. Location of pressure probes for power spectral density evaluation

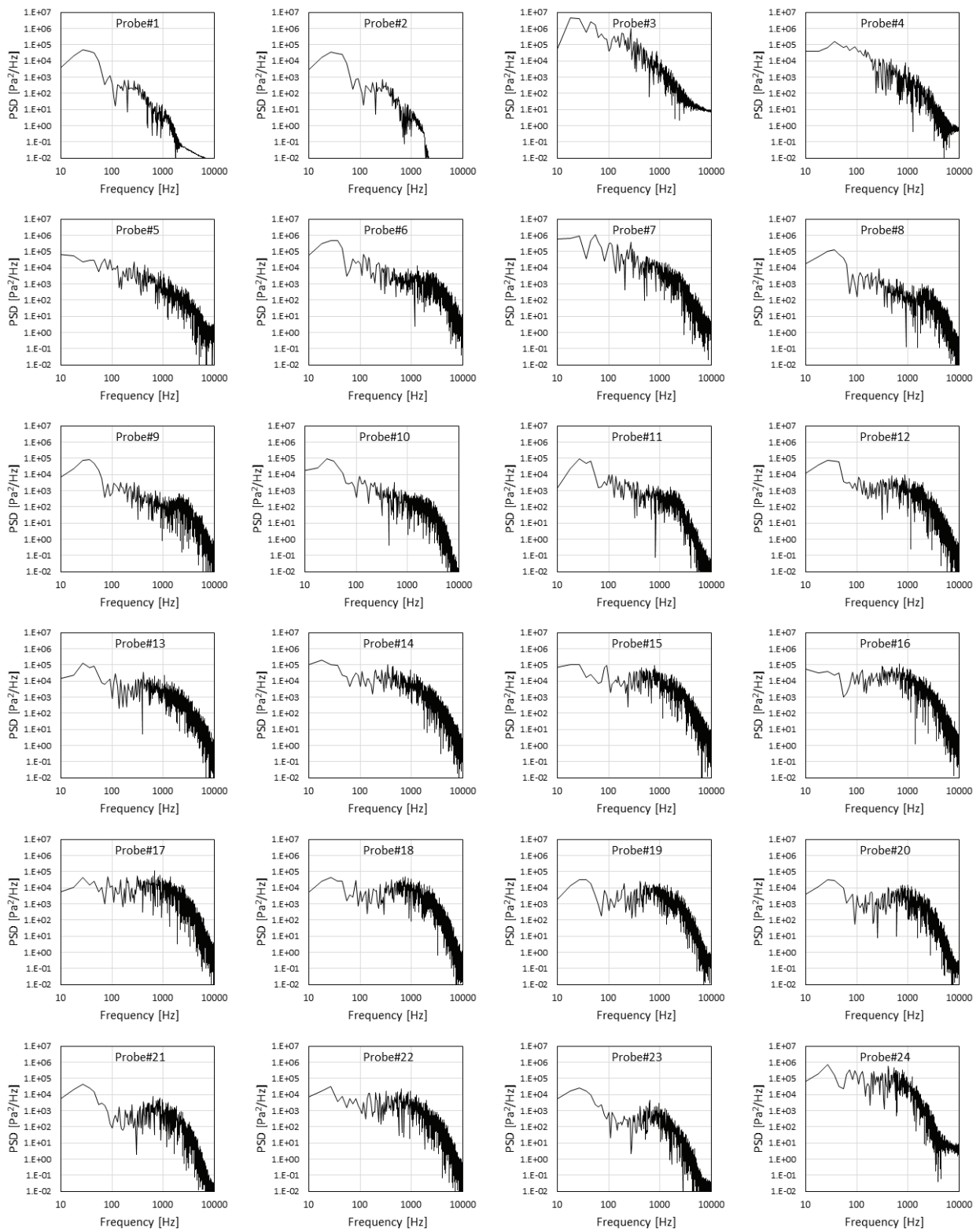


Fig. 12. Power spectral density of pressure fluctuation at probe points

서 저주파 대역 압력섭동은 증가하고 재 부착 영역까지 점차적으로 고주파 대역으로 확장된다. 페어링 어 캐에서 박리된 전단층이 발달하면서 큰 스케일의 보

텍스 구조가 생성되는데 재순환 영역 내의 저주파 압력섭동은 이러한 큰 스케일의 보텍스 구조에서 기인하는 것으로 보인다. Probe#13~#20에서의 압력섭동

PSD 변화를 살펴보면 probe#13에서 후방으로 가면서 10~1,000 Hz 대역의 압력섭동이 점차 증가하여 probe#16에서 최대에 이르고 그 후방으로 가면서 난류 소산에 의해 압력섭동이 감소되어 다시 줄어들어 알 수 있다. Fig. 12의 압력섭동 PSD에는 비정상 유동 박리나 충격파 진동 등의 유동 현상과 연관된 특징 주파수가 나타나지 않고 광역 스펙트럼 반응을 보이고 있는데 이것은 Coe와 Nute[5]의 실험 결과 및 DDES를 이용한 Murman[15]과 Liu[17]의 해석 결과와도 일치한다. 시간평균 압력섭동에서 팽창 코너 직후 유동 박리 및 충격파 진동이 발생하는 지점에 해당하는 probe#3, probe#7에서도 50 Hz 이하 저 주파수 대역에서 강한 에너지를 갖는 압력 섭동이 나타나고 있음을 알 수 있다.

IDDES로 구해진 발사체 표면 압력섭동과 본 연구에서 인용한 실험 결과를 압력섭동레벨(FPL)로 표시되는 음향하중으로 환산하여 Fig. 13에 나타내었다. FPL은 다음과 같이 정의된다.

$$FPL = 10 \log \left(\frac{\overline{p'^2}}{p_{ref}^2} \right) \text{ dB}, \quad p_{ref} = 20 \times 10^{-6} \text{ Pa} \quad (9)$$

Schuster와 Panda 등의 실험[21]에서의 자유류 동압은 $M_\infty = 0.8$ 인 경우 69,426 Pa로 제시되어 있어 이 값과 식 (9)를 이용하여 FPL을 계산하였다. Coe와 Nute의 실험[5]에서의 자유류 동압은 제시되어 있지 않아 알려진 레이놀즈수와 마하수를 이용하여 유추하여 계산한 값을 사용하였다. Coe와 Nute의 실험에 비해 Schuster와 Panda 등의 실험에서 측정된 음향하중이 더 높은 값을 나타내었는데 페어링 어깨에서 박리된 전단류가 재 부착되는 지점에 168 dB 수준의 음향하중이 발생하는 것으로 나타났다. IDDES로 예측된 음향하중은 Coe와 Nute의 실험값과 Schuster와 Panda의 실험값 사이에 위치하는 것으로 나타났다.

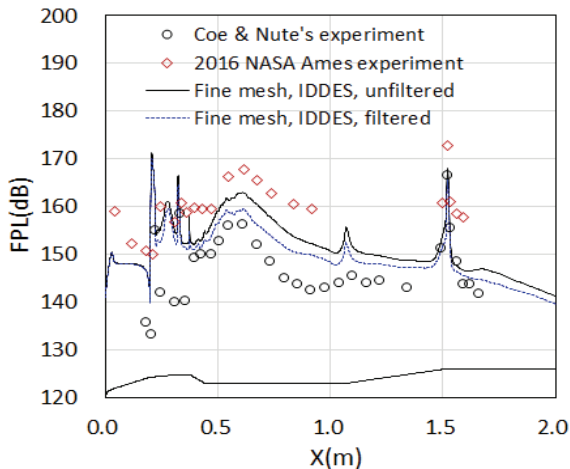


Fig. 13. Acoustic load predicted by IDDES and comparison to experiments

III. 결 론

대기 비행 중 발사체 외부에 작용하는 음향하중은 주로 난류 경계층 내부 압력섭동에 기인하는 것으로서 Navier-Stokes 방정식에 대한 난류-스케일 분해 비정상 유동해석으로부터 예측할 수 있다. 본 연구에서는 해머헤드 페어링 발사체의 천음속 비행 중 발사체 표면에 작용하는 음향하중을 hybrid RANS/LES 범주에 속하는 $k-\omega$ SST 난류모델 기반 IDDES를 이용하여 해석하였다.

IDDES를 이용한 해머헤드 발사체 유동장 해석에서 계산 격자의 영향을 분석한 결과 해머헤드 페어링 어깨에서 박리된 전단류의 후방 재 부착 위치와 보트 테일 후방 재순환 영역에서의 압력섭동의 크기는 발사체 원주방향 격자 크기에 많은 영향을 받는 것으로 나타났다. 이것은 IDDES에서 RANS 모델과 LES 모델 간의 스위칭에 계산격자의 최대 모서리 길이를 인자로 사용함에 따라 특별히 한 쪽 모서리 길이가 긴 격자의 경우 LES 모드로 작동되지 않고 RANS 모드로 계산이 수행되어 벽면 근처의 난류 현상을 제대로 분해되지 못하게 됨에 따라 발생한 문제로 판단된다. 본 연구에서 얻어진 발사체 표면 평균압력 분포와 압력섭동 분포를 통해 평가해 볼 때 medium_T와 fine 격자는 IDDES에서 난류 스케일을 적절히 분해할 수 있는 계산격자인 것으로 판단되었다. Fine 격자에서 얻어진 해는 해머헤드 페어링 어깨에서 박리된 전단류의 후방 재 부착 위치와 압력섭동 크기에 대해 DDES를 이용한 기존 연구 사례에 비해 상당히 개선된 결과를 보임을 확인하였다.

이로써, 적절한 난류 스케일 분해능을 갖는 계산격자를 이용한 IDDES 해석을 통해 공학적으로 유의미한 정확도의 발사체 음향하중을 예측할 수 있음을 확인하였다.

후 기

본 연구는 한국연구재단을 통해 미래창조과학부의 우주핵심기술개발사업(NSL)으로부터 지원받아 수행되었습니다(2018M1A3A3A02065892). 또한 산업통상자원부(MOTIE)와 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행되었습니다(No. 20194030202300).

References

- 1) Lubert C. P., "From Sputnik to SpaceX® - 60 Years of Rocket Launch," *Acoustics Today*, Vol. 14, Issue 4, 2018, pp. 38~46.
- 2) Arenas, J. P. and Margasahayam, R. N., "Noise and Vibration of Spacecraft Structures,"

- Ingenaire: Revista Chilena de Ingenieria*, Vol. 14, No. 3, 2006, pp. 251~264.
- 3) Houston, J., Counter, D., Kenny, J. and Murphy, J., "ATK Launch Vehicle (ALV-X1) Liftoff Acoustic Environments-Prediction vs. Measurement," *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, May 2009.
- 4) Rainey, G., "Progress on the Launch-Vehicle Buffeting Problem," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 2, No. 3, 1965, pp. 289~299.
- 5) Coe, C. F. and Nute, J. B., "Steady and Fluctuating Pressures at Transonic Speeds on Hammerhead Launch Vehicles," *NASA TM X-778*, 1962.
- 6) Coe, C. F., "The Effects of Some Variations in Launch-Vehicle Nose Shape on Steady and Fluctuating Pressures at Transonic Speeds," *NASA TM X-646*, 1962.
- 7) Robinson, R. C., Wilcox, P. R., Gambucci, B. J. and George, R. E., "Dynamic Response of a Family of Axisymmetric Hammerhead Models to Unsteady Aerodynamic Loading," *NASA TN D-4504*, 1968.
- 8) Lawson, M. V., "Prediction of Boundary Layer Fluctuations," *Wyle Laboratories Report WR 67-15*, 1967.
- 9) Robertson, J. E., "Prediction of In-flight Fluctuating Pressure Environments Including Protuberance Induced Flow," *Wyle Laboratories Report WR 71-10*, March 1971.
- 10) Corcos, G. M., "The Structure of the Turbulent Pressure Field in Boundary Layer Flows," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 18, No. 3, 1964, pp. 353~378.
- 11) Efimtsov, B. M., "Characteristics of the Field of Turbulent Wall Pressure Fluctuations at Large Reynolds Numbers," *Soviet Physics Acoustics*, Vol. 28, No. 4, 1982, pp. 289~292.
- 12) Yang, M. Y. and Wilby, J. F., "Derivation of Aero-Induced Fluctuating Pressure Environments for Ares I-X," *AIAA paper 2008-2801*, May 2008.
- 13) Choi, I., "Acoustic Load Reduction in Launch Vehicle Payload Fairing Using Turbulent Pressure-Fluctuation Prediction and FE-SEA Hybrid Method," *Master Thesis*, Seoul National University, August 2020.
- 14) Tsutsumi, S. and Takaki, R., "Hybrid LES/RANS Simulations of Transonic Flowfield around a Rocket Fairing," *AIAA 2012-2900*, June 2012.
- 15) Murman, S. M. and Diosady, L. T., "Simulation of a Hammerhead Payload Fairing in the Transonic Regime," *AIAA 2016-1548*, January 2016.
- 16) Murman, S. M., Blonigan, P. J. and Diosady, L. T., "Comparison of Transonic Buffet Simulations with Unsteady PSP Measurements for a Hammerhead Payload Fairing," *AIAA 2017-1404*, January 2017.
- 17) Liu, Y., Wang, G., Zhu, H. and Ye, Z., "Numerical Analysis of Transonic Buffet Flow around a Hammerhead Payload Fairing," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 84, 2019, 604~619.
- 18) Zore, K., Sasanapuri, B., Azab, M., Shah, S. and Stokes, J., "Ansys Scale Resolving Simulations of Launch-Vehicle Configuration at Transonic Speeds," *21th Annual CFD Symposium*, August 8-9, 2019.
- 19) Spalart, P. R., Deck, S., Shur, M. L., Squires, K. D., Strelets, M. K. and Travin, A., "A new version of detached eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities," *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 20, No. 3, 2006, pp. 181~195.
- 20) Menter, F. R., "Stress-Blended Eddy Simulation (SBES) - A New Paradigm in Hybrid RANS-LES Modeling," *Proceedings of the 6th Symposium on Hybrid RANS-LES Methods*, 2016, pp. 1~17.
- 21) Schuster, D. M., Panda, J., Ross, J. C., et al., Investigation of Unsteady Pressure-Sensitive Paint (uPSP) and a Dynamic Loads Balance to Predict Launch Vehicle Buffet Environments, *NASA/TM-2016-219352*, November 2016.
- 22) Sellers, M. E., Nelson, M. A., Roozeboom, N. H. and Burnside, N. J., "Evaluation of Unsteady Pressure Sensitive Paint Measurement Technique for Space Launch Vehicle Buffet Determination," *AIAA 2017-1402*, 2017.
- 23) Panda, J., Garbeff, T. J., Burnside, N. J. and Ross, J. C., "Unsteady Pressure Fluctuations Measured on a Hammerhead Space Vehicle and Comparison with Coe and Nute's 1962 Data," *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 17, Issue 1-2, 2018, pp. 70~87.
- 24) Panda, J., Roozeboom, N. H. and Ross, J. C., "Wavenumber-Frequency Spectra of Pressure Fluctuations on a Generic Space Vehicle Measured via Unsteady Pressure-Sensitive Paint," *AIAA Journal*, Vol. 57, No. 5, 2019, pp. 1801~1817.
- 25) Spalart, P. R., "Detached-Eddy Simulation," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 41, No. 1, January 2009, pp. 203~229.
- 26) Menter, F. R., Kuntz, M. and Langtry, R., "Ten Years of Experience with the SST Turbulence

Model," *Turbulence, Heat and Mass Transfer*, Begell House Inc., 2003, pp. 625~632.

27) Shur, M. L., Spalart, P. R., Strelets, M. K. and Travin, A. K., "A Hybrid RANS-LES Approach With Delayed-DES and Wall-Modelled LES Capabilities," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, No. 6, December 2008, pp. 1638~1649.

28) Gritskevich, M. S., Garbaruk, A. V., Schutze, J. and Menter, F. R., "Development of DDES and IDDES Formulations for the $k-\omega$ Shear Stress

Transport Model," *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 88, 2012, pp. 431~449.

29) Han, Y., He, Y. and Le, J., "Modification to Improved Delayed Detached-Eddy Simulation Regarding the Log-Layer Mismatch," *AIAA Journal*, Vol. 58, No. 2, February 2020, pp. 712~721.

30) Menter, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, 1994, pp. 1598~1605.

31) <http://www.iowahills.com/>