



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 49(3), 175-183(2021)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2021.49.3.175

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

초음속 비행체의 소닉붐 측정과 도래각 추정

하재현¹, 정석영², 이영환³, 진 현⁴

Measurement and Arrival Direction Estimation of Supersonic Flight Sonic Boom

Jae-hyoun Ha¹, Suk Young Jung², Younghwan Lee³ and Hyeon Jin⁴

Agency for Defense Development

ABSTRACT

This paper studies measurement of sonic boom created by supersonic flight and its arrival angle estimation techniques. Since sonic boom propagates as an impulsive noise and includes infrasound frequency, we propose measurement instrumentation acquiring sonic boom signature without distortion. And we suggest the methodology for an arrival angle estimation with its performance analysis in accordance with sensor array configurations. The performance of our estimator is verified by comparing theoretical performance bound with statistics of its Monte-Carlo simulation results. Furthermore, we presents the analysis of the sonic boom measurement from real flight tests. This work provides an intuitive concept for sensor array configurations and measurement instrumentation.

초 록

초음속 비행체에서 발생하는 소닉붐은 일반적인 환경소음과 달리 초저주파 영역을 포함한 충격음으로 전파된다. 본 논문에서는 배열 음향센서를 이용하여 소닉붐의 특징을 왜곡 없이 측정하기 위한 계측방법과 소닉붐의 전파방향을 추정하기 위한 도래각 추정 방법에 대해 연구하였다. 음향센서의 배치에 따른 도래각 추정성능을 이론적인 방법으로 제시하였고 모의실험에서 얻은 통계값을 이용하여 본 연구에서 제안하는 도래각 추정 방법의 성능을 검증하였다. 또한 실제 초음속 비행체에서 발생한 소닉붐을 제안한 방법으로 측정하였고 그 결과를 분석하였다. 본 연구에서 얻은 결과로 소닉붐 측정을 위한 시스템 구성, 도래각 추정 방법과 그 성능에 대한 직관적인 개념을 제공하였다.

Key Words : Sonic Boom(소닉붐, 음속폭음), Acoustic Measurement(음향 측정), Arrival Direction Estimation(도래각 추정)

1. 서 론

초음속 비행체에서 발생하는 소닉붐은 넓은 지역에 큰 소음을 발생시켜 환경 문제를 유발한다. 이러한 이유로 초음속 비행체에서 발생하는 소닉붐의 강

도를 최소화하기 위한 기체형상 설계와 소닉붐의 발생과 전파에 따른 소음 강도 예측, 소닉붐이 환경 및 생태계에 주는 영향성 등 소닉붐과 관련된 많은 연구들이 진행되고 있다[1-3]. 특히, 소닉붐의 측정은 위에서 언급한 모든 연구들의 토대가 되는 자료를

† Received : November 17, 2020 Revised : February 8, 2021 Accepted : February 16, 2021

^{1,3} Senior Researcher, ² Principal Researcher, ⁴ Researcher

¹ Corresponding author, E-mail : hahyoun@add.re.kr, ORCID 0000-0002-3701-5850

© 2021 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

제공하므로 소닉붐의 연구에 있어 정확한 음향 측정과 파동의 전파에 관한 정보획득은 매우 중요한 요소이다. 소닉붐의 측정은 위치에 따라 초음속 비행체에 최대한 근접하여 근거리 음장(Near Field)에 대한 데이터를 수집하는 방법과 지면 반사를 이격하기 위해 수십에서 수백 미터의 적당한 고도에서 측정하는 방법, 소닉붐의 피해가 예상되는 지면에서 측정하는 방법으로 나뉠 수 있다. 앞서 언급한 모든 위치에서 음향을 측정하는 것이 이상적이지만, 높은 고도에서의 음향 측정은 많은 비용과 시간, 측정환경의 제약 등이 따른다. 한편, 공간상에 음향센서를 적절히 배치시켜 음향을 측정할 경우 시간에 따른 음압준위뿐만 아니라 배열센서가 형성하는 개구면(Aperture)에 입사되는 음향의 입사 도래각을 포함한 공간 정보를 얻을 수 있다.

본 연구에서는 지면에서의 소닉붐 측정방법에 대한 소개와 4개의 음향센서 배치를 이용한 소닉붐의 도래각 추정 방법을 제시하고 FIM (Fisher Information Matrix)과 CRLB (Cramer-Rao Lower Bound)를 통한 도래각 추정 정확도, MCS (Monte-Carlo Simulation)를 통한 추정기(Estimator)의 성능검증에 대하여 기술한다. 또한, CRLB와 MCS의 결과를 이용하여 소닉붐의 도래각 추정을 위한 최적센서 배치에 대하여 기술한다. 마지막으로 초음속 비행체에서 발생하는 소닉붐의 측정 데이터를 분석하여 소닉붐의 도래각을 추정하고 그 정확도를 제시하였다.

II. 본 론

2.1 소닉붐 특징

소닉붐은 초반에 급격히 압력이 상승하여 일정한 비율로 감쇄한 후 다시 급격히 압력이 상승하여 대기압으로 복원하는 시간 및 공간영역에서 N자 형태의 파형을 띠는 특성이 있다. 이는 초음속 비행체에서 발생한 강한 충격파가 지상으로 전파되는 과정에서, 공기의 비선형성에 의하여 압력이 큰 마루 구간은 음속 $c + \Delta c$ 로 파동이 진행하고, 상대적으로 압력이 낮은 구간은 음속 c 의 속도로 전파하여 발생하는 현상이다[4]. 또한 음파의 대기 중 흡수손실과 기류의 영향, 대기 온도의 비균질성에 의해 신호의 왜곡과 전파경로의 변화가 발생한다[5].

2.2 소닉붐 측정

소닉붐 측정을 위한 시스템은 Fig. 1과 같이 센서와 신호조절기, 데이터 기록 장치로 구성된다. 최근에는 신호조절기와 데이터 기록장치가 일체형으로 구성되어 음향 측정시 운용자는 센서와 계측시스템 간의 간단한 케이블 연결 작업으로 전체 시스템을 구성할 수 있다. 소닉붐의 N자 형태 파형은 가청주



Fig. 1. Acoustic measurement system overview

파수보다 낮은 주파수와 충격 신호를 포함하고 있어 정확한 데이터 확보를 위해 음향센서와 신호조절기의 필터 선정에 주의하여야 한다. 음향 측정을 위한 계측용 콘텐서 마이크로폰의 주파수 하한은 일반적으로 10 Hz 전후이므로, 측정 시 예상되는 최저 주파수를 포함하는 초저주파(Infrasound) 측정용 콘텐서 마이크로폰을 선정하여야 한다.

계측용 콘텐서 마이크로폰은 분극전압 인가 방식에 따라 두 가지로 나뉘는데, 외부 신호조절기에서 분극전압을 인가하는 Externally Polarized 방식의 마이크로폰과 배판(Backplate)에 일렉트릿(Electret)의 영구 분극을 이용한 Pre-polarized 방식의 마이크로폰이 있다. Externally Polarized 방식의 마이크로폰은 Pre-polarized 방식의 마이크로폰에 비해 운용 온도 범위가 넓으며 장기간 사용에 따른 측정 감도(Sensitivity)의 변화가 거의 없는 장점이 있지만, 분극 전압 인가를 위한 별도의 외부 신호조절기가 필요하고 마이크로폰과 신호조절기를 연결하기 위한 고가의 전용 케이블이 요구되는 단점이 있다. 또한, 별도의 신호조절 장치 사용에 대한 잠재적인 고장발생 및 사용자 실수 확률증가와 추가비용 소요 등의 이유로 최근에는 많은 기술자들이 Pre-polarized 방식의 마이크로폰 사용을 선호한다.

소닉붐 측정에 있어 Pre-polarized 마이크로폰을 이용하여 시스템을 구성할 경우 IEPE type (Integrated Electronics Piezo-Electric type) 센서용 신호조절기를 사용한다. IEPE type 신호조절기는 4 mA의 전류를 센서에 공급하고 12 V 이상의 Bias 전압을 포함한 신호를 수신하는데, 일반적으로 높은 SNR (Signal to Noise Ratio) 확보를 위해 고역통과필터(High Pass Filter)로 DC Bias 성분을 제거한다. 가청주파수 영역의 신호를 측정할 경우 고역통과필터의 Cut-off 주파수를 5 Hz 이상으로 설정하는 경우가 많지만 소닉붐 측정에 있어서는 경우에 따라 0.1 Hz 이하의 필터를 적용한다.

2.3 배열 음향센서를 이용한 소닉붐 도래각 추정

여러 개의 음향센서를 지상에 배치하면 소닉붐의 시간영역에서의 압력변화와 더불어 센서 간 입사신호의 도달 시각차를 이용하여 도래각을 추정할 수 있다. 본 논문에서는 배열 음향센서를 이용한 도래각 추정 방법과 CRLB를 이용한 추정 성능분석, 소닉붐의 예상 도래각을 알고 있는 경우 도래각 추정 성능을 높이기 위한 음향센서의 배치 방법에 대해 알아본다.

2.3.1 입사신호 기하 모델

배열센서의 개구면 직경을 A , 음원과 배열센서 사이의 거리를 d , 파장을 λ 라 할 때 식 (1)과 같이 음원의 거리가 배열센서의 직경과 파장의 함수보다 클 경우 음원은 원거리 음장(Far Field)에 있다고 정의하고 배열센서에 입사한 신호는 평면파라 가정할 수 있다[6]. 즉, 배열센서를 이용하여 얻을 수 있는 기하 정보는 도래각에 한정되며 배열센서로부터 음원의 거리는 추정할 수 없다.

$$d > \frac{2A^2}{\lambda} \quad (1)$$

2.3.2 입사신호 모델

Figure 2에서 입사신호의 방향을 나타내는 유닛벡터 \mathbf{s} 를 직교좌표계에서 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{s} = (\sin\phi\cos\theta, \cos\phi\cos\theta, \sin\theta) \quad (2)$$

여기서, ϕ 는 진북기준 방위각, θ 는 고각을 나타낸다.

L 개의 센서 위치벡터를 $\mathbf{r}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ 로 정의하고(T 는 전치행렬), 그중 하나를 기준센서로 정의하여 그 위치좌표를 직교좌표계의 원점으로 정한다. 그러면 기준센서의 위치 $(0, 0, 0)$ 과 센서 i 간 소닉붐 신호 도달 시각차 τ_i 의 관계식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_i &= -\frac{\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{s}}{c} + n_i \\ &= -\frac{1}{c}(x_i \sin\phi\cos\theta + y_i \cos\phi\cos\theta + z_i \sin\theta) + n_i \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, c 는 음속, $i=1, 2, \dots, L-1$ 이고, n_i 는 도달 시각차에 대한 오차로 평균이 0이고 분산이 σ_i^2 , $i \neq j$ 일 때 서로 독립인 조건 $E[n_i n_j] = 0$ 을 만족하는 가우시안 분포라 가정한다.

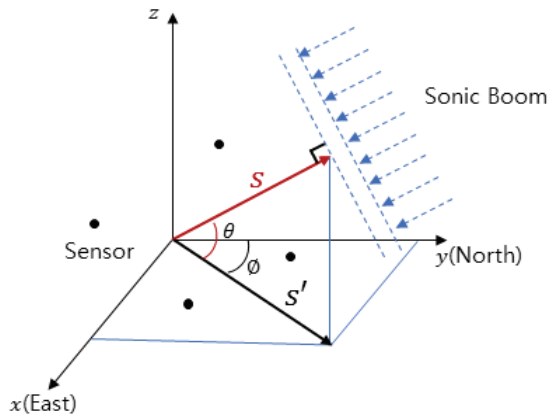


Fig. 2. Relation between arrival angle of sonic boom and sensors deployment

2.3.3 도래각 추정에 대한 CRLB

추정하고자 하는 도래각의 모수(Parameter) 벡터를 $\boldsymbol{\theta} = [\phi, \theta]^T$, 도달 시각차 측정 벡터를 $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{L-1}]^T$ 라 정의하면, 주어진 도래각 모수에 대한 측정 벡터의 확률밀도 함수는 다음과 같다.

$$f(\boldsymbol{\tau}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^{L-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left\{-\frac{(\tau_i - \mu_i(\boldsymbol{\theta}))^2}{2\sigma_i^2}\right\} \quad (4)$$

$$\mu_i(\boldsymbol{\theta}) = -\frac{1}{c}(x_i \sin\phi\cos\theta + y_i \cos\phi\cos\theta + z_i \sin\theta)$$

추정하고자 하는 모수에 대한 측정 벡터의 확률밀도 함수가 주어질 때, 모수 추정을 위한 측정값의 정보 양을 계량하는 수단으로 FIM(Fisher Information Matrix)을 사용한다.

식 (4)의 확률밀도 함수에 대한 FIM $J(\boldsymbol{\theta})_{ij}$ 를 다음과 같이 구할 수 있다[7].

$$J(\boldsymbol{\theta})_{ij} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})^T}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}_j} \right)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \phi} = -\frac{1}{c}(x_i \cos\phi\cos\theta - y_i \sin\phi\cos\theta) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta} = -\frac{1}{c}(-x_i \sin\phi\sin\theta - y_i \cos\phi\sin\theta + z_i \cos\theta)$$

여기서, 공분산 행렬 $\boldsymbol{\Sigma} = \text{Diag}[\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_{L-1}^2]$ (Diag[]는 대각행렬)이며 파라미터 ϕ , θ 와 독립이다.

CRLB는 주어진 확률밀도 함수에서 모수를 추정할 때, 그 추정값에 대한 공분산의 최소값이다. 즉, 추정기로 추정할 수 있는 결과값의 최대 성능을 나타내는 지표이다. 추정값의 공분산이 CRLB에 근접할 경우 그 추정기는 효율적인 추정기(Efficient Estimator) 또는 최소분산 추정기(Minimum Variance Estimator)라 한다. 이상적인 추정기는 추정값의 평균이 참값에 근접한 비편향 최소분산 추정기(MVUE: Minimum Variance Unbiased Estimator)이다[8].

추정값의 정보양과 추정값의 분산은 반비례하여 CRLB는 FIM의 역행렬로 정의된다. 따라서 도래각(DOA: Direction of Arrival) 추정값의 이론적인 분산하한 값 $CRLB_{DOA}$ 는 식 (6)과 같이 정의된다.

$$CRLB_{DOA} = (J(\boldsymbol{\theta}))^{-1} \quad (6)$$

2.3.4 최적 센서배치와 도래각 추정 정확도

소닉붐 측정을 위하여 4개의 센서를 Fig. 3과 같이 지상에(x-y평면에) 배치할 경우에 대해서 도래각 추정 정확도를 고찰한다.

Figure 3과 같이 4개의 센서를 한 변의 길이가 a 인 정사각형의 모서리에 각각 배치할 경우를 고려하면, 추정 모수가 2차원이므로 FIM은 2x2 행렬로 표

현되며 각각의 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} J(\boldsymbol{\theta})_{11} &= \left(\frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})^T}{\partial \phi} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \phi} \right) \\ &= \frac{1}{c^2 \sigma^2} \sum_{i=1}^{L-1} (x_i \cos \phi \sin \theta - y_i \sin \phi \cos \theta)^2 \\ J(\boldsymbol{\theta})_{22} &= \left(\frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})^T}{\partial \theta} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta} \right) \\ &= \frac{1}{c^2 \sigma^2} \sum_{i=1}^{L-1} (-x_i \sin \phi \sin \theta - y_i \cos \phi \sin \theta + z_i \cos \theta)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} J(\boldsymbol{\theta})_{12} &= J(\boldsymbol{\theta})_{21} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})^T}{\partial \phi} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta} \right) \\ &= \frac{1}{c^2 \sigma^2} \sum_{i=1}^{L-1} (x_i \cos \phi \sin \theta - y_i \sin \phi \cos \theta) \\ &\quad \times (-x_i \sin \phi \sin \theta - y_i \cos \phi \sin \theta + z_i \cos \theta) \end{aligned}$$

식 (7)에서 구한 FIM으로부터 CRLB는 다음과 같이 주어진다[8].

$$CRLB_{\phi} = \frac{J(\boldsymbol{\theta})_{22}}{J(\boldsymbol{\theta})_{11}J(\boldsymbol{\theta})_{22} - (J(\boldsymbol{\theta})_{12})^2} \quad (8)$$

$$CRLB_{\theta} = \frac{J(\boldsymbol{\theta})_{11}}{J(\boldsymbol{\theta})_{11}J(\boldsymbol{\theta})_{22} - (J(\boldsymbol{\theta})_{12})^2} \quad (9)$$

식 (7)을 식 (8), (9)에 대입하고 정리하면, 방위각 및 고각에 대한 CRLB가 다음과 같이 주어진다.

$$CRLB_{\phi} = \frac{c^2 \sigma^2 (2 + \sin 2\phi)}{3a^2 \cos^2 \theta} \quad (10)$$

$$CRLB_{\theta} = \frac{c^2 \sigma^2 (2 - \sin 2\phi)}{3a^2 \sin^2 \theta} \quad (11)$$

Figure 4의 왼쪽에서 배열 센서를 도래각 벡터 \mathbf{s} 에 수직인 평면 P에 투영(Projection)할 경우 센서 배열의 방위각 방향의 개구면 크기를 a , 고각방향의 개구

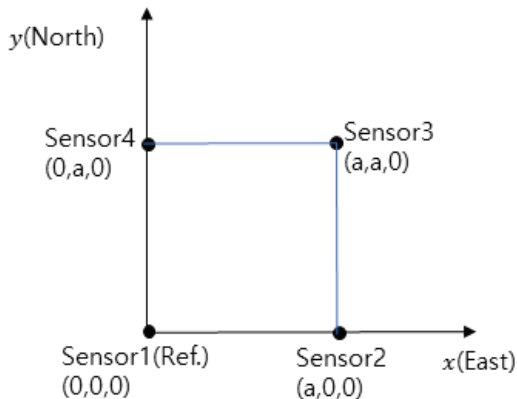


Fig. 3. Location of sensors in 2-D plane

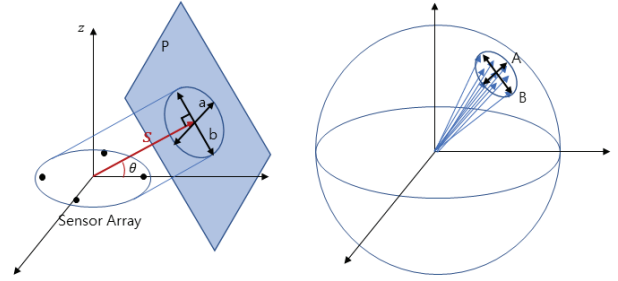


Fig. 4. (Left) Size of a projected sensor array aperture on a normal plane of the vector \mathbf{s} . (Right) Error ellipse of the unit direction vector on a unit sphere

면 크기를 b 로 나타내었다. Fig. 4의 오른쪽에서는 추정 도래각 벡터 $\hat{\mathbf{s}}$ 를 반지름이 1인 구의 표면에 도시할 경우 그 표준편차를 나타내는 오차타원을 도시하였고 오차타원의 방위각 방향의 크기를 A, 고각방향의 크기를 B로 나타내었다.

식 (10)과 식 (11), Fig. 4로부터 다음과 같은 사항을 확인할 수 있다.

1) 방위각 ϕ 에 대한 CRLB의 함수는 각각 $(2 + \sin 2\phi)$, $(2 - \sin 2\phi)$ 이므로 1과 3 사이의 값으로 나타난다. 이는 바라보는 방위각에 따른 센서배열의 개구면 크기의 변화로 인하여 발생하는 결과로 해석된다. 또한 $\sigma^2 > 0$ 이므로, $CRLB_{\phi} > 0$, $CRLB_{\theta} > 0$ 을 만족한다.

2) 고각 θ 에 대한 방위각 추정오차($CRLB_{\phi}$)는 $\cos^2 \theta$ 에 반비례하며 오차의 표준편차는 $\cos \theta$ 에 반비례한다. Fig. 4에서 고각 θ 에서 본 개구면의 방위각 방향의 크기 a 는 고각변화와 상관없이 항상 일정하여 고각 변화에 대한 방위각 추정오차의 분포 A 또한 일정하다. 추정오차 분포 A가 일정할 경우 고각에 변화에 대해 원점에서 본 방위각은 $\cos \theta$ 에 반비례하며, Fig. 5와 같이 $\theta = 90^\circ$ 일 경우 방위각 추정오차는 무한대가 된다.

3) 고각 θ 에 대한 고각 추정오차($CRLB_{\theta}$)는 $\sin^2 \theta$ 에 반비례하고 오차의 표준편차는 $\sin \theta$ 에 반비례한

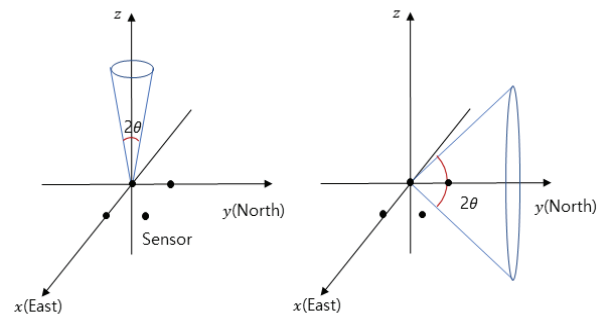


Fig. 5. Estimation accuracy of arrival angle with respect to elevation of arrival angle

다. 고각 θ 에서 바라본 개구면의 고각 방향 크기 $b = [\text{개구면 크기}] \times [\sin\theta]$ 이고 추정 오차는 개구면의 크기와 반비례한다. 따라서 $\theta=90^\circ$ 일 때 고각 추정에 대한 정확도가 가장 높으며, $\theta=0^\circ$ 일 때 $b=0$ 이고 고각 추정오차는 무한대가 된다.

4) 센서 간의 간격 a 에 대한 추정오차는 a^2 에 반비례한다. 즉 센서 간의 간격을 멀리할수록 더 정확한 도래각을 추정할 수 있다. 하지만 센서 간의 간격이 멀수록 신호의 상호상관관계로부터 추정하는 도달시각차의 분산 σ^2 의 값도 증가한다. 따라서 도달시각차의 분산값을 유지하는 범위에서 센서 간을 최대한 넓게 배치하는 것이 도래각 추정 정확도를 향상하는 방법 중 하나이다.

위 정리 2), 3)에서 소닉붐의 입사 고각이 0° 에 가까울수록 고각 추정 오차가 증가하고, 90° 에 가까울수록 방위각 추정 오차가 증가한다. 하지만, $\theta=90^\circ$ 에서 입사하는 신호의 고각을 정확히 추정한다면, 방위각에 대한 정보가 없어도 Fig. 5의 왼쪽과 같이 정확한 입사신호의 방향을 추정할 수 있다. CRLB를 통한 도래각 추정 정확도 분석에서 도래각 추정의 정확도는 소닉붐의 입사방향에서 봤을 때 배열 센서의 개구면이 클수록 정확도가 증가함을 알 수 있다.

2.3.5 도래각 추정 알고리즘

도래각을 추정하기에 앞서 기준센서와 나머지 센서들 간의 신호도달 시각차 τ_i 의 값을 추정해야 한다. 일반적으로 두 신호의 시각차를 구하기 위해 GCC (Generalized Cross Correlation)와 같은 상호상관관계를 이용한 방법을 이용한다[9]. 하지만, 센서가 지상에 배치되었을 경우 센서에 직접 도달한 신호와 지면에서 반사된 신호가 겹쳐 발생하고, 그 신호를 분리할 수 없는 경우가 많아 GCC 적용에 따른 주의가 요구된다. 이외의 도달 시각차를 구하는 방법으로 음압이 일정 준위 이상으로 발생하는 시각을 이용하는 Level Trigger 방법과 시간 축 상의 두 개의 윈도우를 겹쳐 각각의 윈도우에서 계산된 RMS(Root Mean Square) 값의 차이가 크게 상승하는 시간을 이용한 Picking Window 방법 등이 있다[10].

추정한 신호도달 시각차 τ_i 를 이용하여 식 (3)을 만족하는 모수 $\Theta = [\phi, \theta]^T$ 를 찾는 방법으로, 비선형 최소화사승 문제에 대한 대표적인 해법 중 하나인 Gauss-Newton 알고리즘을 적용한다.

목적함수를 다음과 같이 정의하고,

$$C(\Theta) = [\tau - f(\Theta)]^T \Sigma^{-1} [\tau - f(\Theta)]$$

$$f(\Theta) = \begin{bmatrix} f_1(\Theta) \\ f_2(\Theta) \\ \vdots \\ f_{L-1}(\Theta) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$f_i(\Theta) = -\frac{1}{c} (x_i \sin\phi \cos\theta + y_i \cos\phi \cos\theta + z_i \sin\theta)$$

목적함수 값을 최소화하는 모수벡터를 식 (13)과 같이 반복 계산하여 구한다.

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k + [H_{\Theta_k}^T \Sigma^{-1} H_{\Theta_k}]^{-1} H_{\Theta_k}^T \Sigma^{-1} [\tau - f(\Theta_k)] \quad (13)$$

여기서, $H_{\Theta} = \frac{\partial f(\Theta)}{\partial \Theta}$: Jacobian

2.3.6 모의실험

본 연구에서 구현한 도래각 추정 알고리즘의 성능 검증에 위해 MCS(Monte Carlo Simulation)을 수행하였고, 그 결과 값의 제곱평균 오차(MSE: Mean Square Error)를 CRLB와 비교하였다. 또한, 센서 간 거리 및 고각의 변화에 따른 성능변화를 추정값의 제곱평균 오차와 CRLB를 비교하며 분석하였다.

1) 센서 간 거리 a 에 대한 방위각 추정오차:

센서 간의 거리를 10 m에서 50 m까지 1 m씩 순차적으로 증가시키며 각각의 a 에 대해 MCS를 1000 회 수행하여 얻은 도래각 추정값에 대해 제곱평균 오차를 구하였다. 입사신호의 방위각 및 고각이 모두 30° , 도달시각차의 표준편차 $\sigma = 10^{-3}s$ 이다. 모의실험 결과 Fig. 6에서와 같이 방위각의 제곱평균 오차와 $CRLB_{\phi}$ 가 거의 일치함을 알 수 있다.

2) 고각변화에 대한 방위각 추정오차:

방위각이 0° 일 때, 고각을 0° 에서 90° 로 1° 씩 증가시키며 방위각 추정값에 대한 제곱평균 오차를 구하였다. CRLB에 의하면 고각이 0° 일 때 방위각의 제곱평균 오차는 최소가 되어야 한다. 하지만, 본 연구에서 구현한 도래각 추정 알고리즘의 목적함수가 극소 값에 수렴하지 않는 경우 추정 모수인 방위각과 고각 모두 참값에 수렴하지 않는 결과가 발생한다. 그리하여 Fig. 7에서와 같이 고각 0° 에서 CRLB와 고각 추정값의 제곱평균 오차의 차이가 발생하였다.

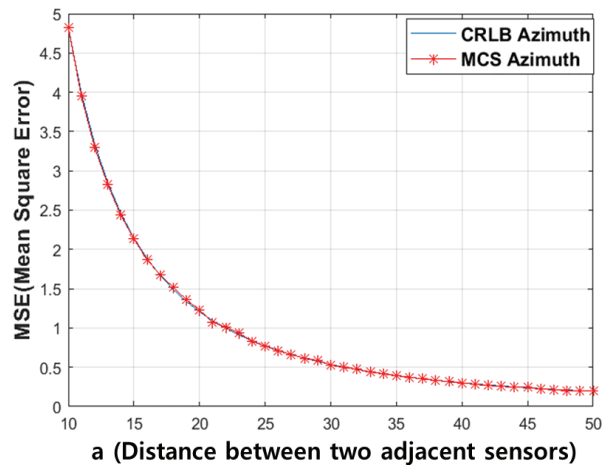


Fig. 6. Azimuth estimation error with respect to sensor array aperture

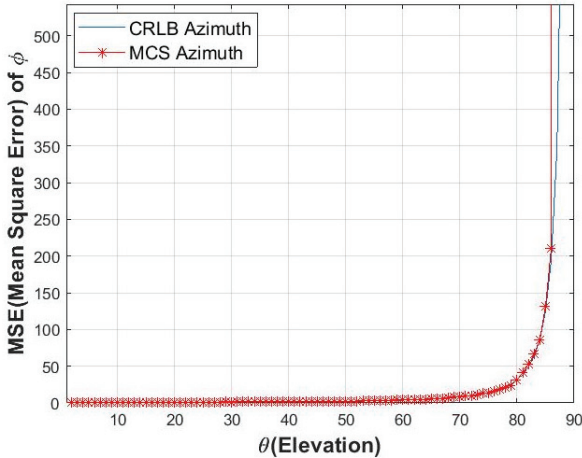


Fig. 7. Azimuth estimation error with respect to elevation of arrival angle

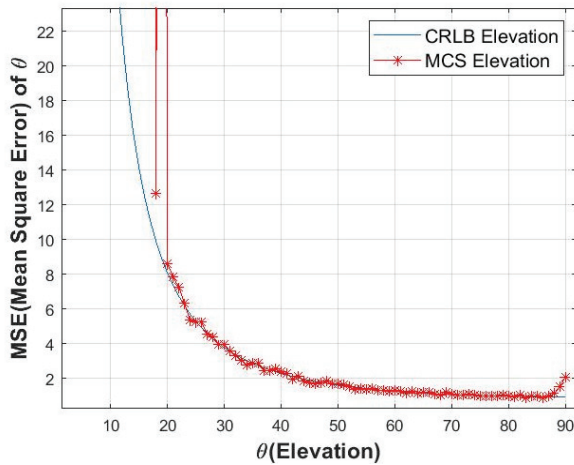


Fig. 8. Elevation estimation error with respect to elevation of arrival angle

3) 고각변화에 대한 고각 추정오차:

2)와 동일한 방법으로 방위각이 0°일 때, 고각 θ 를 0°에서 90°로 1°씩 증가시키며 고각 추정값에 대한 제곱평균 오차를 구하여 Fig. 8에 나타내었다. 방위각 또는 고각 추정값의 분산이 큰 경우 추정기의 수렴문제로 인하여 CRLB와 성능이 일치하지 않는 결과를 확인하였다.

2.4 소닉붐 측정

초음속 비행체에서 발생하는 소닉붐의 측정 절차를 Fig. 9와 같이 나타내었다. 측정 지역을 선정함에 있어 초음속 비행체의 궤적에 대한 소닉붐의 전파 및 강도를 예측하고 측정지의 지형지물에 의한 신호의 반사, 회절 등을 고려한다[1]. 다음으로 측정 장소에 대한 소닉붐 예상 강도에 따라 센서와 측정 장비를 선정하고 CRLB를 이용하여 예상 도래각과 센서 배치에 따른 도래각 추정성능을 분석한다. 예상 도래각에 대한 도래각 추정성능을 만족하는 범위에서 센

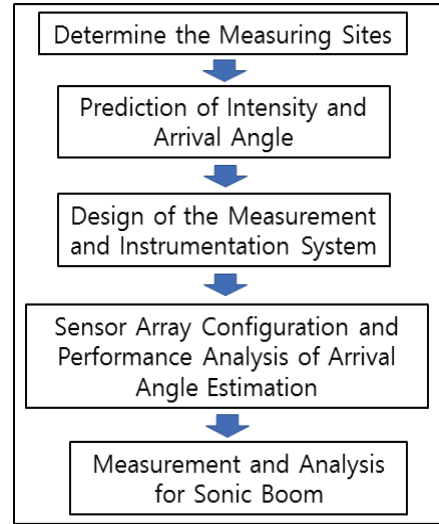


Fig. 9. Overview of sonic boom measurement procedure

서를 배치하고 소닉붐을 측정한다.

본 절에서는 실제 초음속 비행체에서 발생한 소닉붐의 측정과 도래각 추정, 모의실험을 이용한 추정성능에 대해 기술한다.

2.4.1 센서 배치와 도래각 추정 성능 모의실험

소닉붐 측정을 위한 측정지역 선정에 있어, 소닉붐의 강도가 100 dB 이상 예상되고, 접근성이 용이한 지역을 선택하였다. 또한 해당 지역에서 소닉붐의 직접 입력파와 해수면 반사파를 시간영역에서 적절히 분리하기 위해 Fig. 10과 같이 기준센서(Sensor#1)를 해수면으로부터 약 15 m 높이에 위치한 건물 옥상에 설치하였다.

Figure 10의 측정 지역에 대한 소닉붐의 예측 방위각은 296°, 고각은 36°이다[1]. 2.3.3에서 소닉붐의 입사 방향을 법선벡터로 하는 평면에 센서 간의 간격을 최대한 넓게 배치할수록 도래각 추정 정확도가 높다는 것을 확인하였다. 하지만 센서 배치에 있어 측정 장소의 지형조건과 건물에 의한 신호의 반사와

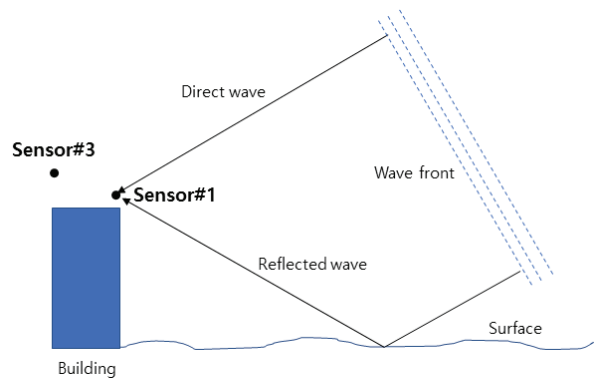


Fig. 10. Geometry of sonic boom measurement location

회절을 최대한 회피하는 조건, 센서 배치를 위한 기구들의 물리적인 한계에 의해 최적화된 센서 배치를 할 수 없었다. 따라서 주어진 실험환경에서 도래각 추정 정확도를 높이고 소닉붐의 반사 및 회절을 적절히 이격시키기 위한 센서 배치를 Fig. 11과 같이 구성하였다.

다음으로 Fig. 11의 센서 배치에 대해 도래각 추정 성능을 확인하기 위하여 각각의 센서 위치에서 예상 도래각에 대한 센서간 수신신호 도달시각차 τ_i 의 참값을 구하고 도달시각차에 랜덤 노이즈 n_i 를 부가하여 모의실험을 수행하였다.

Table 1의 모의실험 조건에서 구한 CRLB와 MCS를 통한 추정값의 공분산은 다음과 같다.

$$CRLB = \begin{bmatrix} var(\phi) & cov(\phi, \theta) \\ cov(\theta, \phi) & var(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.22 & -2.19 \\ -2.19 & 6.61 \end{bmatrix}$$

$$Cov \text{ of Estimate} = \begin{bmatrix} 2.25 & -2.22 \\ -2.22 & 6.72 \end{bmatrix}$$

여기서, $var(\phi)$ 는 ϕ 의 분산이고 $cov(\phi, \theta)$ 는 ϕ 와 θ 의 공분산이다. 만일 도달 시각차의 표준편차가 0.1 ms 라고 하면, 방위각과 고각 추정 값의 표준편차는

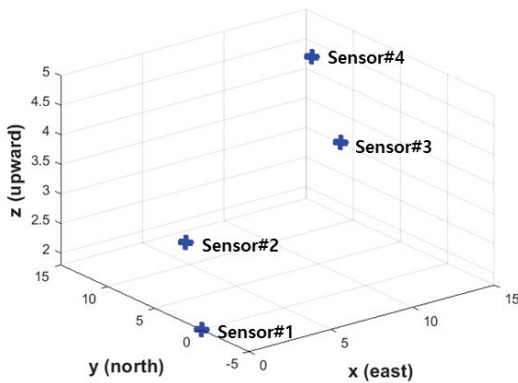


Fig. 11. 3-D array geometry

Table 1. Simulation parameters

Parameters setup for MCS	
Number of sensor	4
Array configuration	Refer to fig. 11
Estimation azimuth / elevation	296°/36°
Covariance of time difference	$\Sigma = \text{Diag}[\sigma^2, \sigma^2, \sigma^2]$, $\sigma = 10^{-3} \text{ s}$
Number of realization	10,000 times

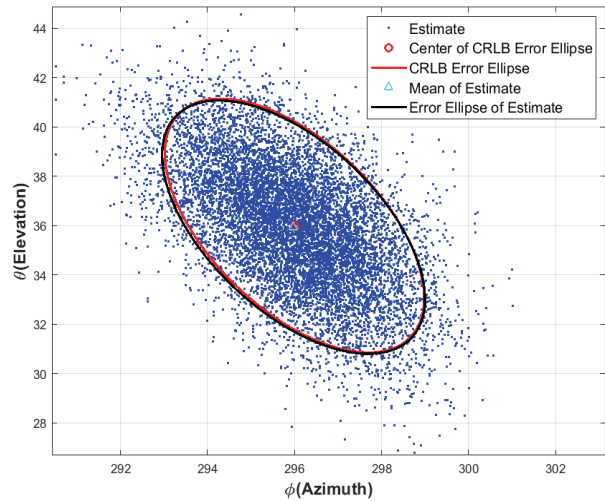


Fig. 12. Monte-Carlo simulation results for expected arrival angle

는 각각 0.15° 와 0.26° 이다. 시각차 추정오차 0.1 ms 를 센서의 위치 오차로 환산하면 약 3 cm 이다. 측정 현장에서 DGPS를 이용하여 센서 위치를 측량할 경우 센서 위치오차로부터 발생하는 도래각 추정 오차는 0.5° 이하로 매우 작을 것으로 보인다. 또한 CRLB를 이용한 추정 정확도 분석 결과에서와 같이 도달 시각차의 표준편차는 도래각 추정의 표준편차와 정비례한다. 즉 도래각 추정 정확도 향상을 위해 센서 간 도달시각차의 추정 정확도를 높이는 것이 중요하다.

Figure 12에서 MCS를 통한 추정 도래각을 ϕ - θ 직교좌표계에 도시하였고, CRLB로부터 구한 95% 정확도의 오차타원과 추정값들의 통계를 이용한 오차타원을 도시하여 두 타원이 거의 일치함을 확인할 수 있다[11]. 따라서 예상 도래각에 대한 추정기의 평균이 참값과 유사하고 그 분산이 CRLB와 거의 일치하여 본 연구에서 제안한 추정기는 비편향 최소분산 추정기임을 확인할 수 있다.

2.4.2 소닉붐 측정 결과

실 시험에서 네 개의 음향센서로부터 측정된 소닉붐의 음압준위를 Fig. 13과 같이 나타내었다. 대기를 통해 전파된 소닉붐은 굴절과 분산(Dispersion) 현상으로 인하여 신호가 왜곡되었으며, 지형지물에서의 반사와 회절에 의해 다중경로를 통해 입사된 신호가 모두 포함되어 있음을 측정결과를 통해 추측할 수 있었다.

소닉붐의 해수면 반사에 의한 영향을 분석하기 위해 Fig. 14와 같이 123.2 ms 의 지속시간을 가진 동일한 N 자 형태의 파형을 55 ms 간격으로 생성하고, 그 두 신호를 겹쳐서 Fig. 14의 아래 그래프와 같이 모의 신호를 생성하였다. Fig. 15에서 기준센서(Sensor#1)에서 측정된 소닉붐 신호와 모의신호를 도시하였다.

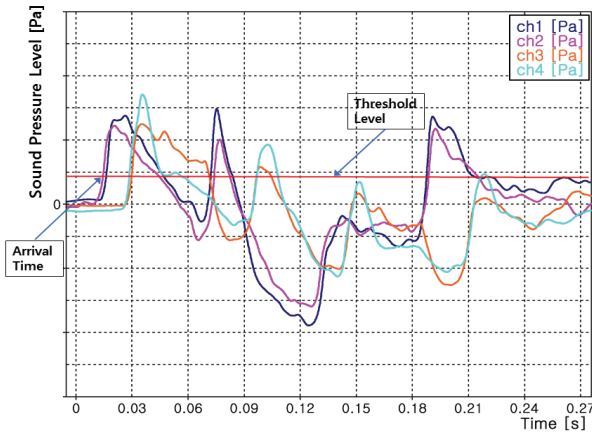


Fig. 13. Signature of the measured data in time domain

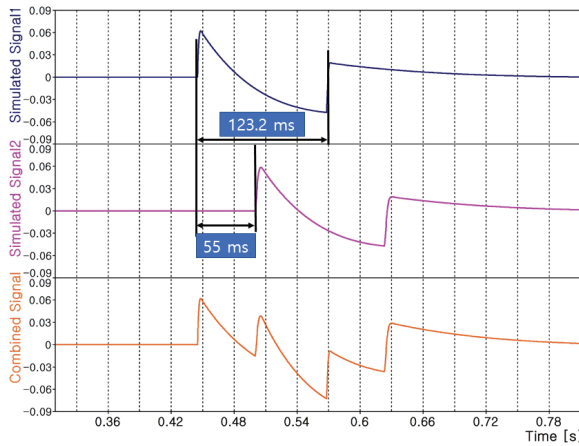


Fig. 14. Waveform synthesis for overlapped signal by ground reflection

소닉붐의 발생 위치와 측정 위치, 모의신호와 실제 측정된 신호의 형태를 고려할 때, Fig. 14에서 표현한 모의신호와 유사한 형태의 신호가 약 55ms의 시간 간격을 두고 해수면에 반사되어 입사하였음을 추측할 수 있다.

한편, 센서 간 도달시각 차를 구하기 위해 상호상관관계를 이용할 경우 다중경로를 통해 입사된 모든 도래각의 가중평균에 대한 값으로 구해진다. 따라서 직접 입사한 신호와 반사된 신호에 대한 각각의 도달시각 차를 추정하기 위해 Fig. 13과 같이 문턱 값(Threshold level)을 이용하였다. 실 시험 데이터로부터 추정된 도래각과 Jung[1]이 예측한 도래각을 Table 2에 정리하였다. 실 시험에서 추정된 소닉붐의 방위각은 예측값과 2° 이내의 차이로 유사하며, 고각은 시선벡터를 이용한 예측값과 음선추적을 이용한 예측값의 중간 값으로 추정되었다. 또한 Fig. 15에서 55 ms의 시간 간격을 두고 두 번째로 입사한 신호에 대하여 고각이 -19.5°로 추정되어 그 신호가 지면에서의 반사파로 추정할 수 있는 근거가 되었다.

Table 2. Results of predicted and estimated arrival angle

	Prediction (direct wave)		Estimated value	
	Line of sight	Ray tracing	Direct wave	Reflected wave
Azimuth(°)	296.2	295.5	297.5	294.3
Elevation(°)	36.4	28.0	32.6	-19.5

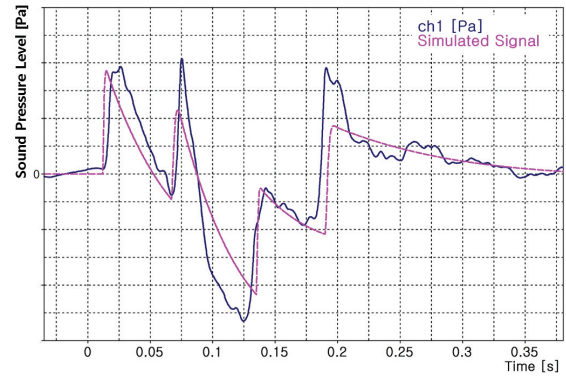


Fig. 15. Sonic boom signature comparison between measured and synthesized data

실 시험 결과를 통해 신호가 지형지물의 반사와 회절에 의해 중첩 및 왜곡되었을 경우 정확한 음압 준위 및 지속시간 등을 분석하는 데 어려움이 있음을 확인하였다. 지면반사에 의한 영향을 최소화 방법으로 첫째, 센서의 진동판(Diaphragm)을 지면과 일치시키는 방법(Flush mount)이 있다. 이 경우 음향의 입사각에 따라 소닉붐의 첨두치(Peak value)가 증폭되는 현상에 유의하여야 한다. 두 번째로 항공기 또는 소형 비행체(Blimp)를 이용하여 고공에서 음향을 측정하는 방법이 있다[3,12]. Benson[3]은 항공기를 이용하여 고도 1.8~2.5 km 상공에서 활공하며 소닉붐을 측정하였고, Yoshida[12]는 소형 비행체를 1 km 상공에 고정하여 지상 500 m, 750 m, 1 km에서 각각 소닉붐을 측정하였다. 고공에서 측정할 경우 지면반사 신호를 이격함과 동시에 저고도에서 발생하는 대기 중 난기류(Turbulence)로 인해 발생하는 신호의 왜곡을 최소화 할 수 있다.

III. 결 론

초음속 비행체에서 발생하는 소닉붐의 측정방법과 배열 센서를 이용한 도래각 추정방법, 도래각 추정 정확도 향상을 위한 센서 배치에 대하여 연구하였다. 본 연구에서 제안한 도래각 추정기의 성능을 모의실험을 통해 검증하였고 실 시험에 이를 적용하여 소

닉붐의 도래각 추정값이 측정지에서의 예상 도래각과 유사함을 확인할 수 있었다. 또한 실 시험 데이터로부터 소닉붐의 지면 반사에 의한 중첩 현상 확인할 수 있었고, 그 신호가 일정시간을 두고 지연된 지면반사 신호임을 추측할 수 있는 근거를 파형과 도래각 추정을 통해 제시하였다. 본 연구를 통해 소닉붐 측정에 있어 시스템 구성과 측정장소 선정, 센서 배열에 대한 고려사항을 확인하였다.

References

- 1) Jung, S. Y., Ha, J., Lee, Y. and Jin, H., "Prediction of Strength and Propagation Characteristics of Supersonic Flight Sonic Boom," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 48, No. 7, 2020, pp. 497~504.
- 2) Jung, S. Y., Ha, J., Lee, Y. and Jin, H., "Study on Sonic Boom Analysis and Measurement," ADDR-401-180452, Agency for Defence Development, 2018.
- 3) Benson, L. R., *Quieting the Boom (The Shaped Sonic Boom Demonstrator and the Quest for Quiet Supersonic Flight)*, NASA Aeronautical Book Series, 2013.
- 4) Hamilton, M. F. and Blackstock, D. T., *Nonlinear Acoustics*, Academic Press, 1997, pp. 66~72.
- 5) Blackstock, D. T., *Fundamentals of Physical Acoustics*, New York, 1999, pp. 273~334.
- 6) Kraus, J., *Antennas for all applications*, McGraw Hill, 2002, p. 832.
- 7) Chan, Y. T. and Ho, K. C., "A Simple and Efficient Estimator for Hyperbolic Location," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 42, No. 8, August, 1994, pp. 1905~1915.
- 8) Kay, S. M., *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, Prentice Hall, 1993, pp. 73~76.
- 9) Azaria, M. and Hertz, D., "Time Delay Estimation by Generalized Cross Correlation Methods," *IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-32, No. 2, April, 1984, pp. 280~285.
- 10) Cheon, D. S., Yu, J. M. and Lee, J. B., "Experimental Study on Microseismic Source Location by Dimensional Conditions and Arrival Picking Methods," *Tunnel and Underground Space*, Vol. 29, No. 4, 2019, pp. 243~261.
- 11) Ha, J., Seo, D., Kim, J. and Min, J., "Performance Analysis of Interference Monitoring System Based on TDOA and AOA," *Conference of Korean Institute of Science and Technology*, 2016, pp. 396~397.
- 12) Yoshida, K., "D-SEND#2 Flight Demonstration for Low Sonic Boom Design Technology," *Proceeding of ICAS 2016, International Council of the Aeronautical Sciences*, Daejeon, ROK, 2016, Paper 1.6.3.