Journal for History of Mathematics
Vol. 34 No. 6 (Dec. 2021), 205–223
http://dx.doi.org/10.14477/jhm.2021.34.6.205

Rethinking the Name and Use of Pythagorean Theorem from the Perspectives of History of Mathematics and Mathematics Education

'피타고라스 정리'의 명칭과 활용에 대한 비판적 고찰

Chang Hyewon 장혜원

It has been argued that as for the origin of the Pythagorean theorem, the theorem had already been discovered and proved before Pythagoras, and the historical records of ancient mathematics have confirmed various uses of this theorem. The purpose of this study is to examine the relevance of its name caused by Eurocentrism and the weakness of its use in Korean school mathematics and to seek improvements from a critical point of view. To this end, the Pythagorean theorem was reviewed from the perspectives of the history of mathematics and mathematics education. In addition, its name in relation to objective mathematical contents regardless of any specific civilization and its use as a starting point for teaching the theorem in school mathematics were suggested.

Keywords: Pythagorean theorem, right triangle, Gou-gu, the use of the Pythagorean theorem, Eurocentrism; 피타고라스 정리, 직각삼각형, 구고, 피타고라스 정리의 활용, 유럽중심주의.

MSC: 01A16, 01A17, 01A20, 01A25, 01A32, 97–03

1 서론

학창시절 기억나는 수학을 하나 들라고 하면 많은 사람이 '피타고라스 정리'를 말할지 모른다. 피타고라스 정리는 수학에서 가장 유명한 명제이고 네 번째로 아름다운 등식이라고도 한다 [41]. 직각삼각형의 세 변 사이의 관계를 다루는 이 정리는 빗변 c와 다른 두 변 a, b에 대해 $a^2 + b^2 = c^2$라는 식으로 알려지지만, 근원적으로 Euclid의 원론 제1권의 마지막 명제인 '직각삼각형에서 직각의 대변의 정사각형은 직각을 포함한 두 변의 정사각형과 같다 [15, p. 349].'로 넓이에 대한 기하 정리였다. 오늘날 정리의 명칭에 남아있는

This work was supported by the 2021 Research Fund of Seoul National University of Education.
Chang Hyewon: Dept. of Math. Edu., Seoul National Univ. of Edu. E-mail: hwchang@snue.ac.kr
Received on Oct. 19, 2021, revised on Dec. 5, 2021, accepted on Dec. 10, 2021.

Pythagoras (BC 549∼BC 470)라는 수학자와 별개로, 이러한 기하 성질은 훨씬 이른 시기의 고대 문명권인 메소포타미아, 이집트, 인도, 중국의 기록에 여러 가지 형태로 포함된다. Pythagoras의 출현 이전에 여러 문명권에서 사용되었던 증거이다.

Needham [33]과 같은 일부 학자들은 유럽에서 수학이 등장하기 오래전에 중국, 인도 등에서 수학적 성취가 있었음을 언급해왔지만, 비유럽 수학의 역사에 대한 대부분의 해석에서 나타나는 편향은 고질적이었으며, 결과적으로 유럽 이외 지역의 수학적 활동과 그 결과는 평가 절하되거나 왜곡되기도 하였다. 한편 이러한 편향을 지칭하는 유럽중심주의(Eurocentrism)에 대해 고찰하고 비판적 관점을 취한 다수의 연구가 있다 [2, 23]. 특히 본 연구와 관련하여 Joseph [23]는 과학과 기술을 누가 만들었는지에 대해 논한다. 각 사회는 환경적 요구에 따라 과학적 기초를 마련할 필요가 있었고, 시대와 장소에 따른 다양성을 고려할 때 과학과 기술이 하나의 특정 문화가 선점하는 특권일 수 없다는 입장이다. 이러한 관점에서 볼 때, 피타고라스 정리의 발견이 Pythagoras 한 개인의 업적이라고 할 수 없고, 결국 피타고라스 정리에 그의 이름을 붙인 것은 철저히 유럽중심주의의 산물이라 할 수 있다.

Pythagoras가 이 법칙을 발견했고 이를 기념하기 위해 황소를 제물로 바쳤다고 하는 이야기가 전해지기도 하지만, 피타고라스 학파의 제례의식에서 제물을 금했기 때문에 황소 제물 이야기는 후세 사람들이 지어낸 것이다 [16, 27]. 이것이 허구의 이야기라는 의심은 Pythagoras가 수학의 역사에서 매우 중요한 수학자이지만 상대적으로 그의 수학적 업적에 대해서는 별로 알려진 것이 없으며 [41], 바빌로니아 수학을 알려주는 점토판의 쐐기문자나 이집트의 수학을 탐구하도록 한 파피루스와 달리 구전으로 자신들의 지식을 전수한 피타고라스 학파의 관습과도 관련된다. Junge는 Pythagoras 이후 5세기 동안 어떠한 그리스 책에도 이 법칙을 Pythagoras의 것이라고 언급한 것이 없다는 점을 들어 같은 주장을 펼쳤다 [15]. 실제로 그리스 기하를 집대성한 Euclid의 원론에서도 이 성질은 특정 이름 없이 단순히 1권의 명제 47이다. 오늘날 세계적으로 통용되는 피타고라스 정리라는 명칭이 언제부터 그 정리에 붙여졌는지는 확실하지 않다. 아마도 그 명칭의 등장은 앞서 언급한 유럽중심주의에 따른 산물로 보인다. 18세기 Clairaut의 기하 원론 [6]에서도 '직각삼각형의 유명한 성질'이라고 표현한 것을 보면, 적어도 19세기 이후의 유럽중심주의가 발현된 결과로 추측할 수 있다. Joseph [23]가 말했듯이, 수학이 시대에 따라 어떻게 발전해왔는지에 대해 유럽중심주의는 고전적 형태이든 변형된 형태이든 모든 수학의 출발점을 그리스 수학(BC 600∼AD 300)에 두고 있기 때문이다.

수학사적으로 정리 발견의 주체로서 피타고라스를 수용하기 어렵다면, 대상에 붙여지는 이름이 지니는 함축적 의미를 고려할 때 서양에서조차 발견자의 진위에 대해 의견이 분분한 수학자의 이름을 붙여 '피타고라스 정리'라고 칭하는 것이 학교수학의 맥락에서 적합한지에

대해 검토할 필요가 있다. 특히 수학자의 이름이 정리의 명칭으로 선택된 경우, 그 정리를 발견한 수학자의 업적을 기념하려는 의도를 담고 있다는 관행을 고려할 때, '피타고라스 정리' 라는 명칭의 타당성을 검토해보고자 하는 것이다. 이와 함께, 학교수학의 관점에서 이 정리의 의의를 정리의 활용 측면에서 조명하고자 한다. 이와 같은 논의는 2015 개정 교육과정에서 피타고라스 정리의 지도 학년의 이동 및 내용 축소가 있었던 사실에 비추어 교수학적 의의를 지닐 것으로 기대된다.

요컨대 본 연구의 목적은 수학사와 수학교육의 측면에서 피타고라스 정리의 역사와 의의를 조사함으로써 현재 학교수학에서 채택된 명칭과 활용에 대해 비판적 관점에서 검토하는 것이다. 그 결과, 현재 사용되는 정리의 명칭이 타당하지 않다는 입장에서 대안이 될 만한 명칭을 추천하고, 정리의 학습 후뿐만 아니라 도입시 다양한 문제 상황의 활용을 제안할 것이다.

2 수학사적 고찰

지식의 첫 출발이 필요에 의한 것이라는 관점은 자연스럽다. 수학사상 직각삼각형의 필요는 인도 베다 제단을 만들 때 닮은 도형을 이용한 변형 [32]이나 등적 변형 [40]을 위한 사용, 이집트 피라미드 축조를 위한 사용 [21], 중국의 천문 관측이나 거리 측정을 위한 활용 [9] 등이다.

유럽중심주의에서 비롯된, 수학의 기원을 BC 600년 그리스의 Thales에 두는 관념이 1930년대까지 지속되어 왔다 [45]. 그러나 이후 다수의 연구를 통해 Thales보다 앞선 수학 문명에 대한 논의가 이루어졌다. 피타고라스 정리 역시 Pythagoras가 생각해낸 최초가 아니며 이전에 다른 문명권에서 이미 존재했다는 주장은 이미 오래된 논제이고 그 증거에 해당하는 사료를 제시한 다수의 연구가 있다 [13, 16, 32, 41, 45].

다만 그 기원을 확정하지는 못한다. 예컨대 Neugebauer는 BC 1700년 경 고대 바빌로니아 문명에서 피타고라스 정리를 알았음을 근거로 하여 이제 그리스 전통에서 피타고라스 정리라 부르던 것을 바빌로니아 정리라고 부르는 것이 더 타당함을 주장하였다 [45]. Ratner [41] 역시 바빌로니아인들이 발견하고 증명한 구체적인 증거가 있다고 하였다. 또는 술바스트라스에서 피타고라스 정리를 다루는 인도의 베다 문명을 고려하면 이 또한 적어도 BC 600년 이전으로 거슬러 오른다. Nanda [32]는 산스크리트 학자의 말을 인용하여, 'BC 800년에 쓰인 술바스트라에서 Baukhãyana는 오늘날 피타고라스 정리로 알려진 기하 공식을 썼다. 이는 Pythagoras보다 300년 앞선 것이다...' 고 하였다.

이와 같이 바빌로니아나 인도가 앞선다는 주장과 달리, Seidenberg [45]는 그리스나 인도의 수학이 기하적인 특성의 것인데 반해 바빌로니아 수학은 대수적, 계산적 특성이라는 점에서 Neugebauer의 주장에 대해 반박하고 각 문명권에서의 독립적 발명의 관점을 취하

였다. 심지어 나일강의 범람에 의한 기하의 출발이나 Pythagoras가 이집트로부터 기하를 배웠다는 만연한 믿음이 증거가 없으며 일종의 전설처럼 전해져왔다고 한 Stedall [49]의 입장 역시 독립적 생성 쪽으로 무게를 싣는다. Nanda [32]는 이집트와 메소포타미아에서 시작하여 고대 그리스, 인도, 중국으로 이어지는 연대기적인 선형적 전파를 부정하면서, 그리스 기하가 이집트나 메소포타미아로부터 영향받았다는 증거가 있는 반면, 인도와 중국의 성과는 그들과 독립적으로 발견된 것으로 본다. Roy [43]는 바빌로니아 수학에서의 증거를 검토함으로써 여러 문명권에서의 독립적 발달을 주장하며, Heath [16]도 그리스와 인도 간의 독립적 발견을 옹호하는 입장이다.

Euclid의 원론을 비롯하여 고대 그리스 수학 연구의 전문가인 Heath [16] 역시 전통적으로 Pythagoras의 이름이 붙어 있는 명제의 발견 주체가 Pythagoras라는 신뢰할만한 증거가 없음을 지적한다. 특히 BC 3세기 Callimachus는 Pythagoras를 '기하 문제를 스스로 발견하고 이집트로부터 기하 문제를 도입한 최초인'이라 하였고, BC 1세기 Vitruvius는 Pythagoras가 삼각형 (3, 4, 5)를 알았지만 이 삼각형이 직각삼각형이라는 사실을 발견해야 가능한 피타고라스 정리는 아마도 이집트로부터 왔을 것이라고 하였다. 기하 연구 확립에서 Pythagoras의 기여를 높이 산 Proclus(AD 5c)조차 Pythagoras 혹은 어떤 한 사람의 독단적 발견이라는 관점을 부정하였다. Heath [16]의 관점은 정리의 발견보다 명백한 증명을 했다는 사실로 향한다. Pythagoras의 증명 방법에 대해서는 여러 추측이 있다. Hankel(19c)은 Pythagoras가 한 변이 $a+b$인 정사각형의 분할 방법으로 증명했을 것으로 추측한다 [4]. 그러나 Ratner [41]는 Euclid의 원론에서 1권 47번 명제의 증명과 원론의 내용 순서에 근거하여 Pythagoras가 원론의 6권 31번 명제와 같이 비례 개념에 입각하여 증명했을 것으로 추론하였으나 그 증명이 완벽하지는 않을 것으로 추정하는 바, 완전한 비례론은 Pythagoras로부터 약 2세기 후인 Eudoxus에 의해 전개되었기 때문이라고 했다. 한편 Swetz [51]는 피타고라스 정리의 발견과 별개로 증명의 영예를 중국에 부여한다. 독특한 증명을 담은 주비산경의 집필 시기는 Pythagoras 이후지만 훨씬 이전의 수학을 다룬 것으로 간주되기 때문이다. Gustafson [13] 역시 Pythagoras와 그 학파를 구별하여 정리의 발견뿐만 아니라 증명까지도 Pythagoras에게 넘기지 않으며, Hirschy [18] 역시 추측할 수 있을 뿐 확실한 증거는 없다고 하였다. Loomis [27]가 피타고라스 정리의 증명 370개를 모은 책에서 수집한 증명의 연도 범위를 BC 900년부터로 언급한 것 역시 Pythagoras 이전에 증명의 존재를 말해준다. 요컨대 발견뿐만 아니라 증명도 Pythagoras에게 부여할 증거가 없다고 할 수 있다.

한편 Swetz [51]는 Pythagoras 이전에 직각삼각형의 성질을 다루었던 근거로서, 그림자 측정법에 주목한다. BC 6세기 Thales가 그림자 측정법을 이용하여 길이를 알고 있는 막대 외의 도구 없이 피라미드 높이를 측정한 것과 같이, 고대 바빌로니아, 이집트, 중국

에서 발달한 그림자 측정법이 실험적, 경험적 데이터에 근거한 일반화의 산물로서 직각삼각형에 대한 정리의 발견을 이끌었을 것이라고 설명한다. 이에 근거하여, Swetz는 중국과 바빌로니아처럼 그림자 측정법이 상용된 사회에서는 Pythagoras 이전 시기에 그 정리가 이미 알려지고 사용되었음을 주장한다.

이와 같이 피타고라스 정리의 기원에 대해 연구하는 학자들이 서로 다른 관점을 취할지라도, 공통적으로 주장하는 바는 피타고라스 정리 발견의 주체가 Pythagoras는 아니라는 사실이다. 이제 Pythagoras가 속한 고대 그리스 문명 이전에 메소포타미아, 이집트, 중국, 인도 등 타 문명권에서 정리의 자취를 살펴볼 것이다.

2.1 메소포타미아

BC 2000년경부터 메소포타미아 지역을 장악했던 바빌로니아인들의 수학 연구는 몇몇 역사적 유물의 판독 결과로 그 실체가 드러나고 있다. 바빌로니아 수학에서 피타고라스 정리의 출현에 대해 Hirschy [18]는 한 변이 주어진 정사각형의 대각선을 구하는 문제와 플림프톤 332 점판에 적힌 15줄의 피타고라스 수 등 2가지를 제시한 한편, Roy [43]는 런던 대영박물관에 소장된 점판에서 $3:4:5$ 직각삼각형을 다룬 다음 문답을 가장 오래된 것으로 본다.

> 길이 4, 대각선 5일 때 폭은 얼마인가?
> 그 크기는 알지 못한다.
> 4 곱하기 4는 16, 5 곱하기 5는 25.
> 25에서 16을 빼면 9가 남는다.
> 9를 얻기 위해 무엇을 몇 번 취하면 될까?
> 3 곱하기 3은 9이다. 3이 폭이다 [43, p. 33].

또한 점판 YBC 7289에도 관련 내용이 있다(Figure 1의 왼쪽). 여기에는 정사각형의 변과 대각선에 세 개의 수가 적혀있다. 변 30, 대각선의 두 수 1; 24 51 10과 42; 25 35이다. 바빌로니아인들이 사용한 60진법을 감안하면 두 수는 각각 30, 1.414216, 42.426322[1] 이다. 변을 제외한 대각선의 두 수는 근삿값이고, 이 세 수로부터 앞의 두 수를 곱하면 셋째 수를 얻을 수 있다. 즉 1; 24 51 10은 $\sqrt{2}$의 근삿값이고, 42; 25 35는 한 변이 30[2]인 정사각형의 대각선의 길이다. 이외에도 Susa 점판에 새겨진 기하 문제인 변 50, 50, 60의 이등변삼각형의 외접원의 반지름을 구하는 문제와 Tell Dhibayi 점판의 문제인 넓이와 대각선이 주어진 직사각형의 변을 구하는 문제가 있다. 이 사례들을 통해 Roy [43]는 바빌로니아인들이 피타고라스 수의 산술적 성질뿐만 아니라 기하적 성질에도 능통하였음을 주장한다.

1) 각각 $1+\frac{24}{60}+\frac{51}{3600}+\frac{10}{216000}$과 $42+\frac{25}{60}+\frac{35}{3600}$로부터 얻을 수 있다.
2) 변의 길이로서 30의 선택은 바빌로니아의 60진법 체계에 따른 편의성에서 기인한 것으로 추정된다 [41].

한편 Robson [42]은 수학 문제가 포함된 다수의 점토판 유물이 발굴된 사실과 함께, 아직 해석되지 못한 문제에 대한 앞으로의 연구 가능성을 설명한다. 해석된 문제 중 피타고라스 정리 관련 문제로는 Figure 1의 오른쪽인 IM 55357과 같이 길이 1, 대각선 1;15, 폭 0;45, 전체 넓이 0;22 30인 직각삼각형에서 부분들의 넓이가 주어지고 직각삼각형의 내부에 그은 수선들의 길이를 구하는 문제를 포함하여, 직사각형의 대각선과 넓이가 주어질 때 가로와 세로를 구하는 문제와 그 역, 대각선이 주어진 정사각형의 한 변을 구하는 문제, 직사각형의 가로, 세로, 대각선 중 2개가 주어질 때 나머지 하나를 구하는 문제 등이 있다.

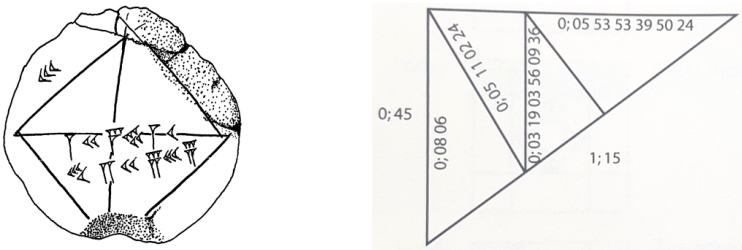

Figure 1. YBC 7289 [11, p. 367] & IM 55357 [44, p. 100]

2.2 이집트

기하(geometry)는 그 어원과 관련하여 이집트의 나일강 범람으로 인한 토지 측량의 맥락에서 비롯되었다고 말한다. 또한 이집트의 거대한 피라미드 건축의 맥락에서 고대 이집트인들은 직각삼각형과 관련한 여러 성질, 특히 피타고라스 정리 역시 이용했을 것으로 추측되지만, 이에 대한 명확한 증거는 없다.

BC 1650년경의 이른 시기의 것으로 추정되는 린드 파피루스와 모스크바 파피루스는 실용 문제를 다루며, 린드 파피루스의 56∼60번 문제는 피라미드 계산법으로 밑변의 1/2과 높이로 기울기를 구하는 알고리즘을 다룬다 [21]. 피타고라스 정리가 포함되지는 않지만 2, 3차원 도형의 측도를 다루는 다수의 문제가 포함되고, 이집트에서 빼놓을 수 없는 3차원 입체인 피라미드와 관련하여 사각뿔뿐만 아니라 사각뿔대의 부피 역시 다루고 있다 [22]. Encyclopedia [10]에 따르면, 피타고라스 정리 관련 문제가 등장하는 최초의 파피루스는 1938년에 발견된 BC 300년경의 카이로 파피루스이다. 총 40개의 수학 문제를 포함하며, 그중 9개가 피타고라스 정리를 다루는 문제이다. 근삿값 계산이 필요한 한 문제를 제외하면, 사용된 수는 (3, 4, 5), (5, 12, 13), (20, 21, 29) 중 하나이다. 카이로 파피루스에 실린 다음 문제는 메소포타미아 수학에서도 발견되는 $3:4:5$의 직각삼각형을 이용한 것으로, 메소포타미아의 수학적, 천문학적 지식이 이집트로 전파되었다는 일반적인 가정 [22]을 뒷받침해주는 문제이다.

> 똑바로 세운 10큐빗 막대의 아랫끝을 바깥으로 8큐빗 움직이면 윗끝은 얼마나 움직일까?

답: 4큐빗 [22, p. 50]

또한 Aish [1]는 BC 2세기 파피루스에 포함된 3개의 삼각형 문제를 다루는데, 셋째가 직각삼각형(Figure 2)이고 세 변이 3, 4, 5인 경우를 통해 피타고라스 정리를 다룬 것으로 해석하였다.

Figure 2. A right triangle in Papyrus [1, p. 48]

이집트 수학을 보여주는 파피루스에서 피타고라스 정리가 등장하는 시기가 아주 이른 것은 아니다. 그러나 이집트인들이 Pythagoras보다 1500년 이전에 이미 3:4:5 직각삼각형을 구성했다는 러시아 기록이나 Pythagoras가 21년간 이집트에 머물렀다 [27]는 것 등에 근거한 역사적 해석은 Pythagoras가 이집트로부터 정리를 배웠을 것이라는 추측을 낳기도 하였다.

2.3 중국

Martzloff [28]는 중국 수학과 메소포타미아, 이집트, 인도, 이슬람 수학의 유사성을 말하면서 그 근거 중 하나로 피타고라스 정리를 꼽는다. 고대 중국 수학에서 직각삼각형은 '구고'라 불리었다. 구고는 직각을 이루는 구와 고, 빗변을 일컫는 현, 이 세 변 사이의 관계에 대한 성질 탐구 및 시각적 증명의 대상이었고 간단한 계산 문제에서부터 고차방정식 등을 다루기 위한 문제 상황을 제공했다는 점에서 중국 수학의 매우 중요한 연구 주제로 위치하였다.

적어도 BC 2070년경으로 추정되는 시기의 수학을 BC 100년∼AD 100년에 기록한 것으로 추측되는 [13] 주비산경은 수학과 천문학으로 구성된다. 수학 부분에서 가장 흥미로운 주제가 본 연구의 관심인 직각삼각형에 대한 다음 정리이다.

구와 고 각각을 제곱하여 더하면 현멱이 되고 이의 제곱근을 구하면 곧 현이다 [3, p. 4].

구와 고가 주어질 때 현을 구하는 방법을 설명한 이 명제를 시작으로 한 한나라 조상(趙爽)의 주해에는 이 명제의 증명이 현도(Figure 3)를 이용하여 색깔로써 설명된다. 현도는 구3, 고4, 현5의 특별한 경우에 대한 시각적 증명이지만 그 설명은 일반적이다.

현도를 보면,
구와 고를 곱하여 주실 2개를 얻고,
이를 2배하여 주실 4개가 된다.

> 구와 고의 차를 제곱하여 가운데 황실을 얻는다.
> 차의 실 1개를 더하면 역시 현실을 이룬다 [3, p. 4].

이 설명에 따라 현도의 일반화를 Figure 3의 오른쪽과 같이 나타낼 수 있다. 주실(朱實), 황실(黃實)은 그림에서 각각의 색으로 나타낸 $\frac{1}{2}ab$와 $(b-a)^2$를 나타내며, 현실(弦實)은 c^2인 기울어진 안쪽 정사각형이다. 조상의 설명을 식으로 표현하면 $4 \times \frac{1}{2}ab + (b-a)^2 = c^2$이고, 이는 시각적으로 자명하다. 식을 정리하면 $a^2 + b^2 = c^2$이다. 이를 바탕으로 구, 고, 현 중 두 개가 주어지고 나머지를 구하는 여러 가지 계산법을 다룬다.

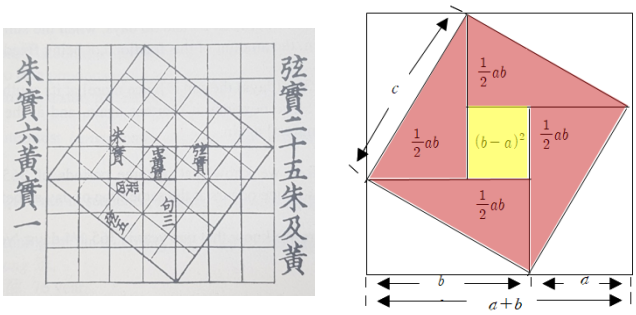

Figure 3. Xian-Tu [8, p. 206] and its generalization

이후 현도를 이용한 설명이 또 있는데 바로 $2c^2 - (b-a)^2 = (b+a)^2$에 대한 정당화이다.

> 현실의 2배는 바깥 정사각형을 채우고도 황실만큼 크다. 따라서 이 차실을 빼면 바깥 큰 정사각형이다. 바깥 큰 정사각형의 한 변이 구와 고의 합이다 [3, p. 5].

이와 같이 구고현의 관계에 대한 성질뿐만 아니라 그에 대한 시각적 증명을 다룬 것은 주목할 만하다. 더욱이 주비산경의 시각적 증명이 중국 밖에서 보이는 최초의 사례가 12세기 인도의 Bhaskara 저작 [28]이라는 점에서 주비산경의 증명은 수학사상 중요한 위상을 차지한다.

한편 정리의 활용 측면에서 주비산경은 사례를 제공한다. 진자(陳子)와 영방(榮方)의 대화로 구성된 2권에서 진자는 태양의 지름을 구하기 위해 태양과 지구 사이의 거리가 필요하므로 이 정리를 이용한다. 수학 정리의 천문학적 활용 사례에 해당한다.

> 막대의 길이는 8자이고 (⋯) 구가 6자가 될 때를 기다려서 (⋯) 구에서 시작하여 막대를 고로 삼는다. 막대로부터 해 아래까지 6만리를 가면 막대 그림자가 생기지 않는다. 이 지점으로부터 위로 해까지는 곧 8만리이다. 만약 해 아래를 구, 해의 높이를 고로 하여 해까지 거리를 구한다고 하자. 구와 고를 각각 제곱하여 더한 다음 제곱근을 구하면 막대가 있는 곳으로부터 해가 있는 곳까지 거리는 10만리가 된다 (⋯) [8, p. 78].

'리(里)' 단위의 시대적 변이성을 감안하더라도 실제 거리가 1억 5천만km임을 고려한다면, 구한 값 자체는 오류이다. 이에 대해 Swetz [51]는 지구가 편평하다는 가정과 당대 이순풍의 해석과 같이, 막대가 1만리 이동할 때마다 그림자가 1자 변한다는 가정 때문으로 보았다. 따라서 이 활용의 가치는 구한 측정값이 아니라 측정 방법에 두어야 할 것이다. 두 직각삼각형의 닮음에 의존한 그림자 측정법에 의해 (그림자 길이) : (막대 길이)=(태양 바로 아래 지점까지의 거리) : (그 지점에서 태양까지의 거리)로부터 $6 : 8 = 6$만 : x로 $x = 8$만을 구하고, 정리를 적용하여 막대를 세운 곳에서 태양까지의 거리 10만을 구한다. 막대 8자의 그림자가 6자가 될 때까지 기다린다는 절차는 구고 $3 : 4$의 비를 알아야 시행 가능한 방법이다.

한편, 중국 전통 수학의 기본을 이루는 구장산술은 책에 포함된 내용의 국가적 기원에 근거할 때 주나라(BC 1040∼BC 771)로부터 한나라(BC 206∼AD 220)로 전해진 고대 중국 수학을 체계적으로 집대성한 것으로, 제9권이 구고이다. 구장산술을 기점으로 이후 중국 수학에서 구고는 매우 중요한 수학 주제였다. 구고에는 직각삼각형과 관련된 24개의 문제가 실려 있고, 구 3, 고 4, 현 5 중 2개가 주어질 때 나머지 하나를 구하는 1∼3번 문제에 대한 다음의 해법을 '구고술(句股術)' 이라 칭한다.

> 구고의 방법으로, 구와 고를 각각 제곱하여 합하여 그 제곱근을 구하면 현을 얻는다. 또 고를 제곱하여 현의 제곱에서 빼서 제곱근을 구하면 구를 얻는다. 또 구를 제곱하여 현의 제곱에서 빼서 제곱근을 구하면 고를 얻는다 [12, p. 373].

이 설명은 문제에 주어진 구체적인 수치에 비해 일반적인 해법으로 제시되어 있다. Swetz [51]는 이 24개 문제의 가치가 막대를 직접 사용하지 않고 추상적인 기하적 성질을 다룬 것에 있다고 본다. 무엇보다 송, 원 시대를 거쳐 19세기 말까지 지속된 중국 전통 수학 형성의 근간을 이룬다는 점에서 중국 수학에서 구고술의 위상을 평가해야 할 것이다.

2.4 인도

고대 인도의 수학은 BC 1500년경까지 거슬러 오르는 경전 베다(Veda)와 BC 6∼8세기 술바수트라(Sulba-Sutra)의 현존하는 문헌을 통해 확인할 수 있다. 야주르(Yajur) 베다에서 신뿐만 아니라 수에 대한 경배에 나타나는 수비학적 아이디어는 메소포타미아의 영향으로 추측된다 [40]. BC 800년의 술바수트라에는 피타고라스 정리에 해당하는 기하 공식을 쓴 기록이 있고, 이는 Pythagoras보다 300여 년 앞선 시기이다 [32]. BC 4∼5세기의 아파스탐바(Apastamba) 술바수트라[3]에는 직사각형의 가로와 세로로 각각 구성되는 정사각형의 넓이 합이 대각선으로 구성되는 정사각형의 넓이와 같고, 이는 변 3과 4, 12와 5, 15와 8, 7과 24, 12와 35, 15와 36인 직사각형에서 발견된다고 기록되어 있다 [40]. 구체적 사례로, 길이 15, 36,

3) 아파스탐바가 지은 술바수트라이다. 술바수트라는 끈의 규칙(cord-rules)으로 해석되며, 거의 알려지는 바 없는 저자의 이름을 붙여 명명한다 [40].

39 끈으로 직각삼각형을 구성하는 활동도 포함된다. 이 경우 변의 길이 비는 5, 12, 13이다. 즉 두 변뿐만 아니라 대각선까지 유리수인 삼각형(rational rectangles)을 다루며, 증명은 없지만 일반화된 피타고라스 정리를 내용으로 하는 명제가 제시된다 [16].

이를 이용하면 직각삼각형의 변의 길이비를 이용하여 직각을 찾을 수 있고 결국 정사각형을 만들 수 있었다 [40]. 즉 변의 길이비를 이용하여 직각삼각형을 구성한 이유가 직각을 구하여 정사각형을 만드는 것이고, 이는 피타고라스 정리의 역의 활용에 해당한다. 구체적인 방법은 다음과 같다.

길이가 $2s$인 끈을 $\frac{3}{4}s$, $\frac{5}{4}s$의 두 부분으로 나눈다. Figure 4와 같이 두 끈의 끝을 $\frac{4}{4}s = s$ 만큼 수평으로 떨어진 두 극단(♦)에 붙인다. 두 끈을 아래로 늘어뜨려 짧은 끈 쪽으로 모으면 $3:4:5$인 직각삼각형의 빗변과 짧은 변을 만들어, 수평변과 짧은 변의 각이 직각이 된다. 원하는 정사각형의 한 변을 고정하기 위해 짧은 변을 따라 거리 $\frac{s}{2}$를 표시(✚)할 수 있다.

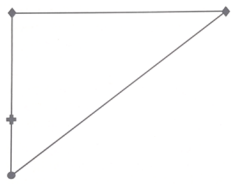

Figure 4. Formation of a right angle in Sulba-Sutra [42, p. 390]

다음 문제로 긴 변이 l인 직사각형을 만들기 위해 길이 $\frac{3}{2}l$인 끈을 이용한다. $\frac{5}{12}l$와 $\frac{13}{12}l$의 두 부분으로 나누어 l만큼 떨어뜨려 앞에서와 같은 방법으로 조작하면, 빗변 $\frac{13}{12}l$, 짧은 변 $\frac{5}{12}l$, 긴 변 l인 직각삼각형을 얻는다. 즉 짧은 변이 수평으로 놓인 긴 변과 수직이어야만 하는 $5:12:13$인 직각삼각형을 이용한 것이다.

3 수학교육적 고찰

3.1 학교수학에서 정리의 명칭

수학 용어는 현시대 상황을 고려하여 우리에게 적합하게 개선되어야 한다 [17]. 본 연구에서 주목하는 피타고라스 정리에 대한 오늘날 우리나라 학교수학에서의 명칭 역시 피타고라스 정리다. 역대 교육과정을 살펴보면, 정식 교육과정이 공포되기 전인 1947년 교수요목에 현재도 일본에서 사용 중인 '삼평방의 정리' 라는 명칭이 등장한 적이 있다. 이후 1955년에 제정 공포된 1차 교육과정기부터 '피타고라스 정리' 라는 명칭이 등장하여 오늘날까지 고수되어왔다. 다만 1963년 2차 교육과정에서는 '피타고라스의 정리(삼평방의 정리)' 와 같이 괄호를 써서 두 명칭이 함께 제시되기도 하였다 [30]. 현존하는 개화기의 수학 교과서가 전통산학의 흐름을 이어 주로 산술 및 대수적 내용으로 구성된 것을 고려한다면 교수요목기의 명칭은 일제의 잔재로 볼

수 있다. 연구자가 참고한 가장 이른 시기의 교과서는 1947년에 초판이 발간된 중학교 2학년 수학 교과서의 개정판으로, 정리의 명칭은 '피타고라스의 정리' 이다 [5]. 초판에는 교수요목에 제시된 명칭이 기대되지만, 개정판의 시기가 1952년인 것을 고려하면 1차 교육과정이 반영된 명칭의 변화 또한 자연스럽다.

2015 개정 교육과정에 따른 중학교 수학 교과서 [19]에는 피타고라스 정리라 칭하고 옆에 낯선 명칭에 대한 이해를 돕기 위해 '피타고라스 정리는 고대 그리스의 수학자 피타고라스로부터 유래되었다(p. 212)' 고 써있다. 정리에 수학자의 이름을 붙이는 관행을 고려할 때 이러한 설명은 이름만의 유래가 아니라 그 정리의 발견자가 피타고라스라는 것을 함의하기 때문에 문제가 있다. 다행히 뒷장에 수학 이야기 코너에서 고대 바빌로니아 점토판을 설명하며 '우리가 피타고라스 정리라고 알고 있는 직각삼각형의 성질은 피타고라스가 태어나기 천 년 전에도 이미 알려져 있었던 셈이다(p. 214)' 라고 역사적 근거를 제공하고 있어, 주의 깊게 읽으면 정리의 발견자가 피타고라스가 아님을 파악할 수 있기는 할 것이다.

이 명칭이 대부분의 국가에서 채택되고 있지만, 우리나라의 인접국 중국이나 일본의 상황은 좀 다르다. 중국에서는 역사적 정체성을 고수하여 '구고 정리' 라 하되 피타고라스 정리를 괄호 안에 병기하고 있다 [38]. 일본에서는 '삼평방 정리' 이다. 3개의 제곱수 간의 관계를 나타내고자 하는 의도로 파악된다. 일본 역시 그 명칭이 삼평방 정리이지만 '피타고라스 정리라고도 불린다' 는 설명을 추가하고 있다. 그 이유에 대한 설명에는 차이가 있는데, 정리의 발견자 [46, 47] 또는 정리의 증명자 [20, 44]로 언급되어 역사적 사실을 적절히 반영하지 못하는 문제점이 있다. 구체적으로 다음과 같다.

> 이 정리를 피타고라스의 정리라고도 한다. (이하 말풍선으로) 기원전 6세기경에, 피타고라스라고 하는 수학자가 발견했다고 일컬어지고 있어요 [46, p. 149].

> 이 정리는 고대 바빌로니아와 고대 이집트시대부터 알려져 있었지만, 최초로 증명한 것은 고대 그리스 수학자인 피타고라스(기원전 572년경∼기원전 492년경) 라고 일컬어지고 있다. 이 정리는 피타고라스 정리라고도 한다 [44, p. 187].

두 나라 모두 고유의 명칭을 고집하지만 세계적으로 통용되는 이름을 간과할 수 없기에 취한 타협적인 제시 방식으로 해석된다. 더욱이 북한에서는 '세평방정리' 라고 불리기도 했다 [37]. 이후 2000∼2002년 교과서에서 세평방정리는 '피타고라스의 공식' 으로 바뀌었다 [36]. 역시 일반적으로 통용되는 명칭을 반영한 것으로 보인다.

한편 싱가포르에서는 피타고라스 정리라고 부르지만, 다음과 같이 두 학생의 대화를 삽화로 제시하고 있다. 그 명칭이 보편적 관점이 아니라 서양 수학사의 관점에 따라 붙여진 이름이라는 사실을 학생들에게 알려줄 필요가 있다는 저자의 의도가 감지된다.

> A: 너 그리스 수학자 피타고라스 들어본 적 있니?

B: 응, 그의 이름을 따서 피타고라스 정리라고 부르는 정리가 있어. 서양 역사에서는 그가 최초로 이 정리를 증명했다고 믿고 있어 [24, p. 2].

요컨대 직각삼각형에 대한 유명한 성질의 명칭은 피타고라스 정리라고 알려져 있고, 중국과 일본과 같이 다른 명칭을 사용하는 나라에서조차도 피타고라스 정리라는 명칭을 병기하거나 추가로 설명하고 있다는 사실로부터 피타고라스 정리라는 명칭이 그 타당성에 대한 반성적 고찰 없이 널리 통용되고 있음을 확인할 수 있다. 그러나 앞선 수학사적 고찰에 따르면 피타고라스 정리의 최초 발견이 Pythagoras에 의한 것이 아니라는 사실이 공인되므로 적절한 명칭을 검토하는 것이 타당하다. 또한 일본 교과서와 같이 피타고라스가 정리의 발견자나 증명자가 아님에도 불구하고 그러한 역사적 관점이 학생들에게 전해지는 것 역시 문제가 있으므로, 교과서 속 수학사적 진술의 선택은 신중하게 이루어져야 한다.

정리의 명칭 검토의 당위성이 인정된다면 어떤 명칭이 적합한지에 대해서도 숙고해야 한다.[4] 이름은 정체성을 내포하고 있기 때문이다. 중국의 '구고 정리' 나 일본의 '삼평방 정리' 는 둘 다 정리의 대상 도형이나 세 개의 제곱수가 관련된다는 특성을 드러낸다는 점에서 객관적 이름이다. Gustafson [13]은 고대 그리스 수학과 중국 수학을 비교하면서 대등한 관점에서 피타고라스 정리가 아닌 '직각삼각형의 정리' 라고 칭하였다. 양 문명권에서 동시에 다루고 있는 수학 명제를 피타고라스 정리라고 부르는 순간, 서구 문명 중심의 편협성을 드러낸다는 사실을 저자는 의식한 것이다. 우리나라 수학의 역사를 고려하면 피타고라스 정리보다는 구고 정리 쪽으로 치우치는 것이 타당해 보인다. 구고 정리는 다루는 수학적 대상에서 비롯된 이름이므로 발견자가 누구인지에 대한 논쟁의 필요도 없고, 우리 전통산학의 정신을 보존한다는 의미에서 이점이 있다. 그러나 Nanda [32]가 각국의 우선권 주장을 멈추는 것이 정답이라고 했듯이, 피타고라스 정리라는 이름이 유럽중심사상의 산물인 것과 마찬가지로 인도의 술바수트라나 중국의 구고 정리의 강조 역시 자국의 우선권을 강조함에 있어 유럽중심주의와 다를 바 없을 것이다. 이에 구고라는 전통 수학의 옛 용어를 더 이상 사용하지 않고 그에 해당하는 현대적 명칭인 직각삼각형을 이용하여 오늘날 학교수학 속의 '피타고라스 정리' 대신 앞서 거론된 '직각삼각형의 정리' 를 제안한다.

학교수학의 용어는 현학성을 배제하고 [25] 규약성보다 함축성이 강해야 한다는 주장 [35]을 수용한다면 이 명칭은 의미 있어 보인다. 더욱이 외국인의 이름이 붙은 이 정리를 처음 접할 때 느끼는 학생들의 생소함 [14]까지 감안한다면 더욱 고려할 만하다. 이미 통용되고 있는 피타고라스 정리라는 명칭에 대해서는 수학사의 역사적 사실에 근거하여 서양 수학 중심의 명칭이라고 소개해주는 것으로 충분할 것이다.

4) 미국의 한 수학 교사는 본 연구와 같은 의도에서 정리의 명칭을 다시 짓기 위한 열린 설문을 실시하고 있다 (https://mathwithbaddrawings.com/2019/04/17/lets-rename-the-pythagorean-theorem/). 제안된 것으로 세 정사각형 정리, 바빌로니아 공식, 거리 정리, 정사각형의 합의 정리, 3 : 4 : 5 정리, 직각 정리, 빗변 정리 등이 있다.

3.2 학교수학에서 정리의 활용

수학 및 수학사에서 피타고라스 정리는 실생활 및 수학 연구의 기초를 이루었다는 점에서 매우 기본적인 기하적 성질이었다고 할 수 있다. 이 성질이 여러 고대 문명권에서 일찍부터 실제적 문제 해결을 위한 용도로 사용되었고, 논리성이 강한 그리스 수학에서도 Euclid의 원론 제1권의 최종 명제는 피타고라스 정리로 귀결된다는 점에서 이 정리가 수학의 발달에서 토대가 되었다는 사실을 반박하기 어렵다. 피타고라스 정리는 실생활 맥락에서 활용되었을 뿐만 아니라 기하 맥락에서 도형의 미지의 길이 구하기 및 그 밖의 다른 수학 주제의 도입을 위해 필요하였다. 기본적으로 유클리드 거리와 삼각비는 피타고라스 정리로부터 비롯된다. 피타고라스 정리는 직각삼각형에 국한되지 않고 일반적으로 수직 방향에 있는 두 지점 사이의 최단 경로인 유클리드 거리를 측정할 수 있도록 한다. 더욱이 이는 2차원 좌표계의 거리 공식을 넘어 모든 차원으로 확장 가능하고, 공간상의 거리뿐만 아니라 색상이나 유사도를 나타내기 위한 추상적 거리에도 사용된다.[5] 또한 가장 흔한 적용 사례 중 하나는 삼각비이다. 직각삼각형에서 변 사이의 비율을 의미하는 삼각비의 증명에는 피타고라스 정리가 자주 이용되며, 코사인 법칙은 피타고라스 정리의 일반화이다.

2015 개정 수학과 교육과정에서 피타고라스 정리와 관련한 변화는 3학년에서 2학년으로 지도 학년의 이동 외에 이전까지 다루었던 정리 활용의 삭제이다. 학년 이동에 대한 이유는 학년별 학습량의 적정화, 즉 3학년의 수학 시수가 적어 학습 부담이 크다는 것 [34]으로, 수학 본연의 이유라기보다 수업 환경적, 물리적 이유로 인한 변화인 한편, 활용의 삭제에 대한 이유는 찾을 수 없다. 그러나 이러한 변화로 인한 우려로서, 제곱근 학습 이전에 피타고라스 정리를 다루게 되므로 수의 범위가 제한되고 정리의 활용인 두 점 사이의 거리, 입체도형에의 응용에도 어려움이 있다는 제한점이 같은 보고서에서 제시되었다.

2015 개정 교육과정에서 삭제되기 직전 교육과정인 2009 개정 교육과정 [31]에서는 중학교 기하 영역에서 '피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있다' 에 이어 '피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다' 고 정리의 활용을 제시한다. 또한 고등학교 선택교육과정인 기초수학에서는 '피타고라스 정리와 삼각비' 가 3개의 내용 영역 중 하나로 중요하게 다루어지며 중학교와 유사한 두 개의 성취기준 사이에 '평면에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다' 가 포함되고 피타고라스 정리 다음의 내용 요소가 삼각비이다. 즉 2009 개정 교육과정에서 고려한 피타고라스 정리의 활용은 다양한 문제 해결, 평면에서 두 점 사이의 거리, 삼각비라고 할 수 있다.

한편 '피타고라스 정리를 활용한 문제해결' 에 대한 해석의 구체적인 결과는 교과서를 통해 확인할 수 있다. 2009 개정 교육과정기까지의 수학 교과서에서 피타고라스 정리 관련 내용을 4가지로 분류할 수 있다 [50]. 직각삼각형에서 미지의 한 변의 길이 구하기, 세 변의 길이를

5) https://betterexplained.com/articles/measure-any-distance-with-the-pythagorean-theorem/

알 때 직각삼각형 여부 판정하기, 평면도형 및 입체도형에서 대각선과 높이 구하기, 특수각 (30°, 45°, 60°)을 포함한 삼각비 구하기 등이다. 구체적인 교과서 사례 [26]에서, 평면의 직사각형과 정사각형의 대각선과 정삼각형의 높이 구하기, 입체의 직육면체와 정육면체의 대각선과 뿔의 높이 구하기를 다룬다. 삼각비 단원에서는 변의 길이를 구할 때 정리를 이용한다. 현행 교육과정에서 정리의 활용에 대한 명시적인 성취기준은 삭제되었지만, 실제 2015 개정 교과서에서는 직각삼각형에서 두 변이 주어질 때 나머지 변을 구하기, 세 변의 길이가 주어진 삼각형의 직각삼각형 여부 결정하기 정도를 다루고 있다 [19].

한편 미국 CCSSM [7]은 8학년 기하 영역에서 피타고라스 정리의 이해와 활용을 다룬다. 다음과 같은 3개의 성취기준인데, 첫째는 피타고라스 정리와 역에 대한 증명이고, 둘째와 셋째가 정리의 활용이다. 활용 측면은 직각삼각형에서 미지의 변의 길이 구하기와 좌표계에서 두 점 사이의 거리 구하기로 한정되어 있어 삼각비까지 연계되어 언급되지는 않는다.

[피타고라스 정리의 이해와 활용]

6. 피타고라스 정리와 그 역에 대한 증명을 설명하기

7. 실생활이나 2, 3차원 수학 문제에서 정리를 활용하여 직각삼각형의 미지의 변의 길이를 결정하기

8. 좌표계에서 두 점 사이의 거리를 구하기 위해 피타고라스 정리 활용하기 [7, p. 56]

중국은 8학년 하권 [38]에서 구고 정리를 학습한 후, 다양한 문제 상황을 다룬다. 직접 측정하지 못하는 거리 구하기, 날린 연의 높이 구하기, 수직선 위에 무리수의 위치를 표시하기를 비롯하여 구장산술의 문제를 인용하기도 한다. 9학년 하권 [39]에서는 삼각비를 다루는데, 동일 단원 내에 '직각삼각형의 풀이'를 한 절로 다루고 있다. 즉 직각삼각형에서 직각을 제외한 5개 요소의 관계를 이용하여 주어진 조건으로부터 미지의 것을 구하는 과정을 지칭하는데, 그때 이용해야 할 관계가 구고 정리와 삼각비이다. 그 관계를 적용하여 풀 수 있는 다양한 문제 상황을 담고 있다.

한편 싱가포르는 중학교 2학년, 3~4학년 기하에서 피타고라스 정리와 삼각법을 묶어서 다룬다. 구체적인 성취기준은 다음과 같다 [29].

[중2] G4. 피타고라스 정리와 삼각법

4.1 피타고라스 정리의 활용

4.2 세 변의 길이가 주어진 삼각형이 직각삼각형인지 결정 [31, p. 28]

[중3~4] G4. 피타고라스 정리와 삼각법

4.3 직각삼각형의 미지의 변과 각을 계산하기 위해 예각의 삼각비(사인, 코사인, 탄젠트) 활용

4.4 사인과 코사인을 둔각으로 확장

4.5 삼각형의 넓이 공식 $\frac{1}{2}ab\sin C$ 의 활용

4.6 임의의 삼각형에 대해 사인 법칙과 코사인 법칙의 활용

4.7 고도와 방위의 각과 관련된 문제를 포함하는 2, 3차원 문제 [29, p. 30]

싱가포르에서는 피타고라스 정리와 삼각법을 함께 다루면서 고도와 방위 등 실생활 문제 맥락을 교육과정에서 제시할 정도로 정리의 활용 측면이 매우 강조되어 있음을 확인할 수 있다. 이는 2015 개정 교육과정에서 닮음과 정리를 함께 다루어 닮음을 이용한 정리의 정당화가 있는 반면, 정리의 활용이 약한 전개와 대조적이다.

요컨대 우리나라 2015 개정 중학교 수학과 교육과정에서 피타고라스 정리의 활용이 삭제된 것과 대조적으로, 미국과 싱가포르의 교육과정에서는 정리의 활용을 비중 있게 다루고 중국 교과서에서는 수학사 속의 문제나 실생활 문제 등 피타고라스 정리의 다양한 활용 문제를 제공한다는 점에서 교육과정 개정시 논의의 여지가 있다.

4 결론 및 제언

본 연구에서는 피타고라스 정리라고 불리는 유명한 수학 정리와 관련하여 오늘날 우리나라 학교수학에서 다루어지는 정리의 명칭과 활용에 대해 수학사와 수학교육의 관점에서 비판적으로 고찰하였다. 수학사적 고찰을 통해 그 자취를 여러 고대 문명권에서 확인할 수 있었고 이는 정확한 시대순을 특정하기는 어렵지만 각 문명권에서의 독립적 발달 내지 적어도 Pythagoras 가 발견의 최초는 아니라는 사실을 함의한다. 오늘날 부여된 정리의 명칭의 배경에는 오랫동안 이어져 온 유럽중심의 학문과 사상이 있었다. Joseph는 유럽중심주의가 잘못된 관점이고, 이를 교육으로 확장하지 않도록 함으로써 편향되지 않은 역사적 관점이 일반적으로 반인종주의 교육에 가치 있을 뿐만 아니라 교실에서 수학적 활동의 질을 풍부하게 한다고 주장하였다. 특히 수학은 지리, 성, 인종 등에 제약 없이 다양한 수학적 전통에 대해 내적 논리를 갖춘 채 수렴해온 것으로 볼 수 있고 각 전통에서 학생들이 누려야 할 다양성이 있다는 관점이다 [2]. 우리나라의 수학 교사들은 다양한 민속수학을 접할 기회 없이 주로 유럽 중심의 학문적 수학을 중심으로 하는 학교수학 교육과정을 경험하기 때문에 그에 부합한 신념 체계를 형성하게 된다 [48]. 이는 단지 교사에 국한된 현상이 아니라 학습 주체인 학생에게도 마찬가지이다. 우리 전통 수학에서의 피타고라스 정리의 명칭은 구고술이다. 다수의 조선 산학서에서 구고현의 관계는 중요한 주제이자 문제 상황이었다. 정약용의 구고원류, 남병길의 유씨구고술요도해는 책의 제목에서 그 주제가 구고임을 드러내며, 조의순의 산학습유에는 구고보유라는 절이 포함되는 한편, 경선징의 묵사집산법, 홍정하의 구일집 등에는 고차식을 세우는 문제 상황으로서 다양한 구고 문제가 다루어진다. 그러나 서양 수학이 주도하는 학교수학에서 우리의 전통

수학을 경험할 기회가 없었고, 따라서 피타고라스라는 이름과 달리 구고술을 들어본 사람은 많지 않을 것이다.

국가 차원의 교육과정체제인 우리나라에서 교육과정 상 수학 용어를 명확히 정하는 것은 매우 중요하다. 이후 학교수학의 모든 영역에서 그 용어를 따를 것이며 이는 고등 수학까지 이어지기 때문이다 [17]. 제7차 수학과 교육과정부터 성취기준 내에 '용어와 기호' 를 별도로 마련한 것은 그러한 맥락일 것이며, 따라서 수학과 교육과정 개정시 성취기준의 선정뿐만 아니라 수학 용어, 수학 정리 명칭 등에 대한 검토가 필요하다. 이에 학교수학에서 피타고라스 정리를 대신할 명칭으로 '직각삼각형의 정리' 를 제안하였다. 우리 전통 수학을 고려한다면 구고 정리가 연상되지만 유럽중심주의와 같은 특정 문명권의 편협성으로 인한 현상을 반복하지 않는 명칭이 바람직하다. 변화에 대한 어색함은 순간의 문제이다. 익숙해지기까지 그리 오래 걸리지 않을 것을 일제의 잔재인 '국민학교' 를 '초등학교' 로 바꿀 때, '산수' 를 '수학' 으로 바꿀 때 우리는 이미 체험한 바 있다.

한편 정리의 활용면에서 본다면 여러 문명권에서 필요에 의한 정리의 출발을 보여주며 정리 자체에 대한 이해도 중요하지만, 정리의 활용이 정리의 이해를 위해 유의미하고 이후 수학 학습에서 필수라는 사실을 수학사적 고찰을 통해 확인하였다. 수학교육적 관점에서 다양한 활용 개념과 문제를 수학사의 여러 문헌 및 중국 교과서에서 찾아볼 수 있었고, 그 중요성을 싱가포르의 교육과정을 통해 확인하였다. 이에 우리나라 교육과정에서 정리의 활용을 약화하거나 삭제하는 방향은 정리의 이해 및 관련되는 다른 수학 개념의 이해를 저해할 우려가 있고 교과 융합적 접근에도 적합하지 않다. 정리 학습 후 다양한 활용 문제를 통해 정리에 대한 이해를 견고히 할 뿐만 아니라, 나아가 Wittman [52]은 정리 학습의 출발점으로서 문제 상황을 활용할 것을 제안하였다. 이에 피타고라스 정리의 발견 및 설명을 이끌 수 있는 적절한 문제 상황으로 두 가지 사례를 제안하는데, Clairaut의 문제와 직사각형의 대각선 문제이다. 전자는 두 정사각형의 합을 넓이로 하는 정사각형을 구하는 문제이고, 후자는 두 변이 주어진 직사각형의 대각선 측정 및 계산 방법으로부터 정리를 도출하는 문제이다. 이와 같은 방식으로 정리의 활용은 약화나 별도의 취급이 아니라 정리를 도입하고 이해하는 맥락에서 통합적으로 접근되어야 할 것이다.

References

1. S. D. A. Aish, A Greek mathematical papyrus from the Cairo Museum, *Archiv für Papyrusforschung und Verwandte Gebiete* 62(1) (2016), 43–56.
2. S. E. Anderson, Worldmath curriculum: Fighting Eurocentrism in mathematics, *The Journal of Negro Education* 59(3) (1990), 348–359.
3. Chinese Bookstore, *Zhou bi suan jing*, Shanghai: Chinese Bookstore. 中華書局, 周髀算經, 上海: 中華書局.

4. CHUNG D. K., A great legacy-Pythagorean theorem, *Annual Report of Science and Mathematics* 10 (1994), 41–51. 정동권, 위대한 유산 피타고라스 정리. 과학수학교육연보 10 (1994), 41–51.
5. CHUNG E. T., *New education middle school mathematics II*, Seoul: Minjoong, 1952. 정의택, 신교육 중등수학 II. 서울: 민중서관, 1952.
6. A. C. CLAIRAUT, *Elémens de géométrie*, Gauthier-Billars et Cle, Editeurs, 1741/1920. (translated by CHANG, H. 2018). 장혜원(역), 클레로 기하학원론, 서울: 지오아카데미, 2018.
7. Common Core State Standards Initiative, *Common core state standards for mathematics*, 2010.
8. C. CULLEN, *Astronomy and mathematics in ancient China: the Zhou bi suan jing*, Cambridge university press, 1996.
9. J. W. DAUBEN, Chinese mathematics, In V. J. Katz(Ed.) *The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam – a sourcebook*, (pp. 187–384). Princeton: Princeton University Press, 2007.
10. Encyclopedia, "The Mathematics of Ancient Egypt." Complete dictionary of scientific biography, Retrieved in August 16, 2021 from Encyclopedia.com: https://www.encyclopedia.com/science/dictionaries-thesauruses-pictures-and\-press-releases/mathematics-ancient-egypt.
11. D. FOWLER, E. ROBSON, Square root approximations in old Babylonian mathematics: YBC 7289 in context, *Historia Mathematica* 25(4) (1998), 366–378.
12. S. GUO, *Jiuzhang Suanshu*, Shanghai publication, 2007. 郭书春 释注, 九章算術 释注, 上海古籍出版社, 2007.
13. R. GUSTAFSON, Was Pythagoras Chinese—revisiting an old debate, *The Mathematics Enthusiast* 9(1) (2012), 207–220.
14. HAN D. H., A study on the rediscovery of the Pythagorean theorem, *School Mathematics* 4(3) (2002), 401–413. 한대희, 피타고라스 정리와 증명의 발견 과정 재구성, 학교수학 4(3) (2002), 401–413.
15. T. L. HEATH, *The thirteen books of Euclid's Elements*, vol. I. Cambridge university press, 1908.
16. T. L. HEATH, *A history of Greek mathematics*, vol 1. Oxford university press, 1921.
17. HER M., A note for improving mathematical terms in Korea, *Communications of Mathematical Education* 27(4) (2013), 391–406. 허민, 수학 용어의 개선 방향에 대한 소고, 수학교육논문집 27(4) (2013), 391–406.
18. H. D. HIRSCHY, The Pythagorean theorem, In NCTM (Ed.), *Historical topics for the mathematics classroom* (pp. 215–218), Reston: NCTM, 1969.
19. HWANG S. W., et al. *Middle school mathematics 2*, Seoul: MiraeN, 2019. 황선욱 외, 중학교 수학 2, 서울: 미래엔, 2019.
20. N. ICHIMATSU, *Middle school mathematics grade 3*, School Books Co., 2014. 一松 信 外 30, 中学校數学3, 学校図書株式會社, 2014.
21. A. IMHAUSEN, Ancient Egyptian mathematics: New perspectives on old sources, *The Mathematical Intelligencer* 28 (2006), 19–27.
22. A. IMHAUSEN, Egyptian mathematics, In V. J. Katz(Ed.) *The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam – a sourcebook*, (pp. 7–56), Princeton: Princeton University Press, 2007.

23. G. G. Joseph, Foundations of Eurocentrism in mathematics, *Race & Class* 28(3) (1987), 13–28.
24. C. W. Keung, *Discovering mathematics 2B*, Singapore: Star Publishing, 2014.
25. Kim Y. S., Park K. S., Rethinking about terminology in school mathematics, *Proceedings of 1994 Conference of the Mathematics Education* 4(2) (1994), 1–10. 김연식, 박교식, 우리나라의 학교 수학 용어의 재검토, 대한수학교육학회 논문집 4(2) (1994), 1–10.
26. Lee K. et al, *Middle school mathematics 3*, Seoul: MiraeN, 2019. 이강섭 외, 중학교 수학 3, 서울: 미래엔, 2019.
27. E. S. Loomis, *The Pythagorean proposition*, Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1968.
28. J. C. Martzloff, *A history of Chinese mathematics*, Germany: Springer, 1997.
29. Ministry of education, *Mathematics syllabuses—secondary one to four: express course, normal (academic) course*, Singapore: Curriculum Planning and Development Division, 2019.
30. Ministry of education, *Mathematics curriculum standards* (1946∼1997), Seoul: Seonmyoung publication, 2000. 교육부, 초중고등학교 수학과 교육과정 기준 (1946∼1997), 서울: 선명인쇄(주), 2000.
31. Ministry of education, science, and technology, *Mathematics curriculum*, 2011–361, Separate book 8, 2007. 교육과학기술부, 수학과 교육과정, 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8], 2007.
32. M. Nanda, Who discovered the Pythagorean theorem? Science in saffron: Skeptical essays on history of science, Gurgaon, India: Three Essays Collective, 2016.
33. J. Needham, *Science and civilisation in China*, Cambridge university press, 1959.
34. Park K. M., et al., *The 2015 revised mathematics curriculum development study II*, Research report of ministry of education, BD 15120005, 2015. 박경미 외, 2015 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구 II, 교육부 연구보고서, BD 15120005, 2015.
35. Park K. S., A semantic investigation on high school mathematics terms in Korea - centered on terms of Chinese characters, *Journal of Educational Research in Mathematics* 13(3) (2003), 227–246. 박교식, 고등학교 수학 용어에 대한 의미론적 탐색: 한자 용어를 중심으로, 수학교육학연구 13(3) (2003), 227–246.
36. Park K. S., A study on characteristics of actual state of school mathematics terms in North Korea, *School Mathematics* 7(1) (2005), 1–15. 박교식, 북한의 학교수학 용어의 현상적 특징에 관한 연구, 학교수학 7(1) (2005), 1–15.
37. Park M. H., Comparative study on teaching of Pythagorean theorem in South and North Korea, *School Mathematics* 4(2) (2002), 223–236. 박문환, 피타고라스 정리의 지도에 대한 남북한 비교, 학교수학 4(2) (2002), 223–236.
38. People's Education Press Research Institute, *Mathematics grade 8*, Beijing: People's Education Press, 2017. 人民教育出版社 課程教材研究所, 數學 八年級 下册, 北京: 人民教育出版社, 2017.
39. People's Education Press Research Institute, *Mathematics grade 9*, Beijing: People's Education Press, 2017. 人民教育出版社 課程教材研究所, 數學 九年級 下册, 北京: 人民教育出版社, 2017.
40. K. Plofker, Mathematics in India, In V. J. Katz(Ed.), *The mathematics of Egypt, Mesopotamia,*

China, India, and Islam – a sourcebook, (pp. 385–514). Princeton: Princeton University Press, 2007.

41. B. RATNER, Pythagoras: Everyone knows his famous theorem, but not who discovered it 1000 years before him, *Journal of Targeting, Measurement and Analysis for Marketing* 17(3) (2009), 229–242.
42. E. ROBSON, Mesopotamian mathematics, In V. J. Katz(Ed.), *The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam – a sourcebook*, (pp. 57–186), Princeton: Princeton University Press, 2007.
43. R. ROY, Babylonian Pythagoras' theorem, the early history of zero and a polemic on the study of the history of science, *Resonance* January (2003), 30–40.
44. T. SAWADA, *Middle school mathematics grade 3*, Educational Publishing Co., 2014. 澤田利夫 外 23, 中学數学3, 教育出版株式會社, 2014.
45. A. SEIDENBERG, On the volume of a sphere, *Archive for History of Exact Sciences* 39(2) (1988), 97–119.
46. K. SHIGEMATSU, *Middle school mathematics grade 3*, Nippon Bunshi Publishing Co., 2014. 重松敬一 外 24, 中学數学3, 日本文教出版株式會社, 2014.
47. K. SOMA, *Worlds of mathematics, grade 3* Dainippon Book Co., 2014. 相馬一彦 外 17, 數学の世界 3年, 大日本図書株式會社, 2014.
48. SONG R., JU M., Development research of multicultural mathematics teacher education model: Exploring preliminary model based on situational analysis, *The Journal of Educational Research in Mathematics* 24(2) (2014), 227–251. 송륜진, 주미경, 다문화수학교사교육모델 개발연구: 수학교육 현장 상황분석 기반 예비모델 탐색, 수학교육학연구, 24(2) (2014), 227–251.
49. J. STEDALL, *Mathematics emerging: a sourcebook 1540–1900*, NY: Oxford university press, 2008.
50. SUH B. E., A study on reorganization of 'Pythagorean theorem' in school mathematics, *The Mathematical Education* 57(2) (2018), 93–110. 서보억. 학교수학에서 '피타고라스정리' 관련 내용의 재구조화 연구, 韓國數學教育學會誌시리즈A<數學教育> 57(2) (2018), 93–110.
51. F. J. SWETZ, Trigonometry comes out of the shadows, In F. Swetz et al. (Eds.), *Learn from the masters*, The mathematical association of America, (pp. 57–71), 1995.
52. E. C. WITTMANN, *Connecting mathematics and mathematics education*, Cham: Springer, 2020.