

수중 내 발포성 정제로부터 생성된 미세기포 특성에 관한 실험적 연구

명재원*[#] · 맹주영**[#] · 김영준** · 조경민* · 이웅희*** · 김성호*** · 박영철**** · 손영구** · 신원규[†]

Experimental Study on the Characteristics of Microbubbles Generated by an Effervescent Tablet in Water

Jaewon Myeong^{*[#]}, Juyoung Maeng^{**[#]}, Young Jun Kim^{**}, Kyungmin Cho^{*}, Woonghee Lee^{***},
Sungho Kim^{***}, Youngchul Park^{****}, Youngku Sohn^{**} and Weon Gyu Shin[†]

Abstract Effervescent tablets generate gas bubbles when chemical reaction occurs between water and tablets. Most of previous studies have been focused on pharmaceutical characteristics of tablets. However, for their applications in disinfectants, cleaners, and pesticides, physical characteristics of bubbles released from the effervescent tablets when they are in water are important. In this study, we experimentally investigated the characteristics of microbubbles generated by an effervescent tablet made of sodium bicarbonate and tartaric acid using PDPA and high-speed camera. Microbubbles were generated using different weights of effervescent tablet as well as in different water temperature. The experimental study shows increase in reaction time, bubble concentration and rise velocity as the weight of effervescent tablet increases from 1 to 20 g. The decrease in average bubble diameter was observed when the temperature of water increased from 25 to 45 °C. Further, reaction time varies inversely with increase in water temperature, while bubble rise velocity is directly proportional to increase in water temperature. Effervescent table continuously generates the bubble with approximately constant diameter (235 μm) in the water. However, bubble concentration and bubble rise velocity decreased over time.

Key Words : Effervescent Tablet(발포성 정제), Microbubble(미세 기포), Phase Doppler Particle Analyzer(위상 도플러 입자 분석기)

[†] Department of Mechanical Engineering,
Chungnam National University, Professor
E-mail: wgshin@cnu.ac.kr

* Department of Mechanical Engineering, Chungnam
National University, Graduate Student,
Daejeon 34134, Korea

** Department of Chemistry, Chungnam National
University, Daejeon 34134, Korea

*** Department of Energetic Materials &
Pyrotechnics, Hanwha Corporation Defense
R&D Center, Daejeon 34101, Korea

**** Agency for Defense Development, P.O. BOX 3,
Daejeon 34186, Korea

[#] These authors contributed equally to this work.

1. 서론

기포는 높은 에너지 효율과 질량 열전달률을 갖고 있어 공동 현상, 생물 반응, 수처리, 석탄 액화와 같은 여러 산업 분야에서 사용된다.⁽¹⁾ 기포를 산업에서 사용하는 목적에 따라 기포를 발생시키는 방법이 달라진다. 오리피스(orifice), 스파저(sparger), 모세관 등을 통한 기체 주입⁽²⁻⁴⁾, 열로 인한 상변화로 수증기가 생성되는 비등⁽⁵⁾, 전기분해를 통해 수소나 산소 기포를 생산하는 전기화학 반응⁽⁶⁾, 화학 반응⁽⁷⁻⁹⁾ 등 기포를 발생시키는 다양한 방법이 있다. 화학 반응을 이용한 방법은 물과 반응하여 기포를 생성하는 화합물을 사용하며 이런 화합물을 발포성 물질로 통칭한다.⁽⁷⁻⁹⁾

발포성 물질은 주로 약물 복용 용도로 사용되어 왔다. 물에 쉽게 용해되어 복용이 편리하고 약물의 빠른 체내 흡착이 가능하다는 점에서 유용하다.⁽⁷⁾ 근래에는 살균, 세정, 살충 등 접차 사용 범위가 넓어지고 있다. 기포의 크기가 작아질수록 비표면적은 커지며, 물질 전달 효율과 과열에너지가 증가하므로⁽¹⁾ 미세기포를 발생시키는 발포성 물질은 이러한 응용에 효과적이다. 또한 기포 발생을 위해 별도의 기계장치가 필요하지 않다는 장점이 있다.

발포성 물질은 조성, 흡습성, 체외 용해성, 체내 전달성 등 약학적인 측면에서 주로 연구되었다.⁽⁷⁾ Desai 등⁽⁸⁾은 약제가 물에 용해되는 과정을 현미경으로 분석하였다. 발포성 정제는 기포 발생으로 인해 물을 떨어뜨렸을 때 일반 약물보다 빠르게 퍼지며 녹는 것을 관측했으며 발포성 정제의 높은 용해성, 흡습성을 가시화를 통해 밝혀냈다. Voelker와 Hammer⁽⁹⁾는 아스피린 분말, 정제, 발포성 정제의 체외 용해성 및 체내 흡착성에 대해 연구하였다. 반면, 발포성 물질에서 발생하는 기포의 물리적 거동 특성에 대해서는 거의 연구되지 않았다. 발포성 정제가 용해됨에 따라 발생한 기포들이 용액에 잔류하여 약물 복용에 영향을 미칠 수 있다. 또한, 세정, 살충 등으로 사용 시 지속적인 기포 발생과 기포 특성이 중요하므로 발포성 정제에서 발생하는 기포 크기나 속도 특성에 대한 연구가 필요하다.

본 연구에서는 위상 도플러 입자 관측기(phase

doppler particle analyzer, PDPA) 시스템으로 발포성 정제에서 발생하는 기포를 측정하고 고속 촬영 기법(High-speed video imaging)을 통해 가시화하였다. PDPA와 고속 촬영 기법은 비관입식(non-intrusive) 측정 방법으로 유동에 간섭을 일으키지 않는다는 장점이 있다.^(10,11) PDPA는 레이저를 사용하여 입자 및 기포를 측정하는 장치로 정확도가 높아 기포 측정에 적합하다. PDPA의 속도 측정 원리는 광원으로부터 상대적인 운동을 하는 입자에서 반사되어 오는 빛의 주파수가 물체의 속도에 비례하여 달라진다는 도플러 효과를 이용한다. 크기 측정 원리는 여러 개의 채널에서 나오는 동일한 주파수의 위상 차이와 산란 강도(scattering intensity)를 입자 크기로 환산하는 방식이다.⁽¹²⁻¹⁴⁾ 다공성 관으로부터 발생된 기포 기동⁽¹²⁾이나 난류 워터 젯(water jet)에서 공기 주입으로 인한 기포군⁽¹³⁾, 초음파 가진으로 인한 공동현상(cavitation)⁽¹⁴⁾ 등 다양한 기포 관련 연구에서 사용되었다. 고속 촬영 기법은 발생된 기포의 유동 현상을 시각적으로 가시화할 수 있고 유동장의 전체적인 정성적 특성을 파악할 수 있다. 이 방법은 비산란(non-scattering) 방식으로 LED와 같은 광원을 카메라 시스템에 조사하여 사용한다. 피사계 심도(depth of field) 설정은 유동 내에서 2차원 평면을 영상화 하기 위해 사용되며, 밝은 배경에 투사되는 기포의 그림자를 추적하여, 기포의 크기와 속도를 측정할 수 있다.⁽¹⁵⁾

본 연구에서는 탄산수소나트륨과 타르타르산을 혼합하여 발포성 정제를 제작하고, 발포성 정제의 발포 특성(반응 시간과 반응 기포의 크기, 상승 속도)을 측정하였다. 발포성 정제의 중량과 수온, 측정 높이에 따라 발포 특성의 변화를 분석하였다. 또한, PDPA로 측정된 기포 크기와 가시화를 통해 측정된 기포 크기를 비교하여 측정 방법에 따른 차이 유무를 분석하였다.

2. 실험 방법

2.1 발포성 정제 제조

발포성 물질은 기본적으로 탄산수소나트륨과 유기산으로 구성된다. 이때 유기산은 구연산, 타르

타르산, 말산, 아디프산 등을 사용하며⁷⁾ 본 연구에서는 타르타르산을 사용하였다. 먼저 타르타르산(L(+)-tartaric acid, 99.5%, Samchun Chem.)과 탄산수소나트륨(Sodium bicarbonate, 99.0%, Samchun Chem.)를 몰비 1 : 2로 혼합하였다. 식(1)은 발포성 물질의 물과의 반응식을 나타내며, 이론적인 기포 발생총량은 1 g당 이산화탄소 1.66×10^{-3} mol이다.



혼합 분말을 바로 압축 성형하면 타르타르산의 결정 크기가 커서 정제가 쉽게 부서지는 단점이 있어 볼 밀 분쇄를 통해 미세 분말을 제조하였다. 1회 볼 밀 작업 당 혼합 분말 200 g을 600 rpm 속도로 2시간 동안 분쇄하였다. 분쇄된 분말을 내부 지름 10, 20, 30 mm 직경의 스테인레스 스틸 제조 틀에 넣고 10분 동안 300 bar로 압축 성형하였다. 그 후 제조 틀을 분리하여 최종 성형된 발포성 정제를 사용하였다.

제작된 정제는 Fig 1과 같이 1, 10, 20g의 지름 10, 20, 30 mm를 갖는 펠릿(pellet)형이다. Table 1은 발포성 정제의 상세 스펙이다.

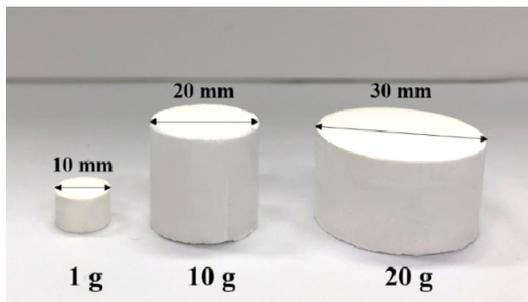


Fig. 1. Manufactured effervescent tablets.

Table 1. Properties of effervescent tablets.

질량	직경	높이	비표면적	이론적 기포발생량
1	10	7	377	0.131
10	20	20	189	1.312
20	30	17	151	2.624

2.2 PDPA 실험

Fig 2는 PDPA와 고속 촬영 기법을 사용한 기포 측정 실험 도식도이다. PDPA의 레이저는 561 nm의 파장을 가지며 레이저 수신기(transmitter)와 송신기(receiver) 렌즈의 초점 거리(focal length)는 각각 750 mm, 500 mm이다. 레이저 수신기와 송신기의 광학 각도(optic angle)는 63도로 설정하였으며 이때 0.5~350 μm 직경의 기포 측정 범위를 갖는다. Table 2는 실험 조건을 나타낸다. 광학적 왜곡을 최소화하기 위해 가로 0.5 m, 세로 0.5 m, 높이 1.3 m의 직육면체 수조를 사용하였다. 수조에 수돗물을 1 m까지 채운 뒤 1개의 발포성 정제를 수조 정중앙에 떨어뜨려 기포를 측정하였다. 발포성 정제의 비표면적에 따른 영향을 관측하기 위하여 수온 25 °C에서 1, 10, 20 g의 발포성 정제에서 발생하는 기포를 측정하였다. 수온이 발포 특성에 미치는 영향을 측정하기 위하여 기포발생량이 가장 많은 20 g 정제를 사용해 25, 35, 45 °C의 수온을 변화시켜가며 실험을 수행하였다. 마지막으로 발포성 정제로부터의 높이(15, 40, 65 cm)에 따른 기포 특성 변화를 관찰하였다. 모든 실험에서 PDPA 측정과 동시에 반응 시간이 얼마나 지속되는지 측정하여 비표면적과 수온이 반응 시간에 미치는 영향을 분석하였다.

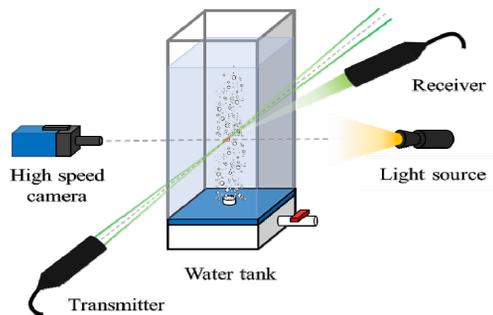


Fig. 2. Schematic of the experimental setup.

Table 2. Experimental conditions.

Types of liquid	DI water
Water temperature	25, 35, 45 °C
Weight of effervescent tablet	1, 10, 20 g
Measurement height	15, 40, 65 cm

2.3 가시화 실험

가시화 실험은 PDPA 실험과 동시에 수행되었다. 수조의 한쪽 벽에서 LED 광원을 비추고, 조명과 마주보는 방향에 초고속 카메라(pco.dimax HS1., PCO Image., Germany)를 설치하였다. 초고속 카메라에는 DSLR 렌즈 (SIGMA 24-70 mm f/2.8 EX DG, SIGMA Co., Japan)를 장착하였으며, 관측 시야(field of view)는 1000×1000 화소(pixel)다. 가시화한 기포의 크기를 측정하기 위해 ImageJ 소프트웨어를 이용하였다.^(16,17) 촬영한 영상에서 화소 당 나타내는 실제 거리를 계산하기 위하여 USAF test target 1951을 사용해 공간 보정(spatial calibration)을 하였으며 이때 해상도는 16.67 μm/pixel이다. 그 다음 원본 영상을 8-bit 회색조 영상으로 변환하고, “threshold” 기능을 통해 측정된 기포의 외곽선이 명확하게 드러날 수 있도록 이진화 영상으로 변환하였다. 이때, 카메라 초점 영역에 들어와 있지 않은 기포는 정확한 크기 계산이 불가능하기 때문에 이진화 처리를 통해서 기포 크기 분석에서 제외하였다. 다음으로 “find edge” 기능을 통해 각각의 CO₂기포의 경계를 포함하는 영상을 얻는다. 마지막으로 “analyze particle” 기능을 통해 각 기포의 경계 내부 면적을 계산한다.⁽¹⁸⁾ 크기 측정의 불확실성은 공간 보정에서 ± 0.7%, 영상 처리에서 ± 3.2%로 추정된다. 등가 직경은 측정된 기포 면적을 통해 식(2)로 계산된다.

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \quad (2)$$

여기서 d는 기포의 등가 직경, A는 ImageJ 소프트웨어에서 측정된 개별 기포의 면적을 나타낸다.

3. 실험 결과 및 분석

3.1기포 형상

Clift 등⁽¹⁹⁾은 기포와 관련된 무차원수인 에트브스 수(Eötvös number, Eo)와 레이놀즈 수(Reynolds number, Re)에 따른 기포 형상을 다양한 형태로 분류하고 bubble flow regime map을 제시하였다. Eo와 Re는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$E_0 = \frac{gd^2(\rho_l - \rho_g)}{\sigma} \quad (2)$$

$$Re = \frac{\rho_l v_d}{\mu_l} \quad (2)$$

여기서 g, d, ρ_l, ρ_g, σ, V, μ_l 각각 중력 가속도, 기포의 등가 직경, 액체의 밀도, 기체의 밀도, 액체의 표면장력, 기포의 상승 속도, 액체의 점성을 나타낸다. 본 연구에서 발생하는 기포의 경우 Eo와 Re의 크기는 각각 0.06~0.09와 30~60범위에 있기 때문에 기포가 구형으로 나타난 것을 확인하였다.

Table 3은 비표면적에 따른 반응 시간과 기포 평균 등가 직경, 평균 상승 속도, 평균 개수 농도를 나타낸다. 반응 시간은 비표면적이 작아질수록 점차 증가했다. 비표면적이 가장 작은 20 g 정제가 반응물의 양이 가장 많기 때문에 더 오래 반응하였다. 평균 등가 직경은 비표면적에 따른 차이가 거의 없으나, 상승 속도는 비표면적이 가장 작고 질량이 가장 큰 20 g 발포성 정제에서 가장 크게 나타났다. 발포성 정제는 같은 조성의 물질로 동일한 시간과 압력을 사용하였기 때문에 비표면적에

Table 3. Reaction time, average equivalent diameter, rise velocity and bubble number concentration according to the specific surface area.

질량 (g)	비표면적 (mm ² /g)	반응 시간 (sec)	등가직경 (μm)	상승 속도 (m/s)	개수 농도 (#/cc)
1	377	733.60 ± 42.63	238.5 ± 11.2	0.139 ± 0.006	13158.47
10	189	818.17 ± 30.30	232.9 ± 6.7	0.155 ± 0.009	58076.26
20	151	933.78 ± 77.24	233.5 ± 11.2	0.187 ± 0.028	76453.32

상관없이 비교적 일정한 크기의 기포를 생성하였다. 질량 증가에 따라 기포 개수 농도는 커졌으며 상승 속도도 비례적으로 변화하였다. 1 g 정제에 비해 10 g 정제는 약 4.0 배, 20 g 정제는 약 5.8 배의 농도가 나타났다.

Fig 3 (a)는 20 g 정제의 반응 시간을 수온에 따라 측정한 결과이다. 수온이 높아질수록 분자 운동이 활발해져 화학반응이 빨라지게 된다. 25 °C에서 933.8 ± 77.2 초, 35 °C에서 424.6 ± 68.6 초, 45 °C에서 200.6 ± 9.3 초로 수온이 증가함에 따라 반응 시간이 현저하게 감소하였다. Fig 3 (b)는 수온에 따른 기포 평균 등가 직경과 평균 상승 속도를 나타냈다. 수온이 높아질수록 표면장력이 감소하고 기체의 밀도가 증가하여 기포 크기가 감소한다.⁽²⁰⁾ 일반적으로 기포는 크기가 커질수록 상승 속도가 커지는 상관관계를 가진다고 알려져 있다.⁽¹⁹⁾ 그러나, Leifer 등⁽²¹⁾의 연구에 따르면 직경 1 mm 이상의 기포는 수온이 증가할수록 상승 속도가 작아지나 직경 700 μm 이하의 기포는 온도가 증가할수록

상승 속도가 커진다. 따라서, 본 연구에서 측정된 기포는 700 μm 이하의 크기를 가지므로 수온이 증가할수록 기포 상승 속도가 커졌으며 Leifer 등의 연구결과와 동일한 경향을 나타냈다.

Fig 4는 수온 25 °C에서 20 g정제를 바닥면으로부터 15, 40, 65 cm 높이에서 각각 시간에 따라 측정한 결과이다. 반응 시간 550초 이상부터는 기포의 농도가 100/cc 이하로 상당히 작아지기 때문에 측정되는 데이터가 충분하지 않았다. 또한 발포성 정제로부터 높이 떨어져 있을수록 기포가 수조 내에 넓게 분산되므로 레이저 측정 위치를 지나는

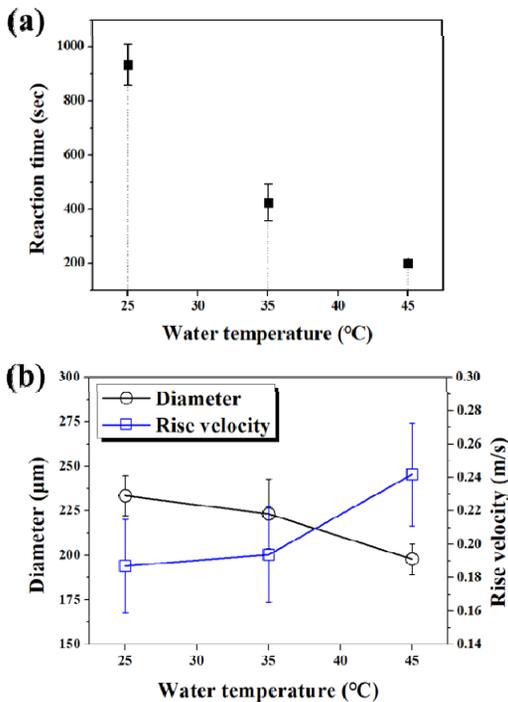


Fig. 3. Effervescence characteristics according to the water temperature. (a) Reaction time; (b) average equivalent diameter and rise velocity.

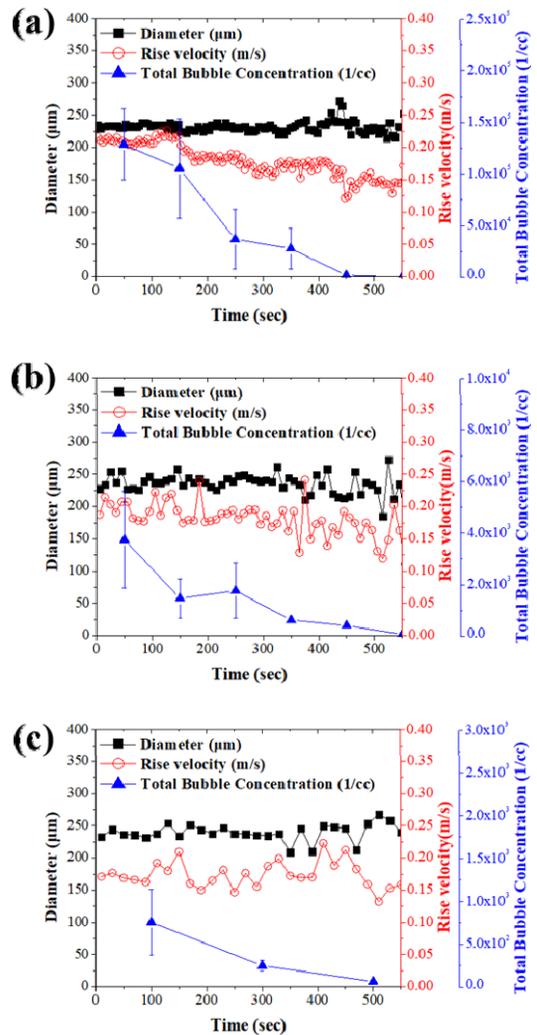


Fig. 4. CO₂ bubbles generated by tablet according to reaction time. (a) 15 cm; (b) 40 cm; (c) 65 cm.

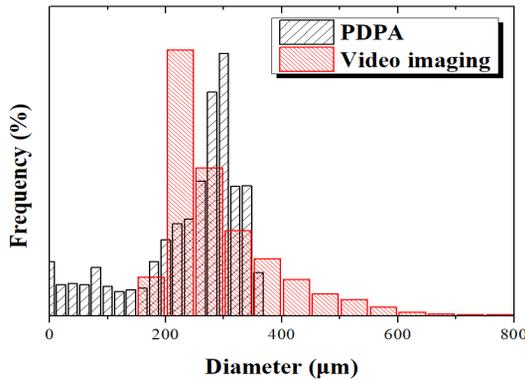


Fig. 5. Comparison with PDPA and video imaging measurement of bubble size distribution on a weight of 20 g and a measurement height of 15 cm.

기포의 양이 적어져 데이터가 다소 일정하지 않게 나타난다. 기포의 평균 등가 직경은 15, 40, 65 cm에서 각각 231.9 ± 28.7 , 238.8 ± 25.7 , 237.7 ± 46.7 μm 로 높이에 따른 크기 변화는 미미했다. 기포의 평균 상승 속도는 15, 40, 65 cm에서 0.18 ± 0.04 , 0.17 ± 0.04 , 0.16 ± 0.05 m/s로 측정 지점이 높아질수록 기포의 분산으로 인해 기포 농도가 감소하여 점차 작아졌다. 시간이 경과할수록 기포의 크기는 큰 변화 없이 일정하게 유지되었다. 15 cm 높이에서는 시간이 지날수록 급격하게 농도가 감소하며 농도 변화로 인하여 상승 속도가 작아졌다.

Fig 5는 수온 25 °C에서 20 g 정제를 PDPA와 가시화 영상을 통해 측정한 기포 크기 분포이다. PDPA의 현 설정으로는 350 μm 크기 이상의 기포를 측정하는데 한계가 있기 때문에 가시화 기법으로 큰 기포를 관측하였다. 관측 시야가 넓은 DSLR 용 렌즈를 사용하였기 때문에 한 화면에 포착되는 기포 수가 많고 넓은 크기 범위의 기포 측정이 가능하다. 그러나 해상도의 제한으로 한 화소당 해상도가 낮아 직경이 100 μm 이하인 작은 기포의 측정이 불가능하거나 신뢰도가 낮다. 공통적으로 측정 가능한 구간인 100~350 μm 에서 PDPA와 가시화 영상을 통해 측정한 평균 등가 직경은 각각 273.6, 253.4 μm 이며 표준편차는 55.7, 42.6 μm 로 약 7.8%의 차이가 있었다. Tassin 등⁽¹¹⁾의 연구에 따르면 측정 기법에 따라 측정된 기포의 개수나 측정 면적 등이 달라지므로 차이가 생기며 PDPA

와 가시화 영상의 크기 분석 결과는 최대 7%의 차이로 본 결과와 유사했다. PDPA로 측정된 기포의 개수는 약 65,000개이며 영상으로부터 측정된 기포의 개수는 약 14,000개로 측정된 기포의 개수가 다르다. 또한 PDPA는 레이저가 교차하는 한 지점만 측정하지만 영상은 관측 시야가 더 넓고 영상 처리 시 초점이 맞은 기포만 측정하므로 차이가 발생할 수 있다. 두 측정 결과 모두 250~300 μm 사이에서 높은 빈도수를 나타냈으며 영상 측정 결과를 통해 전체적인 기포 크기 분포를 파악하였다.

4. 결론

본 연구에서는 탄산수소나트륨과 타르타르산을 혼합하여 발포성 정제를 제작하고 발포 특성에 대하여 실험적인 연구를 수행하였다. 발포 특성(반응 시간과 반응 기포의 크기, 상승 속도)을 측정하고, 발포성 정제의 질량과 수온, 측정 높이에 따른 발포 특성의 차이를 분석하였다.

1. 질량이 커질수록 반응물이 많아짐에 따라 반응 시간이 증가하였다. 같은 조성을 사용하였기 때문에 일정한 크기의 기포가 발생되었으며, 질량이 커질수록 기포 농도가 커짐에 따라 상승 속도도 점차 커지는 경향성을 보였다.

2. 수온이 높아질수록 화학 반응이 활발해지며 물에 더 빨리 용해되었다. 또한, 수온이 높아짐에 따라 표면장력이 감소하고 기체 밀도가 증가하기 때문에 기포 크기가 작아졌으며, 상승 속도는 커지는 경향이 나타났다. 이러한 경향성은 기존 수온에 대한 기포 연구 결과와 같은 경향성을 나타냈다.

3. 모든 측정 높이에서 기포의 직경은 비슷하였으며 반응 시간에 따라서도 일정한 크기로 나타났다. 측정 높이가 높아질수록 기포 농도는 급격히 감소하였으며 농도 변화의 영향으로 인해 기포의 상승 속도 또한 작아지는 것으로 관찰되었다.

4. PDPA 시스템과 가시화 영상을 통한 기포 크기 측정 결과 공통적으로 측정 가능한 100~350 μm 에서 약 7.8%의 차이가 있었다. PDPA 시스템의 현 설정으로는 350 μm 보다 큰 기포의 측정이 불가능하다는 한계가 있었으나 가시화 영상 측정 결과를 통해 전반적인 기포 크기 분포를 파악할 수 있었다.

후 기

본 연구는 (주)한화와 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

REFERENCE

- 1) Temesgen, T., Bui, T. T., Han, M., Kim, T. I. and Park, H., 2017, "Micro and nanobubble technologies as a new horizon for water-treatment techniques: A review," *Advances in colloid and interface science*, Vol. 246, pp.40~51.
- 2) Vafaei, S. and Wen, D., 2010, "Bubble formation on a submerged micronozzle," *Journal of colloid and interface science*, Vol. 343, pp. 291~297.
- 3) Shi, H., Jiang, H., Liu, Y. and Chen, R., 2020, "Bubble dynamics and mass transfer characteristics from an immersed orifice plate," *Journal of Chemical Technology & Biotechnology*.
- 4) Gemello, L., Plais, C., Augier, F., Cloupet, A. and Marchisio, D. L., 2018, "Hydrodynamics and bubble size in bubble columns: Effects of contaminants and spargers," *Chemical Engineering Science*, Vol. 184, pp. 93~102.
- 5) Thorncroft, G. E., Klausner, J. F. and Mei, R., 1998, "An experimental investigation of bubble growth and detachment in vertical upflow and downflow boiling," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 3857~3871.
- 6) Darband, G. B., Aliofkhaeaei, M., and Shannugam, S., 2019, "Recent advances in methods and technologies for enhancing bubble detachment during electrochemical water splitting," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol 114, 109300.
- 7) İpçi, K., Öktemer, T., Birdane, L., Altıntoprak, N., Muluk, N. B., Passalı, D. and Lopatin, A., 2016, "Effervescent tablets: a safe and practical delivery system for drug administration."
- 8) Desai, P. M., Liew, C. V. and Heng, P. W. S., 2012, "Understanding disintegrant action by visualization," *Journal of pharmaceutical sciences*, Vol. 101, pp. 2155~2164.
- 9) Voelker, M. and Hammer, M., 2012, "Dissolution and pharmacokinetics of a novel micronized aspirin formulation," *Inflammopharmacology*, Vol. 20, pp. 225~231.
- 10) Vazquez, A., Sanchez, R. M., Salinas-Rodriguez, E., Soria, A. and Manasseh, R., 2005, "A look at three measurement techniques for bubble size determination," *Experimental thermal and fluid science*, Vol. 30, pp. 49~57.
- 11) Tassin, A. L. and Nikitopoulos, D. E., 1995, "Non-intrusive measurements of bubble size and velocity," *Experiments in Fluids*, Vol. 19, pp. 121~132.
- 12) Brenn, G., Braeske, H. and Durst, F., 2002, "Investigation of the unsteady two-phase flow with small bubbles in a model bubble column using phase-Doppler anemometry," *Chemical engineering science*, Vol. 57, pp. 5143~5159.
- 13) Martinez-Bazán, C., Montanes, J. L. and Lasheras, J. C., 2002, "Statistical description of the bubble cloud resulting from the injection of air into a turbulent water jet," *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 28, pp. 597~615.
- 14) Tsochatzidis, N. A., Guiraud, P., Wilhelm, A. M. and Delmas, H., 2001, "Determination of velocity, size and concentration of ultrasonic cavitation bubbles by the phase-Doppler technique," *Chemical engineering science*, Vol. 56, pp. 1831~1840.
- 15) Lauterborn, W. and Kurz, T., 2018, "The bubble challenge for high-speed photography," In *The Micro-World Observed by Ultra High-Speed Cameras*, pp. 19~47, Springer, Cham.
- 16) Rasband, W.S. ImageJ. U.S. National Institutes of Health, Bethesda, MD, USA, Available online: <http://imagej.nih.gov/ij>
- 17) Abramoff, M. D., Magalhães, P. J. and Ram, S. J., 2004, "Image processing with ImageJ," *Biophotonics international*, Vol. 11, pp. 36~42.
- 18) Mohagheghian, S. and Elbing, B. R., 2018, "Characterization of bubble size distributions

- within a bubble column,” *Fluids*, Vol. 3.
- 19) Clift, R., Grace, J. R. and Weber, M. E., 2005, “Bubbles, drops, and particles,” Courier Corporation.
- 20) Okawa, T., Tanaka, T., Kataoka, I. and Mori, M., 2003, “Temperature effect on single bubble rise characteristics in stagnant distilled water,” *International journal of heat and mass transfer*, Vol. 46, pp. 903~913.
- 21) Leifer, I., Patro, R. K. and Bowyer, P., 2000, “A study on the temperature variation of rise velocity for large clean bubbles,” *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol. 17, pp. 1392~1402.