

# 복합소재의 연속 두께 변화를 통한 좌굴온도 및 모드형상 최적화

이 강 국<sup>1</sup>·이 후 민<sup>2</sup>·윤 길 호<sup>3†</sup>

<sup>1</sup>현대모비스 기술연구소 수석연구원, <sup>2</sup>한양대학교 융합기계공학과 석박사 통합과정, <sup>3</sup>한양대학교 기계공학부 교수

# Optimization to Control Buckling Temperature and Mode Shape through Continuous Thickness Variation of Composite Material

Kang Kuk Lee<sup>1</sup>, Hoo Min Lee<sup>2</sup> and Gil Ho Yoon<sup>3†</sup>

<sup>1</sup>Principal Research Engineer, Research & Development, Hyundai Mobis, Yongin, 16891, Korea
<sup>2</sup>Graduate Student, Department of Mechanical Convergence Engineering, Hanyang University, Seoul, 04763, Korea
<sup>3</sup>Professor, Division of Mechanical Engineering, Hanyang University, Seoul, 04763, Korea

#### Abstract

In this study, we presented a novel size optimization framework to control the linear buckling temperature and several buckling modes of plates, by optimizing thickness values of composite structures for practical engineering applications. Predicting the buckling temperature and mode shape of structures is a vital research topic in engineering to achieve structural stability. However, optimizing designs of engineering structures through engineering intuition is challenging. To address this limitation, we proposed a method that combines finite element simulation and size optimization. Based on the idea that the structural buckling temperature and mode shape of a plate are affected by the thickness of the structure, the thickness values of the nodes of the target structure were set as the design variables in this optimization method; and the buckling temperature values, and buckling mode shapes were set as the objective functions. This size optimization method enabled the determination of optimal thickness distributions, to induce the desired buckling temperature values and mode shapes. The validity of the proposed method was verified in terms of their buckling temperature values and buckling mode shapes, using several numerical examples of rectangular composite structures.

Keywords : size optimization, buckling temperature, buckling mode shape, thermal buckling

#### 1. Introduction

본 연구는 유한요소 시뮬레이션과 치수 최적화 기법을 결합 하여 열팽창으로 인한 좌굴 사례에서 구조물의 좌굴 형상과 좌 굴 온도를 제어하는 새로운 구조 최적화 방법을 제시한다. 구 조적 안정성 관점에서 구조물의 좌굴 온도 및 좌굴 형상을 예 측하는 것은 구조물 설계에서 중요하다. 구조물의 형상과 같 은 기하학적 특징을 변경함으로써 구조물의 좌굴 온도와 좌굴 형상을 변경할 수 있는데, 열 좌굴 이론을 고려하여 본 연구에 서는 설계 변수로 구조물의 두께 값을 설정했다. 본 연구가 제 안하는 최적화 방법을 입증하기 위해 좌굴 온도와 좌굴 형상을 고려한 몇 가지 치수 최적화 문제를 해결했다.

<sup>†</sup>Corresponding author:

일반적으로 강성이나 진동에 의한 변형이 아닌 구조 불안정 문제가 자동차, 항공기, 발전 설비 등에서 발견되고 있다. 이 불 안정성 문제(좌굴, 피로 등)중에 재료의 열팽창으로 인한 좌굴 문제로 많이 밝혀지면서 열에 의한 좌굴 문제 연구가 많이 진행 되고 있다. 좌굴에 대한 온도의 영향(George and Jeyaraj, 2018; Moulin *et al.*, 1989; Rakow and Waas, 2005)이나, 단일 재질보다 열팽창 영향이 큰 복합재질의 좌굴(Bai and Xiong, 2014; Fu *et al.*, 2019)에 대한 연구가 진행되었다. 그리고 좌굴 문제를 해결 하기 위한 실험적 방법(Dong *et al.*, 2020; Wu *et al.*, 2019) 등에 대한 연구로 발전되었다. 또한, 구조물 설계 단계에서 좌굴 발 생 온도와 좌굴 형상을 최적화하는 새로운 방법(Lee and Yoon, 2020)도 제시되었다. 이 방법은 구조물을 여러 요소로 나누어

Tel: +82-2-2220-0451; E-mail: ghy@hanyang.ac.kr Received August 6 2021; Revised October 5 2021; Accepted October 25 2021

<sup>© 2021</sup> by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(http://creativecommons. org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

각각의 두께를 최적화했지만, 구조물 두께가 연속되지 않은 계단식 두께로 실제 설계에 반영하기에는 다소 어려움이 있다. 본 연구에서는 선행 연구의 계단식 두께 최적화를 연속적인 두께로 구조물의 좌굴 발생 온도 및 좌굴 형상을 최적화한다. 구조물을 여러 요소로 나누고, 각 요소의 끝점인 노드 두께를 설계 변수를 적용한 6-자유도 4-노드 쉘 요소를 모델링에 적용 하였다. 쉘 요소의 두께는 노드에 할당된 두께 값에 따라 달라 지며, 중간 평면을 기준으로 위아래로 대칭 형태를 가지도록 설정하였다. 쉘 요소 두께의 변화는 구조물의 강성 매트릭스 의 변화를 야기하고, 이로 인해 구조물의 좌굴 온도와 좌굴 모 드 형상이 모두 바뀌게 된다. 본 연구에서는 ANSYS APDL의 181 쉘 요소와 MATLAB의 최적화 알고리즘을 사용한 유한요 소해석 기법으로 최적설계를 진행하였다. 구조물의 선형 고유 좌굴 해석은 구조물의 양 끝단을 고정하고 모든 요소에 열을 인 가하여 진행했고, 민감도 계산은 유한 차분법(Finite Difference Method)을 사용했다. 좌굴 발생 온도 최적화를 위해 초기 설계 시 발생한 좌굴 온도와 목표 좌굴 온도 간 차이를 최소화하는 목적 함수로 설정한다. 형상 최적화를 위해서는 초기 형상에 서 목표 형상의 변형을 최소화하는 목적 함수로 설정하였다. 두 최적화 수행에서 제약 조건은 두께 변화로 발생하는 구조물 의 전체 체적으로 하였다. 본 연구에서 제안한 치수 최적화 기 법을 통해 원하는 좌굴 온도 값과 좌굴 모드 형상을 가지는 복 합 구조물을 설계할 수 있고, 이를 검증하기 위해 평면 쉘 구조 를 이용한 여러 사각 영역 최적화 예제를 풀어보았다.

본 연구는 다음과 같이 구성된다. 2장에서는 열 좌굴 해석을 위한 기본 방정식과 3장에서는 현재 연구의 타당성을 입증하 는 복합 구조물의 좌굴 온도와 좌굴 형상을 제어하는 예제들을 제시한다. 4장에서는 결론과 향후 진행될 수 있는 연구 주제에 대해 논의한다.

#### 2. Optimization formulation

이 장은 고유좌굴 해석에 대한 이론을 정리한다. 또한 열팽 창을 고려한 좌굴 현상에서 구조물의 좌굴 온도(Buckling temperature)와 좌굴 고유 모드(Buckling mode shape)를 최적 화하기 위하여 목적함수를 정식화한다.

### 2.1 Linear eigen buckling analysis

본 연구는 선형 좌굴 해석을 진행한다. 3차원 구조물 중 주 로 쉘 구조물에서 좌굴 현상이 많이 발생하기 때문에 본 연구 에서는 ANSYS의 4절점 쉘 요소를 사용하여 해석을 진행한다. 4절점 쉘 요소에서 형상 함수는 다음과 같다.

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta), \ N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$$
 (1a)

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) , \ N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$
 (1b)

등매개변수(Isoparametric) 공간은  $\xi - \eta$ 으로 정의된다. 강성 행렬을 구하기 위해서 변형률-변위관계 행렬(Strain-Displacement matrix) **B** 를 아래와 같이 정의한다.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \overline{B}_1 \ \overline{B}_2 \ \overline{B}_3 \ \overline{B}_4 \end{bmatrix}, \overline{B}_n = \begin{bmatrix} N_{n,\xi} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ N_{n,\eta} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ N_{n,\eta} \ N_{n,\xi} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ N_{n,\xi} \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ N_{n,\xi} \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ N_{n,\xi} \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ N_{n,\xi} \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ N_{n,\xi} \ N_{n,\eta} \ 0 \end{bmatrix}$$
(2)

쉘 요소의 구성 행렬(Constitutive matrix) D는 다음과 같다.

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{D}} & 0\\ 0 & \frac{h^3}{12} \overline{\mathbf{D}} \end{bmatrix}, \quad \overline{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0\\ \nu & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$
(3)

여기서, *E*, *v*, *h*는 탄성 계수, 포아송 비, 쉘 요소의 두께를 나 타낸다. 행렬 **B**와 **D**는 단일 쉘 레이어의 요소강성행렬 **K**<sub>0</sub>을 계산하는데 사용된다. 두께 방향의 좌표를 z로 표현할 때, 자코 비언 행렬 **J**를 이용해서 단일 쉘 레이어의 요소강성행렬은 다 음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{K}_{\boldsymbol{o}} = \int_{\mathbf{V}} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B} d_{\mathbf{V}} = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B} |\mathbf{J}| \, \mathrm{d}\xi \, \mathrm{d}\eta \, \mathrm{d}z \qquad (4)$$

복합 쉘 레이어의 요소강성행렬 같은 경우, 쉘 레이어마다 요 소강성 행렬이 다르고 z에 대한 연속함수가 아니기 때문에 좌표 z를 z<sub>1</sub>로 변환해서 적분구간을 나눠서(Panda and Natarajan, 1981) 계산해야 한다. 여기서, z<sub>1</sub>은 복합 쉘의 *l* 번째 쉘 레이어가 있 는 구간의 좌표를 나타낸다. 좌표 변환은 다음과 같이 행해진다.

$$= -1 + \frac{2\sum_{i=1}^{l} h_i - h_l (1 - z_l)}{h_t}, \quad dz = dz_l h_l / h_t$$
(5)

2

여기서,  $h_l \in l$ 번째 쉘 레이어의 두께를 나타내고,  $h_t$ 는 복합 쉘 레이어 요소의 총 두께를 나타낸다. 이를 이용해서 총 레이 어 수 L개로 이루어진 복합 쉘 레이어의 요소강성행렬  $\mathbf{K}_{o,c}$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{K}_{o,c} = \sum_{l=1}^{L} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B}(h_{l}/h_{t}) |\mathbf{J}| d\xi \, d\eta \, dz_{l}$$
(6)

구조물의 변형을 나타내는 변형벡터 d는 열 하중 F를 이용 해서 다음과 같이 계산한다. 여기서, *A*는 구조물의 단면적, α 는 열팽창계수, △*T*는 온도변화를 나타낸다.

$$\mathbf{F} = EA\alpha \Delta T \tag{7}$$

$$\mathbf{d} = (\mathbf{K}_{o,c})^{-1} \mathbf{F}$$
(8)

변형 벡터 **d**를 이용해서 구조물 내부의 응력을 계산한다. 응력 값은 개별 가우스 점(Gauss point)에서 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathsf{DBd} \tag{9}$$

하중이 가해졌을 때의 단일 쉘 레이어의 요소강성행렬  $K_{\sigma}$ 과 복합 쉘 레이어의 요소강성행렬  $K_{\sigma,e}$ 은 형상함수 미분 행렬 G와 Cauchy stress 행렬 S를 이용해서 계산한다.

$$\mathbf{K}_{\boldsymbol{\sigma}} = \int_{\mathbf{v}} \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \mathbf{S} \mathbf{G} \, d\mathbf{v} = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \mathbf{S} \mathbf{G} \, \mathrm{d}\xi \, \mathrm{d}\eta \, \mathrm{d}\zeta \qquad (10)$$

$$\mathbf{K}_{\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{c}} = \sum_{l=1}^{L} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \mathbf{S} \mathbf{G}(h_{l}/h_{t}) \, d\xi \, d\eta \, d\zeta_{l}$$
(11)

계산된 값들을 이용해서 쉘 요소의 고유 좌굴 수식을 공식 화할 수 있다.

$$\left[\mathbf{K}_{\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\sigma}} + \lambda_{cr} \mathbf{K}_{\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\sigma}}\right] \mathbf{v} = 0 \tag{12}$$

고유 값 λ<sub>α</sub>은 하중 벡터가 좌굴을 유발하는 임계값으로 조 정해주는 하중 승수이다. 고유 벡터 **v**는 해당 하중에 의한 좌 굴 형상 값이다.

#### 2.2 Optimization formulation

본 연구에서는 각 요소의 노드의 두께를 설계 변수로 설정 한다. 좌굴 온도를 최적화하기 위해서 목적 함수 및 제약 조건 은 다음과 같다.

$$OP1: Min_{t_i} f_{obj} = \sum_{k=1}^{n} (T_{critical,k} - T_{objective,k})^2$$
(13)  
$$V_o \le V^*$$
$$t_{min} \le t_i \le t_{max}, \ i = 1, 2, ..., N \text{ nodes}$$

여기서, *T<sub>aritical,k</sub>와 T<sub>objective,k</sub>는* 각각 *k*번째 좌굴 형상의 초기 설계 구조물의 좌굴 온도와 목표 좌굴 온도이다. 설계 변수 *t*<sub>i</sub>의 상한 값과 하한 값은  $t_{\min}$ 과  $t_{\max}$ 이다. 설계에 고려되는 좌굴 온도 값의 개수는 *n*이다.  $V_o$ 는 최적 설계된 구조물의 부피이고,  $V^*$ 는 구조물 부피의 상한 값이다. 좌굴 형상 최적화를 위한 목 적함수와 제약 조건은 다음과 같다.

$$OP2: Min_{t_i} f_{obj} = \sum_{k=1}^{n} (\delta_{critical,k} - \delta_{objective,k})^2$$
(14)  
$$V_o \le V^*$$
$$t_{min} \le t_i \le t_{max}, \ i = 1, 2, ..., N \text{ nodes}$$

*δ<sub>critical,k</sub>*와 *δ<sub>objective,k</sub>*는 *k*번째 좌굴 형상을 일으키는 초기 설 계 구조물의 변형 값과 목표 형상의 변형 값이다. 그 외에 설계 변수의 상하한 값, 구조물 부피의 상한 값은 식 (13)과 동일하 게 설정하였다.

최적설계를 진행하기 위한 프로세스는 Fig. 1과 같이 진행 한다. 식 (13)과 식 (14)을 통해 최적화 식을 공식화한 후, 설계 변수 및 제약 조건을 정의한다. 그 후, 2D 쉘 요소를 이용하여 구조물을 모델링하고, 열 하중을 적용하여 선형 고유 좌굴 해 석을 진행하였다. 해석해서 나온 고유 값에 열 하중 값을 곱하 여 좌굴 온도 값을 구하였다. 좌굴 해석을 진행한 다음, 유한 차 분법을 기반으로 한 좌굴 관련 민감도 분석을 수행하였다. 목 표 좌굴 온도 또는 형상이 나올 때까지 구조물의 모델링 단계 부터 민감도 분석 단계까지 반복하여 최적화 프로세스를 진행 한다. 본 연구에서 제안한 최적화 공식의 타당성을 확인하기 위해 복합 재료를 이용한 예제로 최적화 검증하였다.



Fig. 1 Flow chart of optimization procedure

#### 3. Optimization results

최적화 예제들은 Fig. 2와 같은 크기 100mm × 10mm와 100mm × 100mm의 복합 재료 구조물에 진행했으며, 양 끝을 6-자유도 구속 하였다. 구조물의 연속적인 두께 변화를 유도하기 위해 서, 구조물은 25개의 요소와 36개의 노드로 이루어진 4 노드 쉘(Shell 181)로 모델링했으며 각 노드의 초기 두께는 1.50mm 로 일정하다. Shell 181은 횡 방향 전단변형의 선형효과를 포함 함으로써 shear locking 현상을 완화해 해석의 정확도를 높여 준다.

#### 3.1 Sensitivity analysis

최적설계를 진행할 때, 구조해석을 할 때마다 설계 민감도 값들이 동일해야 정확한 최적의 해를 구할 수 있다. 본 연구에 서 좌굴 해석은 subspace method를 이용하여 진행했는데, 설계 민감도 값들이 구조해석을 할 때마다 동일한지 검증하기 위하 여 예제들을 진행하기에 앞서 민감도 해석을 진행하였다. 본 구조 최적화 문제는 노드의 두께를 설계 변수로 취하고, 36개 의 노드로 이루어진 구조물에 진행하기 때문에 본 문제에서 설 계 변수는 36개이다. 설계 변수의 개수가 많지 않아서 민감도 계산은 FDM으로 효율적으로 계산할 수 있다. 민감도 해석은 100mm × 10mm 판을 이용해서 진행했다. Fig. 3을 기준으로 구 조물의 좌우를 구속했고, 구조물 전 영역에 열을 가해서 민감도



Fig. 2 Plates used for examples





#### Table 1 FDM tests with the perturbations

Design Variable	Sensitivity with $\Delta t=0.1$ mm(°C/mm)	Sensitivity with \Delta_t=0.01mm(°C/mm)	Sensitivity with $\Delta t=0.001 \text{ mm}(^{\circ}\text{C/mm})$
$t_1$	0.9070	0.8900	0.8800
t <sub>6</sub>	0.9070	0.8900	0.8800
t <sub>15</sub>	2.8380	2.7800	2.7000
t <sub>16</sub>	2.8380	2.7800	2.7000
<i>t</i> <sub>22</sub>	2.8380	2.7800	2.7000
t <sub>26</sub>	1.5120	1.5000	1.4900
t <sub>29</sub>	1.5120	1.5000	1.4900
<i>t</i> <sub>31</sub>	0.9070	0.8900	0.8800

분석을 진행했다. Table 1은 설계 변수 값의 변화에 따른 민감 도 분석 결과를 보여준다.

Fig. 3을 기준으로 구조물의 좌우를 구속했고, 구조물 전 영 역에 열을 가했기 때문에 본 민감도 해석 예제는 상하좌우가 대칭인 예제이다. 그래서 설계 변수의 민감도 역시 상하좌우 대칭으로 나와야 한다. Fig. 3에서 선택한 8개 위치의 설계 변 수는 각각의 대칭 위치의 설계 민감도 값이 같음을 Table 1로 확인하였다. 여러 번의 민감도 계산을 진행했음에도 동일한 결과가 나오는 것을 확인할 수 있었다.

설계 변수 변화량 0.1mm, 0.01mm, 0.001mm에도 대칭 위치 t<sub>1</sub>, t<sub>6</sub>, t<sub>31</sub> 과 t<sub>15</sub>, t<sub>16</sub>, t<sub>22</sub> 그리고, t<sub>26</sub>, t<sub>29</sub> 위치의 설계 민감도 값 은 같다. 8개 위치의 설계 변수에 대한 민감도 계산을 통해서 subspace method를 이용한 좌굴 해석은 해석을 진행할 때마다 동일한 설계 민감도 값들을 이용한다는 것을 알 수 있었다. 이를 토대로 변수 변화량을 0.01mm로 설정하고 예제들을 진행했다.

#### 3.2 Buckling temperature optimization

본 예제는 100mm × 10mm 판을 이용해서 최적 설계를 진행 했다. 구조물의 초기 두께는 1.50mm로 설정했다. 본 예제에서 는 모든 요소에 열을 가하는 조건으로 선형 고유 좌굴 해석을 수행하여, 1차, 2차, 그리고 3차 좌굴 온도 값인 69.9640°C, 224.5486°C, 685.2855°C를 구했다. 최적화 목표 1차와 3차 좌 굴 온도 값은 초기 좌굴 온도 값에서 약 20°C를 올리고, 2차 좌 굴 온도 값은 약 20°C를 내렸다. 이에 최적화 목표 좌굴 온도 값은 1차 90.0000°C, 2차 205.0000°C, 3차 705.0000°C 로 설정 됐다. 노드 두께의 상한 값은 3.00mm, 하한 값은 0.30mm로 설 정하여 최적설계를 진행했다. 최적화 수행으로 얻어진 각각의 노드의 두께는 Fig. 4와 같다.

구조물의 중앙과 구속된 가장자리의 두께 값이 증가했고, 그사이 부위의 두께 값은 감소했다. Fig. 5에서는 보다 알기 쉽 게 최적 설계를 진행하기 전 두께가 1.50mm로 일정한 초기 구



Fig. 7 Initial plate geometry and mode shape

				(units: mn	
4.8276	2.6944	4.2935	4.2935	2.6944	4.8276
4.5405	2.5755	3.2364	3.2364	2.5755	4.5405
1.1066	2.0454	0.4516	0.4516	2.0454	1.1066
1.1066	2.0454	0.4516	0.4516	2.0454	1.1066
4.5405	2.5755	3.2364	3.2364	2.5755	4.5405
4.8276	2.6944	4.2935	4.2935	2.6944	4.8276

Fig. 8 Node thickness after size optimization



Fig. 9 Plate geometry and mode shape after size optimization

개의 요소와 36개의 노드로 이루어진 쉘로 모델링했으며, 구 조물의 초기 두께는 동일하게 1.50mm로 설정했다. 첫 번째 예 제와 같이 모든 요소에 열을 가하는 조건으로 선형 고유 좌굴 해 석을 수행하였고, 이때 1차 좌굴 형상은 Fig. 7과 같이 나왔으 며, 전형적인 1차 좌굴 형상을 띄고 있다. 이때의 좌굴 온도는 171.6602°C이다.

목표 좌굴 형상은 중앙 부분만 움푹 들어가고, 나머지 부분 들은 변형이 최소화되도록 목적함수(싱크홀 형상)를 설정했다. 각 요소 노드 두께의 상한 값은 5.00mm, 하한 값은 0.30mm로 설정하여 최적화 설계를 진행했다. 최적화 수행으로 얻어진 각 각의 노드의 두께는 Fig. 8과 같다. 판재 구조물의 중앙 부분의 두께 값이 매우 감소했고, 그 외의 두께 값은 증가했다. Fig. 9에 서는 최적설계를 진행한 이후의 구조물의 형상을 보여준다.

최적 두께 값의 형상은 237.5673℃ 로 초기 대비 높은 온도 에서 싱크홀 형상이 된다. 최적설계를 통해 1차 좌굴 형상을 수 치적으로 목표 형상과 비교할 수는 없지만, 시각적으로 싱크 홀 형상이 되었다. 이 예제를 통해 본 연구에서 제안하는 최적 설계 방법으로 좌굴 형상까지 목표 형상으로 수렴시킬 수 있음 을 알 수 있다.

				(u	nits: mm)
2.2797	1.2091	2.4942	2.4942	1.2091	2.2797
2.1467	0.7612	1.6941	1.6941	0.7612	2.1467
1.9002	1.0598	1.8794	1.8794	1.0598	1.9002
1.9002	1.0598	1.8794	1.8794	1.0598	1.9002
2.1467	0.7612	1.6941	1.6941	0.7612	2.1467
2.2797	1.2091	2.4942	2.4942	1.2091	2.2797

Fig. 4 Node thickness after size optimization



Fig. 5 Geometry change after size optimization



Fig. 6 Resultant first, second and third modes

조물의 형상과 최적설계를 진행한 이후의 구조물의 형상을 비 교했다. 이때의 1차, 2차, 3차 좌굴 온도 값은 각각 90.7857°C, 207.0930°C, 703.3208°C로 변했으며, 목표 좌굴 온도 값들에 서 각각 0.8730%, 1.0210%, 0.2382% 오차로 목표 값에 근접하 는 결과를 얻었다. 각각의 좌굴이 일어날 때의 좌굴 형상은 Fig. 6에서 확인할 수 있다. 본 예제에서는 1~3차 좌굴 온도 값 을 목표 값에 수렴시킬 수 있었다.

#### 3.3 Buckling mode optimization

두 번째 예제는 복합 구조물의 좌굴 형상 최적화를 진행했 다. 본 예제는 100mm × 100mm 판을 이용해서 최적 설계를 진 행했다. 첫 번째 예제에서 사용한 폭이 10mm인 구조물을 이용 해서 형상 최적화시 변형 값이 작아서 폭을 100mm로 증대하 였고, 마찬가지로 양 끝을 고정하였다.

구조물의 치수는 달라졌으나 첫 번째 예제와 마찬가지로 25



Fig. 10 Initial mode shape and mode shape after size optimization

## 3.4 Application to real-life structures

본 논문에서 제안한 치수 최적설계 기법을 실제 구조물에 적용해서 그 타당성을 검증해 보았다. 본 예제에서는 길이 50m 의 비행기 날개 형상을 모델링하고, 좌굴 형상 최적화를 진행 했다. 구조물의 단면적은 에어포일 형상을 가지도록 설계했 고, 초기 최대 두께는 52.5mm로 설정했다. 비행기 날개의 특성 을 고려하여 구조물의 한쪽 끝만을 고정하였다.

구조물은 400개의 요소와 441개의 노드로 이루어진 쉘로 모델링했으며, 모든 요소에 열을 가하는 조건으로 선형 고유 좌굴 해석을 수행하였다. 이때, 온도 상승에 따른 물성치의 변 경을 고려하기 위해서 온도에 따른 재료 물성치를 테이블로 정 의해서 ANSYS 시뮬레이션을 진행하였다. 시뮬레이션 결과, 1 차 좌굴 형상은 Fig. 10의 좌측 형상과 같다. 그림을 통해 날개 뒷부분의 변형이 큰 것을 확인할 수 있다. 구조적 안정성을 위 해목표 좌굴 형상은 날개 뒷부분의 변형이 최소화되도록 목적 함수를 설정했다. 단면적이 에어포일 형상을 유지하도록 날개 앞부분에 가까운 노드일수록 노드에 할당된 두께 값이 크도록 제약조건을 걸었다. 최적화 수행으로 얻어진 모드 형상은 Fig. 10의 우측 형상과 같다.

최적설계를 통해 1차 좌굴 형상을 수치적으로 목표 형상과 비교할 수 없지만, 시각적으로 날개 뒷부분의 변형이 없어진 것을 확인할 수 있다. 이 예제를 통해 본 연구에서 제안하는 최 적설계 방법으로 실제 구조물의 좌굴 형상을 제어하고, 구조 적 안정성을 높일 수 있음을 확인할 수 있었다.

# 4. Conclusion

쉘 요소의 노드 두께를 설계 변수로 지정하여 좌굴 온도와 좌굴 형상을 최적 설계하는 기법을 개발하였다. 개발된 최적 화기법은 민감도 분석을 위해서 유한 차분법을 적용하며 목표 좌굴 온도와 좌굴 형상을 가질 수 있도록 노드 두께를 최적화 한다. 이를 통하여 직관과 경험에 따라 엔지니어가 설계하는 것이 아닌 수학적인 방법으로 최적설계를 진행할 수 있다. 개 발된 최적화 기법을 통하여 비행기 날개, 터빈 블레이드, 자동 차 브레이크 디스크 등의 복잡한 형상의 구조물의 좌굴 온도 및 좌굴 형상을 최적화로 설계할 수 있다. 본 논문의 연구결과 는 향후 유체와 구조물이 연성된 진동 현상 및 복잡한 형상의 구조물을 최적화하는데 적용할 수 있을 것으로 예상된다. 향 후에는 실제 설계형상과 재료를 갖는 구조물의 최적화 및 안정 성을 높일 수 있는 연구를 진행할 것이다.

#### 감사의 글

This work was supported by Hyundai Mobis, and Korea Institute of Energy Technology Evaluation and Planning(KETEP) grant funded by the Korea government(MOTIE). (2021202080026D, Development of platform technology and operation management system for design and operating condition diagnosis of fluid machinery with variable devices based on AI/ICT).

#### References

- Bai, J., Xiong, J. (2014) Temperature Effect on Buckling Properties of Ultra-thin-walled Lenticular Collapsible Composite Tube Subjected to Axial Compression, *Chinese J. Aeronaut.*, 27(5), pp.1312~1317.
- Dong, X., Ding, X., Li, G., Lewis, G.P. (2020) Stiffener Layout Optimization of Plate and Shell Structures for Buckling Problem by Adaptive Growth Method, *Struct. & Multidiscip. Optim.*, 61, pp.301~318.
- Fu, T., Chen, Z., Yu, H., Li, C., Zhao, Y. (2019) Thermal Buckling and Sound Radiation behavior of Truss Core Sandwich Panel Resting on Elastic Foundation, *Int. J. Mech. Sci.*, 161, 105055.
- George, N., Jeyaraj, P. (2018) Nonuniform Heat Effects on Buckling of Laminated Composite Beam: Experimental Investigations, *Int. J. Struct. Stab. & Dyn.*, 18, 1850153.
- Lee, H.M., Yoon, G.H. (2020) Size Optimization Method for Controlling the Buckling Mode Shape and Critical Buckling Temperature of Composite Structures, *Compos. Struct.*, 255, 112902.
- Moulin, D., Combescure, A., Acker, D. (1989) A Review of Thermal Buckling Analysis Methods, *Nucl. Eng. & Des.*, 116(3), pp.255~263
- Panda, S., Natarajan, R. (1981) Analysis of Laminated Composite Shell Structures by Finite Element Method, *Comput. & Struct.*, 14(3-4), pp.225~230.

- Rakow, J.F., Waas, A.M. (2005) Thermal Buckling of Metal Foam Sandwich Panels for Convective Thermal Protection Systems, *J. Spacecr. & Rocket.*, 42(5), pp.832~844.
- Wu, C., Fang, J., Li, Q. (2019) Multi-material Topology Optimization for Thermal Buckling Criteria, *Comput. Methods Appl. Mech. & Eng.*, 346(1), pp.1136~1155.

본 논문에서는 구조물의 좌굴 온도와 좌굴 형상을 제어하는 새로운 크기 최적화 방법에 대해서 소개한다. 구조적 안정성 관점에서 구조물의 좌굴 온도와 좌굴 형상을 예측하는 것은 중요한 주제 중 하나이다. 이를 공학적인 직관을 통해 예측하고 최적화된 구조 설계 를 하는 것은 너무나 어려운 과제이다. 이러한 한계점을 해결하기 위해 본 연구에서는 유한요소 시뮬레이션과 치수 최적 설계 방식의 조합을 제안한다. 구조물의 좌굴 온도와 좌굴 형상이 구조물의 두께에 영향을 받는다는 생각에서 착안해 설계 변수를 구조물의 노드 의 두께 값으로 설정했다. 좌굴 온도 값과 좌굴 형상을 목적 함수로 정해진 부피 값을 제약 조건으로 두었다. 치수 최적 설계를 통해 원 하는 좌굴 온도와 좌굴 형상을 유도하기 위한 최적의 두께 분포를 결정할 수 있다. 제안된 치수 최적 설계의 타당성은 본 논문의 다양 한 직사각형 복합 구조물 예제들을 사용해서 검증하였다.

핵심용어: 치수 최적 설계, 좌굴 온도, 좌굴 형상, 열 좌굴