

학습자 중심 수학 수업이 학생의 추론 능력과 학업성취도에 미치는 영향: 초등학교 4학년 분수 및 다각형 단원을 중심으로

차 소 정 (대구동천초등학교 교사)

김 진 호 (대구교육대학교 교수)[†]

본 연구의 목적은 구성주의를 기반으로 한 학습자 중심 수학 수업이 학생들의 학업성취도(실험처치 중 학습한 내용에 대한 재생능력과 실험처치 중 학습하지 않은 내용에 대한 생성능력) 및 추론 능력에 미치는 영향을 알아보는 데 있다. 이와 같은 연구 목적을 달성하기 위해서 4학년 분수 단원과 다각형 단원을 학습자 중심 수학 수업에 적합한 수업자료와 교수학습 방법을 적용하였다. 본 연구로부터 얻은 결론은 다음과 같다. 첫째, 학습자 중심 수학 수업은 학생들의 학업성취도에 긍정적인 영향을 준다. 둘째, 특히 학습자 중심 수학 수업은 학습 능력이 낮은 학생들에게 긍정적인 영향을 미친다. 셋째, 학습자 중심 수업을 거듭할수록 학생들의 추론 능력 함양에 긍정적인 영향을 준다. 넷째, 학생들의 추론능력의 함양과 학업성취도의 향상은 서로 긍정적인 영향을 미친다.

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

제 7차 교육과정은 기본 철학을 구성주의라고 밝히고 있다(교육부, 1997). 그런데 우리나라 교육이 구성주의 철학을 반영하고 있는가에 대해서는 회의적이다. 급진적 구성주의자인 von Glasersfeld(1987)는 지식의 객관성을 부정하고 있다. 지식의 객관성을 부정한 상태에서 학생들이 학습할 내용을 선정하는 것이 어렵다는 비판을 극복하기 위해서, 사회적 구성주의자들이 나타났지만, 사회적 구성주의자들이 제시한 대안인 현시대의 전문가들이 합의한 내용을 학생들이 학습할 내용으로 선정하자는 것(이화진, 1999) 또한 비현실적이

기는 마찬가지이다. 굳이 이유를 들자면, 제 7차 교육과정에서 설정한 성취기준, 그리고 그 후의 개정 교육과정들에서 설정한 성취기준들이 매우 유사하고, 더 나아가 이들은 객관적 인식론을 토대로 교육을 실시하던 시기의 성취기준들과 유사하다는 점이다. 즉, 교육과정은 구성주의를 표방하고 있지만, 교육과정에서 제시하고 있는 성취기준은 여전히 절대 불변의 보편타당한 지식 중심으로 구성되어 있다는 점에서, 우리나라 교육과정은 구성주의를 선언적으로 채택하고 수학과 교육과정의 각론에 제시되어 있는 성취기준은 객관적 인식론을 따르고 있는 모순을 보이고 있다. 최근에 수학교육자들은 학생들이 수학 수업을 통해서 학습해야 할 중요한 요소로 전통적인 교육에서 강조되던 계산 중심의 수학은 줄이고 개념 중심의 수학을 강조해야 한다고 하고, 이와 더불어 수학적 추론, 의사소통, 연결성, 문제해결력을 강조해야 한다고 한다(NCTM, 1989, 2000). 우리나라 교육과정에서도 창의적 사고 능력, 문제해결 능력, 정보처리 능력, 의사소통 능력을 역량이라고 하면서 강조는 하고 있다. 하지만, 실제 수업을 하는 상황에서 이들 역량들이 수업의 목표로 설정되지는 않는다(황혜정, 김진호, 고희경, 서보역, 2014). 최근에는 연구자들(김진호, 2018b; Chapin, O'Connor, & Anderson, 2013)은 이들 역량 자체를 수업 목표로 설정한 수업들을 실천하는 예들을 제시하고 있다.

그런데 이들 역량을 수업 목표로 설정하고 수업을 하는 경우에도 문제는 있어 보인다. 이 경우 역시, 객관적 인식론을 토대로 수업을 할 때와 마찬가지로 이들 역량을 학급에 있는 모든 학생들이 함께 동일하게 학습해야 한다는 것이다. 피아제는 인간의 인지 발달 4단계를 언급하면서 인간은 이 4단계를 모두 빠짐없이 거치면서 인지발달을 하는데 그 발달의 속도는 개인마다 다르다고 하였다. 그렇다면, 이 말은 구체적

* 접수일(2021년 1월 14일), 심사(수정)일(2021년 1월 27일), 게재확정일(2021년 1월 29일)

* 주제어 : 구성주의, 학습자 중심 수업, 분수, 다각형, 추론능력, 학업성취도

[†] 교신저자 : jk478kim@dnue.ac.kr

조작기에 있는 학생들도 지식을 구성할 수 있는 지적 능력은 있고, 그 지적 능력은 학습자마다 차이를 의미한다. 이를 인정하면 학생들이 학습할 내용은 학습자마다 달라야 한다.

학생이 지식을 스스로 구성해 낼 수 있는 지적 능력을 가지고 있다고 믿기 때문에, 개인차를 고려한 수준별 수업을 해야 한다고 교육부(2015)는 말한다. 그런데 모든 학생이 동일하게 학습해야 하는 차시별 학습 목표를 설정해 두고 수업을 실천에 옮긴다는 것은 이들의 지적 능력이 마치 동일하고 그래서 동일한 학습 자료로 수업을 하고 학생들이 동일한 학습결과를 얻고자 하는 기대를 하는 수업이다. 그런데, 유감스럽게도, 한 학급에 있는 학생들의 지적 능력은 서로 다르므로, 모든 학생이 모두 동일하게 성취해야 하는 학습목표를 설정하는 것은 현실을 있는 그대로 인정하지 않으면서 수업을 하는 것이므로, 즉, 전제가 잘못되었으므로 이렇게 해서 얻은 결과도 의도한 결과가 발생할 것을 기대하기는 어렵다. 학생들의 지적 능력이 차이를 인정하면, 그들이 한 수업에서 성취해야 하는 학습목표는 학습자들이 저마다의 수준에서 이해한 이해이다(김진호, 2018a; Kim & Yeo, 2019). 즉, 학생들의 지적 능력이 다르다고 인정한다면 학생들이 스스로 사고할 수 있는 능력을 바탕으로 각자 수준에서 서로 다른 지적 성장을 돕는 수업이 이루어져야 한다. 동일한 과제로 수업을 하더라도 각기 다른 구성원들로 이루어진 학급마다 학생들이 구성해내는 아이디어들이 다르기 때문에 각 학급에서 다루어지는 아이디어들은 달라진다. 각 학급에 있는 학생들이 구성해 낸 아이디어들 그 자체가 학습 대상이고 그로부터 학생들이 구성해낸 그 지식이 학습할 내용인 것인데(김진호, 2018a), 동일한 학습 자료로 수업을 하더라도 각 학급의 학습목표는 다른 것이다. 이는 기존 수학교과서에 제시되어 있는 동일한 수업자료로 수업을 하면서 서로 다른 학급에 있는 학생들이 동일한 학습목표를 성취할 것을 기대하면서 수업을 실천하는 상황과는 사뭇 다른 상황인 것이다.

이렇듯, 학생들이 수학을 스스로 이해하면서 학습하는 경험을 통해 학생들의 추론능력이 발달하게 된다. 그리고 학생들은 자신들의 이해(지식)과 추론력을 동원해서 새로운 지식을 또한 스스로 이해할 수 있을 것이다. 조수연(2011)에 의하면 학습자 중심 수업은 학습

한 내용에 대한 재생능력 뿐 아니라 학습하지 않은 지식의 생성력에서 더 큰 효과를 발휘한다고 한다.

이에 본 연구의 목적은 구성주의를 기반으로 하는 학습자 중심 수업을 실천한 학급에 있는 학생들의 추론 능력이 향상되었는지를 알아보고 실험 처치 중 학습한 내용과 학습하지 않은 내용에 대한 학생들의 학업성취도를 알아보는 데 있다. 위와 같은 연구 목적을 달성하기 위해서 4학년 분수 단원과 다각형 단원을 학습자 중심 수학 수업에 적합한 교수학습 방법과 수업 자료를 활용해서 실험 처치를 하였다.

2. 연구문제

본 연구의 목적을 달성하기 위한 구체적인 연구문제는 다음과 같다.

가. 비교집단과 실험집단의 학업성취도에는 차이가 있는가?

- 1) 학습자 중심 수학 수업이 학습한 내용에 미치는 영향을 알아본다.
- 2) 학습자 중심 수학 수업이 학습하지 않은 내용에 미치는 영향을 알아본다.

나. 학습자 중심 수학 수업이 학생들의 추론능력에 영향을 미치는가?

- 1) 실험처치 전후 집단 간 추론능력에서 차이가 발생하는가?
- 2) 실험처치를 거듭할수록 학생들의 추론능력은 유의미한 차이를 발생시키는가?

3. 용어의 정의

본 연구에서 사용된 용어는 다음과 같이 정의된다.

가. 학습자 중심 수업

본 연구에서 학습자 중심 수업이란 학생들이 구성하는 아이디어가 수업의 자료가 되어 같은 과제 속에서도 학생들은 서로 다른 수준의 학습목표 달성을 향해 노력하고, 학생들이 각자에게 의미 있는 다양한 수준의 수학적 아이디어를 구성하는 수업이다. 교사는 무엇을 가르칠 목적으로 설명하지 않는 대신 개방형

과제를 제시하여 모든 학생이 참여하도록 하고 학생들이 동료 학습자들의 아이디어를 자신의 아이디어로 구성하기 위해 의사소통하는 과정을 돕는 역할을 하는 수업을 말한다.

나. 재생검사

본 연구에서 재생검사란 실험처치 후 실시하는 사후검사 중 하나로서 4학년 교육과정 중 분수 단원과 다각형 단원에서 다루는 수학 내용을 포함하는 문제들로 구성되어 있다.

다. 생성검사

본 연구에서 생성검사란 실험처치 후 실시하는 사후검사 중 하나로서 실험처치 중에 다루지 않은 5학년 및 6학년 교육과정에서 다루고 있는 분수 및 다각형과 관련된 성취기준을 포함하는 문제들로 구성되어 있다.

라. 내용추론 검사

내용추론검사란 수학적 지식을 연역적 추론, 귀납적 추론의 추론 형식으로 표현한 검사이다. 본 연구에서는 4학년 분수 단원, 다각형 단원을 중심으로 추론검사 문항을 구성하였다.

4. 연구의 제한점

본 연구를 수행함에 있어 다음과 같은 제한점이 있다.

가. 본 연구의 대상을 대구광역시 초등학교의 2개 학급으로 이질통계집단으로 설계하였다. 그러므로 연구 결과를 연구대상과 다른 특성을 갖는 집단까지 일반화하기에 다소 무리가 있다.

나. 본 연구는 4학년 1학기 분수 영역, 4학년 2학기 도형 영역을 학습내용으로 다루었기 때문에 측정과 같은 다른 영역에서도 같은 결과를 얻을 수 있다고 확신할 수 없다.

II. 이론적 배경

1. 학습자 중심 수업

구성주의 교육 철학은 객관적 인식론의 교사 중심

수업에서 벗어나 학습자 중심 수업으로의 패러다임적 전환을 요구하는 교육 철학이다. 구성주의자들은 모든 학습자들이 지식을 구성할 수 있는 지적 능력이 있으며 이들 학습자는 서로 다른 지적 능력을 갖춘 학습자라고 믿는다. 구성주의 교육 철학에 따르면 서로 다른 지적 능력을 형성하고 있는 학습자들은 같은 과제를 논의하는 의사소통 과정을 통해 학습자들이 찾아낸 아이디어를 바탕으로 스스로의 수준에 따라 각자의 지식을 구성한다.

가. 과제: 개방형과제

학생들이 서로 다른 지적 능력을 지닌 학습자라는 것을 인정한다면, 그러면 모든 학생이 동일한 성취를 할 것을 기대하면서 개발된 과제가 아니라, 각자가 갖고 있는 서로 다른 능력을 발현하여 서로 다른 성취를 이룰 수 있는 과제를 학생들에게 제공해야 한다.

개방형 과제를 활용하면 동일한 과제를 수행하면서도 서로 다른 내용을 다룰 수 있고, 서로 다른 접근을 할 수 있으며, 서로 다른 질문을 할 수 있다. 즉, 학생들이 서로 다른 지적 능력을 갖추고 있음을 인정하면, 학생들이 자신들의 지적 능력에 맞는 수학적 대상을 자신이 직접 선택하고, 그 선택한 대상에 자신의 지적 능력을 적용하는(김진호, 2014) 개방형 과제를 활용한 수업의 진행이 필요하다. 이러한 개방형 과제를 활용해 수업을 진행한다면, 학생들이 과제를 해결하는 과정에서 다양한 전략들 중 어떤 전략을 사용할지를 스스로 선택하고, 그 전략을 실행한다. 이러한 경험의 축적이 학생의 문제해결력, 사고력, 추론 능력을 향상하는 데 도움을 줄 수 있다.

그렇다면 어떤 과제가 개방형 과제인가? 개방형 과제가 갖추어야 할 요건은 첫째, 학생들의 인지적 호기심을 자극할 수 있는 깊이 있는 과제여야 한다. Stein, Grover, Henningsen(1996)은 수학 학습자들을 대상으로 한 연구에 따르면 학생들이 더 높은 수준의 과제에 더 많은 시간을 할애할수록 개념적 지식과 절차적 지식 모두에서 학습효과가 더 높아진다고 한다(Boaler & Staples, 2008; Stein et al., 1996; Stein and Lane, 1996). 왜냐하면 높은 수준의 인지를 요구하는 과제는 학생들이 가지고 있는 관련 지식과 새로운 지식을 연관 지어 추론할 수 있도록 돕기 때문이다. 이처럼 학생들의 인지적 호기심을 자극할 수 있는 과제 제시는

학생들을 자연스럽게 수학 수업에 집중할 수 있도록 돕는다.

둘째, 개방형 과제는 진입점(entry points)과 출구점(exit points)이 다양하기 때문에(Yeh, Ellis, & Hurtado, 2017; Watson & Ohtani, 2015), 서로 다른 지적 능력을 갖춘 학습자들에게 개방형 과제를 제공해주면 학습자들은 각자의 수준에서 과제를 수행할 수 있어서, 각자의 수준에서 이해를 발생시킬 수 있다(김진호, 2020a).

나. 교사의 역할

객관적 인식론을 토대로 실천에 옮겨지던 교사 중심 수업에서 교사의 주된 역할은 지식의 전수자이고 그 방법으로 설명식 수업이 중심이 된다. 이때 학생은 수동적 학습자가 된다. 그런데, 학생들이 지식을 구성할 수 있는 지적 능력이 있는 존재로 인정을 하면, 교사의 역할은 지식의 전수자가 아니라, 학생들이 지식을 구성할 수 있도록 돕는 조력자, 학생들이 구성해낸 지식들을 서로 공유하면서 서로로부터 학습할 수 있도록 하는 촉진자, 그리고 학생들이 배울 지식은 수학 교과서에 미리 정해진 것이 아니라 학생들이 수업 중에 구성해내는 아이디어들로부터 발생하고 교사는 이 발생으로부터 학생들이 학습할 내용을 선정하여 그에 맞는 문제 상황을 설정한다는 점에서 교육과정 운영자들의 역할을 수행해야 한다(김진호, 2020b; 김진호, 김상미, 2013).

다. 교실 규범

학습자 중심 수업에서 수업의 중심에 서야 하는 것은 학생들이 그들에게 제공된 과제로부터 일차적으로 구성해 낸 아이디어에 대해 2차적으로 구성해 낸 아이디어이다(김진호, 2018a). 따라서 학생들이 지식을 구성할 수 있는 지적 능력이 있음을 인정할 때, 형성되어야 하는 교실 규범은 공평성과 존중이다(Chapin, O'Connor, & Anderson, 2013). 학생들은 자신들이 구성해 낸 아이디어들이 교사로부터 그리고 동료 학습자들로부터 존중받고 있음을 인지해야 한다. 또한 개별 학습자이 주어진 개방형 과제로부터 단 한 가지의 아이디어만을 구성해내는 것이 아니라 다양한 아이디어들을 구성해 낼 수 있는 것이기 때문에, 모든 학습자들이 그들이 구성해 낸 아이디어들이 모두 공평하게

다루어지고 있음을 인지해야 한다.

학생들이 구성해 낸 아이디어들이 존중받고 공평하게 다루어지는 교실 규범을 조정하기 위해서, 교사는 누구나 자신의 아이디어를 자유롭게 이야기할 수 있도록 허용적인 태도를 지녀야 한다. 즉, 교사가 학생들이 기여하는 아이디어를 재단해서는 안 된다. 이 맞고 틀림에 대한 논의는 학생들이 해야 한다. 학습자들은 새로운 아이디어를 구성해내는 것이 그들이 수업 중에 수행해야 하는 가장 가치 있는 임무임을 인지하여야 한다.

라. 교수 관행

앞서 언급한 바와 같이, 학생들이 수업 중에 수행해야 하는 가장 중요한 그들의 임무는 새로운 아이디어들을 구성해내는 것이고, 교사는 학생들이 구성해 낸 아이디어들이 수업 중에 학생들이 서로 존중하고 공평하게 다룰 수 있는 교실 규범을 형성해 주어야 한다.

이런 교실 규범이 이루어지기 위해서 교사가 수행할 수 있는 여러 가지 교수 관행이 있다. 첫 번째, 교사는 학생들에게 생각할 시간을 충분히 주어야 한다. 학생들이 지적 능력이 있는 인격체라면 이들에게 생각할 시간을 준다는 것은 너무나 당연한 수업 관행이다. Rowe(1974)에 따르면, 교사 중심 수업을 하는 교사들이 학생들에게 제공하는 생각할 시간은 1초가 안 된다고 한다(Black, Harrison, Lee, Marshall, & William, 2003, 재인용). 최근에 연구자들이 가장 효과적인 교수 관행으로 추천하는 것이 메타인지와 생각할 시간주기이다(Charalambous & Pitta-Pantazi, 2015). 두 번째, 시범보이기이다. 학생들은 아직 서로가 구성해 낸 아이디어들을 존중하고, 공평하게 다루는데 익숙하지 않음으로 교사는 어떻게 하는 것이 존중하고 공평하게 다루는 것인지를 학생들에게 시범 보여 줄 필요가 있다. 예를 들어, 교사는 학생들이 자신들의 아이디어를 말하기 할 때 중간에 끼어들기를 하지 않으면서 주의 깊게 경청하는 모습을 보이는 것이다. 그럼으로써 학습자들도 동료 학습자들이 발표하는 과정에 주의 깊게 경청을 하는 학습자로 변모해 간다. 세 번째, 학생들이 구성해 낸 모든 아이디어를 똑같이 존중해 주기이다. 학생들이 구성해 낸 아이디어들이 교사의 입장에서 또는 이미 체계화된 학문의 관점에서 보면, 분명 수준의 차이가 있다. 하지만, 학습자의 입장에서 보면, 그 각

각의 아이디어들은 그 학습자의 현재의 이해 상태에서는 가장 수준 높은 새로운 이해인 것이다. 따라서 학습자들의 입장에서 그들이 이해하고 있는 그 지식은 가장 수준 높은 지식이므로 모두 존중받아야 하는 것이다. 그래서 이에 딸린 관행이 교사는 학생들이 구성해 낸 아이디어들 중 가장 높은 수준의 아이디어에 학생들의 주의를 집중시키지 않는 것이다. 이 또한 여러 아이디어 중의 하나일 뿐이다. 네 번째, 동료 학습자가 구성해 낸 아이디어 이해하기이다. 구성주의가 학습자들이 지식을 구성할 수 있음을 인정할 때, 교실에서의 수업 상황은 여러 학습자가 다양한 아이디어들을 구성하므로 학습자들은 동료 학습자가 구성해 낸 아이디어 중 자신이 구성하지 못한 아이디어들을 이해할 수 기회가 수업 중에 있어야 하고, 이 기회는 학생들이 스스로 또는 교사의 발문에 의해서 이루어질 수 있다.

마. 학생들이 학습할 내용의 발현

객관적 인식론을 토대로 이루어지던 수업에서 학생들이 학습해야 하는 지식은 보편타당한 지식이었다. 이 보편타당한 지식을 교육과정이란 형식을 빌어서, 학년별로 정리해 주었다. 수와 연산 영역에서 중요한 보편타당한 지식은 사칙연산 알고리즘이다. 객관적 인식론을 토대로 하는 수학 수업에서 학생들은 이 사칙연산 표준 알고리즘을 학습하기 위해서 분절화 된 지식들을 전수받았었다. 그런데, 유감스럽게도 구성주의 인식론을 토대로 하는 학습자 중심 수업에서도 여전히 학생들은 이 보편타당한 지식의 대표적인 예라고 할 수 있는 사칙연산 표준 알고리즘을 전수받고 있다.

학생들이 지식을 구성할 수 있는 능력이 있고, 이들의 지적 능력이 서로 다를 수 인정한다면, 그러면, 학생들이 학습할 내용은 미리 정해져서 교사가 일방적으로 제공해 주는 것이 아니라 그들이 각자의 수준에서 각자의 이해를 발생시키는 지식이어야 한다. 그런 점에서, 앞서 진술한 개방형 과제를 이들에게 제공해 주는 것이 필요하다. 물론, 교사가 개방형 과제를 준비하는 과정에서 교사가 이 과제를 통해서 학생들이 학습할 것으로 기대하는 지식도 있지만, 한편으로 학생들이 주어진 과제를 수행하는 동안에 구성해 낸 아이디어들 중에는 교사가 기대하지 못했던 것도 있을 수 있고, 이 아이디어들은 또한 학급마다 다를 수도 있을 것이며, 앞서 교수 관행 절에서 언급한 것처럼, 학생들이 1

차 구성해 낸 아이디어들을 바탕으로 2차 아이디어들도 구성해 낼 수 있는 것이다. 이런 아이디어들이 바로 학생들이 학습해야 할 내용인 것이다(김진호, 2020a, 2020b).

바. 연 차시 수업

수학 교과서에 제시되어 있는 대부분의 수업자료는 단 차시 수업에 적합하도록 설계되어 있다. 이런 설계는 다분히 학습목표로 설정된 지식을 전수하겠다는 의지의 표명이다. 그에 비하여, 학습자 중심 수업을 실천할 때는 필연적으로 연 차시 수업이 필요하다. 학습자들이 지식을 구성할 수 있는 지적 능력이 있음을 인정하면, 학생들은 동일한 학습 자료를 제공받더라도 서로 다른 방법을 선택하여 서로 다른 아이디어들을 구성해 낼 것이다. 학습자 중심 수업의 백미는 이 서로 다른 아이디어들의 구성에 있는 것이 아니라 이 아이디어들의 공유에 있다는 점에서, 학생들은 자신들이 구성해 낸 아이디어들을 이해하는 시간을 가져야 한다. 더군다나 개방형 과제가 학생들에게 제공되는 상황에서 학생들이 구성해 낼 수 있는 아이디어의 수, 유형 등은 매우 다양할 수밖에 없다. 교수 관행 절에서 진술하였듯이, 학생들이 구성해 낸 아이디어들을 모두 존중해 주고 공평하게 대해 주는 수업을 진행하는 수업을 실천에 옮긴다는 것은 필연적으로 단 차시 수업으로는 불가능하고 연 차시 수업이 수반되어야 한다(김진호, 2018b).

사. 초월메타인지

학습자들이 수학을 스스로 이해하는데 있어서 중요한 두 가지는 학습자들이 스스로 이해할 수 있는 시간을 부여받는 것이고, 그 시간 동안 이해하려고 노력한 자신들의 사고과정을 반성하는 메타인지이다(Charalambous & Pitta-Pantazi, 2015). 그런데 수업이라고 하는 것이 혼자서 하는 것이 아니라 서로 다른 지적 능력을 갖춘 인격체들이 함께 하는 것이므로, 학습자들은 동료 학습자들이 구성한 추상에 대해서 이해할 필요가 있다. 즉, 학습자들은 서로로부터 배울 필요가 있다. 학습자들은 동료 학습자가 구성한 추상 및 그에 도달하기까지의 사고과정을 이해하려고 노력해야 한다. 우리는 이 과정을 자신의 사고과정을 이해하려고 노력하는 것을 메타인지라고 하는 것과 대비하여

초월메타인지라고 부를 수 있다(김진호, 2018a). 즉, 구성주의를 반영한 수학 수업은 사실은 개인의 지식 구성과정인 동시에 타인의 지식 구성 과정의 구성이기도 한 것이다. 따라서 교사는 초월메타인지가 활발한 수학 교실을 조성할 필요가 있다. 이를 위해서 교사는 수업 중에, “OO이가 한 말을 자신의 말로 표현할 수 있는 사람 있어요?”, “OO이와 다른 생각을 한 사람 있어요?” 등의 발문을 통해서 학습자들이 수업 내내 동료 학습자들의 사고 과정 및 결과에 주의를 갖도록 해야 한다.

2. 선행연구 고찰

본 연구의 목적은 초등학교 4학년 분수 단원, 다각형 단원을 중심으로 학습자 중심 수업을 2차에 걸쳐 실험처치를 실시하였을 때 실험집단에 있는 학생들에게 추론능력 및 학업성취도에 어떤 영향을 주는지 확인하는데 있다. 그래서 본 연구와 관련된 선행연구 고찰은 구성주의를 바탕으로 하는 학습자 중심 수학 수업에 대한 연구들을 살펴보고자 한다.

김진호·이소민·김상룡(2010)은 초등학교 2학년을 대상으로 곱셈영역에서 구성주의를 바탕으로 한 학습자 중심 수업이 학습 성취도에 미치는 영향을 연구하였다. 재생검사에서 두 집단이 통계적으로 유의미한 차이를 보이지 않았지만, 생성검사에서 두 집단이 통계적으로 유의미한 차이가 있었다. 이는 학습자 중심 수업으로 실험처치를 한 실험집단의 학생들이 학습한 내용을 바탕으로 학습하지 않은 내용을 생성해 내는 데 긍정적인 영향을 미침을 보였다.

김수미(2010)는 학습자 중심 수업이 학업성취도에 미치는 영향에 관한 연구를 통해 학습자 중심 수업이 학생의 창의적 문제 해결력 향상에 효과적임을 보였으나 학업성취도 향상에는 효과적이지 않다고 밝혔다.

조수윤(2011)은 초등학교 3학년을 대상으로 나눗셈 영역에서 구성주의를 바탕으로 한 수학 수업이 추론능력 및 학업성취도에 미치는 영향을 연구하였다. 그 결과 학습자 중심 수업을 진행한 실험 집단은 내용추론 검사 결과에서 유의미한 차이가 나타났고, 재생검사와 생성검사에서 유의미한 차이를 보여 학습자 중심 수업이 학생들의 추론능력과 학업성취도에 긍정적인 영향을 미친다고 할 수 있다. 또한 학업 성취능력이 하

인 집단에서도 비교집단과 큰 평균차를 보여 학업성취 능력이 상, 중, 하인 학생들에게 모두 긍정적인 영향을 미침을 알 수 있다.

정현실(2013)은 초등학교 2학년 곱셈 영역을 중심으로 구성주의를 반영한 학습자 수학 수업이 추론능력에 미치는 영향을 연구하였다. 구성주의를 반영한 학습자 중심 수학 수업은 학습 능력이 다소 떨어지는 학생들의 추론 능력에 긍정적인 영향을 주었다. 또한 학습자 중심 수업은 교사 중심 수업보다 학습하지 않은 내용의 성취도에서 긍정적인 영향을 미쳤다.

황세나(2015)는 학습자 중심 수학 활동에 참여 한 후 수학적 사고 수준이 향상됨을 보였다. 학생들은 상호작용을 통해 서로 의견을 공유함으로써 자신이 생각하지 못한 수준의 사고를 경험하게 되고 그를 토대로 다음 단계로 사고가 확장되면서 활동 과정 중에서 사고 수준이 발달한 것으로 나타났다.

이용석(2016)은 4학년 분수를 중심으로 구성주의를 반영한 학습자 중심 수학 수업이 아동의 지식 생성 수준에 미치는 영향을 연구하였다. 구성주의를 바탕으로 한 학습자 중심 수업은 추론능력과 학습한 내용에 대한 재생력, 학습하지 않은 지식의 생성력에 긍정적인 영향을 주었다. 또한 분수 지식 생성 수준을 향상시키는데 효과가 있으며, 수학적 추론능력을 발달시켜 지식 생성 능력 수준을 향상시키는데 효과가 있었다.

조영랑(2018) 초등학교 6학년 분수의 나눗셈 영역에서 구성주의를 반영한 학습자 중심 수학 수업을 실시하여 학습자의 학업성취도와 수학적 태도에 미치는 영향을 알아보았다. 학습자 중심 수업은 학업성취능력이 하 수준인 학생들에게 유의미한 차이를 보였고, 학생들의 수학적 태도를 긍정적으로 향상시키는데 유의미한 영향을 줌을 보였다.

위의 연구들에서는 학습자 중심 수업 실험처치 한 후 학습자 중심 수업이 학생들의 추론 능력, 학업성취도, 수학적 태도 등에 미치는 영향은 알아보았으나 실험처치를 거듭하였을 때 나타나는 학생들의 추론 능력의 변화에 대한 고찰이 없다. 이에 본 연구자는 학습자 중심 수업을 4학년 분수 영역과 다각형 영역에서 각각 2회 실험처치 한 후 학생들의 추론 능력에 미치는 영향, 학업성취도에 미치는 영향을 연구하고자 한다.

III. 연구방법 및 절차

1. 연구대상

본 연구는 대구광역시에 위치한 J초등학교 4학년 2개 학급 전체학생 42명(실험집단 21명, 비교집단 21명)을 연구대상으로 선정하였다. 1학기에는 학생 수의 변동이 없으나 2학기에 실험집단 학생 2명이 전학을 가게 되어 실험집단 학생 수에 변동이 있다. 이 학교는 대구광역시 수성구에 위치해 있지만 임대아파트에 사는 저소득층 학생들이 많은 환경이므로 학생들의 학력 수준과 가정의 사회·경제적 수준은 하위에 해당한다고 볼 수 있다.

2. 연구설계

본 연구의 연구문제 1을 해결하기 위한 연구방법으로 준 실험설계(quasi-experimantal design)의 이질 통제집단 설계(nonequivalent control group design)를 적용하고자 하였고, 구체적인 설계모형은 [표 1]과 같다.

[표 1] 이질 통제집단 설계
[Table 1] Heterogeneity control group design

동질성 검사		1차 실험처치		사후검사 I		2차 실험처치		사후검사 II	
M A T	G R T	실험집단 (학습자 중심 수업)		R T I	G T I	실험집단 (학습자 중심 수업)		R T II	G T II
		비교집단 (교사 중심 수업)				비교집단 (교사 중심 수업)			

MAT: 수학적성취도검사
GRT: 일반추론검사
CRT I: 내용추론검사 I
RT II: 재생검사 II
GT I: 생성검사 I
GT II: 생성검사 II

연구문제 2를 해결하기 위한 연구방법으로 독립표본 T검증, 반복측정 설계의 일원 반복측정 분산분석모형(one way repeated measures ANOVA)을 사용하였으며 구체적인 설계모형은 [표 2]와 같다.

[표 2] 일원 반복측정 분산분석 모형 설계
[Table 2] Design of repeated measures ANOVA

동질성 검사		사전검사		1차 실험처치		사후검사 I		2차 실험처치		사후검사 II	
M A T	G R T	C R T I	C R T I	실험집단 (학습자 중심 수업)		C R T II	C R T II	실험집단 (학습자 중심 수업)		C R T III	C R T III
				비교집단 (교사 중심 수업)				비교집단 (교사 중심 수업)			

MAT: 수학적성취도검사
GRT: 일반추론검사
CRT I: 내용추론검사 I
CRT II: 내용추론검사 II
CRT III: 내용추론검사 III

동질성 검사에서 MAT는 수학적성취도검사, GRT는 일반추론 검사를 의미한다. 사전검사에서 CRT I은 실험처치 전 내용추론검사, 사후검사에서 CRT II, CRT III는 각 실험 처치 후 내용추론검사, RT I과 RT II는 학습한 내용을 얼마나 재생해 내는지 측정하는 재생검사, GT I과 GT II는 학습한 내용을 바탕으로 학습하지 않은 내용을 얼마나 생성해 내는지 측정하는 생성검사이다.

3. 검사도구

본 연구에서 실시된 검사는 수학적성취도 검사(MAT), 일반추론 검사(GRT), 내용추론검사(CRT), 재생검사(RT), 생성검사(GT)이다. MAT, GRT는 두 집단의 동질성을 검사하기 위한 검사이며, CRT I은 사전검사로써 연구대상의 학생들의 추론능력을 검사하기 위한 것이다. CRT II, CRT III, RT I, RT II, GT I, GT II는 사후검사로써 설정된 연구문제를 해결하기 위한 검사이다. 이를 구체적으로 제시하면 다음과 같다.

가. 수학적성취도검사(Mathematics Achievement Test; MAT)

<부록 1>에 제시된 수학적성취도 검사(MAT)는 실험 처치에 들어가기 전 학습자들이 학습한 분수 관련 지식의 이해 정도를 확인하고 실험집단과 비교집단이 동질집단인지 알아보는 데 있다. 문항의 수는 20문항(100점 만점)이고 시험시간은 40분이다. 검사는 실험처치 2주일 전인 6월 5일 실시하였다. 이 검사도구는 이용석

(2016)이 개발한 것으로, 이 검사도구의 신뢰도는 0.759이다.

나. 일반추론검사(General Reasoning Test; GRT)

<부록 2>에 제시된 일반추론검사(GRT)는 실험처치에 들어가기 전 실험집단과 비교집단이 일반추론능력에서 동질집단인지 알아보는 데 있다. 본 검사는 실험처치 2주일 전인 6월 5일 실시하였다. 본 검사도구는 박성선(1993)이 미국 CTB/McGraw-Hill사의 DelMonteResearchPark가 1983년 개발한 검사를 번안하여 개발한 추론검사에 있는 문항들을 참고로 이용석(2016)이 개발한 일반추론검사이다. 이 검사도구의 문항은 20문항(100점 만점)이고 시험시간은 40분이다. 본 검사도구에 대한 신뢰도는 0.861이다.

다. 내용추론검사(CRT)

<부록 3>, <부록 4>, <부록 5>에 제시된 내용추론검사(CRT I, CRT II, CRT III)의 실시목적은 연구 대상 아동들의 추론능력의 차이를 알아보기 위한 것이다. 즉, 학습자 중심 수업을 받은 실험집단과 교과서 중심 수업을 받은 비교집단이 각각 실험처치를 받은 후 추론능력에 차이를 가져오는지 알아보는 데 이들 검사도구를 활용하였다. 실험처치 전 사전검사(CRT I), 1차 실험처치 후 사후검사(CRT II), 2차 실험처치 후 사후검사(CRT III)를 실시하여 한 집단 내에서 추론능력은 어떻게 변하는지 알아보고자 하였다. 또한 각 실험처치에 따른 실험집단과 비교집단의 추론능력을 비교하고자 했다.

CRT I은 실험처치 전 사전검사로 실험처치 이전에 배운 분수 영역, CRT II는 1차 실험처치 중에 학습한 내용인 4학년 1학기 분수 영역, CRT III는 2차 실험처치 중에 학습한 내용인 4학년 2학기 다각형 영역을 바탕으로 구성되었다. CRT I의 신뢰도는 0.953, CRT II의 신뢰도는 0.969, CRT III의 신뢰도는 0.950이다.

라. 재생검사(RT I, RT II)

재생검사인 RT I과 RT II는 1차 실험처치와 2차 실험처치에서 학습한 내용을 실험집단과 비교집단의 학생들이 얼마나 재생할 수 있는지 측정하기 위한 검사이다. 즉, 각 실험처치 중에 학습한 내용인 4학년 분수 내용, 다각형 내용을 각 집단이 얼마나 이해하고 이것

을 재생할 수 있는지 알아보기 위함이다. RT I의 신뢰도는 0.681, RT II의 신뢰도는 0.784이다.

마. 생성검사(GT I, GT II)

사후검사 중 생성검사는 각 실험처치 중 학습한 내용을 바탕으로 학습하지 않은 영역의 문제를 실험집단과 비교집단이 어느 정도까지 해결할 수 있으며 지식을 스스로 구성할 수 있는지 알아보기 위한 것이다. GT I의 신뢰도는 0.862, GT II의 신뢰도는 0.773이다.

4. 검사의 이행 및 자료의 수집

본 연구에서는 다섯 종류의 검사를 하였다. 수학적 취도검사, 일반추론검사, 내용추론검사, 재생검사, 생성검사를 검사지를 통하여 실시하였다. 각 검사는 연구 대상으로 선정한 실험집단과 비교집단의 각 학급 담임의 검사 감독 하에 40분 동안 이루어졌다. 감독자는 검사의 공정성을 기하기 위하여 문제의 내용에 대한 언급은 하지 않았다. 검사가 실시된 직후 연구자에게 시험에 응시한 집단의 검사지가 전달되었다.

5. 수업자료

가. 1차 실험처치: 분수 수업자료

1차 실험처치에서 사용한 수업자료는 학습자 중심 수업을 위해 고안된 수업자료인 이용석(2016)과 Burns(2001, 2003)를 참고하여 본 연구자가 고안한 개방형 과제이다. 이 개방형 과제는 기본적으로 본 실험을 실시할 시점의 교육과정인 2009 개정 교육과정에서 4학년 1학기 학생들이 알아야 할 내용을 반영하여 설계되었다. 학습자 중심 수업을 위해 고안된 수업자료는 학생들의 인지적 호기심을 자극할 수 있는 과제로 학생들이 자연스럽게 수업에 집중할 수 있도록 도왔다. 또한, 여러 가지 표현과 전략을 이용해 문제해결 방안을 도출해 내고 자신의 해결 방안을 정당화하거나 비판하며 비교할 수 있었다. 본 연구의 차시별 활동내용은 [표 3]과 같다.

[표 3] 실험집단의 분수 단위 개방형 과제 활동 내용 일부
[Table 3] Some contents of open-ended task activities used for the fraction unit in the experiment group

차시	날짜	과제	세부 활동 내용	준비물
5	6/26	육각형 없애기 게임	<ul style="list-style-type: none"> · 육각형 만드는 방법 찾기 - 분수로 표현하기 - 분수의 덧셈 · 육각형 없애기 게임 - 같은 크기의 다른 블록으로 교환하기 - 분수의 뺄셈 	패턴 블록

나. 2차 실험처치 : 다각형 수업자료

2차 실험처치에서 사용한 수업자료는 학습자 중심 수업을 위해 고안된 수업자료인 김진호(2015), Rectanus(1994), Schuster(2009)를 참고하여 본 연구자가 고안한 개방형 과제이다. 본 연구자가 고안한 개방형 과제는 기본적으로 2009 개정 교육과정에서 4학년 2학기에 학생들이 알아야 할 내용을 반영하여 재구성하였다. 학습자 중심 수업을 위해 고안된 수업자료는 학생들의 인지적 호기심을 자극할 수 있는 과제로 학생들이 자연스럽게 수업에 집중할 수 있도록 도왔다. 또한, 여러 가지 표현과 전략을 이용해 문제해결 방안을 도출해 내고 자신의 해결 방안을 정당화하거나 비판하며 비교할 수 있었다. 본 연구의 차시별 활동내용은 [표 4]와 같다.

[표 4] 실험집단의 다각형 단위 개방형 과제 활동 내용 일부
[Table 4] Some contents of open-ended task activities used for the polygon unit in the experiment group

차시	날짜	과제	세부 활동 내용	교구 및 준비물
5-6	12/5	두 개의 다각형 공통점, 차이점 찾기	<ul style="list-style-type: none"> · 4개의 삼각형 문제로 만든 두 개의 다른 다각형 공통점/차이점 찾기 - 4개의 삼각형 문제로 만든 다각형 중 두 개의 다각형 고르기 - 대각선, 변의 길이, 각의 크기 등을 이용하여 공통점/차이점 찾고 토론하기 	삼각형 4개

다. 비교집단

수학 학습은 수학적 사실, 절차, 규칙, 공식에 대

한 의미 있는 암기라고 믿는 J 교사가 수학 교과서를 이용하여 교사 중심 수업을 진행하였다. J 교사는 절차적 지식 중심으로 구성된 수학 교과서 중 분수 단위와 다각형 단원에 할당된 차시들을 순서대로 수업을 진행했다.

수업 모습은 전통적인 형태의 교사 중심 수업으로 교사 주도의 설명을 통한 수학적 사실, 절차, 규칙, 공식에 대한 암기를 중심으로 두고 진행되었다.

IV. 연구 결과 및 논의

1. 실험집단과 비교집단의 학업성취도 차이

가. 실험집단과 비교집단을 선정하기 위한 동질성 검사: MAT와 GRT에 대한 결과

동질성 검사인 MAT와 GRT를 실시한 목적은 실험 집단과 비교집단을 선정하기 위함이다. 이들 검사의 시행은 1차 실험처치를 실시하기 전인 6월 5일에 대구에 소재한 한 초등학교의 4학년 3개 학급을 대상으로 40분씩 실시하였다.

MAT는 3학년 분수 단원을 소재로 하고, 문항 수는 20문항으로 구성되어 있고, 각 문항 당 5점씩 100점 만점으로 채점하였다. GRT는 20문항으로 5점씩 100점 만점으로 채점하였다. 3개 학급 중 선정된 두 집단에 대한 독립표본 t검증 결과는 [표 5]와 같다.

[표 5] 두 집단의 동질성 검사
[Table 5] Homogeneity test between groups

검사명	집단명	집단통계량				독립표본검정	
		사례수	평균	표준편차	평균차	t	p
MAT (수학성취도검사)	실험집단	21	68.59	20.32	1.69	0.246	0.807
	비교집단	21	66.90	23.53			
GRT (일반추론검사)	실험집단	21	70.48	15.32	0.48	0.087	0.931
	비교집단	21	70.00	20.00			

[표 5]와 같이, 각 검사에 대한 p값이 각각 0.807와 0.931이므로, 실험집단과 비교집단이 수학적취득도와 일

반추론에서 통계적으로 유의미한 차이가 없음을 알 수 있다($p>0.05$). 즉, 실험집단과 비교집단의 아동은 분수 영역에 대해 현재 알고 있는 배경 지식과 추론능력에서 유의미한 차이를 보이지 않았다는 것을 알 수 있으며 두 집단은 수학학업성취도와 추론능력에서 동질집단이라고 할 수 있다.

나. 학습자 중심 수업이 학습한 내용에 미치는 영향: 재생검사

1) RT I (Recall Test; 재생검사)에 대한 결과

RTI은 실험집단과 비교집단이 1차 실험처치 기간 동안 학습한 내용을 어느 정도 이해하고 있는지 알아보기 위해 1차 실험처치를 마친 다음 날인 7월 5일 40분 동안 실시하였다. RTI은 4학년 1학기 분수 단원을 소재로 하고, 문항 수는 20문항으로 각 문항 당 5점씩 100점 만점으로 채점하였다. 두 집단에 대해 독립표본 t검증을 한 결과는 [표 6]과 같다.

[표 6] RT I에 대한 집단 간 비교

[Table 6] Comparison between groups for RTI

대상	사 례 수	평균	표준 편차	평균차	t	유의 확률
실험 집단	21	74.29	20.87	2.15	0.302	0.764
비교 집단	21	72.14	24.93			

[표 6]으로부터 알 수 있듯이, p값이 0.764로 실험집단과 비교집단이 통계적으로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다($p<0.05$). 하지만, [표 5]와 [표 6]으로부터 알 수 있듯이 두 집단 간 평균 점수는 1.69에서 2.15로 조금 더 차이가 나고 있음은 확인할 수 있다.

2) RTII(Recall Test; 재생검사)에 대한 결과

2차 실험처치를 한 후 실험집단과 비교집단이 어느 정도 학습한 내용을 파지하고 있는지 알아보기 위해 2차 실험처치가 끝난 후인 12월 12일 40분 동안 실시하였다. RTII는 4학년 2학기 다각형 단원을 소재로 하고, 문항 수는 20문항으로 각 문항 당 5점씩 100점 만점으로 채점하였으며 두 집단에 대해 독립표본 t검증을 한 결과는 [표 7]과 같다.

[표 7] RTII에 대한 집단 간 비교

[Table 7] Comparison between groups for RTII

대상	사 례 수	평균	표준 편차	평균 차	t	유의 확률
실험 집단	19	91.84	8.533	19.22	3.530	0.001
비교 집단	21	72.62	22.283			

[표 7]로부터 알 수 있듯이, p값이 $p<0.01$ 로 실험집단과 비교집단 간 RTII 결과는 통계적으로 유의미한 차이가 있음을 알 수 있다. 또한, 두 집단 간 평균 차는 19.22점으로 실험집단이 매우 높음을 알 수 있다. 또한, 실험집단의 평균값이 91.84이고 표준편차가 8.533이고 비교집단의 평균값이 72.62이고 표준편차가 22.283이므로, 이들 수치들은 실험집단에 있는 학습 능력이 낮은 학생들이 비교집단에 있는 학습 능력이 낮은 학생들과 비교해서 상대적으로 상당히 높은 성취를 이루었음을 의미한다.

다. 학습자 중심 수업이 학습하지 않은 내용에 미치는 영향: 생성검사

1) GT I (Generate Test; 생성 검사)에 대한 결과

GT I은 1차 실험처치를 한 후 실험집단과 비교집단이 1차 실험처치 동안 학습하지 않은 내용에 대한 문항을 어느 정도 해결할 수 있는지 알아보기 위해 이 분포 분수의 덧셈과 뺄셈과 내용으로 구성된 검사지(GTI-1)와, 분수의 곱셈과 나눗셈 내용으로 구성된 검사지(GTI-2)로 이루어진 검사도구이다. 이 검사도구의 각 시행은 40분 동안 이루어졌으며, 시행일은 RT I 측정 다음날인 7월 6일에 2차시에 걸쳐 실시했다.

[표 8] GT I에 대한 집단 간 비교

[Table 8] Comparison between groups for GTI

대상	사 례 수	평균	표준 편차	평균차	t	유의 확률
실험 집단	21	48.77	22.242	24.18	3.216	0.003
비교 집단	21	24.59	26.313			

[표 8]에서 볼 수 있듯이, p값이 $p<0.01$ 이므로 실험집단과 비교집단 간 GT I 결과는 통계적으로 유의미한 차이가 있음을 알 수 있다. 또한, 실험집단과 비교집단의 평균 차는 24.18로 실험집단이 더 높음을 알

수 있다. 학습자 중심 수업을 실시한 실험집단은 학습하지 않은 내용에 대한 해결 능력이 비교집단보다 매우 뛰어난 것을 알 수 있다.

[표 6]에서 실험집단과 비교집단의 RTI에 대한 평균 비교에서 통계적으로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났지만, 실험집단에 있는 학생들의 RTII에 대한 값으로 볼 때 실험집단의 RTI의 평균은 그들이 어느 정도는 이해를 하고 있고 이 이해가 학습하지 않은 내용에 대한 어느 정도 생성력을 보인다고 판단할 수 있다. 이에 반해서, 비교집단의 평균값이 약 25점이라는 것은 이 검사도구가 사지선다형의 표준화된 검사도구이므로 우연에 의해 답을 맞힐 확률과 거의 일치함을 보인다. 즉, 그들의 RTI에 대한 점수는 생성력이 없는 것으로 판단할 수 있다.

2) GTII(Generate Test: 생성 검사)에 대한 결과

GTII는 2차 실험처치를 한 후 비교집단과 실험집단이 2차 실험처치 동안 학습하지 않은 내용에 대한 문항을 어느 정도 해결할 수 있는지 알아보기 위해 4학년 2학기 이후에 학습하게 되는 다각형 영역의 내용으로 문항을 구성하였다.

[표 9] GTII에 대한 집단 간 비교
[Table 9] Comparison between groups for GTII

대상	사례 수	평균	표준 편차	평균차	t	유의 확률
실험 집단	19	66.58	15.46	19.68	3.560	0.001
비교 집단	21	46.90	19.07			

[표 9]에서 볼 수 있듯이, p값이 $p < 0.01$ 이므로 실험 집단과 비교집단 간 GTII 결과는 통계적으로 유의미한 차이가 있음을 알 수 있다. 또한, 실험집단과 비교집단의 평균 차는 19.68로 실험집단의 평균이 비교집단의 평균에 비해서 매우 높음을 알 수 있다. 2차 실험처치 결과 역시 실험집단의 평균이 높게 나타난 것으로 보아 학습자 중심 수업은 학습하지 않은 내용에 대한 해결력을 높이는 것을 알 수 있다.

실험집단의 GTII의 평균값이 66.58이고, 비교집단의 RTII의 평균값이 72.62이다. 이들 수치로부터 실험집단의 학습자들은 2차 실험처치를 통해 학습한 내용들에 대해 정도는 비교집단이 수학 교과서로 같은 범주의

내용들을 학습할 때 평균적으로 성취할 수 있는 정도의 이해 수준에 근접해 있음을 알 수 있다. 또한, 실험집단의 평균값과 표준편차로 보아, 적어도 비교집단과 비교해서, 학습능력이 낮은 학생들도 상당한 정도에서 자신들이 이해한 것을 바탕으로 학습하지 않은 내용을 이해할 수 있음을 보인다고 판단할 수 있을 듯 하다.

라. 논의

본 연구 결과는 조수윤(2011), 이응석(2016) 등의 연구와 같이 학습자 중심 수업을 받은 학생들과 교사 중심 수업을 받은 학생들은 학업성취도에 유의미한 차이가 있다는 것을 보여준다. RTI에서는 통계적으로 유의미한 차이가 없다가 RTII에서 유의미한 차이가 발생한 것을 통해 학습자 중심 수업으로 실험처치를 실시할수록 학습한 내용에 대한 파지력이 더 커짐을 알 수 있다. 또한 RTI에서는 통계적으로 유의미한 차이가 없다가 GTI에서 통계적으로 유의미한 차이가 생긴 것은 학습자 중심 수업이 학생들의 개념적 이해에 도움을 주었음을 의미한다. Skemp(1987)가 진술하듯이, 적응력 있는 즉, 이해를 기반으로 한 생성력 있는 지식은 새로운 지식을 좀 더 쉽게 이해할 수 있도록 도와준다. 그런 점에서, GTI에서 통계적으로 유의미한 차이가 생겼다는 것은 학습자 중심 수업을 통해 이해한 지식이 생성력이 있음을 의미한다. 이와 같은 생성력은 학습 능력이 높은 학생 및 낮은 학생 모두에게서 향상되었음을 의미한다. 그 이유는 RTII의 실험집단의 평균값이 91.84이고 표준편차가 8.53인데서 유추할 수 있다. 실험집단의 하위권에 있는 학생들의 평균점수가 약 75점을 의미한다. 이 값이 의미하는 것은 학습 능력이 낮은 학생들은 지식을 스스로 구성하기 어려울 것이라서 이들 학생들이 함께 존재하는 혼합능력학급에서 학습자 중심 수업을 실천에 옮기기 어렵다는 교사들의 생각을 부정이다. 반면에, 학습한 내용에 대한 검사를 한 RTI에서 실험집단과 통계적으로 유의미한 차이가 없었던 비교집단이 GTI, RTII, GTII에서 실험집단에 비해 통계적으로 유의미하게 차이가 나는 것은 그들의 이해가 생성력이 없다는 것을 의미한다.

GTI과 GTII의 결과들이 두 집단간에 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것은, 1차 실험처치와 2차 실험처치가 학생들이 학습하지 않은 내용에 대한 생성력을 높였다는 것을 보여준다. 이것은 실험집단에 있는 학

생들은 새로운 지식을 어느 정도는 그들 스스로 이해할 수 있다는 것을 의미한다.

2. 실험집단과 비교집단의 내용추론능력 차이

가. 각 실험처치 전후 집단 간 내용추론능력 차이

1) CRT I (Content Reasoning Test I; 내용추론검사 I)에 대한 결과

CRT I 은 실험집단과 비교집단의 내용추론능력을 비교하기 위해서 1차 실험처치를 실시하기 전인 6월 12일 40분 동안 실시하였다. 두 집단에 대해 독립표본 t검증을 한 결과는 [표 10]과 같다.

[표 10] CRT I 에 대한 집단 간 비교
[Table 10] Comparison between groups for CRTI

대상	사례 수	평균	표준 편차	평균차	t	유의 확률
실험 집단	21	35.24	16.12	0.57	0.206	0.838
비교 집단	21	34.67	18.59			

[표 10]으로부터 알 수 있듯이, p값이 0.838으로 실험집단과 비교집단이 통계적으로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다($p > 0.05$). 즉, 실험집단과 비교집단은 1차 실험처치 전 학습한 분수 영역에 대한 내용추론검사 결과는 통계적으로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다.

2) CRT II (Content Reasoning Test II; 내용추론검사 II)에 대한 결과

CRT II는 두 집단에 대해 1차 실험처치를 하고 난 후인 7월 7일 40분 동안 실시되었다. 두 집단에 대해 독립표본 t검증을 한 결과는 [표 11]과 같다.

[표 11] CRT II 에 대한 집단 간 비교
[Table 11] Comparison between groups for CRTII

대상	사례 수	평균	표준 편차	평균차	t	유의 확률
실험 집단	21	46.43	9.892	6.43	2.291	0.027
비교 집단	21	40.00	8.216			

[표 11]로부터 알 수 있듯이, p값이 0.027으로 실험

집단과 비교집단이 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다($p < 0.05$). [표 5]와 [표 10]에서 볼 수 있듯이, 1차 실험처치에 들어가기 전에 두 집단에 있는 학생들의 일반추론 능력 및 내용추론 능력은 차이가 없었지만 1차 실험처치 즉 학습자 중심 수업이 학생들의 내용추론 능력의 함양을 이끌어냈음을 알 수 있다.

3) CRT III (Content Reasoning Test; 내용추론검사)에 대한 결과

CRT III는 두 집단에 대해 2차 실험처치를 실시하고 난 후인 12월 13일 40분 동안 실시되었다. 두 집단에 대해 독립표본 t검증을 한 결과는 [표 12]와 같다.

[표 12] CRT III 에 대한 집단 간 비교
[Table 12] Comparison between groups for CRTIII

대상	사례 수	평균	표준 편차	평균차	t	유의 확률
실험 집단	19	56.32	15.97	19.65	3.112	0.003
비교 집단	21	36.67	22.93			

[표 12]로부터 알 수 있듯이, p값이 0.003으로 실험집단과 비교집단이 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다($p < 0.05$). 즉, 실험집단과 비교집단이 4학년 2학기 다각형 단원을 소재로 한 내용추론검사 CRT II를 실시하였을 때, 학습자 중심 수업을 한 실험집단이 통계적으로 유의미하게 높은 평균값을 얻었음을 알 수 있다. 또한, 실험집단과 비교집단의 평균차가 19.65로 실험집단의 평균이 비교집단의 평균에 비해서 월등히 높음을 알 수 있다. 1차 실험처치 뿐만 아니라, 2차 실험처치 또한 실험집단의 평균이 높은 것으로 보아 학습자 중심 수업이 학생들의 추론능력의 함양에 도움을 주었다고 할 수 있다. 한편, 눈여겨 볼 평균값은 실험집단은 CRT II의 평균값보다 CRT III의 평균값이 상승하였다는 점이고, 비교집단은 반대로 감소하였다는 점이다. 이런 대비되는 수치는 학습자 중심 수업이 학생들의 추론 능력의 함양에 긍정적인 영향을 미치고 있음을 보이고, 수학교과서로 하는 교사중심수업은 학생들의 추론 능력 함양에 긍정적인 영향을 미치지 못하고 있음을 보인다고 할 수 있다.

나. 실험처치를 거듭하였을 때 학생들의 추론 능력의 차이: 내용추론검사에 대한 반복측정 분산분석(Repeated measures ANOVA) 결과

각 집단에 실험처치들을 실시하기 전·후의 각 집단의 추론 능력을 비교하기 위해 반복측정 분산분석(Repeated measures ANOVA)을 시행하였고, 그 결과는 [표 13]과 같다.

[표 13] 내용추론검사에 대한 Repeated measures ANOVA

[Table 13] Repeated measures ANOVA for CRT

Source of Variation	ss	df	ms	F	p
Between-subject	2154.650	1	2154.650	8.580	.006
Error	9623.275	38	253.244		
Within-subject count	3198.732	2	1599.366	10.542	.000
count*group	2134.265	2	1067.133	7.034	.002
Error	11530.585	76	151.718		

앞 절에서 상세하게 살펴보았듯이, 집단 간 내용추론검사 결과는 통계적으로 유의한 차이가 있다 ($F=8.580, p<0.05$). 한편, [표 13]로부터 알 수 있는 것은, 실험처치횟수 * 집단 간의 상호작용이 통계적으로 유의하게 나타났다($F=7.034, p<0.05$)는 점이다. 즉, 학습자 중심 수업으로 실험처치를 반복해 감에 따라 두 집단 간 내용추론검사 결과에 통계적으로 유의미한 차이가 나타남을 알 수 있다.

각 집단에 실험처치를 실시하기 전·후의 집단 내 추론 능력의 변화를 알아보기 위해 반복측정 분산분석(Repeated measures ANOVA)을 시행하였고, 그 결과는 [표 14]와 같다.

[표 14] 실험집단과 비교집단의 개체-내 효과 검정

[Table 14] Within-subject effects in groups

group	Source of Variation	ss	df	ms	F	p
실험 집단	Within-subject	4803.193	2	2401.596	21.642	.000
	Error	3994.807	36	110.967		
비교 집단	Within-subject	304.889	2	152.444	.809	.452
	Error	7535.778	40	188.394		

[표 14]는 실험집단의 경우 개체-내 효과검정에서 통계적으로 유의미한 차이가 있으나($F=21.642, p<0.05$), 비교집단의 경우 개체-내 효과검정에서 통계적으로 유의미한 차이가 없음($F=0.809, p>0.05$)을 보인다. 학습자 중심 수학 수업으로 실험처치를 반복해서 받은 실험집단은 내용추론검사들에서 통계적으로 유의미한 차이를 보이는 반면에, 교사 중심 수학 수업으로 실험처치를 반복해서 받은 비교집단은 내용추론검사들 간 통계적으로 유의미한 차이를 보이지 않았다.

다. 논의

조수윤(2011), 정현실(2013), 이용석(2016)은 학습자 중심 수학 수업으로 실험처치를 1회 실시한 후 학습자들의 추론 능력이 함양되었음을 보였다. 또한, 이들은 수학 교과서로 수업하는 교사 중심 수업에서는 학생들의 추론능력이 긍정적으로 함양됨을 보이지 않고 있다. 본 연구 결과 또한, 비교집단의 자료는 교사 중심 수업은 학생들의 추론능력 함양에 긍정적이지 않음을 보인다. 이들의 연구 결과를 바탕으로 본 연구에서는 학습자 중심 수학 수업을 2차에 걸쳐 실험처치를 하였을 때, 학습자들의 내용추론능력이 더 크게 향상되는지, 즉, 실험처치간 효과가 발생하는지를 확인하고자 하였다. [표 5]와 [표 10]에서 볼 수 있듯이, 실험처치를 하기 전에 두 집단의 일반추론검사(GRT)와 내용추론검사(CRT)의 검사 결과는 통계적으로 유의미한 차이가 없었지만, [표 11]과 [표 12]에 따르면, 1차 및 2차 실험처치 전후 실시한 CRTII와 CRTIII의 집단간 평균 비교는 통계적으로 유의미한 차이가 있을 뿐만 아니라, [표 13]에 따르면 그 차이는 점점 더 커지고 있음을 알 수 있다. [표 14]는 실험집단의 내용추론능력은 실험처치를 거듭할수록 함양됨을 보이는 반면에, 비교집단은 긍정적인 변화를 보이지 않음을 보인다.

학습자 중심 수학 수업을 실험처치 받은 집단의 내용추론능력이 함양된 것과 관련해서 한 가지 더 주목할 부분이 있다. 그것은 바로 이들의 함양된 내용추론 능력이 학습하지 않은 내용의 이해(GTI 및 GTII) 뿐만 아니라 재생검사(RTII)에 긍정적인 영향을 미쳤을 가능성이 있다. 조수윤(2011)은 학습자 중심 수학 수업을 받은 학생들은 개념적 이해를 하고, 추론 능력이 향상됨으로써 학습하지 않은 내용에 대한 검사도 잘 해결할 수 있다고 결론내리고 있다. 즉, 학생들의 추론능력

의 함양이 학생들의 내용지식의 이해에 영향을 미칠 수 있다는 것이다. 그런 점에서, 본 연구에서 얻어진 학생들의 추론능력의 함양과 내용지식의 이해와의 관계에 대해서 가능한 해석을 살펴보고자 한다. RTI(재생검사)에서 두 집단간 통계적으로 유의미한 차이가 없다가 GTI(생성검사)에서 두 집단간 통계적으로 유의미한 차이가 발생하는데, 그 원인이, 학습자 중심 수학 수업을 실험처치 받으면서 함양된 학생들의 추론능력일 가능성이 있다. 이 부분은 조수윤(2011)도 밝히고 있다. 즉, 학습자 중심 수학 수업을 받는 학생들은 수학을 학습하면서 수학을 이해하고, 이 이해가 발생하기 위해서 학습자들이 메타인지를 하면서 학생들의 추론능력이 향상된다. 그러면, 본 연구의 핵심은 수학을 학습하면서 이해하고, 이해를 하면서 추론 능력이 향상되고, 그러면, 후속 내용들을 학습할 때 학생들의 이해와 추론 능력은 더더욱 향상될 것이다. 이 진술은 RTII의 실험집단의 평균(91.84), 평균 차(19.22), 그리고 GTII의 평균차(19.68)가 지지해 준다. 앞서 진술한 바와 같이 RTII의 실험집단의 평균이 91점을 넘는다는 것은 이 학급에 있는 거의 모든 학생이 매우 우수한 학업성취도를 보이고 있음을 의미하고, RTII와 GTII의 평균차가 19점을 넘는다는 것은 두 집단의 두 측정값의 차이가 더 커지고 있음을 의미하고, 아마도 3차 실험처치를 하면 더 벌어질 가능성을 암시하고 있다고 할 수 있다.

V. 결론

본 연구에서는 기존의 교사 중심의 전통적인 교수·학습 방법에 대한 대안으로 보다 나은 교수·학습 방법을 모색하기 위한 시도로 구성주의를 기반으로 하는 학습자 중심 수학 수업을 실시하였다. 기존의 연구들은 대체로 실험처치를 1회 실시하여 학습자 중심 수학 수업의 효과를 입증하고자 하였으나, 본 연구는 실험처치를 2회 실시하여 실험처치가 거듭함에 따라서 이 실험처치가 학습자의 추론능력과 학업성취도에 미치는 영향을 알아보았다. 본 연구 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 학습자 중심 수학 수업은 학습자의 학업성취도에 긍정적인 영향을 준다. 즉, 학습자 중심 수학 수업을 받은 학생들은 실험처치 동안 학습한 내용 뿐만

아니라 학습하지 않은 내용에 대해서 비교집단과 비교해서 높은 성취를 보인다. 둘째, 실험처치를 거듭함에 따라서 실험집단은 재생검사에서 매우 높은 평균값을 얻었는데, 이로부터 학습자 중심 수학 수업을 거듭할수록 학습 능력이 낮은 학생들에게 긍정적인 영향을 미친다고 할 수 있다. 셋째, 학습자 중심 수학 수업을 거듭할수록 학습자의 추론 능력 함양에 긍정적인 영향을 준다. 학생들의 추론 능력은 실험집단과 비교집단간 비교에서 차이가 나타났고, 실험집단 내에서는 긍정적인 추론능력의 신장 효과를 보였다. 넷째, 학생들의 추론능력의 함양이 그들의 생성검사 결과에 긍정적인 영향을 미쳤다고 추정할 수 있다.

본 연구에서 얻은 결과 및 결론으로부터 다음과 같은 제언을 할 수 있다. 첫째, 본 연구는 4학년 분수 단원과 다각형 단원을 대상으로 학습자 중심 수학 수업이 학생들의 학업성취도와 추론능력에 긍정적인 영향을 미침을 알 수 있었지만, 다른 단위들에도 학습자 중심 수학 수업이 긍정적인 영향을 미치는지는 단정할 수 없으므로 4학년의 다른 단위이나 다른 학년의 단위들을 대상으로 유사한 실험연구를 실시해 볼 필요가 있다. 둘째, 학습자 중심 수학 수업이 추론의 종류에 따른 추론능력에 미치는 영향에 대해 살펴볼 필요가 있다. 특히, 수학 학습에 있어서 결정적으로 중요한 추론능력은 연역추론인데, 학습자 중심 수학 수업이 학습자들의 연역 추론능력에 영향을 미치는지 살펴볼 필요가 있다. 셋째, 거듭된 실험처치를 실시할 때 한 학기에 처치할 것을 제안한다. 본 연구는 2학기에 걸쳐 실험처치를 하였으므로, 실험처치간 간격이 비교적 컸음으로 통제변인들을 모두 잘 통제하기 어려웠다. 넷째, 실험처치의 횟수를 2회를 초과해서 실시할 필요가 있다. 본 연구도 선행연구자들이 1회에 걸쳐서 긍정적인 효과를 보고한 연구들의 후속연구에 해당하므로 본 연구의 후속연구로 실험처치를 3회 이상 하는 연구도 실시해 볼 필요가 있다. 다섯째, 학습자 중심 수학 수업이 학생들의 정의적 영역에 미치는 연구도 실시할 필요가 있다. 지금까지 대부분의 연구는 학습자 중심 수학 수업은 학생들의 학업성취도 및 추론능력에 미치는 영향을 연구하였다. 하지만, 학습자 중심 수학 수업을 실천해 본 연구자의 수업 경험으로부터 연구자는 학습자 중심 수학 수업은 학생들에게 인지적 영역뿐만 아니라 정의적 영역에도 긍정적인 영향을 줄 수 있다는 신념을 형성하였다.

참 고 문 헌

권성룡(2003). 초등학생의 분수이해에 관한 연구. 학 교수학, 5(2), 259-273.

Kwon, S. Y. (2003). A study on elementary school students' understanding of fraction. *School Mathematics*, 5(2), 259-273.

교육부(2015). 초등학교 교육과정: 교육부 고시 제 2015-80호 [별책2]. 서울: 교육부.

Ministry of Education (2015). *Elementary mathematics curriculum: Notice 2015-80*. Seoul: Ministry of Education.

교육부(2016). 교사용 지도서 수학 4-1. 천재교육.

Ministry of Education (2016). *Elementary mathematics 4-1 teacher's guide*. Seoul: Chunjae Education.

교육부 (1997). 초등학교 교육과정. 서울: 대한교과서 주식회사.

Ministry of Education (1997). *Elementary mathematics curriculum*. Seoul: Author.

김미영(2010). 분수 덧셈, 뺄셈에서 나타나는 인지적 장애 분석. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

Kim, M. (2010). *An analysis on cognitive obstacles while doing addition and subtraction with fractions*. Unpublished Master Thesis at Seoul National University of Education.

김민정(2007). 교구를 활용한 다각형의 이해. 홍익대학교 교육대학원 석사학위논문.

Kim, M. J. (2007). *Understanding of the construct polygons by using teaching aids*. Unpublished Master Thesis at Hongik University.

김수미(2010). 학습자 중심 수업이 고등학생들의 과학 창의적 문제해결력, 학업 성취도, 과학에 대한 태도에 미치는 영향. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.

Kim, S. M. (2010). *The effect of learner-centered lesson on creative problem solving ability in science, academic achievement in science, attitude toward science*. Ewha Womans University.

김지혜(2004). 동기유발과 창의력 증진을 위한 칠교판의 활용 방안. 단국대학교 교육대학원 석사학위논문.

Kim, J. H. (2004). *Practical Using of Tangram for Inducing Motivation and Improving Creativity*.

김진호.(2020a). 개인차를 고려한 학습자 중심 수업을 위한 진입점과 출구점이 다양한 과제. 미래교육현 장연구, 41(1), 32-45.

Kim, J. H. (2020a). Tasks with the various entry and exit points for implementing learner-centered instruction in a mixed-ability classroom. *Explorations into Future Education*, 41(1), 32-45.

김진호(2020b). 학생들이 즐거운 수학교실 : 3학년 1 학기 덧셈과 뺄셈. 경기: 교육과학사.

Kim, J. (2020b). *Mathematics classroom where students feel happy: 3rd grade 1st semester addition and subtraction*. Gyengki : Gyoyuggwahagsa.

김진호(2014). 학습자 중심 수학 수업을 위한 수업 자료. 과학·수학교육연구, 37, 169-185.

Kim, J. H. (2004). *Instructional materials for learner-centered mathematics instruction*. 37, 169-185

김진호(2015). (지오지브라와 함께하는) 초등학교 도형탐구 : 3·4학년. 서울: 교우사.

Kim, J. H. (2015). *Elementary school figure exploration (with GeoGebra): 3rd and 4th graders*. Seoul: Gyowoosa.

김진호(2018a). 학습자 중심 수학 수업에 적합한 용어 들에 대한 재음미. 교과교육연구, 39(2), 1-11.

Kim, J. H. (2018a). *Reexamines some important terminologies for implementing learner-centered instruction*. *Korean Journal of Educational Research*, 39(2), 1-11.

김진호(2018b). 학생들이 즐거운 수학교실 : 1학년 1 학기 연산 수업. 교육과학사.

Kim, J. H. (2018b). *Mathematics classroom where students feel happy: 1st grade 1st semester operation instructions*. Gyengki: Gyoyuggwahag- sa.

김진호(2020). 학습자 중심 수업의 실천: 답이 열린 개방형 과제를 중심으로. 교과교육연구, 40(2), 1-10.

Kim, J. H. (2020). *Implementation of learner-centered instruction: Focused on the open-ended task with several results*. *Korean Journal of Educational Research*, 40(2), 1-10.

김진호, 김상미(2013). 구성주의 입장에서 보는 학습자 중심의 수학 교수·학습. 김진호, 장경윤, 한인 기, 고호경 (편저), 구성주의와 한국수학교육: 한국

- 수학교육학회 연보 창간호 (pp. 45-64). 서울: 경문사.
- Kim, J. & Kim, S. M. (2013). *Learner-centered mathematics teaching and learning from a constructionist's perspective*. In Kim, J., Chang, K., Han, I., and Go, H., *Constructivism and Korea mathematics education* (pp. 45-64). Seoul : Kyongmoonsa.
- 김진호, 이소민, 김상룡(2010). 학습자 중심 수업이 학습자들의 성취도에 미치는 영향. 한국초등수학교육학회지, 14(1), 136-151.
- Kim, J., Lee, S. M., & Kim, S. R. (2010). Achievement of students who have learner-centered instruction for multiplication units. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 14(1), 136-151.
- 김춘화(2004). 분수 덧셈·뺄셈 오류 유형 진단과 처방에 관한 연구. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Kim, C. H. (2004). *Research for the diagnostic and prescription of fractional addition and subtraction*. Gyeongin National University of Education.
- 남화선(2002). 이분모 분수의 연산 지도 프로그램 개발 연구. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Nam, H. S. (2002). *Developing a program of teaching unlike-denominator fractional operations*. Seoul National University of Education.
- 노영아, 안병근(2007). 도형 영역의 오류 유형과 원인 분석에 관한 연구-초등학교 4 학년을 중심으로. 한국초등수학교육학회지, 11(2), 199-216.
- Roh, Y. A. & Ahn, B. G. (2007). *Analysis on error of fourth grade student in geometric domain*. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 11(2), 199-216.
- 류희찬(2004). 수학교육에서 탐구형 소프트웨어의 활용방안. 한국교원대 수학교육 연구소 제 14 회 수학교육세미나, 56-73.
- Ryu, H. C. (2004). *How to use inquiry type software in mathematics education*. The 14th Mathematics Education Seminar, Institute for Mathematics Education, Korea National University of Education, 56-73.
- 박교식(1996). 우리나라 초등학교의 수학 교수·학습에서 볼 수 있는 몇 가지 특징. 수학교육학연구, 6(2), 99-113.
- Park, K. S. (1996). Some characteristics that can be found in mathematics teaching and learning in elementary schools in Korea. *Research in Mathematics Education*, 6(2), 99-113.
- 박성선 (1993). 국민학교 4학년 아동들의 논리적 추론에서의 정교화 효과. 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.
- Park, S. S. (1993). *The effects of elaboration on logical reasoning of 4th grade children*. Korea National University of Education.
- 방정숙, 김상화, 박금란(2006). 초등교사의 수학과 교수법적 내용 지식 정립을 위한 교수학습 자료개발. 2005학년도 교과공동연구결과보고서. KRF - 2005-030-B00045, 1943-2029.
- Pang, J. S., Kim, S. H., & Park, K. R. (2006). *Development of teaching and learning materials to establish knowledge of elementary school teachers' mathematics and teaching methods*. 2005 Subject Joint Research Results Report. KRF-2005-030-B00045, 1943-2029.
- 오성환(2000). 퀴즈네어 막대를 활용한 분수 계산 학습 프로그램의 적용 효과. 한국교원대학교 석사학위 논문.
- Oh, S. H. (2000). *A study on effectiveness of a fraction operation program using cusenaire rods*. Unpublished master thesis, Korea National University of Education.
- 이영석(2016). 구성주의를 반영한 수학 수업이 아동의 지식 생성 수준 및 추론능력에 미치는 영향 : 초등학교 4학년 분수를 중심으로. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- Lee, E. S. (2016). *Effects of mathematical instructions based on constructivism on learners' knowledge generation level and reasoning ability*. Unpublished master thesis, Daegu National University of Education.
- 이종욱(2005). 분수에 대한 교사지식 변화에 대한 연구. 한국교원대학교 대학원 미간행 박사학위 논문.
- Lee, J. E. (2005). *Study on transition of teacher knowledge of fractions*. Unpublished doctoral dissertation, Korea National University of Education.
- 이화진(1999). 구성주의와 교육과정 구성. 초등교과교육연구, 2, 35-61.
- Lee, H. J. (1999). Constructivism and construction of curriculum. *Journal of the Elementary Education Society*, 2, 35-61.

- 임지예(2017). 초등 수학교과서, 교사, 학생이 제시하는 삼각형과 사각형의 예 분석. 서울교육대학교 교육전문대학원 석사학위논문.
- Lim, Jiye. (2017). *An analysis of the examples of triangles and quadrangles generated by elementary school mathematics textbooks, teachers, and students*. Unpublished master thesis, Seoul National University of Education.
- 정소영(2017). GeoGebra를 활용한 수학 수업이 도형 개념 형성과 수학적 성향에 미치는 영향 분석. 서울교육대학교 교육전문대학원 석사학위논문.
- Jung, S. Y. (2017). *The analysis of influencing on figure conceptual formation and mathematical tendency using GeoGebra in mathematics*. Unpublished master thesis, Seoul National University of Education.
- 정은숙(2005). 예와 반례 제시를 통한 도형개념 지도 방안. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Jung, E. S. (2005). *A scheme of the instruction of geometry concepts through the example and counterexample*. Unpublished master thesis, Gyeongin National University Education.
- 정은실(2009). 싱가포르와 우리나라 교과서의 비교 분석을 통한 분수 개념 지도 방안 탐색. 수학교육학 연구, 19(1), 25-43.
- Jeong, E. S. (2009). An comparative analysis of fraction concept in mathematics textbooks of Korea and Singapore. *Mathematics Education*, 19(1), 25-43.
- 정현실 (2013). 구성주의 수학 수업이 추론능력에 미치는 영향 : 초등학교 2학년 곱셈을 중심으로. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Jung, H. (2013). *Effects of mathematical instructions based on constructivism on learners' reasoning ability*. Unpublished master thesis, Daegu National University of Education.
- 조수윤(2011). 구성주의 수학 수업이 추론능력에 미치는 영향 : 초등학교 3학년 나눗셈을 중심으로. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Cho, S. Y. (2011). *Effects of mathematical instructions based on constructivism on learners' reasoning ability*. Unpublished master thesis, Daegu National University of Education.
- 조영랑(2018). 학습자 중심 수학 수업이 학업 성취도 및 수학적 태도에 미치는 영향 : 초등학교 6학년 분수의 나눗셈을 중심으로. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Jo, Y. R. (2018). *Effects of learner-centered mathematical instructions on learners' mathematical achievement and attitude toward mathematics - Focus on dividing fractions of the 6th Grade*. Unpublished master thesis, Daegu National University of Education.
- 최영주(2005). 초등학교 학생들의 분수 오개념 분석 및 분수 개념 형성 지도방안. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Choi, Y. J. (2005). *Study on the teaching methods of fractions concept through the analysis of misconcepts of fractions*. Unpublished master thesis, Jeon-ju National University of Education
- 황세나(2015). 학습자 중심 수학 활동이 학생들의 수학적 사고 및 수학학습태도에 미치는 영향. 이화여자대학교 교육대학원. 석사학위논문.
- Hwang, S. N. (2015). *Effects of the learner-centered mathematical activity on student's mathematical thinking and mathematical learning attitude*. Unpublished master thesis, Ewha Womans University
- 황세정, 김진호, 고희경, 서보억 (편저)(2014). 수학학습 지도원리와 적용. 서울: 경문사.
- Hwang, H. J., Kim, J., Ko, H. K., & Suh, B. E. (2014, Eds). *Principles and application learning and teaching of mathematics*. Seoul: Kyungmoonsa.
- Barnett-Clark, C., Fisher, W., Marks, R., & Ross, S. (2010). *Developing essential understandings of rational numbers for teaching mathematics in grades 3-5*. Reston, VA: NCTM Press.
- Bezuk, N. S., & Bieck, M. (1993). Current research on rational numbers and common fractions: Summary and implications for teachers. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 118-136). New York: Macmillan.
- Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & William, D. (2003). *Assessment for learning: Putting it into practice*. New York: Open University Press.
- Burns, M. (2001). *Lessons for introducing fractions to grades 4-5*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

- Burns, M. (2003). *Lessons for extending fractions to grades 5*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside School. *Teachers College Record*, 110(3), 608-645.
- Chapin, S. H., O'Connor, C. & Anderson, N. C. (2013). *Classroom discussions in math: A teacher's guide for using talk moves to support the Common Core and more, Grades K-6: A multimedia professional learning resource* (3rd Ed.). Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Charalambous, C. Y. & Pitta-Pantazi, D. (2015). Perspectives on priority mathematics education: Unpacking and understanding a complex relationship linking teacher knowledge, teaching, and learning. In L. D. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed.) (pp. 19-59). New York, NY: Routledge.
- Cramer, K. A., Post, T. R., & delMas, R. C. (2002). Initial fraction learning by fourth- and fifth-grade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(2), 111-144.
- Kim & Yeo (2019). Teaching practices for all learners in the mathematics classroom. *Research in Mathematical Education*, 22(2), 123-134.
- Kim, J., Colen, Y., & Colen, J. (2013). Reform based instruction in Korea. In J. Kim, Han, I., Park, M., & Lee, J. (Eds.), *Mathematics education in Korea: Curriculum and teaching and learning practices* (pp. 104-129). Singapore: World Scientific Press.
- Levi, L., & Empson, S. B. (2011). *Extending children's mathematics: Fractions and decimals*. Portsmouth: Heinemann.
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: Author.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Payne, J., Towsley, A., & Huinker, D. (1990). Fractions and decimals. In J. Payne & C. E. Clements (Eds.), *Mathematics for the young child* (pp. 175-200). Reston, VA: NCTM Press.
- Rectanus, C. (1994). *Math by all means: Geometry grades 3-4*. Math Solutions Publications.
- Reys, R., Lindquist, M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2009). *Helping children learn mathematics*. John Wiley & Sons.
- Schuster, L. (2009). *A month-to-month guide: Fourth-grade math*. Sausalito, CA, Math Solutions Publications.
- Silver, E. A., & Peterson, R. (1985). *Decision systems for inventory management and production planning*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons Inc.
- Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. London: Penguin Group.
- Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50-80.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488.
- von Glasersfeld, E. (1987). *The construction of knowledge: Contributions to conceptual semantics*. Salinas, CA: Intersystems Publications.
- Watson, A. & Ohtani, M. (Eds.) (2015). *Task design in mathematics education*. New York: Springer.
- Yeh, C., Ellis, M. W., & Hurtado, C., K. (2017).

*Reimagining the mathematics classroom:
Creating and sustaining productive learning
environments.* Reston, VA: National Council of
Teachers of Mathematics Press.

The Effects of Learner-Centered Mathematical Instructions on Students' Reasoning Ability and Achievement

Cha, So-Jeong

Daegu Dongchun elementary school
15, sangrok-ro, Suseong-gu, Daegu, Republic of Korea
E-mail : bbanjjac85@gmail.com

Kim, Jinho[†]

Daegu National University of Education
219, Jungang-daero, Nam-gu, Daegu, Republic of Korea
E-mail : jk478kim@dnue.ac.kr

The purpose of this study is to confirm the influences of learner-centered instruction on learners' achievement and reason ability. In order to accomplish them, the fraction unit and the polygonal unit in the fourth grade were implemented with teaching methods and materials suitable for learner-centered mathematics instruction.

Some conclusions could be drawn from the results as follows:

First, learner-centered mathematics instruction has a more positive effect on learning of learned knowledge and generating unlearned knowledge in the experimental period than teacher-centered instructions. Second, learner-centered instruction makes an influence of low learning ability on getting achievement positively. Third, as the experimental treatment is repeated, learner-centered instruction has a positive effect on students' reasoning ability. The reasoning ability of students showed a difference in the comparison between the experimental group and the comparative group, and within the experimental group, there was a positive effect of the extension of the positive reasoning ability. Fourth, it can be estimated that the development of students' reasoning ability interchangeably affected their generation test results.

* Key Words : learner-centered instruction, reasoning ability, generation.

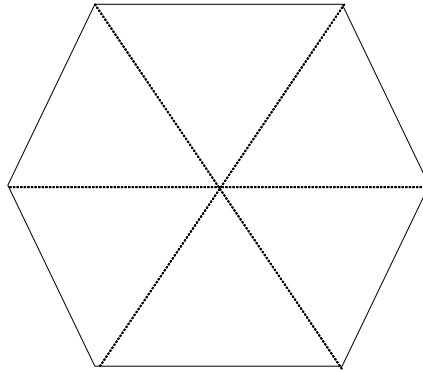
† Corresponding Author

<부록 1> 수학 성취도검사(MAT)의 일부

수학 성취도 검사

4학년 ()반 ()번 이름 ()

1. 다음 육각형을 세부분으로 똑같이 나누어 보시오.



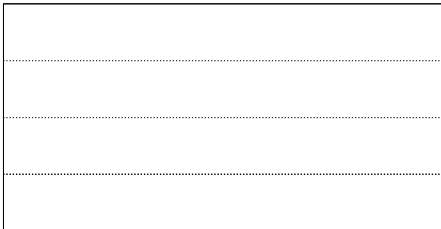
2. 다음 빈 칸에 알맞은 수를 써보시오.

부분  는 전체  를 똑같이 로 나눈 것 중 입니다.

3. 수진이는 생일 케이크를 12조각으로 똑같이 나누어 4조각을 먹었습니다.' 처음 생일 케이크 중 수진이 먹은 케이크의 양을 분수로 올바르게 표시한 것을 모두 고르시오.

- ① $\frac{12}{4}$ ② $\frac{4}{12}$ ③ $\frac{4}{8}$ ④ $\frac{8}{4}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

4. 다음 도형에서 표시하고 싶은 조각 수만큼 빗금 표시하고, 그것을 분수로 표현하여 보시오.



-> 분수 표현: _____

<부록 2> 일반추론검사(GRT)의 일부

<h2 style="margin: 0;">일반 추론 검사</h2> <p style="margin: 0;">4학년 ()반 ()번 이름 ()</p>
--

이 검사는 [] 안에 주어진 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르는 문제입니다. 네 가지 보기 중에서 가장 적절한 답을 골라 번호 앞의 _____곳에 ○표를 하시오. 전체 20문제이며, 시간은 30분입니다.

< 보 기 >

- 모든 고양이는 쥐를 잡으러 다닌다.
- 영수는 고양이를 갖고 있다.
- 그의 형 철수는 쥐를 갖고 있다.

-----① 고양이는 쥐를 먹는다.

-----② 철수는 고양이를 싫어한다.

___○___③ 영수의 고양이는 쥐를 잡으러 다닌다.

-----④ 고양이와 쥐는 같은 집에서 함께 산다.

문제1

- 모든 물고기는 물에서 산다.
- 어떤 물고기는 맛이 좋다.
- 민어는 물고기이다.

- ① 민어는 헤엄을 칠 수 있다.
- ② 민어는 물에서 산다.
- ③ 민어는 맛이 좋다.
- ④ 많은 민어는 호수에서 산다.

문제2

- 빵은 밀가루로 만든다.
- 빵은 맛있다.
- 밀가루는 밀로 만든다.

- ① 빵에는 밀이 들어있다.
- ② 빵은 밀보다 맛있다.
- ③ 빵은 중요한 음식물이다.
- ④ 밀가루와 밀은 같은 것이다.

문제3

- 모든 새는 날개가 두 개다.
- 어떤 새는 날 수 있다.
- 타조는 새이다.

- ① 타조는 날 수 있다.
- ② 타조는 날고 싶어 한다.
- ③ 타조의 날개는 아름답다.
- ④ 타조는 날개가 두 개다.

문제4

- 장미는 봄에 핀다.
- 영희는 정원에서 장미를 몇 송이 꺾었다.

- ① 영희는 장미를 좋아한다.
- ② 영희는 봄에 장미를 꺾었을 것이다.
- ③ 영희는 꽃병에 장미를 꽂았다.
- ④ 정원에는 여러 종류의 장미가 있다.

<부록 3> 내용 추론 검사(CRT I)의 일부

내용 추론 검사

4학년 ()반 ()번 이름 ()

※ 이 검사는 <보기>안에 주어진 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르는 문제입니다. 네 가지 보기 중에서 가장 적절한 답을 골라 ()안에 그 번호를 쓰세요.

<예시>

<보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- $2 \div 2 = 1$
- $4 \div 2 = 2$
- $6 \div 2 = 3$

- ① 1과 2를 더하면 3이 된다.
- ② 모든 짝수는 2로 나누어진다.
- ③ 어떤 수를 2로 나눈 몫은 짝수이다.
- ④ 어떤 수를 2로 나누면 몫은 1,2,3 중 하나이다.

<보기>에 있는 모든 나누어지는 수(2,4,6)는 짝수이고, 이 수들은 2로 나누어진다는 사실을 알 수 있습니다. 답지 ①번 옳지만 <보기>에 있는 사실과는 거리가 멀기 때문에 정답이 될 수 없습니다.

<용어설명>

“짝수”는 2로 나눌 수 있는 수를 말합니다.

“홀수”는 2로 나누었을 때 1이 남는 수를 말합니다.

“배수”는 어떤 수를 1배, 2배, 3배, 4배, … 한 수를 그 수의 배수라고 합니다.

예) 4의 배수: 4, 8, 12, 16, 20, …

1. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- 전체를 똑같이 2로 나누었다면 분모는 2가 된다.
- 윤호가 피자 하나를 똑같이 둘로 나누어 그 중 한 조각을 먹었다면 전체를 똑같이 2로 나눈 것이다.

- ① 윤호는 동생보다 피자를 더 많이 먹었다.
- ② 윤호가 먹은 피자의 양은 $\frac{1}{2}$ 이다.
- ③ 반으로 나눈 피자 두 조각 중 한 조각을 먹었으므로 윤호가 먹은 피자의 양은 1이다.
- ④ 윤호가 먹은 피자의 양은 숫자로 나타낼 수 없다.

2. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- ♡는 진분수이다.
- ♡는 분모가 2이다.

- ① 분모가 2인 분수는 1개 있다.
- ② $\frac{1}{3}$ 은 ♡보다 작다.
- ③ ♡는 1개 있다.
- ④ ♡는 2개 있다.

3. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- 찬욱이는 빵을 4조각으로 나누었다.
- 준호는 빵을 8조각으로 나누었다.

(단, 이때 찬욱이와 준호가 처음 가지고 있던 빵의 크기는 같다.)

- ① 찬욱이의 빵 한 조각이 더 크다.
- ② 준호의 빵 한 조각이 더 크다.
- ③ 찬욱이의 빵 조각과 준호의 빵 조각은 똑같다.
- ④ 누가 나누어 준 양이 더 많은 지 알 수 없다.

4. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- 경준이는 색종이를 2장 가지고 있다.
- 2장 중 종이접기를 하는데 $\frac{1}{2}$ 만큼 사용했다.

- ① 2에서 $\frac{1}{2}$ 은 뺄 수 있다.
- ② 경준이는 색종이를 $\frac{1}{2}$ 장 사용했다.
- ③ 경준이는 색종이 1장을 사용했다.
- ④ 경준이가 사용하고 남은 색종이는 $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ 이라고 쓴다.

<부록 4> 내용 추론 검사(CRTⅡ)의 일부

내용 추론 검사

4학년 ()반 ()번 이름 ()

※ 이 검사는 <보기>안에 주어진 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르는 문제입니다. 네 가지 보기 중에서 가장 적절한 답을 골라 ()안에 그 번호를 쓰세요.

<예시>

<보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

— < 보기 > —

- $2 \div 2 = 1$
- $4 \div 2 = 2$
- $6 \div 2 = 3$

- ① 1과 2를 더하면 3이 된다.
- ② 모든 짝수는 2로 나누어진다.
- ③ 어떤 수를 2로 나눈 몫은 짝수이다.
- ④ 어떤 수를 2로 나누면 몫은 1,2,3 중 하나이다.

<보기>에 있는 모든 나누어지는 수(2,4,6)는 짝수이고, 이 수들은 2로 나누어진다는 사실을 알 수 있습니다. 답지 ①번 옳지만 <보기>에 있는 사실과는 거리가 멀기 때문에 정답이 될 수 없습니다.

<용어설명>

“짝수”는 2로 나눌 수 있는 수를 말합니다.

“홀수”는 2로 나누었을 때 1이 남는 수를 말합니다.

“배수”는 어떤 수를 1배, 2배, 3배, 4배, … 한 수를 그 수의 배수라고 합니다.

예) 4의 배수: 4, 8, 12, 16, 20, …

1. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- $\frac{1}{4}$ 에서 $\frac{1}{4}$ 을 더하면 $\frac{2}{4}$ 가 된다. 이것을 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$ 라고 쓴다.
- 윤수가 $\frac{1}{4}$ 에서 $\frac{1}{4}$ 을 2번 더하였다니 $\frac{3}{4}$ 이 되었다.

- ① $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$ 이다.
- ② $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{8}$ 이다.
- ③ 1에서 1을 2번 더하면 3이다.
- ④ 윤수는 자신이 한 덧셈을 $1+2=3$ 이라고 썼다.

2. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- 큰 수에서 작은 수를 뺄 수 있다.
- 윤서는 미술 시간에 찰흙 2개를 가지고 왔는데 사람을 만드는데 하나의 $\frac{1}{3}$ 만큼 썼다.
- 하나의 $\frac{1}{3}$ 의 1의 $\frac{1}{3}$ 이므로 윤서가 사용한 찰흙은 $\frac{1}{3}$ 이다.

- ① 1에서 $\frac{1}{3}$ 은 뺄 수 있다.
- ② 윤서는 가지고 온 찰흙의 $\frac{2}{3}$ 를 사용했다.
- ③ 윤서의 남은 찰흙은 $2 - \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$ 라고 쓴다.
- ④ 찰흙 2개의 $\frac{1}{3}$ 을 사용했다.

3. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- 진분수는 대분수로 만들 수 없다.
- $\frac{2}{9}$ 는 진분수이다.

- ① $\frac{2}{9}$ 는 대분수로 만들 수 없다.
- ② 가분수는 대분수로 바꿀 수 있다.
- ③ $\frac{2}{9}$ 는 가분수가 아니다.
- ④ 가분수는 대분수로 만들 수 없다.

4. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- 호연이는 동그란 색종이를 16개로 자른 뒤 4명에게 똑같이 나누어 주었다.
- 도윤이는 네모난 색종이를 12개로 자른 뒤 3명에게 똑같이 나누어 주었다.
- 은채는 세모난 색종이를 8개로 자른 뒤 2명에게 똑같이 나누어 주었다.

- ① 호연이가 나누어 준 양이 많다.
- ② 도윤이가 나누어 준 양이 많다.
- ③ 누가 나누어 준 양이 많은지 알 수 없다.
- ④ 나누어 준 양은 똑같다.

<부록 5> 내용 추론 검사(CRTⅢ)의 일부

내용 추론 검사

4학년 ()반 ()번 이름 ()

※ 이 검사는 <보기>안에 주어진 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르는 문제입니다. 네 가지 보기 중에서 가장 적절한 답을 골라 ()안에 그 번호를 쓰세요.

<예시>

<보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

— < 보기 > —

- $2 \div 2 = 1$
- $4 \div 2 = 2$
- $6 \div 2 = 3$

- ① 1과 2를 더하면 3이 된다.
- ② 모든 짝수는 2로 나누어진다.
- ③ 어떤 수를 2로 나눈 몫은 짝수이다.
- ④ 어떤 수를 2로 나누면 몫은 1,2,3 중 하나이다.

<보기>에 있는 모든 나누어지는 수(2,4,6)는 짝수이고, 이 수들은 2로 나누어진다는 사실을 알 수 있습니다. 답지 ①번 옳지만 <보기>에 있는 사실과는 거리가 멀기 때문에 정답이 될 수 없습니다.

<용어설명>

“짝수”는 2로 나눌 수 있는 수를 말합니다.

“홀수”는 2로 나누었을 때 1이 남는 수를 말합니다.

“배수”는 어떤 수를 1배, 2배, 3배, 4배, … 한 수를 그 수의 배수라고 합니다.

예) 4의 배수: 4, 8, 12, 16, 20, …

1. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- 모든 정사각형은 네 변의 길이가 같다.
- 영철이가 그린 도형은 정사각형이다.

- ① 영철이가 그린 도형은 네 변의 길이가 같다.
- ② 영철이가 그린 도형은 네 변의 길이가 같지 않다.
- ③ 영철이가 그린 도형은 네 각이 모두 직각이고 네 변의 길이가 모두 같다.
- ④ 영철이가 그린 도형은 네 변의 길이가 같을 수도 있고 다를 수도 있다.

2. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- 모든 직사각형은 두 쌍의 마주보는 변의 길이가 같다.
- 동진이가 그린 사각형은 두 쌍의 마주보는 변의 길이가 같다.

- ① 동진이가 그린 사각형은 직사각형이다.
- ② 동진이가 그린 사각형은 직사각형일 수도 있고 아닐 수도 있다.
- ③ 동진이가 그린 사각형은 평행사변형이다.
- ④ 동진이가 그린 사각형은 직사각형이 아니다.

3. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- 모든 마름모는 두 쌍의 마주보는 각의 크기가 같다.
- 진경이가 그린 사각형은 마름모가 아니다.

- ① 진경이가 그린 사각형은 두 쌍의 마주보는 각의 크기가 같다.
- ② 진경이가 그린 사각형은 네 변의 길이가 같지 않다.
- ③ 진경이가 그린 사각형은 두 쌍의 마주보는 각의 크기가 같을 수도 있고 다를 수도 있다.
- ④ 진경이가 그린 사각형은 두 쌍의 마주보는 각의 크기가 같지 않다.

4. <보기>에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르시오.

< 보기 >

- 모든 정사각형은 네 변의 길이가 같다.
- 성진이가 그린 사각형은 네 변의 길이가 같지 않다.

- ① 성진이가 그린 사각형은 정사각형일 수도 있고 아닐 수도 있다.
- ② 성진이가 그린 사각형은 정사각형이다.
- ③ 성진이가 그린 사각형은 마름모가 아니다.
- ④ 성진이가 그린 사각형은 정사각형이 아니다.