韓國數學敎育學會誌 시리즈 E <數學敎育 論文集>
https://doi.org/10.7468/jksmee.2021.35.4.377
제 35집 제 4호, 2021. 12. 377-411

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 35, No. 4, Dec. 2021. 377-411

수학교사의 노티싱(Noticing)[1)]분석을 통한 중심신념 탐색

강 성 권 (동국대학교사범대학부속고등학교, 교사)
홍 진 곤 (건국대학교, 교수)†

본 연구는 교수학습 맥락에서 수학교사의 중심신념과 주변신념의 탐색을 목적으로 한다. 이러한 목적을 위해 본 연구는 고등학교 현직교사 8명을 대상으로 가상의 수학 수업 동영상을 활용하여 수학적 신념 측면에서 교사 노티싱(noticing)을 분석하였다. 분석결과, 노티싱하는 교사는 동영상 속 수업교사의 교수학습 문제 상황에 대하여 자신의 수학적 신념을 반영하여 비판하고, 교수학습 대안을 제시하였다. 그리고, 본 연구의 노티싱 분석은 '교수학습의 학생 참여'와 같은 특정 노티싱 주제에 반영된 교사들의 수학적 신념을 비교하여 교사 개인의 상대적 중심신념과 주변신념을 드러내었다. 이러한 연구 결과를 통하여 본 연구는 노티싱을 활용하여 교수학습 맥락의 제약조건에서 수학교사의 중심신념과 주변신념을 추출하는 모형을 제안하였으며 부가적으로 수학교사의 교수학습-의사결정-전문성을 관찰할 수 있었다.

Ⅰ. 서론

교사의 신념은 교수학습과 관련된 주요 의사결정에 영향을 미치고, 교사의 교수학습 실행을 예측한다. 신념은 인간의 행동을 설명하는 유용한 도구인데(Smith, 2016), 수학교육 연구자들은 교사의 신념으로 교사의 행동을 예측하거나 설명하려 하였다. 예를 들어, 교사의 신념이 교수학습 행위에 대한 길잡이(guide)라 언급하기도 하고(Buck, 1992), 예비교사의 수학적 신념은 예비교사 교육의 효과와 예비교사가 현직에 부임할 때 교수학습 실행의 예측에 관한 지표로 사용된다(김윤민, 류현아, 2019).

신념은 단독으로 존재하지 않고 다른 신념과 연결되어 어떤 신념체계(beliefs system)를 이루고 있다. 신념체계는 유사논리(quasi-logicalness), 심리적 강도(psychological strength), 응집 구조(clustered structures)에 따른 3차원적 특성을 갖는데 신념을 신념체계로 이해하는 것은 서로 다른 신념 간의 관계와 신념과 행동의 관계를 설명하는데 유용한 틀을 제공하기 때문이다(Green, 1971). 특히, 신념의 측정은 신념의 내용과 강도를 대상으로 하는데, 신념의 강도는 절대적인 측정이라기보다는 다른 신념에 대한 상대적인 측정이며 신념 강도의 양적 측정은 대상-속성의 연결에 대한 개인의 주관적 확률이다(Fishbein & Ajzen, 1977). 이때, 신념의 상대적 강도와 세기가 따라 중심신념을 정의한다(Rokeach, 1968). 개인의 중심신념을 알아보기 위해서는 신념체계에서 신념의 심리적 강도를 관찰해야 하므로 인터뷰와 같은 질적 연구가 타당할 것이다. 또한, 리커트 척도를 활용한 표준적인

* 접수일(2021년 9월 27일), 심사(수정)일(2021년 11월 25일), 게재확정일(2021년 12월 23일)
* MSC2000분류 :97C20
* 주제어 : 노티싱, 수학적 신념, 교사신념, 중심신념, 교수학습 전문성
† 교신저자 : dion@konkuk.ac.kr

1) 노티싱(Noticing)은 국내연구에서 '주목하기'로 번역하여 연구되기도 한다. 예를 들어 이은정, 이경화(2016)는 노티싱을 '주목하기'로 번역하여 사용하였는데, 노티싱에 관한 선행연구인 고창규(2013)의 연구가 노티싱을 '주목하기'로 번역하여 사용하였다는 점을 고려하였다. 반면, 방정숙, 권민성, 선우진(2017)은 노티싱을 번역하지 않고 영문을 사용하였는데, 노티싱을 번역하여 사용할 경우 학자마다 다르게 해석하는 '주의를 기울이다'와 차이 구분이 어렵다고 언급하였다. 본 연구는 노티싱을 방정숙, 권민성, 선우진(2017)의 견해에 따라 번역하지 않고 영문을 사용하였다.

설문을 활용하여 학생들과 같은 집단의 수학적 신념체계의 중심신념을 알아보기 위해서는 적절한 크기의 신념 표본에서 신념 간 상관분석을 통해 파악할 수 있다(김윤민, 이종희, 2014).

한편, 신념은 개인의 마음에 고정된 대상이기보다는, 맥락과 상황에 따라 다르게 활성화되는 대상으로 보는 관점(Hammer & Elby, 2002)이 있다. 즉, 모든 맥락과 상황에 개인은 일정한 신념을 반영하여 행동하기보다는 맥락과 상황에 따라 적절한 신념을 반영하여 행동한다는 것이다. 그런데, 리커트 척도를 활용한 표준화된 신념설문을 통해 파악한 교사의 수학적 신념은 일반적인 영역에서 측정된 신념이다. 예를 들어, '수학은 창의적이고 새로운 아이디어를 필요로 한다(Wang & Hsieh, 2014)'와 같은 어떤 수학적 지식의 본질과 관련된 신념이 어떤 교수학습 맥락과 상황에서 교사의 행동에 반영되는지는 단순한 교사의 신념설문으로는 파악하기가 쉽지 않다. 이것은 신념이 개인의 마음속에 고정된 것으로 보는 영역 일반성과 신념이 상황이나 맥락에 따라 다르게 나타나는 영역 특수성에 관한 쟁점(윤초희, 2012)과 관련이 있다. 그리고, 신념의 영역 특수성을 가정한 신념측정은 구체적 신념이 반영되는 맥락과 상황을 적절히 고려해야 할 것이다.

구체적으로, 심리학의 영역에서 여러 사람이 하나의 사물을 볼 때, 각각 다르게 바라볼 수 있음을 밝혔다(Gibson, 2014). 즉, 개인이 어떤 현상을 볼 때, 보는 사람의 신념에 따라 현상을 다르게 의미화하는데, 교육영역에서 이러한 개념은 교사의 노티싱으로 발전하였다(Jacobs, Lamb, & Philipp, 2010). 교사의 노티싱은 교실에서 관찰할 수 있는 상호작용을 확인하고 이를 해석하는 능력이다(van Es & Sherin, 2002; van Es & Sherin, 2008). 즉, 어떤 수학 수업을 관찰하는 교사는 자신이 갖는 수학적 신념을 반영하여 교실 속 학생과 교사의 특정 상호작용을 노티싱한다. 안경알의 색상에 따라 착용자가 보는 세계가 다르듯, 교사의 수학적 신념은 교사가 수학 교수학습 상황을 관찰하고 해석하는 어떤 색안경이라 할 수 있다. 그리고, 최근 교사의 노티싱과 신념을 직접 연결하는 선행연구가 있는데, 교사의 다양성(diversity)에 대한 전문적 신념, 차별화 교육과정(differentiating the curriculum)에 대한 신념과 포괄적 교실(inclusive classroom)의 특징에 관한 교사 노티싱을 연결하여 분석한 결과 교사의 신념이 노티싱과 관계가 있음을 통계적으로 실증하면서, 교사의 신념이 노티싱의 필터가 된다고 언급하였다(Roose, Vantieghem, Vanderlinde, & Van Avermaet, 2019). 이러한 연구 결과는 교사의 노티싱이 교사의 신념을 파악할 수 있는 어떤 도구가 될 수 있다는 실마리를 제공한다. 따라서, 교사의 노티싱을 관찰하는 것은 교수학습 맥락에서 그 교사의 수학적 신념을 파악할 수 있는 한 방법이다.

한편, 어떤 주어진 신념에서 교사가 노티싱하면, 노티싱에 반영된 교사의 신념은 주어진 나머지 신념보다 상대적으로 선호한다는 추론이 가능하다. 신념은 여러 사람에게 공유된 신념과 개인적인 신념이 있는데(Goldin, 2002), Wang과 Hsieh(2014)의 수학적 신념과 같이 이미 개발된 신념설문은 그 개발에 이론적 절차적 타당성과 정당성이 확보되어 사회적으로 공유된 신념으로 볼 수 있다. 그리고, 사회적으로 공유된 신념이 교사에게 주어진다면, 주어진 신념에서 교사 노티싱에 반영된 개인의 특정 신념은 다른 공유신념에 대한 상대적 선호이며, 다른 공유신념에 대해 상대적으로 심리적인 강도가 강하다고 볼 수 있다. 그런데, 주어진 신념에서 교사가 노티싱에 반영한 교사의 특정 신념은 구체적인 교수학습 문제 상황에 반영된 신념인데, 같은 문제 상황을 인식한 다른 교사가 반영한 신념에 대한 상대적 선호로 보는 것도 타당하다. 구체적으로 교사 A와 B가 어떤 수학 수업을 노티싱할 때, 두 교사가 같은 문제 상황(S_j)을 인지하고, 교사 A는 신념b_1을 S_j문제 상황에 반영하였으며, 교사 B는 신념b_2를 같은 문제 상황인S_j에 반영하였다고 가정하자. 이때, 교사A는 문제 상황S_j에 대하여 신념b_1을 공유된 신념b_2에 대하여 상대적으로 선호$(A, S_j, b_1 > b_2)$한다고 추론할 수 있다. 이것은 신념이 개인의 마음에 고정된 대상이기보다는, 맥락과 상황에 따라 다르게 활성화되는 대상으로 보는 관점(Hammer & Elby, 2002)을 적절히 반영한 개인의 신념 파악이며, 이때 관찰된 개인의 신념은 상대적으로 다른 신념에 대해 심리적인 강도가 강하다고 볼 수 있다.

이러한 관점에서 교수학습 문제 상황과 맥락이 반영된 교사의 중심신념과 주변신념을 파악하는 것은 교사의

중심신념이 교수학습 실행에 대한 구체적 예측이라는 이점이 있다. 따라서, 본 연구는 교사 간 수학적 신념 측면의 노티싱을 비교하여 교사의 상대적 중심신념과 주변신념을 추출하려 한다.

Ⅱ. 연구의 배경

1. 수학교사의 노티싱

노티싱은 우리말로 안목(眼目)으로 이해하기가 쉬운데, 노티싱은 일상에서 경험하는 어떤 것에 대한 이해를 형성하는데 필요한 인간의 자연스러운 능력이다(Mason, 2002)[2]. 그런데, 수업에 대한 교사의 노티싱은 일반인에 비해 다를 것이다. 구체적으로, 어떤 분야의 전문가는 초보자가 비해 볼 수 없는 어떤 핵심이 되는 특징이나 현상을 세밀하게 식별하고, 이것을 해석할 수 있다. 교수학적 내용지식을 갖는 수학교사와 일반인이 어떤 수학 수업을 참관하여 관찰하고 그것을 해석하는 것은 차이가 존재할 것이다. 그리고, 이러한 차이가 존재한다면 수학교사의 수학 수업에 대한 교사 노티싱은 일반인의 노티싱과는 달리 전문적일 가능성이 있다.

수학교사의 노티싱은 Sherin과 van Es의 연구가 선도적인데 (방정숙, 권민성, 선우진, 2017), 교사의 노티싱은 교사가 교실에서 관찰하는 의미 있는 상호작용을 확인하고 이를 해석할 수 있는 능력이다(van Es & Sherin, 2002; van Es & Sherin, 2008). 더 나아가 Sherin과 van Es는 교사의 전문적 비전(teachers' professional vision)이라는 용어를 사용하여 선택적 주의집중(selective attention)과 지식-기반의 추론(knowledge-based reasoning)으로 노티싱을 재개념화하였다(Sherin & van Es, 2009).

수학교사의 노티싱에 관련된 선행연구는 크게 두 가지로 구분되는데, 교사가 수학수업을 포괄적으로 노티싱하는 연구와 교사가 학생의 수학적 사고만 한정적으로 노티싱하는 연구이다. Sherin과 van Es의 수학교사의 노티스 개념은 교실에서 일어나는 모든 사건에 대해 노티스한다는 측면에서 교수학습 실제에 대해 포괄적인데, 단지 학생의 수학적 사고만 노티싱하는 연구(Jacobs et al., 2010)는 교수학습 실제에 대해 한정적이다. 특히, van Es와 Sherin(2008)은 주체(actor), 주제(topic), 견지(stance), 구체성(specificity), 비디오-초점(video-focus)등 다섯 가지 기준으로 교사의 노티싱을 분석하였는데, Sherin과 van Es(2009)는 주체와 주제를 '선택적 주의집중'으로, 견지와 학생의 수학적 사고를 탐구하는 데 사용된 전략을 '지식-기반의 추론'으로 재개념화하여 분석하였다. <표 Ⅱ-1>은 van Es와 Sherin(2008)이 수업 동영상을 활용한 노티싱의 분석의 다섯 가지 분석기준인데, 본 연구는 이 다섯 가지 기준을 사용하여 교사의 노티싱을 분석할 것이다.

<표 Ⅱ-1> van Es와 Sherin(2008)의 노티싱 분석기준

분석기준	내용
주체(actor)	교사가 학생 교사 또는 그외 구성원들 중 누구를 언급하였는가
주제(topic)	수업에서 무엇을 노티스 하였는가
견지(stance)	교사들이 관찰한 현상을 분석할 때 좋고, 싫음에 대해 평가하였는가
구체성(specificity)	교사의 논의가 구체적인지 그렇지 않은지
비디오-초점(video-focus)	교사의 논의가 관찰한 비디오에 근거하였는지

[2]기호학적 측면에서 노티싱은 언어를 사용자가 갖는 일반적인 능력으로 볼 수 있다. Peirce는 기호 혹은 표상체를 어떤 측면 혹은 능력에서 누구에게 어떤 것을 나타내는 어떤 것이라 정의하였는데(송효섭, 2013), 어떤 사람이 노티싱을 통해 어떤 현상을 언어라는 기호를 통해 다른 사람에게 표상할 수 있다면 노티싱은 누구나 갖는 일반적인 능력이라 볼 수 있다.

또한, 본 연구는 교사가 노티싱할 때, 비디오-초점(발문코드)와 '수학적 신념'을 연결하도록 하였다. 이를 통해 본 연구는 노티싱 하는 교사가 노티싱을 수학적 신념 측면에서 노티싱을 구체화하도록 유도하였다. 교사가 수학적 신념의 측면으로 노티싱하는 것은 노티싱하는 교사가 인식하는 특정한 교수학습 문제 상황을 주어진 수학적 신념을 사용하여 그 인식을 구체화 및 정당화한다는 의미이다.

한편, van Es와 Sherin(2008)의 연구는 교사의 수업 동영상 관찰 후 교사의 노티싱 인터뷰를 통해 4-수준의 노티싱을 제안하였는데, 1-수준부터 차례로 기초 노티싱(baseline noticing), 혼합된 노티싱(mixed noticing), 초점이 있는 노티싱(focused noticing), 확장된 노티싱(extended noticing)으로 교사의 노티싱을 구분하였다. 4-수준의 노티싱은 교사가 수학의 교실 환경보다는 학생의 수학적 사고를 노티싱할수록, 단순한 관찰보다는 근거를 바탕으로 구체적으로 해석할수록 높은 수준의 노티싱이며, 교사가 노티싱한 사건에 대안적 교수학습을 제안하면 가장 높은 수준의 노티싱 능력이 있다고 평가하였다.

또한, Jacobs et al., (2010)는 지필평가를 통해 '주의 기울이기', '해석하기', '어떻게 반응할지 결정하기' 등 세 가지 노티싱 기술(skill)에 근거하여 교사의 전문적 노티싱을 평가하였는데, van Es와 Sherin(2008)의 연구와 다르게 세 가지 노티싱 기술을 병렬적으로 평가하였다. '어떻게 반응할지 결정하기'는 학생의 반응을 토대로 노티싱하는 교사의 대안적인 대응을 기술하는 것인데, van Es와 Sherin(2008)의 4-수준의 노티싱의 가장 높은 수준인 대안적 교수전략 제안과 유사하여 주목할 만하다. 이것은 교사의 노티싱이 교수학습 상황에서 어떤 문제 현상을 인식하고, 자신의 지식을 기반으로 해석하는 것이 교사의 노티싱이 함의하고 있는 국소적 의미라 한다면, 교사가 노티싱에 대안적 교수전략을 제시하는 것은 노티싱 의미의 확장이다. 이러한 교사의 노티싱은 교사의 교수학습에 대한 반성과 관계가 있다(방정숙, 권미성, 선우진, 2017). 예를 들어, 교사가 자신의 수업을 노티싱한다면 노티싱은 자신의 교수학습에 대한 직접적인 성찰의 기회를 제공하는 것이 가능하다. 또한, 노티싱은 교사가 주목할 만한 반성의 대상을 특정하고, 그것을 지식에 비추어 해석하고 대안을 제시함으로 효과적이고, 체계적인 수업 반성의 방법이다(Barnhart & van Es, 2015).

종합하면, 교사의 노티싱은 수학교실 문화와 같은 전반적인 것을 대상으로 연구되기도 하고, 학생의 수학적 사고만을 대상으로 연구되기도 하였다. 그리고, 교사의 노티싱은 교실에서 관찰하는 의미 있는 상호작용을 확인하고 해석할 수 있는 능력에 더하여 대안적인 교수학습 제안하는 능력으로 확장할 수 있다. 또한, 교사의 노티싱은 교사의 수업 반성에 도움을 줄 수 있다. 다음은 수학적 신념 측면의 노티싱에서 사용할 '수학적 신념'에 대해 논의할 것이다.

2. 수학적 신념

교사가 가질 수 있는 수학적 신념은 연구자가 설명하려는 교사의 교수학습 행동에 따라 그 정의가 다를 수 있는데, 수학적 신념은 단순히 '수학에 대한 어떤 관점'을 넘어 구체적으로 정의될 수 있다. 예를 들어, 수학교사의 신념에 관한 국제 비교연구에서 사용되었던 Wang과 Hsieh(2014)의 수학교사의 신념은 '수학의 본질', '수학 교수' 그리고 '수학적 능력' 신념으로 구성되어 있다. '수학의 본질'에 관한 신념은 '수학적 지식에 관한 어떤 관점'인데, Wang과 Hsieh(2014)는 '탐구의 관점'과 '규칙과 절차'로 '수학의 본질' 신념을 구분하였다. '탐구의 과정'은 '수학은 창의적이고 새로운 아이디어가 필요하다'와 같이 수학의 창의성과 응용의 특징을 강조하는 신념이고, '규칙과 절차'는 수학에서 정의, 규칙, 엄격한 적용, 정확함을 강조하는 신념이다. 또한, '수학 교수' 신념은 '수학의 교수학습 방법'에 관한 신념인데, Wang과 Hsieh(2014)는 '수학의 교수' 신념을 '활동주의'와 '교사중심'의 신념으로 구분하였다. '활동주의' 신념은 '학생들이 문제를 해결하기 위한 여러 가지 방법을 토론하는 것은 도움이 된다'와 같이 학생의 자발적이고 활동적 참여를 유도하는 수학 교수학습을 의미한다. 반면, '교사중심' 신념은 전통적인 교사중심의 수학 교수학습 모형이다. 한편, '수학적 능력'은 '수학을 잘하는 사람과 못하는 사람은 따로 있

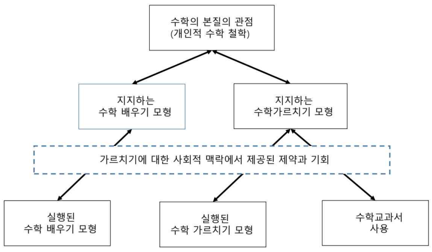
다'와 같이 '수학적 능력'의 개발 가능성에 관한 신념이다. 국내에서도 Wang과 Hsieh(2014)의 '수학적 신념'을 기반으로 수학교사와 예비교사의 신념을 파악하는 연구가 있다(강성권, 홍진곤, 2020a; 강성권, 홍진곤, 2020b; 김진호 et al., 2019). 또한, 인식론이 개인의 지식 발달에 관한 이론이라면, '수학의 본질'과 '수학 교수' 신념은 각각 지식과 발달에 관한 신념으로 볼 수 있어 인식론적 신념이라 할 수 있다(Thurm & Barzel, 2020). 본 연구는 교사의 노티싱을 통해 교수학습 문제 상황과 수학적 신념 간의 연결을 알아볼 것인데, 수학적 신념은 인식론적 신념으로 한정할 것이다. <표 Ⅱ-2>는 Wang과 Hsieh (2014)의 연구에서 나타난 수학적 신념 중 인식론적 신념인 '수학의 본질'과 '수학 교수'의 요인과 문항 수를 나타낸 것이다.

<표 Ⅱ-2> Wang과 Hsieh(2014)의 인식론적 신념의 범주와 요인

범주	요인	문항수
수학의 본질	탐구의 과정	6
	규칙과 절차	6
수학 교수	활동주의	6
	교사중심	8
총계		26

한편, 신념을 신념체계로 이해하는 것은 신념이 다른 신념 간의 연결을 통해 신념과 행동 사이의 이해에 도움을 준다. 앞서 중심신념은 심리적으로 다른 신념에 대한 상대적 강도와 세기가 큰 것으로 정의하였는데(Rokeach, 1968), Green(1971)은 중심신념이 다른 신념에 대해 함수적 연결이 많은 신념으로 정의하기도 한다. Green(1971)에 따르면 중심신념이 다른 신념과 많이 연결되어 있어 중심신념이 다른 신념보다 변화되기 어려운 측면을 엿볼 수 있다. 이러한 측면에서 Green(1971)은 신념체계의 3가지 차원(dimension)의 속성을 설명하였다. 첫째, 신념체계는 내용 기반의 논리적 구조가 아니라 준-논리적(quasi-logical)인 구조이다. 둘째, 신념의 심리적인 힘(strength)은 신념의 내용보다 신념의 유지와 관련이 있고, 큰 심리적인 힘을 가진 신념이 중심신념이다. 셋째, 신념이 군집(cluster)을 이루는 방식인데, 신념체계는 비정합적(inconsistencies), 비호환적(incompatibility) 속성이 있다. 이러한 측면에서 신념은 객관적 지식이라기보다는 주관적 지식이며 한편으로 정서적 측면이 있으며, 개인은 상충 되는 중심신념을 보유할 수 있다. Pajares(1992)는 교사의 신념 연구의 어려움이 이러한 신념과 신념구조의 속성에 기인하고, 경험적 조사가 쉽지 않음을 언급하였다. 종합하면, 교사의 중심신념과 주변신념은 신념의 논리적 연결보다는 그 상대적 강도에 따른 관계적 연결에 초점이 있음을 알 수 있다.

이러한 신념체계에서, 수학적 신념을 구성하는 '수학의 본질' 신념과 '수학 교수'에 관한 신념은 독립되어 존재하기보다는 '수학의 본질' 신념이 '수학 교수' 신념에 영향을 주고받는다. Ernest(1989a)는 '신념이 수학 교수학습에 미치는 영향'에서 수학교사가 갖는 수학에 대한 개인적인 철학인 '수학의 본질'에 대한 관점이 '교사가 지지하는 수학 배우기 모형(Espouse model of learning Mathematics)'과 '교사가 지지하는 수학 가르치기 모형(Espouse model of Teaching Mathematics)'의 기저에서 영향을 주고받으며, 이것은 교수학습에 관련된 사회적으로 제공된 제약과 기회의 맥락에서 '실행된 수학 배우기 모델(Enacted Model of Learning Mathematics)', '실행된 가르치기 모델(Enacted Model of teaching Mathematics)', 그리고 '수학 교과서 사용(Use of Mathematics Texts)'에 영향을 주고받음을 언급하였다. 아래 [그림 Ⅱ-1]은 Ernest(1989a)의 신념과 실제의 영향을 나타낸 그림이다.



[그림 II-1] 수학 교사의 지지되는 신념과
실행되는 신념 간의 관계(Ernest,1989a)

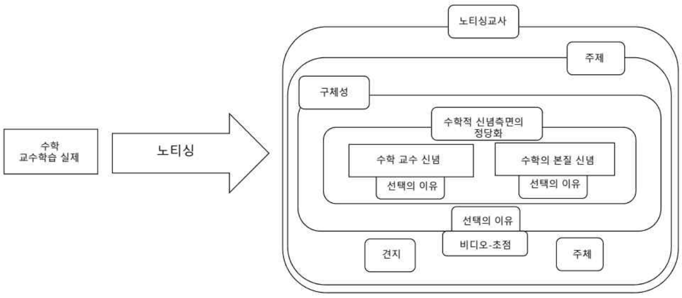
그런데, Ernest(1989a)의 '교사가 지지하는 수학 가르치기 모형'은 '수학 교수' 신념과 관련이 깊다. Wang과 Hsieh(2014)의 '수학 교수' 신념은 '수학의 교수학습 방법'에 관한 신념인데, 예를 들어, '학생들이 문제를 해결하기 위한 여러 가지 방법을 토론하는 것은 도움이 된다'와 같은 Wang과 Hsieh(2014)의 '수학 교수' 신념은 Ernest(1989a)의 '교사가 지지하는 수학 가르치기 모형'의 한 종류로 간주할 수 있다. 따라서 Ernest(1989a) 모델을 확장하면 교사의 '수학의 본질' 신념이 '수학 교수' 신념에 영향을 주고받는다는 추론은 설득력이 높다. 나아가, 교사의 '수학의 본질' 신념이 '수학 교수' 신념에 영향을 주고받으며, '수학 교수' 신념은 실행된 수학 가르치기와 같은 교수학습 실제와 영향을 주고받는 것은 교사가 실제 교수학습 상황 속 의사결정에서 그 의사결정의 표층적인 정당화는 수학 가르치기 모형과 같은 '수학 교수' 신념이고, 그 심층적인 정당화는 '수학의 본질'에 있음을 추론할 수 있다. 따라서, 수학 수업 동영상을 노티싱하는 교사가 교수학습 문제 상황인식을 표층적으로 정당화하는 신념은 '수학 교수'이고, '수학의 본질' 신념은 '수학 교수' 신념의 심층에 내재 되어있음을 추론할 수 있다.

한편, 교사의 신념은 '교사의 사고(teacher thinking)'의 한 부분이다. 교사의 신념과 지식을 묶어 '교사의 사고'로 교수학습 실행을 설명하는데(Gess-Newsome, Southerland, Johnston, & Woodbury, 2003), 인간의 다양한 행동이 신념에 의해 적절히 설명되기 때문이다(Smith, 2016). 따라서, 수학교사의 교수학습 행동은 '수학적 신념'으로 적절히 설명될 수 있다. 예를 들어, 교사가 수학을 바라보는 개인적인 철학은 교사의 교수학습 상황에서 그 행동에 영향을 준다. Ernest(1989b)는 '수학적 지식에 관한 어떤 관점'을 '수학의 본질' 신념으로 정의하는데, '문제 해결의 과정으로 보는 관점(the problem-solving view)'을 신념으로 갖는 수학교사와 '수학 외적인 목적 추구를 위한 도구로 보는 관점(the instrumentalist view)'을 신념으로 갖는 수학교사가 다루는 교수학습의 실행은 다를 것이다. 따라서, 수학교사의 신념은 교수학습을 실행을 적절히 설명하는 도구이며, 나아가 교사의 교수학습 실행을 예상할 수 있다.

교사의 신념을 파악하면, 교사의 교수학습 실행을 사전에 예측할 수 있다. 교사의 신념과 교수학습 실행의 일치에 관한 연구는 신념의 예측력을 설명한다. 예를 들어, 여러 선행연구는 교사의 신념과 실제의 관계를 통계적으로 실증하였는데(Aljaberi & Gheith, 2018; Purnomo, 2017; Stipek, Givvin, Salmon, & MacGyvers, 2001; Wilkins, 2008), 특히 '능력 중심(ability-focused)' 신념은 '능력 중심 교수 실제(ability-focused instructional practice)'와 정적인 관계가 있음이 밝혀졌다(Buck, 1992), 반면, 교사의 수학적 신념이 교수학습 실제와 온전히 일치하지 않음을 드러내어 시사를 얻기도 한다. 예를 들어, 초임 교사의 신념과 실행의 불일치연구는 교사가 학생으로서 교수학습 경험이 교사의 신념에 영향이 있음을 시사하였다(Raymond, 1997). 종합하면, 교사의 신념은 교수학습 실행의 예측으로 의미가 있고, 교사의 신념과 실행의 불일치는 교사 신념의 무용을 나타내기보다는 교

사 신념을 반영하는 교수학습 실행조건에 관한 시사를 얻을 수 있었다.

본 연구는 수학적 신념 측면에서 교사의 노티싱을 분석할 것인데, 노티싱에 활용할 교사의 수학적 신념은 <표 Ⅱ-2>와 같은 인식론적 신념을 사용할 것이다. 그리고, 교사의 노티싱에 반영된 수학적 신념의 분석은 [그림 Ⅱ-2]와 같고 그 해석은 [그림 Ⅱ-1]과 같이 Ernest(1989a)의 모델을 활용할 것이다.



[그림 Ⅱ-2] 수학적 신념 측면의 교사 노티싱

3. 중심신념 탐색모형

본 연구의 중심신념 탐색모형은 신념이 개인의 마음에 고정된 대상이기보다는, 맥락과 상황에 따라 다르게 활성화되는 대상으로 보는 관점(Hammer & Elby, 2002)을 가정한다. 이때, 노티싱을 통해 수학교사가 교수학습 문제 상황과 맥락의 인지에 반영한 신념은 그 수학교사가 그 문제 상황과 맥락을 인식하고 해석하는 주된 신념으로 그 신념은 다른 신념에 대해서 심리적 강도 또는 신념의 강도가 강할 것이다. 만약, 수학교사가 수학적 신념에 대한 심리적 강도 또는 신념의 강도가 모두 같다면, 어떤 문제 상황과 맥락의 인식하고 해석하는 신념은 모든 신념이 될 것이다. 따라서 본 연구의 중심신념 탐색모형은 교사 개인이 갖는 신념 중 심리적 강도가 상대적으로 강한 신념이 교사의 노티싱에 먼저 반영된다고 가정한다.

또한, 신념은 여러 사람에게 공유된 신념과 개인적인 신념이 있는데(Goldin, 2002), Wang과 Hsieh(2014)의 수학적 신념과 같이 이미 개발된 표준화된 신념설문은 그 개발에 이론적 절차적 타당성과 정당성이 확보되어 사회적으로 공유된 신념으로 볼 수 있다. 이러한 가정을 토대로 주어진 신념에서 교사 노티싱에 반영된 개인 신념은 공유된 신념에 대해 상대적으로 선호(심리적 강도가 강한 것)하는 것으로 볼 수 있다.

그런데, 주어진 신념에서 교사가 노티싱에 반영한 신념은 구체적인 교수학습 문제 상황에 반영된 신념이므로 같은 문제 상황에 반영된 다른 교사의 신념에 대한 상대적 선호로 보는 것도 타당하다. 구체적으로, 주어진 공유된 신념 집합이 $\{b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n\}$이고, 노티싱 대상 교실의 문제 상황이 $\{S_1, S_2, S_3, \ldots, S_m, \ldots\}$이라 하자. 어떤 교사 A는 노티싱을 통해 문제 상황(S_j)에 b_n신념을 반영하여 (A, S_j, b_n)이 관찰되었다면, 교사 A는 문제 상황(S_j)에 관한 b_n신념이 나머지 $\{b_1, b_2, b_3, \ldots, b_{n-1}\}$신념에 대하여 선호된다고 할 수 있다. 또한, 교사B의 노티싱을 통해 A 교사가 인식한 같은 문제 상황(S_j)에 대하여 (B, S_j, b_k)가 관찰되었다면, 교사 A는 문제 상황(S_j)에 대하여 자신의 b_n신념을 공유된 b_k신념에 대하여 상대적으로 선호$(A, S_j, b_n > b_k)$한다고 추론할 수 있다. 그런데, 문제 상황에 반영된 신념들의 내용 타당성에 대해 Schutz(1970)는 서로 양립할 수 없는 어떤 신념도 동등하게 타당하다고 언급하였다. 따라서, 위의 A, B 두 교사의 신념 비교에서 $b_n > b_k$는 교사 A의 구체적 상황 맥락(S_j)의 신념체계라고 예상할 수 있다. 즉, 구체적 상황 맥락에서 교사 A의 신념b_n은 신념b_k 보다 신념 강도가 상대적으로 강하다.

따라서 구체적 교수학습 문제 상황S_j에서 교사A의 신념 b_n은 중심신념이고, 신념 b_k는 교사 A의 주변신념으로 추론할 수 있다.

4. 연구방법 및 절차

본 연구는 가상 수업 동영상의 노티싱을 통해 연구참여자 자신의 신념을 연구자가 제시한 신념에서 선택하고, 그 선택의 이유를 서술하도록 한다. 이러한 연구방법은 양적 연구와 질적 연구의 성격이 혼재되어 혼합적 연구방법론의 측면이 존재한다. 인식론적 측면에서 양적 연구의 진리는 생각하는 주체의 의식(noesis)밖에 실재하고 규명할 수 있는 존재인 반면 질적 연구의 진리는 주체 밖의 주체와 분리된 실재가 아니라 인식 주체인 의식(noesis)과 인식의 대상(noema)의 상관작용으로 구성되는 것이다(전가일, 2021). 이러한 양적 연구와 질적 연구의 인식론적 측면을 본 연구에 대입하면, 노티싱에 반영된 연구참여자의 신념은 Wang과 Hsieh(2014)의 수학적 신념으로 연구참여자인 주체의 의식 밖에 실재하며, 신념 선택의 이유는 연구참여자인 주체의 의식과 신념의 상관작용으로 서술된다. 따라서, 인식론적 측면에서 본 연구의 연구방법은 양적인 측면과 질적인 측면의 혼합적인 성질이 있다.

가. 연구참여자

본 연구는 노티싱을 통해 교사 자신의 신념을 드러내고 그 이유를 서술해야 하는 등 연구참여자의 적극적 참여가 필요하다. 이러한 연구 특성상 연구의 목적과 취지를 이해하는 교사를 연구 대상자로 선정하기 위해 현직 교사로부터 연구참여자 추천을 받았다. 추천받은 교사에게 본 연구의 목적을 설명하였으며, 자발적 참여 의사를 밝힌 교사를 본 연구의 대상으로 선정하였다.

그 결과, 서울과 인천의 고등학교 수학교사 9명을 대상으로 2021년 7월1일부터 15일간 연구를 진행하였다. 연구 대상자는 사전에 Wang과 Hsieh(2014)의 표준화된 신념설문[3]을 응답한 후, 본 연구의 노티싱 설문에 임하였다. 수학교사 9명 중 중도에 연구의 참여를 포기한 1명을 제외하고 회수된 설문지는 8개이며, 모두 최종 분석에 사용되었다. <표 Ⅱ-3>은 연구참여자의 배경 프로필이며 [부록2]는 최종 분석에 있는 수학교사의 8명의 표준화된 신념설문을 통해 사전에 파악된 ‘수학적 신념’ 프로필이다. 연구자는 노티싱 설문 조사 이후 이메일을 통해 연구에 필요한 추가적인 질문을 하여 참여자의 답을 구하고 이를 통해 노티싱 설문을 보완하였다.

<표 Ⅱ-3> 연구참여자의 프로필

연구참여자	학교급	교육경력	성별	학력
참여자1	고등학교	5년 이상 ~10년 미만	남	학사
참여자2	고등학교	5년 이상 ~10년 미만	남	학사
참여자3	고등학교	5년 미만	남	학사
참여자4	고등학교	5년 이상 ~10년 미만	여	석사
참여자5	고등학교	15년 이상	남	석사
참여자6	고등학교	15년 이상	여	학사
참여자7	고등학교	5년 미만	남	석사
참여자8	고등학교	5년 이상 ~10년 미만	남	학사

[3] 본 연구는 강성권, 홍진곤(2020a)의 연구에서 사용한 Wang과 Hsieh(2014)의 표준화된 수학적 신념설문을 통하여 연구참여자 8명의 수학적 신념을 측정하였다.

나. 노티싱 대상 수학 수업 동영상

노티싱의 대상이 되는 수학 수업 동영상은 실제가 아닌 가상 수학 수업 동영상(애니메이션)을 사용하였다. 가상의 수학 수업 동영상은 실제 수학 수업보다 참여자의 노티싱에 대한 심리적 부담을 줄여줄 가능성이 있다. 김구연(2019)은 '수학 수업관찰 및 분석 연구'에서 '도형의 둘레와 넓이' 가상 수학 수업 동영상을 공개하였는데, 동영상의 길이는 약 3분이다.[4] [부록1]은 본 연구참여자에게 제공된 노티싱 설문으로 '도형의 둘레와 넓이' 수업 동영상이 첨부되었다.

다. 노티싱 설문 개발

본 연구는 김구연(2019)의 연구에서 제작한 '도형의 둘레와 넓이' 가상 수학 수업 동영상을 노티싱 대상으로 선택하였다. 그리고, 노티싱하는 교사가 인식하는 동영상 속 교수학습 문제 상황을 포착하도록 하고, 그 포착의 이유를 서술하게 하였다. 또한, Wang과 Hsieh(2014)의 수학적 신념 중 '수학 교수'와 '수학의 본질' 신념을 동영상 속 포착한 교수학습 문제 상황과 연결하도록 하고, 그 연결의 이유를 서술하도록 하였다. 또한, 연구참여자는 Wang과 Hsieh(2014)의 수학적 신념 중 '수학 교수'와 '수학의 본질' 신념을 동영상 속 포착한 교수학습 문제 상황과 연결하고, 그 연결의 이유를 서술하도록 하였다. <표 Ⅱ-4>와 같이 '수학 교수' 신념은 '활동주의'와 '교사중심' 신념으로 각각 6개와 8개의 신념으로 구성되어 있고, <표 Ⅱ-5>와 같이 '수학의 본질' 신념은 '탐구의 관점'과 '규칙과 절차' 신념으로 각각 6개의 신념으로 구성되어 있다. 본 연구는 이러한 취지의 1차 노티싱 설문을 개발하여 수학교사 2인을 대상으로 사전 설문을 하였고, 설문 결과를 수학 교육학 박사학위를 소지한 1인과 교직경력 15년 이상이며 수학교육학 박사과정 교사 2인의 자문을 참고하여 수정하였으며, [부록1]과 같은 최종 설문을 개발하였다.

<표 Ⅱ-4> Wang과 Hsieh(2014)의 '수학 교수' 신념

수학 교수	코드	내용
활동주의	LA1	문제 해결을 위한 학생토론 중요성
	LA2	정답과 정당화의 중요성
	LA3	교사는 학생주체 문제 해결 허용
	LA4	문제 해결 후 정당화의 중요성
	LA5	교사 학생 주체 문제 해결 허용(비효율적이라도)
	LA6	학생 교사도움 없이 문제 해결 가능
교사중심	LT1	교사중심 학생의 수학 절차학습
	LT2	교사설명 집중 학생 학업 성취 우수
	LT3	교사 학생의 비표준적 절차사용 지양
	LT4	수학 우수성취-공식암기
	LT5	수학 우수성취-문제 빨리풀기
	LT6	교사 수학적 과정보다 정답강조
	LT7	문제 이해는 정답에 중요치 않음
	LT8	손으로 푸는 연습문제 가치 없음

4) 동영상은 한국과학창의재단 홈페이지(https://www.kofac.re.kr)의 자료실에 공개되어 있다.

<표 II-5> Wang과 Hsieh(2014)의 '수학의 본질' 신념

수학의 본질	코드	내용
탐구의 관점	NI1	수학 문제 해결의 다양성
	NI2	수학의 실용성
	NI3	수학 문제의 규칙, 개념, 연결의 발견 가능
	NI4	수학의 창의성
	NI5	수학의 실생활 문제 해결
	NI6	수학의 발견 및 시험 가능
규칙과 절차	NR1	수학의 논리성, 엄격성, 정확성
	NR2	수학의 연습, 절차적용, 문제 풀이 기술의 필요
	NR3	수학의 학습, 기억, 적용
	NR4	수학은 정의, 공식, 사실의 기억과 적용
	NR5	수학의 절차의 중요성
	NR6	수학 문제 해결의 규칙과 절차성

라. 분석 도구.

앞서 <표 Ⅱ-1>에서 언급하였듯 본 연구는 van Es와 Sherin(2008)의 다섯 가지 노티싱 분석기준과 [그림 Ⅱ-1]과 같이 Ernest(1989a)의 모델을 활용을 사용하여 교사의 노티싱에 반영된 신념을 분석한다. 본 연구는 연구참여자 8명의 응답을 Excel을 사용하여 정리하였으며, 노티싱 분석에서 연구참여자의 '발문선택 이유'와 '신념 연결의 이유'는 질적 코딩 기법으로 코드화하였다. 이러한 연구참여자의 '신념 연결 이유'에 대한 질적 코딩은 수학 교육학 박사학위 소지한 1인과 교직경력 15년 이상이며, 수학 교육학 박사과정 교사 2인의 교차 검토를 받아 타당성과 신뢰성을 확보하였다. 또한, 본 연구에서 참여자가 노티싱할 때 '비디오 초점'은 교사와 학생의 '발문 코드'를 사용하였다. 다음절은 본 연구에서 개발한 설문으로 수학적 신념 측면에서 교사의 노티싱을 <표 Ⅱ-1>과 같이 van Es와 Sherin(2008)의 분석기준과 Ernest(1989a)의 모델을 활용하여 해석하고, 중심신념 탐색모형을 통해 중심신념과 주변신념을 탐색한다.

Ⅲ. 연구의 결과 및 논의

1. 수학적 신념 측면에서 교사 노티싱

8명의 연구참여자 노티싱은 [부록3]에서 확인할 수 있는데, 연구참여자는 노티싱 대상 동영상 속 14개의 발문을 초점으로 노티싱하였다. 본 연구는 중심신념 탐색을 위해 연구참여자 두 명 이상이 공통으로 노티싱한 것을 분석대상으로 하였으며, 연구참여자가 발문과 적절한 '수학적 신념'을 연결하지 못한 참여자4의 [T27]과 참여자7의 [T29]는 분석대상에서 제외하였다. <표 Ⅲ-1>은 본 연구의 분석대상인 두 명 이상의 교사가 공통으로 노티싱한 발문 코드 및 발문 코드와 연결된 수학적 신념이다. 발문 코드(비디오-초점)는 [부록1]에서 확인할 수 있으며. '수학 교수' 신념과 '수학의 본질' 신념에 대한 코드는 앞서 언급한 <표 Ⅱ-4>와 <표 Ⅱ-5>에 그 내용이 있다.

연구참여자는 노티싱 대상 동영상 속 교사(이하 수업교사)의 14개의 발문을 초점(비디오-초점)으로 노티싱하였는데, 본 연구는 앞서 언급하였듯 노티싱에 반영된 교사들의 신념 비교를 위해 연구참여자 두 명 이상이 같은 발문(비디오-초점)에 대해 노티싱한 것을 분석대상으로 하였다. 이를 통해 연구참여자들의 노티싱에 내재 된 '수학적 신념'의 유사점과 차이점을 드러내어 교수학습 의사결정에 있어 교사의 수학적 신념 반영을 관찰하였다.

<표 Ⅲ-1> 분석대상 교사 노티싱

발문코드	연구참여자	수학 교수	수학의 본질
[T1]	참여자6	LA1	NI1
	참여자7	LA1	NI2
[T7]	참여자1	LA2	NI6
	참여자4	LA3	NI4
[T8]	참여자2	LT4	NR6
	참여자3	LA3	NI6
	참여자5	LT1	NR4
[T14]	참여자1	LA4	NI1
	참여자3	LA5	NI6
[T20]	참여자2	LT1	NR1
	참여자8	LA4	NR1
[T27]	참여자1	LA5	NI4
	참여자3	LA2	NI1
[T30]	참여자6	LA4	NI1
	참여자7	LA1	NI1

<표 Ⅲ-1>에서 나타난 두 명 이상의 연구참여자가 노티싱한 발문(비디오-초점)은 두 가지로 구분될 수 있다. 구체적으로 [T1], [T30]은 교사의 교수전략에 관한 행동이며, [T7], [T8], [T14], [T20], [T27]은 교사의 질문과 학생들의 응답을 기다리는 시간과 같은 의사소통의 명시적 측면에 관한 행동이다. 연구참여자들의 이러한 노티싱은 연구참여자의 전문적 노티싱 경험과 관련이 있을 것으로 예상할 수 있다. 연구참여자들은 모두 본 연구와 같은 교수학습과 관련한 전문적 노티싱을 처음 경험하였는데, 의사소통의 명시적 측면을 주로 노티싱하는 것이 예비교사의 노티싱의 특성임(Star & Strickland, 2008)을 고려한다면 앞선 예상은 충분히 가능하다. 또한, 연구참여자 8명 중 참여자6은 '도형의 둘레와 넓이' 수업을 전반적으로 '긍정적'으로 응답하였고, 나머지 7명은 모두 '부정적'으로 평가하였다. 이는 처음 노티싱하는 교사들이 수업교사의 행동에 대해 주로 평가적인 언급을 한다(van Es, 2011)는 선행연구를 고려한다면 이 연구에서 처음 노티싱하는 연구참여자의 부정적 견지는 어느 정도 예상 가능한 것이다.

한편, 연구참여자가 서술한 '발문선택 이유'와 '신념 연결의 이유'는 기술적 코딩(descriptive coding)과 인 비보 코딩(in vivo coding)방법을 활용하여 코딩하였다. 예를 들어, 참여자6은 [T1] 선택의 이유를 '수학 문제를 해결하기 위한 학생의 실험 및 토론 활동은 수학적 사고력을 증진 시킬 수 있다'라고 언급하였는데, 인 비보 코딩을 사용하여 '학생의 문제 해결을 위한 실험활동 및 토론활동'으로 코딩하였다.[5] 또한, 참여자1의 [T7] 선택의 이유를 '교사가 질문하고 곧바로 대답하여 학생들이 수업에 참여할 기회를 박탈하였다. 또한, 네 변의 길이가 모두 같다고 해서 정사각형이라고 할 수는 없다(ex:마름모, 오목도형). 학생이 도형의 성질을 복습할 기회를 박탈하였다'라고 언급하였는데, 인 비보 코딩과 기술적 코딩을 혼합하여 '교수학습의 학생참여'로 코딩하였다. 이러한 연구참여자가 서술한 발문선택의 이유 그리고 각 발문과 신념 연결의 이유에 대한 질적 코딩은 수학 교육학 박사학위 소지한 1인과 교직경력 15년 이상이며, 수학 교육학 박사과정 교사 2인의 교차 검토를 받아 코딩의 타당성과 신뢰성을 확보하였다. 다음은 발문(비디오-초점)별 수학적 신념 측면의 교사 노티싱 분석이다.

---

5) 한유리(2020)는 인 비보 코딩(in vivo coding)을 참여자의 말 중에서 연구 주제를 잘 포착한다고 보여지는 단어나 문구를 그대로 사용하는 방법이며, 기술적 코딩(descriptive coding)을 1인칭 관점에서 '참여자가 무엇에 대해 이야기하고 있는지(what에 대한 것)'를 간략하게 정리하는 것으로 명사형 코드를 붙이는 것이 일반적이라고 언급하였다.

가. [T1]-노티싱 수학적 신념분석

참여자6과 참여자7은 [T1]을 각각 '학생의 문제 해결을 위한 실험 활동 및 토론 활동'과 '수업목적에 맞는 교사 발문의 적절성과 학생의 수학 실용성 확인'을 주제로 노티싱하였다.

<표 III-2> [T1]-노티싱 분석

[T1]	지금부터 다각형 중에서 정삼각형, 정사각형, 정육각형, 원을 종이로 직접 만들어서 넓이를 비교해 보겠습니다.			
참여자	참여자6		참여자7	
주체	학생		교사/학생	
주제	학생의 문제 해결을 위한 실험활동 및 토론활동		수업목적에 맞는 교사발문의 적절성과 학생의 수학 실용성 확인	
구체성	수학 교수	수학의 본질	수학 교수	수학의 본질
	LA1	NI1	LA1	NI2
견지	긍정적		혼합적	

구체적으로 참여자6은 [T1] 선택의 이유를 노티싱 대상 수업이 '실험활동과 토론활동의 학생 사고력 증진'이라 언급하였고, [T1]과 '문제 해결을 위한 학생토론 중요성(LA1)'의 연결은 '탐구 및 토론 가능 활동'을 이유로 언급하였다. 또한, 참여자6은 [T1]과 '수학 문제 해결의 다양성(NI1)'의 연결은 '과제 활동을 통해 문제해결 경험'을 이유로 언급하였다. 참여자6의 수업교사의 [T1] 의사결정 노티싱을 통해 '수학 교수'의 '문제 해결을 위한 학생토론 중요성(LA1)' 신념이 표층에 있으며, '수학의 본질'의 '수학 문제 해결의 다양성(NI1)' 신념이 LA1 신념에 내재 되어있음을 추측할 수 있다. 참여자6은 8명의 연구참여자 중 유일하게 '도형의 둘레와 넓이' 수업을 긍정적으로 평가하였다. 다음<표 Ⅲ-3>은 참여자6이 [T1]-LA1-NI1를 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 III-3> 참여자6의 [T1]-LA1-NI1 선택의 이유

code	선택의 이유
[T1]	수학문제를 해결하기 위한 학생의 실험 및 토론 활동은 수학적 사고력을 증진 시킬 수 있다.
LA1	문제 풀이 위주의 강의식 교수학습이 아니라, 탐구와 토론을 할 수 있는 교수학습 활동임
NI1	학생이 띠(길이)를 등분하는 방법, 넓이를 측정하는 다양한 방법 등 다양한 과제 활동을 통해 수학적 아이디어와 논리적인 해결방법을 경험해볼 수 있는 학습법임

또한, 참여자7은 [T1] 선택의 이유를 노티싱 대상 '수업의 목적은 넓이 비교'라 비판하면서, [T1]과 '문제 해결을 위한 학생토론 중요성(LA1)'의 연결은 '학생에게 사고기회 제공 발문'을 이유로 언급하였다. 또한, 참여자7은 [T1]과 '수학의 실용성(NI2)'의 연결은 '학생 노작 활동으로 수학 실용성 확인'을 이유로 언급하였다. 참여자7의 [T1]-노티싱을 통해 [T1]과 같은 교수학습 상황에서 LA1 신념이 표층에 있으며, NI2 신념이 심층에 있음이 추론할 수 있다. 또한, 참여자7의 [T1]-노티싱을 통해 '수학의 실용성 확인을 목적으로 교사의 적절한 발문을 통해 학생이 문제 해결방법을 생각할 수 있는 토론의 기회를 교사가 제공해야 함'과 같은 수업교사의 [T1] 교수학습 상황에 대해 참여자7은 어떤 교수학습 대안을 갖고 있음이 관찰되었다. 다음<표 Ⅲ-4>은 참여자7이 [T1]-LA1-NI2를 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 III-4> 참여자7의 [T1]-LA1-NI2 선택의 이유

code	선택의 이유
[T1]	종이로 넓이를 만들어서 비교해야 하는 이유가 수업의 목적이므로 교사의 언급이 있으면 좋을 것 같다.
LA1	수업의 도입, 중반부에서 문제를 해결하기 위해 여러 가지 문제 해결 방법을 학생들이 스스로 생각해볼 수 있도록 교사가 발문을 제공해야 하는데, 적절한 발문을 제공하지 않았다.
NI2	직접 만들어서 넓이를 비교할 수 있다는 점은 수학의 실용성을 확인할 수 있게 해준다.

한편, [T1]-노티싱은 노티싱 하는 교사의 '도형의 둘레와 넓이'에 관한 교수학습 실행에 관한 전반적인 신념을 조망하게 한다. [T1]은 수업교사가 교수학습 목적에 대해 발화한 것인데 신념이 행동을 예측한다(Smith, 2016)면 참여자7의 [T1]-LA1-NI2는 '도형의 둘레와 넓이' 교수학습 상황에서 참여자7의 교수학습 실행의 예측이다. 유사하게, 참여자6의 [T1]-LA1-NI1도 교수학습 실행의 예측이라 할 수 있다. 참여자6과 참여자7의 [T1]-노티싱 비교를 통해 [T1]과 같이 동일한 교수학습 상황에서 두 연구참여자는 LA1 신념을 기반으로 유사한 교수학습 실행을 할 수 있지만, 그 실행의 심층에는 NI1, NI2와 같이 서로 다른 '수학의 본질' 신념이 내재 될 수 있음을 추론할 수 있다. 그런데 참여자6과 참여자7의 노티싱은 주제, 주체, 견지가 유사하지 않아 같은 교수학습 문제 상황의 인식이라 보기 어려운 측면이 있다. 따라서 [T1]에 대한 참여자6과 참여자7의 중심신념과 주변신념 추출은 본 연구의 모형을 적용하기 어렵다.

나. [T7]-노티싱 수학적 신념분석

참여자1과 참여자4는 [T7]을 '교수학습의 학생참여'를 주제로 노티싱하였다. [T7]은 [T6]와 함께 살펴보면, 수업교사는 [T6]에서 실습 종이로 원을 만드는 시범을 보이고 정사각형을 어떻게 만들지 학생에게 질문하며 동시에 학생의 반응에 대한 평가 없이 [T7] 발화한다. 참여자1과 참여자4는 [T7]-노티싱에서 수업교사의 교수학습 의사결정을 중심으로 노티싱하였는데, 수업교사가 '학생의 교수학습에 참여기회를 제공하지 않음'을 공통으로 지적하였다.

<표 III-5> [T7]-노티싱 분석

[T7]	이렇게 반으로 한 번 접고 두 번 접어서 붙이면 되겠죠. 네 개가 되니까			
참여자	참여자1		참여자4	
주체	교사		교사/학생	
주제	교수학습의 학생참여		교수학습의 학생참여	
구체성	수학 교수	수학의 본질	수학 교수	수학의 본질
	LA2	NI6	LA3	NI4
견지	부정적		부정적	

참여자1은 [T7] 선택의 이유를 '학생수업참여 기회의 박탈'을 언급하였고, [T7]과 '정답과 정당화의 중요성(LA2)'의 연결은 '문제 해결 과정 생략'을 이유로 제시하였다. 또한, 참여자1의 [T7]과 '수학의 발견 및 시험 가능(NI6)'의 연결은 '학생의 조작을 통한 수학적 성질 발견'을 이유로 언급하였다. 참여자1의 [T7]-노티싱을 통해 [T7]과 같은 교수학습 상황에서 LA2 신념이 표층에 있으며, NI6 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 또한, 참여자1의 LA2 신념은 '교수학습의 학생참여'에 관한 교수학습 대안임을 추론할 수 있으며, 그 대안에 NI6 신념이 내재 되어있음을 예상할 수 있다. 다음<표 III-6>은 참여자1이 [T7]-LA2-NI6를 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 III-6> 참여자1의 [T7]-LA2-NI6 선택의 이유

code	선택의 이유
[T7]	교사가 질문하고 곧바로 대답하여 학생들이 수업에 참여할 기회를 박탈하였다. 또한, 네 변의 길이가 모두 같다고 해서 정사각형이라고 할 수는 없다(ex:마름모, 오목도형). 학생이 도형의 성질을 복습할 기회도 박탈하였다.
LA2	“네 변의 길이가 같게 만들면 정사각형이 될까요?” 같은 질문을 통해 구한 답이 맞는 것인지 이해하는 과정을 거칠 수 있다. 이 과정을 통해 둘레의 길이가 같더라도 도형의 넓이가 달라질 수 있음을 발견하게 할 수 있다(ex:마름모).
NI6	학생들이 해결할 수 있는 과제임에도 불구하고 교사가 일방적으로 설명하고 있다. 학생이 직접 만들어보고 조작하는 활동에서 스스로 수학적 성질을 발견할 수 있다.

참여자4는 [T7] 선택의 이유를 ‘교사는 학생에게 응답할 기회를 제공하지 않음’을 언급하고, [T7]과 ‘교사는 학생 주체 문제 해결 허용(LA3)’의 연결은 ‘교사는 학생의 문제 해결 시간 제공’을 이유로 제시하였다. 또한, [T7]과 ‘수학의 창의성(NI4)’의 연결은 ‘학생에게 다양한 문제 해결 시도의 허용’을 이유로 언급하였다. 참여자4의 [T7]-노티싱을 통해 참여자4는 [T7]과 같은 교수학습 상황에서 LA3 신념이 표층에 있으며, NI4 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 또한, 참여자4의 LA3 신념은 ‘교수학습의 학생참여’에 관한 교수학습 대안임을 추론할 수 있으며, 그 대안에 NI4 신념이 내재 되어있음을 예상할 수 있다. 다음<표 Ⅲ-7>은 참여자4가 [T7]-LA3-NI4를 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 III-7> 참여자4의 [T7]-LA3-NI4 선택의 이유

code	선택의 이유
[T7]	교사가 질문에 학생들이 생각할 시간, 답변할 시간 없이 일방적으로 답을 제시하고 있다.
LA3	교사의 질문에 대해 학생들이 답을 찾을 수 있는 시간을 주고, 될 수 있으면 학생이 답을 스스로 찾을 수 있게 해 주는 게 좋다고 생각한다.
NI4	학생이 종이로 다양한 모양을 만들어 볼 수 있게 한다. 학생이 다양한 시도를 통해 오각형, 육각형뿐만 아니라 칠각형, 팔각형 다양한 모양도 만들어 볼 수 있다.

[T7]-노티싱에서 참여자1과 참여자4는 ‘교수학습의 학생참여’에 대해 유사하게 ‘수학 교수’의 학생중심의 ‘활동주의’ 신념을 반영하였고, 그 신념에 영향을 주는 ‘수학의 본질’에는 ‘탐구중심’ 신념이 내재 되어있음이 관찰되었다. 만약, [T7]-LA3-NI4와 [T7]-LA2-NI6의 대안적 의사결정이 모두 교수학습에 적절하여 ‘학생활동 중심의 수학 탐구’로서 무차별한 가치를 갖는다면 참여자4는 [T7] 교수학습 상황에서 ‘수학 교수’ 신념의 ‘학생 주체 문제 해결(LA3)’신념을 ‘학생의 정답과 그 정답의 정당화(LA2)’보다 선호함을 간접적으로 관찰할 수 있다. 이를 통해 참여자4는 [T7] 교수학습 상황에서 LA3 신념이 LA2 신념보다 상대적으로 중심에 있다고 추론할 수 있다. 즉, [T7] 교수학습 상황에서 LA3가 LA2에 대해 상대적으로 참여자4의 중심신념(LA3>LA2)이고, LA2는 LA3에 대해 상대적으로 참여자4의 주변신념(LA2<LA3)임을 추론하는 것이 가능하다. 그런데, [부록2]에서 참여자4의 표준화된 신념측정은 LA2와 LA3는 5점으로 동점임을 알 수 있는데, 표준화된 신념설문지로 알 수 없었던 참여자4의 교수학습 문제 상황에서 신념 선호체계를 관찰할 수 있었다. 또한, ‘수학 교수’에 관한 참여자1의 중심신념과 주변신념도 같은 방법으로 추론할 수 있으며, ‘수학의 본질’ 신념에 대한 참여자1과 참여자4의 중심신념과 주변신념도 같은 방법으로 추론할 수 있다.

다. [T8]-노티싱 수학적 신념분석

참여자2, 참여자3, 참여자5는 [T8]을 ‘삼각형 제작을 위한 실습 종이 삼등분’과 관련하여 노티싱하였다. [T8]을

[T6], [T7], [T9]와 함께 관찰하면, 수업교사는 [T6]-[T7]에서 실습 종이로 원, 정사각형을 만드는 시범을 보였다. [T8]에서 수업교사는 종이접기를 이용한 정삼각형을 만들기가 학생에게 어려울 것을 예상하지만, 추가적인 발화 없이 학생에게 정삼각형 만들기 활동을 요구하였다. 그리고 [T8] 이후 즉각적으로 [T9] 발화하여 적절한 교사의 설명이나 학생활동 없이 수업교사는 정삼각형 만들기 시범을 보였다. 참여자2, 참여자3, 참여자5는 삼등분 종이접기에 관한 학생의 어려움에도 불구하고 수업교사의 [T8]-[T9]로 이행하는 수업교사의 의사결정과 학생의 어려움에 대해 노티싱하였다.

<표 III-8> [T8]-노티싱 분석

[T8]	그 다음 정삼각형. (흠) 정삼각형은 좀 어려운데 종이를 삼등분 해 보세요.					
참여자	참여자2		참여자3		참여자5	
주체	교사/학생		교사/학생		교사/학생	
주제	삼각형 제작을 위한 실습 종이 삼등분		삼각형 제작을 위한 실습 종이 삼등분		삼각형 제작을 위한 실습 종이 삼등분	
구체성	수학 교수	수학의 본질	수학 교수	수학의 본질	수학 교수	수학의 본질
	LT4	NR6	LA3	NI6	LT1	NR4
견지	부정적		부정적		부정적	

구체적으로, 참여자2는 [T8] 선택의 이유를 ‘학생이 실습 종이 삼등분 찾기 어려움’을 언급하였고, [T8]과 ‘수학 우수성취-공식암기(LT4)’의 연결은 ‘선분 삼등분 절차의 암기가 수학적 이해의 도움’을 이유로 제시하였다. 또한, 참여자2의 [T8]과 ‘수학 문제 해결의 규칙과 절차성(NR6)’의 연결은 ‘수학적 절차 습득이 다른 문제 해결로 전이’를 이유로 언급하였다. 참여자2의 [T8]-노티싱을 통해 [T8]과 같은 교수학습 상황에서 LT4 신념이 표층에 있으며, NR6 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 이를 통해 참여자2는 수업교사의 [T8]에 대안으로 ‘학생이 실습 종이 삼등분 찾기 어려움’에 관해 LT4 신념을 대안으로 제시하였으며, 그 대안에는 NR6 신념이 내재 되어 있음을 추론할 수 있다. 다음<표 Ⅲ-9>은 참여자2가 [T8]-LT4-NR6을 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 III-9> 참여자2의 [T8]-LT4-NR6 선택의 이유

code	선택의 이유
[T8]	실습 종이의 삼등분은 대칭을 통하여 찾을 수 없기 때문이다.
LT4	학생이 기본적인 공식을 암기하면 비록 지금은 이해되지 않아도 더 많은 것을 배우면서 공식이 이해되는 경우가 생기게 됩니다. 종이 삼등분 방식도 공식이 있다면 학생은 이를 먼저 외워 적용하고 더 많은 것을 배워 이해하는 것이 필요하다고 생각합니다.
NR6	학생이 올바른 과정과 정확한 절차를 익히는 것이 다른 어려운 문제를 해결하는 데 적용될 수 있다

참여자3은 [T8] 선택의 이유를 ‘교사의 실습 종이 삼등분하는 방법 교수학습의 부재’를 언급하였다. [T8]과 ‘교사는 학생 주체 문제 해결 허용(LA3)’의 연결은 ‘학생의 탐구기회 제공’을 이유로 제시하였고, [T8]과 ‘수학의 발견 및 시험가능(NI6)’의 연결은 ‘학교 수학은 수학의 엄밀성보다는 학생 스스로 수학적 절차를 만들기’를 이유로 언급하였다. 참여자3의 [T8]-노티싱을 통해 [T8]과 같은 교수학습 상황에서 LA3 신념이 표층에 있으며, NI6 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 이를 통해 참여자3은 수업교사의 [T8]에 대안으로 ‘교사의 실습 종이 삼등분하는 방법 교수학습의 부재’에 관해 LA3 신념을 대안으로 제안하였으며 그 대안에는 NI6 신념이 내재 되어있음을 추론할 수 있다. <표 Ⅲ-10>은 참여자3이 [T8]-LA3-NI6을 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

참여자5는 [T8] 선택의 이유를 ‘학생의 삼등분 어려움과 학생참여의 부재’를 언급하였고, [T8]과 ‘교사중심 학

생의 수학 절차학습(LT1)'의 연결은 '교사의 연습 종이 삼등분의 설명과 학생탐구 생략'을 이유로 제시하였다. 또한, 참여자5는 [T8]과 '수학은 정의, 공식, 사실의 기억과 적용(NR4)'의 연결은 '교사의 수학적 원리 설명이 학생의 이해를 도움'을 이유로 언급하였다. 참여자5의 [T8]-노티싱을 통해 [T8]과 같은 교수학습 상황에서 LT1 신념이 표층에 있으며, NR4 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 또한, 참여자5는 수업교사의 [T8]에 대안으로 실습 종이 삼등분에 관한 학생 이해를 돕기 위한 LT1 신념을 대안으로 제안하며, 그 대안에는 NR4 신념이 내재 되어있음을 추론할 수 있다. <표 Ⅲ-11>은 참여자5가 [T8]-LT1-NR4을 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 Ⅲ-10> 참여자3의 [T8]-LA3-NI6 선택의 이유

code	선택의 이유
[T8]	교사가 실습 종이를 삼등분을 하면 정삼각형을 만들 수 있다는 지식은 전달하였으나, 실습 종이를 삼등분하는 방법의 전달이 부족함. 컴퍼스, 자 등을 이용하여 3등분이 가능한 방법을 전달했어야 한다고 생각함.
LA3	학생들이 문제풀이에 필요한 정확한 절차를 모르는 상태에서 교사가 그냥 적당히 하면 된다는 식으로 가르치는 것은 문제가 있음. 삼등분하는 방법을 학생들이 문제 해결할 수 있는 시간을 충분히 제공했어야 한다고 생각함.
NI6	학생이 수학의 체계를 엄밀하고 엄격하게 배우는 것은 물론 중요한 일이지만, 중등교육의 영역에서는 학생은 엄밀하고 엄격한 수학의 체계에 대한 지식보다 체계 형성에 필요한 다양한 방법을 익히는 것이 더 중요하다고 생각함. 따라서 교사는 학습자 스스로 다양한 경험을 바탕으로 새로운 수학적 절차를 만들어나가는 방법을 익힐 수 있도록 교수학습 해야 한다고 생각함.

<표 Ⅲ-11> 참여자5의 [T8]-LT1-NR4 선택의 이유

code	선택의 이유
[T8]	학생이 원과 사각형은 이해가 쉽게 되겠지만 삼각형을 만들기 위해 실습 종이를 삼등분하는 방법에 대해 언급하지 않음. 교사가 학생의 의견도 들으려하지 않음.
LT1	교사가 종이를 삼등분하는 방법을 설명하지 않았고, 학생이 생각할 수 있는 시간이나 과정을 교사가 제공하지 않음
NR4	교사가 정삼각형을 만들기 위한 수학적 원리를 설명하는 것은 학생들이 그 이유를 이해하는 데 도움이 된다.

[T8]-노티싱에 관한 참여자2, 참여자5와 참여자3의 신념 반영은 서로 다르다. 참여자2와 참여자5는 [T8]과 같은 교수학습 상황에서 교사중심의 '수학 교수' 신념을 갖고, 참여자3은 학생 중심의 '수학 교수' 신념을 갖고 있음이 관찰되었다. 그리고 '수학 교수' 신념에 내재 된 '수학의 본질' 신념도 세 명의 연구참여자는 각각 다르게 관찰되었다. 연구참여자가 모두 '삼각형 제작을 위한 실습 종이 삼등분'을 주제로 노티싱하였음에도 불구하고, 정당화하는 수학적 신념이 다름을 관찰할 수 있었다.

한편, 앞서 [T7]의 상대적 중심신념과 주변신념의 추출과 같이, 참여자2와 참여자5는 '삼각형 제작을 위한 실습 종이 삼등분'의 [T8] 교수학습에 대해 '수학 교수'의 '교사중심' 신념을 반영하였고, 그 반영에 '수학의 본질'의 '규칙과 절차' 신념이 내재 되어있음이 관찰되었다. 그리고, 참여자2와 참여자5는 수학적 신념의 측면에서 [T8]-LT4-NR6, [T8]-LT1-NR4, 이 관찰되었다. 만약, [T8]-LT1-NR4, [T8]-LT4-NR6의 대안적 의사결정이 모두 교수학습에 적절하여 '교사중심의 수학 규칙과 절차' 학습으로서 무차별한 가치를 갖는다면 참여자5는 [T8] 교수학습 상황에서 '교사중심 학생의 수학 절차학습(LT1)'신념을 '수학 우수성취-공식암기(LT4)'보다 선호함을 간접적으로 관찰할 수 있다. 이를 통해 참여자5는 [T8] 교수학습 상황에서 LT1 신념이 LT4 신념보다 상대적으로 중심에 있다고 추론할 수 있다. 즉, [T8] 교수학습 상황에서 LT1이 LT4에 대해 상대적으로 참여자5의 중심

신념(LT1>LT4)이고, LT4는 LT1에 대해 상대적으로 참여자5의 주변신념임(LT4<LT1)을 추론하는 것이 가능하다. 참여자2의 중심신념과 주변신념도 같은 방식으로 추출하는 것이 가능하다.

라. [T14]-노티싱 신념분석

참여자1, 참여자3은 [T14]를 각각 '교수학습에서 학생의 어려움'을 주제로 노티싱하였다. [T14]를 주변 발화인 [T12], [T13], [T14], [T15]와 함께 관찰하면, [T12]-[T13]에서 수업교사는 학생에게 실습 종이로 원, 정사각형, 정삼각형 등을 만드는 활동을 시작하도록 지시하였다. [T14]-[T15]에서 수업교사는 발화를 잠시 멈추고 학생들을 관찰하며, 어려워하는 학생의 실습 종이를 가지고 어떤 발화도 없이 학생에게 만들어주었다. 참여자3은 [T14]-노티싱에서 학생들의 반응을 주로 관찰하였는데, [T14] 후 동영상 속 실습 활동을 어려워하는 학생들을 관찰하였다. 또한, 참여자1은 [T14]-노티싱에서 수업교사의 발화 "없구나!"를 주목하였는데, 수업교사가 교수학습에 학생참여의 기회를 주지 않고, 활동에 어려워하는 학생들을 살펴보지 않으며, 즉각적인 학생평가를 하는 수업교사의 의사결정은 적절하지 않음을 지적하였다.

<표 Ⅲ-12> [T14]-노티싱 분석

[T14]	자! 안 되는 모둠은 한 번 손 들어 주세요. 없구나!			
참여자	참여자1		참여자3	
주체	교사/학생		학생	
주제	교수학습에서 학생의 어려움		교수학습에서 학생의 어려움	
구체성	수학 교수	수학의 본질	수학 교수	수학의 본질
	LA4	NI1	LA5	NI6
견지	부정적		부정적	

구체적으로, 참여자1은 [T14] 선택의 이유를 '학생이 교수학습 참여에 관한 심리적 어려움'를 언급하였고, [T14]와 '문제 해결 후 정당화의 중요성(LA4)'의 연결은 '수학 문제 해결 후 정당화 기회제공'을 이유로 제시하였다. 또한, 참여자1은 [T14]와 '수학 문제 해결의 다양성(NI1)'의 연결은 '토론을 학생들의 문제 해결 방법 공유'을 이유로 언급하였다. 참여자1의 [T14]-노티싱을 통해 [T14]와 같은 교수학습 상황에서 LA4 신념이 표층에 있으며, NI1 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 또한, 참여자1의 LA4 신념은 '정당화 기회제공'에 관한 교수학습 강한 의지를 갖고 있음을 추론할 수 있으며, 그 의지에 NI1 신념이 내재 되어있음을 예상할 수 있다. <표 Ⅲ-13>은 참여자1이 [T14]-LA4-NI1을 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

참여자3은 [T14] 선택의 이유를 '교사의 발화에 반응하지 않은 어려움을 겪는 학생과 이에 대한 교사의 조력 그리고 학생들 간의 탐구 활동'을 언급하였고, [T14]와 '교사 학생 주체 문제 해결 허용(비효율적이라도)(LA5)'의 연결은 '교사의 학생 자발적 문제 해결 방법 탐구 권장'을 이유로 제시하였다. 또한, 참여자3은 [T14]와 '수학의 발견 및 시험 가능(NI6)'의 연결은 '학생 자발적 문제 해결과 교사의 비계 제공'을 이유로 언급하였다. 참여자3의 [T14]-노티싱을 통해 [T14]와 같은 교수학습 상황에서 LA5 신념이 표층에 있으며, NI6 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 또한, 참여자3의 LA5 신념은 '교사의 발화에 반응하지 않은 어려움을 겪는 학생과 이에 대한 교사의 조력 그리고 학생들 간의 탐구 활동'에 관한 교수학습 대안임을 추론할 수 있으며, 그 대안에 NI6 신념이 내재 되어있음을 예상할 수 있다. <표 Ⅲ-14>은 참여자3이 [T14]-LA5-NI6을 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 III-13> 참여자1의 [T14]-LA4-NI1 선택의 이유

code	선택의 이유
[T14]	교사는 안 되는 모둠은 손을 들어달라고 말한 뒤 곧바로 “없구나”라고 말을 하여 학생들이 질문할 기회를 박탈하였다. 또한, 이 상황에서 학생은 손을 들면 못하는 학생이 된다고 생각하여 손을 못 들고 있을 수 있다. 교사는 “잘되고 있는 모둠은 한 번 손을 들어 볼까요?”라고 질문하여 잘되고 있는 모둠을 파악한 뒤, 교사가 손을 들지 않은 모둠 쪽을 관찰하면 많은 학생이 수업에 잘 참여할 수 있게 독려할 수 있다. 또한, 교사는 잘 되는 모둠이 어떤 과정을 통해 과제를 잘 수행하였는지 체크하는 과정도 필요하다.
LA4	학생이 과제를 올바르게 수행했다고 교사가 의도한 수학적 개념을 학생이 완벽히 습득한 것은 아니다. 또한, 다양한 문제 풀이가 가능하기 때문에 학생들 간 문제풀이 과정을 서로 공유하면 다양한 수학적 개념을 학습할 수 있다.
NI1	학생은 다른 학생들이 어떻게 생각하는지 알아보는 과정은 매우 중요하다. 이러한 과정이 있는 수업은 수업 종료 이후에도 학생들이 문제에 관한 토론을 하게 만든다. 학생들이 서로의 생각을 공유하는 과정에서 문제의 해결에도 여러 가지 방법이 있음을 깨닫게 할 수 있다.

<표 III-14> 참여자3의 [T14]-LA5-NI6 선택의 이유

code	선택의 이유
[T14]	영상에서 손을 들지 않았어도 어려워하는 학생들이 많이 확인되고 있음. 수업교사는 학생들에게 잘 되는지를 질문할 것이 아니라 학생들의 어려움을 관찰하고, 어떤 부분을 어려워하는지 평가한 뒤 적절한 교수학습 방법을 이용하여 조력을 제공해야 한다고 생각함. 또한, 교사는 학생들 간의 토의와 논의, 탐구방법을 자극할 수 있는 다양한 추가 발문이 필요하다고 생각함.
LA5	교사가 적절한 조력을 제공하거나, 학생들 사이의 토론이나 논의의 과정을 지원하여 학생들이 자기 스스로 문제 해결 방법을 탐구할 수 있도록 해야 하지만 두 과정 모두 영상에서 확인하기 어려움.
NI6	학생 스스로 수학적 방법을 새로 정립해 나아가는 것을 연습해야 하고, 교사는 문제 해결과정에서 어려움을 겪는 학생들에게는 비계를 제시해야 한다고 생각함. 그러나 영상에 나타난 교수학습 과정에서는 교사는 이러한 비계 제시가 적절히 하지 않았다고 생각함.

한편, [T14]-노티싱에 관한 신념분석에서 유사한 노티싱 주제에 관해 두 연구참여자는 ‘수학 교수’의 ‘활동주의’ 신념과 ‘수학의 본질’의 ‘탐구중심’ 신념을 반영하여 유사하다. 참여자3은 학생활동에 대해 LA5-NI6가 연계된 ‘교사의 비계 제공을 통한 학생 자발적 수학 문제탐구’이고, 참여자1은 LA4-NI1 ‘수학 문제 해결 후 토론을 통한 학생들의 문제 해결 방법 공유’이다. 그런데, 만약 [T14]-LA5-NI6와 [T14]-LA4-NI1의 대안적 의사결정이 모두 교수학습에 적절하여 ‘학생활동 중심의 수학 탐구’로서 교수학습의 무차별한 가치를 갖는다면 참여자3은 [T14] 교수학습 상황에서 ‘교사 학생 주체 문제 해결 허용(비효율적이라도)(LA5)’신념을 ‘문제 해결 후 정당화의 중요성(LA4)’보다 선호함을 간접적으로 관찰할 수 있다. 이를 통해 참여자3은 [T14] 교수학습 상황에서 LA5 신념이 LA4 신념보다 상대적으로 중심에 있다고 추론할 수 있다. 즉, [T14] 교수학습 상황에서 LA5가 LA4에 대해 상대적으로 참여자3의 중심신념(LA5>LA4)이고, LA4는 LA5에 대해 상대적으로 참여자3의 주변신념(LA4<LA5)임을 추론할 수 있다. 참여자1도 마찬가지 방법으로 ‘수학 교수’ 중심신념과 주변신념을 알 수 있으며, ‘수학의 본질’ 신념에 대한 참여자1과 참여자3의 중심신념과 주변신념도 같은 방법으로 추론할 수 있다.

마. [T20]-노티싱 신념분석

참여자2, 참여자8은 [T20]을 각각 ‘교사 발문의 모호함’, ‘교사 발문의 모호함과 학생의 수학적 정당화’을 주제

로 노티싱하였다. [T20]을 주변 발화인 [T17], [T18], [T19], [T21]과 함께 관찰하면, 학생은 실습 종이로 도형을 제작하여 교사에게 제출하였으며 수업교사는 [T17]-[T18]에서 '둘레가 같은 도형들의 넓이를 비교'에 관한 발화를 학생에게 한다. [T19]는 수업교사가 학생에게 '둘레가 같고 모양이 다른 도형의 넓이가 다른가?' 발문하고, 교사는 학생의 반응을 고려하지 않으며 [T20]을 발화한다. 참여자2와 참여자8은 [T20]-노티싱에서 교사의 모호한 발문에 대한 학생의 혼란에 대해 주목하였는데, [T20]의 '아마'라는 수업교사의 언어 사용이 수학적 정확성에 대한 학생의 혼란을 유발할 수 있음을 중심으로 노티싱 하였다.

<표 III-15> [T20]-노티싱 분석

[T20]	아! 다를 겁니다. 아마!			
참여자	참여자2		참여자8	
주체	교사		교사/학생	
주제	교사 발문의 모호함		교사 발문의 모호함과 학생의 수학적 정당화	
구체성	수학 교수	수학의 본질	수학교수	수학의 본질
	LT1	NR1	LA4	NR1
견지	부정적		부정적	

구체적으로, 참여자2는 [T20]의 선택의 이유를 '교사의 모호한 언어 사용'으로 언급하였고, [T20]과 '교사중심 학생의 수학 절차학습(LT1)'의 연결은 '교사중심 학생의 정확한 절차 교수학습'을 이유로 제시하였다. 또한, 참여자2는 [T20] 발문과 '수학의 논리성, 엄격성, 정확성(NR1)'의 연결은 '교사의 모호한 표현은 학생의 혼란 야기'를 이유로 언급하였다. 참여자2의 [T20]-노티싱을 통해 [T20]과 같은 교수학습 상황에서 LT1 신념이 표층에 있으며, NR1 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 또한, 참여자2는 [T20]-노티싱을 통해 '수학의 논리적 엄격함, 문제해결 절차 등을 위한 교사중심의 절차학습과 교사의 정확한 언어 사용'과 같은 수업교사 [T20] 교수학습 상황에 대해 대안을 갖고 있음을 추론할 수 있다. 다음<표 Ⅲ-16>은 참여자2가 [T20]-LT1-NR1을 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 III-16> 참여자2의 [T20]-LT1-NR1 선택의 이유

code	선택의 이유
[T20]	교사의 언어는 명확해야 하는데 이것은 근거에 대한 명확이다. '아마'라는 표현은 애매함이 포함되어 학생들이 받아들이기 어려울 수 있다.
LT1	과정을 이해하는 것이 답을 찾는 것보다 중요하기 때문에 학생은 정확한 절차를 알아야 합니다. 학생이 다른 문제에 적용할 때에도 정확한 절차를 인지하고 있다면 이를 적용하여 해결할 수 있습니다.
NR1	교사의 부정확한 표현은 학생들에게 혼란을 줄 수 있다.

또한, 참여자8의 [T20] 선택의 이유는 참여자2와 마찬가지로 '교사의 모호한 언어 사용과 수업교사의 수학적 정당화 부족'을 이유로 언급하였다. [T20]과 '문제 해결 후 정당화의 중요성(LA4)'의 연결은 수업교사가 도형의 넓이를 시각적으로 정당화하려고 시도하였는데, 학생이 시각적으로 예상한 '도형의 넓이 차이'에 대해 충분한 '수학적 정당화' 제공을 이유로 제시하였다. 또한, 참여자8은 [T20] 발문과 '수학의 논리성, 엄격성, 정확성(NR1)'의 연결은 참여자2와 마찬가지로 '교사의 모호한 표현은 학생의 혼란 가능'을 이유로 언급하였다. 참여자8의 [T20] 노티싱을 통해 [T20]과 같은 교수학습 상황에서 '교사의 모호한 언어 사용'은 NR1 신념으로 비판하였으며, '수학적 정당화의 부족'은 LA4 신념으로 대안을 제시하였다. 이를 통해 참여자8의 [T20]-노티싱은 '수학 교수' 신념에 '수학의 본질' 신념이 내재 되었다고 관찰하기보다는 두 가지 노티싱 주제 '교사 모호한 언어 사용'과 '수학적 정

당화 부족'의 각각에 대해 수학적 신념을 연결한 것으로 해석하는 것이 타당성이 높을 것이다. 다음<표 Ⅲ-17>은 참여자8이 [T20]-LA4-NR1을 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 Ⅲ-17> 참여자8의 [T20]-LA4-NR1 선택의 이유

code	선택의 이유
[T20]	[T19]에서 도형의 넓이 차이를 시각적으로 확인할 수 있는지 교사가 물어보고, [T20]에서 교사가 자신의 의견을 모호한 표현으로 답함. 의미 있는 교수학습 상황이 이루어지지 않고 있다.
LA4	학생이 시각적으로 넓이의 차이를 확인했더라도 수학적 과정을 통해 넓이의 차이를 구할 수 있도록 지도해야 한다.
NR1	교사의 발문과 대답이 서로 상충하는 부분이 많고, 수업 전반에 교사의 발화가 오류가 많아서 학생들이 수학의 엄밀성을 익히는데 방해가 된다.

한편, [T1]-노티싱과 [T20]-노티싱은 상대적 중심신념의 추출의 어떤 제약조건을 알 수 있는데. 그것은 두 노티싱 하는 교사의 노티싱의 주제가 유사해야 한다는 것이다. [T20]-노티싱에 관한 참여자2와 참여자8의 수학적 신념분석은 '교사의 모호한 언어 사용'에 대해 두 참여자는 NR1 신념을 반영하였다. 그런데, 참여자2는 '교사의 모호한 언어 사용'에 LT1 신념을 반영하였고, 참여자8은 참여자2와 다른 노티싱 주제인 '학생의 수학적 정당화 부족'에 LA4 신념을 반영하였다. 이를 통해 우리는 두 노티싱 교사의 같은 비디오-초점에도 유사한 노티싱 주제가 상대적 중심신념 추출의 조건임을 알 수 있었다.

바. [T27]-노티싱 신념분석

참여자1와 참여자3은 [T27]-노티싱을 '넓이 측정 도구'을 주제로 노티싱하였다. [T27]을 주변 발화인 [T25], [T26], [S2], [T28], [T29]와 함께 관찰하면, 수업교사는 [T25]-[T26]에서 도형의 넓이를 측정하기 위해 학생들에게 '넓이 측정 도구'를 질문한다. [S2]는 학생이 한 명이 교사의 '넓이 측정 도구'에 대한 대답으로 '가위'를 말하였다. 교사는 학생의 [S2]에 관한 평가 없이 [T27] 발문한다. 또한, 수업교사는 [T28]에서 '자'가 '길이의 측정 도구'임을 언급하였는데, [T29]에서 '자'가 '넓이를 측정 도구가 아님'을 발화한다.

<표 Ⅲ-18> [T27]-노티싱 분석

[T27]	바로 자!			
참여자	참여자1		참여자3	
주체	학생		교사	
주제	넓이 측정 도구		넓이 측정 도구	
구체성	수학 교수	수학의 본질	수학 교수	수학의 본질
	LA5	NI4	LA2	NI1
견지	부정적		부정적	

구체적으로, 참여자1은 [T27] 선택의 이유를 '학생의 응답에 대한 교사의 적절한 평가의 부재'로 언급하였고, [T27] 발문과 '교사의 학생 주체 문제 해결허용(비효율적이라도)(LA5)'의 연결은 '시행착오를 통한 학생의 자발적 문제 해결'을 이유로 제시하였다. 또한, 참여자1은 [T27] 발문과 '수학의 창의성(NI4)'의 연결은 '수학의 창의적 문제 해결을 위한 학생과 교사 간 아이디어 교환'을 이유로 언급하였다. 참여자1의 [T27] 노티싱을 통해 [T27]과 같은 교수학습 상황에서 LA5 신념이 표층에 있으며, NI4 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 이를 통해 참여자1은 수업교사의 [T27] 발문에 대안적 의사결정으로 LA5와 같은 '수학 문제의 창의적 문제 해결을 위한 학생과 수업교사의 아이디어 교환'을 제안함을 추론할 수 있다. 다음<표 Ⅲ-19>은 참여자1이 [T27]-LA5-NI4를

선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 Ⅲ-19> 참여자1의 [T27]-LA5-NI4 선택의 이유

code	선택의 이유
[T27]	가위도 넓이 측정의 도구가 될 수 있다. 완성된 도형을 잘라서 다른 도형에 겹치는 형식으로 넓이를 비교할 수 있는데 교사는 자신이 생각한 방향대로만 수업을 이끌어 가려고만 한다. 설령 학생이 잘못 대답한 답변이더라도 이 수업에서 첫 번째로 나온 개인 답변이므로 잘 반응하여 다음 답변도 자신을 가지고 답변할 수 있도록 하면 좋을 것이다.
LA5	수학은 가설을 증명하기 위한 과정에도 수많은 비효율적인 시도가 필요하다. 그 과정에서 증명의 아이디어를 얻을 수 있고, 간결화할 수 있기 때문이다. 수학을 잘하기 위한 과정도 마찬가지 과정을 통해 이루어지므로 학생들의 여러 가지 풀이를 인정해야 한다. 또한, 새로운 형태의 풀이도 제시함으로써 학생들이 자신의 풀이와 비교해 볼 수 있도록 지도해야 한다.
NI4	교사가 생각한 방법만 반드시 정답이 아니고 학생이 생각한 방법도 충분히 창의적이고 문제를 훌륭하게 해결할 수 있다. 교사가 생각한 방법도 제시하고, 학생이 생각한 방법도 같이 고민하는 과정에서 다른 사람과는 다른 방식으로 생각할 수 있는 창의성은 길러질 수 있다.

참여자3의 [T27] 선택은 ‘넓이 측정 도구로서 자에 대한 교사설명의 부재’, [T27]과 ‘정답과 정당화의 중요성(LA2)’의 연결은 ‘교사의 답에 대해 학생의 정당화 기회 부족’을 이유로 언급하였다. 또한, 참여자3은 [T27]과 ‘수학 문제 해결의 다양성(NI1)’의 연결을 ‘교사의 역할이 수학 문제의 해법의 다양성 제시’를 이유로 언급하였다. 참여자3의 [T27]-노티싱을 통해 [T27]과 같은 교수학습 상황에서 LA2 신념이 표층에 있으며, NI1 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 이를 통해 참여자3은 수업교사의 [T27]에 대안으로 LA2와 같은 ‘다양한 수학 문제 풀이 방법과 그 정당화의 중요성’을 제안함을 추론할 수 있다. <표 Ⅲ-20>은 참여자3이 [T27]-LA2-NI1을 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 Ⅲ-20> 참여자3의 [T27]-LA2-NI1 선택의 이유

code	선택의 이유
[T27]	교사는 자를 이용하여 넓이를 구하는 방법을 말하거나, 다른 방법을 사용해야 하는 이유를 언급해야 한다고 생각함.
LA2	교사는 자를 이용하여 면적을 구하는 방법이 무엇인지, 또 그 방법이 가진 문제점이 무엇인지를 정확히 전달할 필요가 있으나 영상에서 그러한 면이 관찰되지 않음.
NI1	수학적 문제 해결 방법에는 여러 가지가 있을 수 있으며, 상황에 따라 어느 것이 가장 효과적인 방법인지를 가르쳐 주는 것 또한 교사의 주요한 역할이라고 생각함. 그러나 해당 발문과정에서 영상에 나온 교사는 다양한 방법에 대한 발문, 어떤 이유에서 어떤 방법을 사용하는지에 대한 발문이 부족한 상황임.

참여자1과 참여자3의 [T27]-노티싱에서 ‘주체’가 각각 교사와 학생으로 차이가 있으며, 이 차이가 두 참여자의 수학적 신념 반영의 차이로 드러난다. 참여자3은 [T27]-노티싱에서 수업교사의 질문에 대해 ‘수업교사’를 노티싱의 주체로 보고, 수업교사의 발화에 대한 수학적 정당화에 주목하고 [T27]-LA2-NI1을 연결하였다. 반면, 참여자1은 [T27]-노티싱에서 ‘학생’을 노티싱의 주체로 보고, 학생의 응답인 ‘가위’도 ‘넓이 측정 도구’가 되는 가능성에 주목하였다. 그리고, 참여자1은 수업교사가 ‘학생의 응답’에 대해 주의를 기울여야 한다고 주장하면서, 학생의 비효율적인 문제 해결 방법, 시행착오를 교사가 교수학습 상황에 적절히 반영해야 한다고 언급하고, [T27]-LA5-NI4를 연결하였다. 종합하면, [T27]과 같은 교수학습 문제 상황에서 각 교사의 노티싱 주체가 다른 것이 노티싱하는 교사의 신념 반영에 영향을 줄 수 있다는 예상은 설득력이 있다.

한편, 앞선 중심신념추출과 같이 [T27]과 같은 교수학습 상황에서 참여자3은 LA2는 LA5 에 대해 중심신념이고, 참여자1은 LA5가 LA2에 대해 중심신념이라고 추론할 수 있다. 이러한 중심신념과 주변신념의 상대적 구분이 노티싱의 주체의 차이에 기인할 수 있다는 예상을 해 볼 수 있다.

사. [T30]-노티싱 신념분석

참여자6과 참여자7은 [T30]을 각각 '다양한 문제 해결과 분석과정의 경험을 통해 수학적 사실 발견'과 '수업목적에 맞는 교사 발문의 적절성'에 관하여 노티싱하였다.

<표 Ⅲ-21> [T30]-노티싱 분석

[T30]	이 도형들 안에 구슬을 넣어보고 구슬의 개수로 넓이를 비교해 보고자 합니다.			
참여자	참여자6		참여자7	
주체	학생		교사	
주제	다양한 문제 해결과 분석과정의 경험을 통해 수학적 사실 발견		수업목적에 맞는 교사 발문의 적절성	
구체성	수학 교수	수학의 본질	수학 교수	수학의 본질
	LA4	NI1	LA1	NI1
견지	긍정적		혼합적	

구체적으로, 앞서 [T1]-노티싱 신념분석에서 언급하였듯이 참여자6은 유일하게 수업교사의 전반적인 교수학습을 긍정적으로 평가하였다. 참여자6은 [T30]과 LA4를 '활동과제 해결을 통한 수학적 문제 해결의 정당화'를 이유로 연결하였다. 또한, 참여자6은 [T30]과 NI1을 '학생 자발적 과제 활동을 통해 수학적 개념 간의 연결'을 이유로 연결하였다. 참여자6의 [T30]-노티싱을 통해 [T30]과 같은 교수학습 상황에서 LA4 신념이 표층에 있으며, NI1 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 이를 통해 참여자6의 [T30]과 LA4의 연결은 수업교사의 [T30]이 '활동을 통한 문제 해결과 정당화 경험'에 적절한 의사결정임을 추론하게 한다. 다음<표 Ⅲ-22>은 참여자6이 [T30]-LA4-NI1을 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 Ⅲ-22> 참여자6의 [T30]-LA4-NI1 선택의 이유

code	선택의 이유
[T30]	학생이 다양한 문제 해결과정을 경험하고 비교, 분석과정 속에서 새로운 것을 발견함으로써 사고의 확산을 기대할 수 있다.
LA4	학생은 각 단계의 활동과제에서 학생들 스스로 문제 해결 방법을 고민하고 찾아낼 수 있으며 자신의 오류를 수정해 나갈 수 있는 경험의 기회를 교사가 제공함.
NI3	과제 활동의 다양한 방법의 실험, 관찰, 비교, 분석, 시행착오의 경험을 통해 새로운 수학 개념과 연결성을 스스로 발견하고 터득할 수 있음

또한, 참여자7은 [T30] 선택의 이유를 '교사의 구슬을 이용한 넓이 측정의 설명 부족' 이라 하였고, [T30]과 '문제 해결을 위한 학생토론의 중요성(LA1)'의 연결은 '교사가 학생의 문제 해결을 위한 실마리 제공'을 이유로 언급하였다. 또한, 참여자7은 [T30]과 '수학 문제 해결의 다양성(NI1)'을 '구슬을 통한 도형의 넓이 측정의 정당성' 이유로 연결하였다. 참여자7의 [T30]-노티싱을 통해 [T30]과 같은 교수학습 상황에서 LA1 신념이 표층에 있으며, NI1 신념이 심층에 있음이 관찰되었다. 이를 통해 참여자7은 [T30] 교수학습 상황에 대해 LA1 신념을 교수학습의 대안으로 제시한 것으로 볼 수 있다. 다음<표 Ⅲ-23>은 참여자7이 [T30]-LA1-NI1을 선택한 각각의 이유를 서술한 것이다.

<표 Ⅲ-23> 참여자7의 [T30]-LA1-NI1 선택의 이유

code	선택의 이유
[T30]	구슬을 넣어서 비교하는 이유에 대해서 구체적으로 언급해야 한다. 띠가 만들어낼 수 있는 도형에 담아낼 수 있는 구슬의 양이 동일할지 아닐지를 생각할 수 있도록 교사가 발문을 제시해야 할 것이며, 이는 수업 도입부에서도 안내가 필요한 부분이다.
LA1	수업의 도입, 중반부에서 문제를 해결하기 위해 여러 가지 방법을 학생들이 스스로 생각해볼 수 있도록 교사가 발문을 제공해야 하는데, 적절한 발문을 제공하지 않았다.
NI1	넓이를 측정하는 방법이 구슬을 활용하는 방법에 대해서 생각해볼 수 있게 해준다.

[T30]은 '도형의 둘레'의 교수학습 목표인 '도형의 넓이 비교'와 관련이 있는데, 수업교사는 구슬을 통해 둘레가 같은 도형 간의 넓이를 비교하려 한다. 그래서, [T1]-노티싱과 유사하게 [T30]-노티싱은 연구참여자의 '도형의 둘레'에 관한 교수학습의 전반적인 신념을 조망하게 한다. 만약, 신념이 행동을 예측한다(Smith, 2016)면, [T30]-노티싱은 노티싱하는 교사의 '도형의 둘레' 전반에 관한 교수학습 실행을 대략 예측할 수 있다. 즉, 참여자6은 '둘레가 같은 도형의 넓이를 비교'의 교수학습 맥락에서 '수학의 본질'에 관한 '수학 문제의 규칙, 개념, 연결의 발견 가능성(NI3)'을 구현하기 위해 '문제 해결 후 정당화의 중요성 활동(LA4)'을 중심으로 실행할 것이다. 반면 참여자7은 수학의 본질에 관한 '수학 문제 해결의 다양성(NI1)'을 구현하기 위해 '문제 해결을 위한 학생토론의 중요성(LA1)'을 중심으로 실행할 것이다.

한편, 참여자6과 참여자7의 상대적 중심신념과 주변신념의 추출은 적절하지 않다. 왜냐하면, 본 연구에서는 노티싱의 주체, 주제, 견지가 어느 정도 유사할 때, 노티싱에 반영한 수학적 신념을 비교하여 상대적으로 중심신념과 주변신념을 추출하였다. 그런데, [T30]-노티싱에서 참여자6과 참여자7의 주체, 주제, 견지가 각각 달라 노티싱에 반영된 신념을 비교하기 어렵다.

지금까지 8명의 수학교사가 수학적 신념 측면에서 교사가 노티싱한 7개의 분석결과에 대해 알아보았다. <표 Ⅲ-24>는 4개의 노티싱 분석에서 드러난 연구참여자 5명의 중심신념과 주변신념이다. <표 Ⅲ-24>의 리커트 척도 점수는 [부록2]와 같이 연구참여자가 노티싱 설문에 참여하기 전에 측정한 수학적 신념 점수이다[6].

<표 Ⅲ-24> 연구참여자 5명의 수학의 교수에 관한 중심신념과 주변신념

연구 참여자	발문 코드	주제	수학의 교수(리커트점수)		수학의 본질(리커트점수)	
			중심신념	주변신념	중심신념	주변신념
참여자1	[T7]	교수학습의 학생참여	LA2(5)	LA3(5)	NI6(5)	NI4(5)
	[T14]	교수학습에서 학생의 어려움	LA5(5)	LA4(5)	NI1(5)	NR6(1)
	[T27]	넓이 측정 도구	LA5(5)	LA2(5)	NI4(5)	NI1(5)
참여자2	[T8]	삼각형 제작을 위한 실습 종이 삼등분	LT4(4)	LT1(4)	NR6(4)	NR4(4)
참여자3	[T14]	교수학습에서 학생의 어려움	LA5(5)	LA4(5)	NR6(3)	NI1(5)
	[T27]	넓이 측정 도구	LA2(5)	LA5(5)	NI1(5)	NI4(5)
참여자4	[T7]	교수학습의 학생참여	LA3(5)	LA2(5)	NI4(5)	NI6(4)
참여자5	[T8]	삼각형 제작을 위한 실습 종이 삼등분	LT1(4)	LT4(2)	NR4(3)	NR6(3)

6) 5점 리커트 척도로 측정하였으며 '5-매우 그렇다', '4-그렇다'이다.

본 연구의 중심신념 탐색모형을 통해 파악한 연구참여자의 신념은 교수학습의 구체적 맥락에서 드러난 것이다. 그리고 리커트 척도를 활용한 연구참여자의 신념 파악은 일반적 영역에서 파악한 것인데, 구체적이며 특수한 맥락에서 파악한 신념과 일반적인 영역에서 파악한 신념의 비교는 신념이 개인의 마음속에 고정된 것으로 보는 영역 일반성과 신념이 상황이나 맥락에 따라 다르게 나타나는 영역 특수성에 관한 가정이 고려되어야 한다. 예를 들어, '교수학습의 학생참여'에 관한 맥락에서 드러난 참여자4의 '수학의 교수' 중심신념은 LA3이고, 주변신념은 LA2인데, 일반적인 영역에서 리커트 척도를 통해 파악한 신념의 강도는 모두 5점이다. 이를 통해 우리는 일반적인 영역에서 참여자4의 LA2와 LA2의 심리적 강도를 구분하기가 쉽지 않은데, 참여자4의 '교수학습 학생참여'와 같은 특수한 교수학습 맥락에서 LA3와 LA2의 신념의 강도를 구분하여 파악할 수 있다. 또한, 참여자3의 '교수학습에서 학생의 어려움'의 특수한 교수학습 맥락에서 '수학의 본질'에 관한 중심신념은 NI6이고 주변신념은 NI1인데, 일반적인 영역에서 리커트 척도를 통해 파악한 신념의 강도는 각각 3점과 5점으로 특수한 교수학습 맥락의 영역과 일반적인 영역에서 측정한 신념의 심리적 강도가 반대로 나타났다. 이러한 현상은 측정영역의 다름에 기인하거나, 일반적인 영역에서 측정한 신념 강도의 양적 측정이 대상-속성의 연결에 대한 개인의 주관적 확률(Fishbein & Ajzen, 1977)에 기인할 것으로 예상할 수 있다.

Ⅳ. 결론 및 제언

수학적 신념측면의 교사 노티싱을 통해 노티싱 하는 교사의 상대적 중심신념과 주변신념을 추출하였다. 수학적 신념이 병렬적으로 존재하지 않고, 중심신념과 주변신념으로 존재하며(김윤민, 이종희, 2014), 구체적인 교수학습 상황의 맥락에서 교사의 신념은 잘 드러난다(Buehl & Beck, 2015)면 교사 노티싱을 통해 교수학습 문제 상황에서 반영하는 두 교사의 수학적 신념의 차이는 두 교사의 수학적 신념의 중심과 주변을 드러나게 하였다. 본 연구의 수학적 신념 측면에서 교사 노티싱을 통한 신념분석은 표준적 신념설문 문항과 같은 사회적으로 공유된 신념을 활용하여 교수학습 문제 상황에 반영된 개인의 신념측정을 통해 신념 간 선호관계를 드러내고 중심신념과 주변신념을 탐색하였다.

본 연구에서 탐색한 연구참여자의 중심신념은 구체적 교수학습 맥락에서 추출한 심리적 강도가 강한 신념으로 교사의 교수학습 실행에 관한 예측력이 높을 것이다. 왜냐하면, 본 연구는 신념이 개인의 마음에 고정된 대상이기보다는 맥락과 상황에 따라 다르게 활성화된다(Hammer & Elby, 2002)는 가정을 배경으로 노티싱을 활용하여 구체적이고 특정한 교수학습 상황의 맥락에서 교사의 신념을 파악하였기 때문이다. 예를 들어 참여자1은 '교수학습의 학생참여'와 같은 맥락에서 '수학의 교수'에 관한 중심신념은 '정답과 정당화의 중요성(LA2)'가 관찰되었다. 이것을 신념의 실행에 관한 예측의 측면에서 해석한다면, 참여자1이 인식하는 '교수학습의 학생참여'와 같은 실제 상황에서 '정답과 정당화의 중요성(LA2)'이 참여자1의 교수학습 의사결정에 반영된다고 예측할 수 있는데, 이것은 LA3를 중심신념으로 갖는 참여자4와는 다를 것이 예상된다. 종합하면, 본 연구에서 파악한 교사의 중심신념은 특수한 교수학습 맥락과 상황에서 파악된 것이므로 교사가 그 특수한 교수학습 맥락과 상황을 마주한다면 그 신념이 반영될 확률이 높다고 추론할 수 있다. 부가적으로, 교사의 노티싱 분석은 구체적인 교수학습 맥락에서 심리적 강도가 강한 신념을 관찰할 수 있는 유용한 도구가 될 수 있음을 확인하였다.

한편, 소수의 연구참여자와 단지 한편의 동영상을 노티싱 대상으로 한 본 연구가 지닌 한계이다. 그러한 한계에도 우리는 수학적 측면의 노티싱을 통한 수학교사의 중심신념 탐색은 표준화 설문지를 활용한 일반적인 영역에서 탐색한 수학교사의 신념보다 교사의 교수학습 의사결정에 관해 정확한 예측이 가능할 것이 예상된다. 만약, 연구참여자의 수가 통계적으로 적절하다면, 본 연구의 노티싱을 활용한 중심신념과 주변신념 탐색은 좀 더 정교해진다. 예를 들어, [T14]에 관한 '교수학습에서 학생의 어려움'의 맥락에서 참여자1의 주변신념은 NR6로 측정되

었고, 리커트 척도를 활용한 표준화 점수는 1점(전혀 그렇지 않다)으로 관찰되었는데 이것을 참여자1의 주변신념으로 보기는 다소 어려울 수 있다. 이것은 참여자1의 주변신념 NR6이 참여자4 단 1명의 중심신념 NR6에 대하여 추론되었기 때문일 것이다. 만약, 적절한 수의 교사 노티싱을 통해 '교수학습에서 학생 어려움' 맥락에서 교사들의 '수학의 본질' 신념 응집(cluster)과 통계적 상관분석을 통해 그 연결구조를 확인할 수 있다면, 교사의 주변신념은 더 정교하게 관찰될 것이다. 그리고 적절한 수의 교사 표본을 가정한다면, 본 연구의 수학교사의 중심신념과 주변신념 탐색모형은 교수학습 문제상황에 공유된 수학적 신념 응집(cluster)에 대한 중심신념과 주변신념 탐색모형으로 수정될 수 있다.

또한, 7개의 교사 노티싱 분석을 통해 우리는 수학교사 8명의 수학적 신념 측면에서 여러 개의 교수학습-의사결정을 간접적으로 관찰할 수 있었는데, 이를 통해 우리는 수학교사의 교수학습에 관한 어떤 전문성을 엿볼 수 있었다. 교사의 전문성은 반성을 통한 실천적 지식을 구성하는 것이라 한다(Schöen,1983)면 수학적 신념 측면의 교사의 노티싱은 교사가 교수학습 의사결정에 관한 신념 측면의 정당화 과정을 통해 어떤 실천적 지식을 구성하는 과정을 관찰하게 한다. 동영상 속 교수학습 실제가 Schöen(1983)이 언급한 불확실하고 불안정하며 특수하고 가치갈등이 첨예한 가상의 장이다. 신념은 구체적인 행동이나 실제를 겪으면서 형성되는데(Guskey, 1986), 노티싱 하는 교사는 지식과 실천의 경험으로 형성된 수학적 신념을 통해 교수학습 문제 상황을 정당화 구체화하여 자신의 수학 교수학습에 관한 '앎'을 표면화하고 비판하며 재구성하였다. 예를 들어, [T7]-노티싱에서 노티싱 하는 교사는 '교수학습의 학생참여'라는 자신의 '앎'을 표면화하였다. 즉, 노티싱 하는 교사는 '교수학습의 학생참여'라는 '앎'을 자신의 현직교사 경험을 통해 형성된 '수학 교수'와 '수학의 본질' 신념인 '교사는 학생 주체 문제 해결 허용(LA3)', '수학의 창의성(NI4)'으로 드러내고, 자신의 선택과 연결이유를 서술함으로 '앎'을 정당화, 구체화하였다. 그러한 구체화 정당화 과정에서 노티싱 교사는 동영상 속 수업교사의 교수학습 의사결정을 비판하고 자신의 신념을 기반으로 대안을 제시하여 '학생참여'의 '앎'을 재구성하여 실천적 지식을 구성하였다. 종합하면, 노티싱이 교사의 교수학습에 반성의 측면이 있고(방정숙, 권민성, 선우진, 2017), 수학적 신념 측면 교사 노티싱이 교사의 교수학습에 대한 실천적 지식을 재구성하게 한다면, 본 연구는 7개의 노티싱 분석을 통해 수학교사의 교수학습-의사결정-전문성을 관찰하였다.

교수학습 맥락 속 문제 상황이 함의된 다수 동영상(애니메이션)의 확보와 연구참여자인 수학교사의 확대는 좀 더 맥락 의존적인 수학교사의 중심신념과 주변신념을 추출이 가능할 것이며, 이를 통해 교수학습 맥락 속 수학교사의 중심신념과 주변신념의 조망이 가능할 것이다. 이것은 흥미로운 후속 연구과제가 될 것이다.

참 고 문 헌

강성권・홍진곤 (2020a). 잠재집단분석 (lca) 에 의한 수학교사와 학생들의 신념유형 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 34(1), 17-39.

Kang, S., Hong, J. (2020a). Analysis of Belief Types in Mathematics Teachers and their Students by Latent Class Analysis. *Journal of the Korean Society of Mathematical Education Series E: Communications of Mathematical Education*, 34(1), 17-39.

강성권・홍진곤 (2020b). 잠재집단회귀모델(lcrm)을 통한 학생의 수학적 신념에 대한 교사의 수학적 신념 영향분석. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 34(4), 485-506.

Kang, S., Hong, J. (2020b). Analysis of the Effect in Mathematics Teachers Beliefs on their Students Beliefs by Latent Class Regression Model. *Journal of the Korean Society of Mathematical Education Series E: Communications of Mathematical Education*, 34(4), 485-506.

고창규 (2013). 초등교사들이 수업평가에서 주목하지 못하는 수업내용: '박'교사 수업평가 사례를 중심으로. 학습자중심교과교육연구, 13(6), 569-597.

Koh, C. (2013). Lesson Contents Which Elementary School Teachers Don't Notice at a Lesson Evaluation: Focused on the Evaluation of 'Park' Teacher's Lesson Case. *Journal of Learner-centered Curriculum and Instruction*, 13(6), 569-597.

김구연 (2019). 수학 수업관찰 및 분석연구. 교육부. 한국과학창의재단.

Kim, G. (2019). *Construction of Framework for Mathematics Lesson Observation and Analysis*. Ministry of Education. Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity.

김윤민·류현아 (2019). 초등 예비교사의 수학적 신념 변화에 관한 분석. 수학교육학연구, 29(4), 783-803.

Kim. Y., Ryu. H. (2019). An Analytical Study on the Changes in the Mathematical Beliefs of Elementary Pre-service Teachers, *Journal of Educational Research in Mathematics*, 29(4), 783-803.

김윤민·이종희 (2014). 고등학생의 수학적 신념체계 및 중심신념요인 분석. 학교수학, 16(1), 111-133.

Kim, Y., Lee, C. (2014). Analysing High School Students' Mathematical Belief System and Core Belief Factors. *Journal of Research in Curriculum Instruction*, 16(1), 111-133.

김진호·강은경·김상미·권성룡·박만구·조수윤 (2019). 수학 교수 학습에 대한 예비초등교사의 신념 연구. 초등수학교육, 22(1), 49-64.

Kim, J., Kang, E., Kim, S. Kwon, S., Park, M., Cho, S. (2019). Study on Pre-service Elementary Teachers' Mathematical Beliefs about the Nature of Mathematics and the Mathematics Learning. *Education of Primary School Mathematics*, 22(1), 49-64.

방정숙·권민성·선우진 (2017). 수학 교육에서 노티싱(noticing) 연구의 동향과 과제. 학교수학, 19(4), 795-816.

Pang, J., Kwon, M., Sun, W. (2017) Trends and Issues in Research on Noticing in Mathematics Education. *Journal of Research in Curriculum Instruction*, 19(4), 795-816.

송효섭 (2013). 인문학, 기호학을 말하다. 서울: 이숲.

Song, H. (2013). *Humanities refers to semiotics*. Seoul: Esoope Publishing.

윤초희 (2012). 학습자의 인식론적 신념: 이론적 쟁점과 교육적 의미 탐색. 교육심리연구, 26(1), 327-351.

Yoon, C. (2012). Students' Epistemological Beliefs: Theoretical Issues and Pedagogical Implications. *The Korean Journal of Educational Psychology*, 26(1), 327-351

이은정·이경화 (2016). 교사의 사전 주목하기와 수학수업에서 실제 주목하기에 관한 연구. 학교수학, 18(4), 773-791.

Lee, E., Lee, K. (2016). A Study on Teacher's Pre-Noticing and Actual Noticing in Mathematics Classroom. *Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics School Mathematics*, 18(4), 773-791.

전가일. (2021). 질적연구, 계획에서 글쓰기까지. 서울: 학이시습.

Jeon, G. (2021). *Qualitative research, From planning to writing*. Seoul: CommunicationBooks.

한유리 (2020). 초보 연구자를 위한 질적 자료 분석 가이드. 서울: 박영story.

Han, Y. (2020). *Qualitative data analysis a guide for novice researchers*. Seoul: ParkYoungstory

Aljaberi, N. M., & Gheith, E. (2018). In-service mathematics teachers' beliefs about teaching, learning and nature of mathematics and their mathematics teaching practices. *Journal of Education and Learning*, 7(5), 156-173.

Barnhart, T., & van Es, E. (2015). Studying teacher noticing: Examining the relationship among pre-service science teachers' ability to attend, analyze and respond to student thinking. *Teaching and Teacher Education*, 45, 83-93.

Buck, R. (1992). Teachers′ goals, beliefs, and perceptions of school culture as predictors of instructional practice. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, 20-24

Buehl, M. M., & Beck, J. S. (2015). The relationship between teachers' beliefs and teachers' practices. International Handbook of Research on Teachers' Beliefs, New York: Routledge

Ernest, P. (1989a). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. Mathematics Teaching: The State of the Art, 249, 254.

Ernest, P. (1989b). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of Education for Teaching*, 15(1), 13-33.

Fishbein, M., & Ajzen, I. (1977). Belief, attitude, intention, and behavior: An introduction to theory and research. *Philosophy and Rhetoric*, 10(2), 130-132

Gess-Newsome, J., Southerland, S. A., Johnston, A., & Woodbury, S. (2003). Educational reform, personal practical theories, and dissatisfaction: The anatomy of change in college science teaching. *American Educational Research Journal*, 40(3), 731-767.

Gibson, J. J. (2014). The ecological approach to visual perception: Classic edition Psychology Press.

Goldin, G. A. (2002). Affect, meta-affect, and mathematical belief structures. Beliefs: A hidden variable in mathematics education? (pp. 59-72) Springer.

Green, T. F. (1971). The activities of teaching. New York(State): McGraw-Hill,Book Company.

Guskey, T. R. (1986). Staff development and the process of teacher change. *Educational Researcher*, 15(5), 5-12.

Hammer, D., & Elby, A. (2002). On the form of a personal epistemology. In B. K. Hofer, & P. R. Pintrich (Eds), Personal Epistemology: The Psychology of Beliefs about Knowledge and Knowing (pp. 169-190). Mahwy, NJ: Erlbaum,

Jacobs, V. R., Lamb, L. L., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children′s mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.

Mason, J. (2002). Researching Your Own Practice: The Discipline of Noticing. London: Routledge Falmer.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Purnomo, Y. W. (2017). The complex relationship between teachers' mathematics-related beliefs and their practices in mathematics class. *The New Educational Review*, 47(1), 200-210.

Raymond, A. M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher′s mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 550-576.

Rokeach, M. (1968). Beliefs, attitudes, and values. San Francisco,: Jossey-Basss.

Roose, I., Vantieghem, W., Vanderlinde, R., & Van Avermaet, P. (2019). Beliefs as filters for comparing inclusive classroom situations. connecting teachers' beliefs about teaching diverse learners to their noticing of inclusive classroom characteristics in videoclips. *Contemporary Educational Psychology*, 56, 140-151.

Sherin, M. G, & Van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers′ professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20-37.

Smith, A. C. T. (2016). Cognitive mechanisms of belief change Palgrave MacMillan.

Schön, D. A. (1987) The reflective practitioner : How professionals think in action. New York : Basic Books
Schutz, A. (1970). On phenomenology and social relations. Chicago: University of Chicago Press.
Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of mathematics teacher education*, 11(2), 107-125.
Stipek, D. J., Givvin, K. B., Salmon, J. M., & MacGyvers, V. L. (2001). Teachers' beliefs and practices related to mathematics instruction. *Teaching and Teacher Education*, 17(2), 213-226.
Thurm, D., & Barzel, B. (2020). Effects of a professional development program for teaching mathematics with technology on teachers' beliefs, self-efficacy and practices. *Zdm*, 52(7), 1411-1422.
Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-596.
Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers'"learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244-276.
Van Es, E. A. (2011). A framework for learning to notice student thinking. In Mathematics teacher noticing (pp. 164-181). Routledge.
Wang, T., & Hsieh, F. (2014). The cultural notion of teacher education: Comparison of lower-secondary future teachers' and teacher educators' beliefs. International perspectives on teacher knowledge, beliefs and opportunities to learn (pp. 255-277) Springer.
Wilkins, J. L. (2008). The relationship among elementary teachers' content knowledge, attitudes, beliefs, and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 139-164.

Exploring Central Beliefs through Noticing Analysis of Mathematics Teachers

Kang, Sung Kwon
High School Attached to College of Education, Dong-guk University,
Dongdaemun-gu, Seoul 02520, Korea
E-mail : captainyap@sen.go.kr

Hong, Jin-Kon†
Konkuk University,
Gwangjin-gu, Seoul 05029, Korea
E-mail : dion@konkuk.ac.kr

This study aims to explore central and peripheral beliefs of mathematics teachers in the context of teaching and learning. For this purpose, this study analyzed teacher noticing of 8 mathematics teachers who are in-service in terms of mathematical beliefs using video-clips of math lessons. When the teachers in the video-clips seemed to have a teaching and learning problem, teachers who adopt noticing critized the classroom situation by reflecting his or her own mathematical beliefs and suggested alternatives. In addition, through noticing analysis, teachers' mathematical beliefs reflected in specific topics such as student participation in teaching and learning were compared to reveal their individual central and peripheral beliefs. Through these research results, this study proposed a model that extracts the central and peripheral beliefs of math teachers from the constraints of the teaching and learning context using noticing analysis. Additionally, it was possible to observe the teacher decision-making and expertise of mathematics teachers.

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C20
* Key words : noticing, mathematical belief, teachers' belief, central belief, teaching-learning expertise
† corresponding author

[부록1] 수학적 신념측면에서 교사의 노티싱 설문지

본 설문은 수학수업에서 교사의 주목하기(Noticing)과 수학적 신념에 관한 질문지입니다. 교사의 주목하기(Noticing)는 교사가 교실에서 관찰하는 의미 있는 상호작용을 확인하고 이를 해석할 수 있는 능력입니다. 선생님은 A 교사의 교수학습 동영상을 시청하고, 관찰자인 선생님이 주목(Notice)한 것을 '수학적 신념'과 연결해 주셔요. 설문지는 A 교사의 수업 동영상, 교사와 학생의 대화 녹취록과 그 코드 그리고 '수학적 신념'으로 총 8문항으로 구성되어 있습니다.

<SECTION 1 : 도형의 둘레와 넓이>

★수업의 주제 및 내용 : 주요 수학과제는 도형이 둘레와 넓이로, 둘레가 일정할 때 넓이는 어떠한가를 살펴본다. 중학생부터 고등학생들이 참여할 수 있는 수업이다.

[도형의 둘레와 넓이] 동영상

★ 다음 표는 '도형의 둘레와 넓이'의 학생과 A 교사의 수업 대화입니다.

발문 코드	주체	발문 내용
T1	교사	지금부터 다각형 중에서 정삼각형 정사각형 정육각형 원을 종이로 직접 만들어서 넓이를 비교해 보겠습니다.
T2	교사	자 그러면 여러분들께 종이를 나누어 드릴게요. 자 그럼 이제 활동을 시작하겠습니다.
T3	교사	여러분에게 종이 두 장이 있죠. 먼저 이 띠를 가지고 1모둠은 정삼각형, 정사각형 2모둠은 정육각형, 원을 만들 거예요.
T4	교사	일단 종이를 꺼내어 보세요.
T5	교사	이 종이는 전부 다 띠의 길이가 똑같아요. 그래서 둘레의 길이가 똑같은 네 가지 도형을 만들려고 합니다.
T6	교사	우선은 원. 원은 그냥 붙이면 되겠죠. 그렇다면 정사각형은 어떻게 접을까요?
T7	교사	이렇게 반으로 한 번 접고 두 번 접어서 붙이면 되겠죠. 네 개가 되니까
T8	교사	그다음 정삼각형. 정삼각형은 좀 어려운데 종이를 삼등분 해 보세요.
T9	교사	그다음에 붙이면 정삼각형.
T10	교사	그다음 정육각형은 어떻게 만들까.
T11	교사	정삼각형을 만든 것을 활용하면 정육각형이 되는데 3등분 한 것을 절반 접으면 6개가 되겠죠. 그럼 정육각형. 이제 할 수 있겠죠.
S1	학생	네
T12	교사	네. 자 그럼 한번 만들어 볼까요.

T13	교사	한 번 만들어 보고, 테이프나 풀을 사용해 붙여보세요.
S2	학생	야 뭐야! 이거 할 수 있어? 어렵다 어떻게 해야 해?
T14	교사	자! 안 되는 모둠은 한 번 손 들어 주세요. 없구나
T15	교사	어. 정사각형 잘 만들었네. 이제 종이에 도형을 붙여주세요. 종이에 똑바로 잘 붙여보세요
T16	교사	자! 이제 완성품을 제출해 보세요.
T17	교사	이렇게 정삼각형 정사각형 정육각형 원 모양으로 만들었을 때 넓이를 비교하고자 합니다.
T18	교사	저는 어렸을 때, 이 종이의 둘레의 길이가 같기 때문에 넓이가 같을 것이라 생각했어요.
T19	교사	근데 다르...게 보입니까?
T20	교사	아! 다를 겁니다. 아마!
T21	교사	일단 이 중에서 가장 넓어 보이는 것이 무엇인가요?
S3	학생	원이요
T22	교사	원! 그렇습니까?
T23	교사	비교가 되나요?
T24	교사	눈으로 바라보면 알 수가 없죠.
T25	교사	그래서 이 넓이를 하나하나 측정해 보고자 합니다.
T26	교사	넓이를 잴 때 사용하는 도구가 무엇이죠?
S4	학생	가위
T27	교사	바로 자.
T28	교사	넓이를 구하려면 길이가 나와야겠죠.
T29	교사	하지만 자가 아닙니다.
T30	교사	이 도형들 안에 구슬을 넣어보고 구슬의 개수로 넓이를 비교해 보고자 합니다.

1. 선생님의 관점에서 A 교사의 교수학습은 적절한가요?
① 전혀 그렇지 않다. ② 그렇지 않다. ③ 보통이다. ④ 그렇다. ⑤ 매우 그렇다.

2. 선생님께서 1의 응답을 하게 된 교사 A의 교수학습 행동 중 주목(Noticing)할 만한 것은 무엇인가요?
그 행동이 나타난 발문코드를 적어주세요. (복수의 응답이 가능합니다. ex : T2, T15)
[ ]

3. 문항2의 교사 A의 행동을 선택하신 이유를 구체적으로 적어주세요.

발문 코드	선택의 이유

4. 문항3의 A 교사의 행동 발문 코드 그리고 선택의 이유와 관련하여 적절한 ‘수학 교수’ 신념에 연결해 주셔요.

수학 교수 코드	수학 교수학습 신념	발문 코드
LA1	학생들이 문제를 해결하기 위한 여러 가지 방법을 토론하는 것은 도움이 된다.	
LA2	수학에서 정답을 구하는 것과 왜 그답이 맞는지를 이해하는 것은 중요하다.	
LA3	교사는 학생이 수학문제를 자신의 고유한 방법으로 해결하는 것을 허용해야 한다.	
LA4	수학 문제를 해결한 후 그것이 왜 올바른 것인지 확인하기 위해 사용하는 시간은 낭비가 아니다.	
LA5	학생들이 수학문제를 해결하는 자신만의 방법(그것이 비효율적인 것이라도)찾아내도록 하는 것은 교사가 권장해야 한다.	
LA6	학생들은 교사의 도움 없이 수학문제를 해결하는 방법을 찾아 낼 수 있다.	
LT1	학생들에게 수학문제를 해결하는 정확한 절차를 가르쳐야 한다.	
LT2	교사의 설명에 집중하는 학생들이 수학을 가장 잘 배운다.	
LT3	수학에서 표준적이지 않은 절차들은 정확한 절차를 학습하는 것을 방해할 수 있기 때문에 사용하지 못하도록 해야 한다.	
LT4	수학을 잘하는 가장 좋은 방법은 모든 공식을 암기하는 것이다.	
LT5	수학을 잘하기 위해서는 문제를 빨리 풀 수 있어야 한다.	
LT6	학생들이 수학문제를 해결할 때에는 그 과정보다는 정확한 답을 얻는 것을 더 강조해야 한다.	
LT7	정확한 답을 얻으려고 할 때, 문제를 이해하고 있는가는 사실 그렇게 중요하지 않다.	
LT8	손으로 푸는 수학 연습문제들은 시간과 비용을 들일 가치가 없다.	
LN	적절한 교수학습에 관한 것을 찾을 수 없다(기타의견).	

5. 문항4의 A 교사의 발문 코드와 ‘수학 교수학습’ 신념을 연결한 이유를 구체적으로 적어주세요. 만약, ‘수학 교수학습’ 신념의 기타의견과 발문 코드를 연결하셨다면 그 이유를 적어주세요.

발문 코드	선택의 이유

6. 문항3의 A교사의 행동 발문 코드 그리고 선택의 이유와 관련하여 적절한 ‘수학의 본질’ 신념에 연결해 주셔요.

수학의 본질 코드	내용	발문코드
NI1	수학문제를 푸는 방법은 여러 가지가 있다.	
NI2	수학은 여러 면에서 실용적이다.	

NI3	수학 과제는 새로운 것(연결성, 규칙, 개념)을 발견할 수 있게 한다.	
NI4	수학은 창의적이고 새로운 아이디어를 필요로 한다.	
NI5	수학은 실행활의 문제와 과제를 해결하는 데 도움이 된다.	
NI6	수학의 많은 내용은 스스로 발견할 수 있고 시험해 볼 수 있다.	
NR1	수학의 근본은 논리적 엄격함과 정확성이다.	
NR2	수학을 하기 위해서는 많은 연습, 절차의 정확한 적용, 문제풀이의 기술이 필요하다.	
NR3	수학이 의미하는 것은 학습, 기억, 적용이다.	
NR4	수학은 정의, 공식, 수학적 사실을 기억하고 적용하는 것이다.	
NR5	수학과제를 해결하려면 정확한 절차를 알아야 하며, 그렇지 않으면 길을 잃게 된다.	
NR6	수학은 문제를 해결하는 방법을 규정하는 규칙과 절차들로 이루어져 있다.	
NN	적절한 수학의 본질에 관한 것을 찾을 수 없다(기타의견).	

7. 문항6의 A교사의 발문 코드와 '수학의 본질'신념을 연결한 이유를 구체적으로 적어주세요. 만약, '수학의 본질' 신념에 기타의견과 발문 코드를 연결하셨다면 그 이유를 적어주세요.

발문 코드	선택의 이유

8. 만약 선생님께서 위의 동영상과 같은 주제의 수업을 실행한다면, 수업을 재구성하시겠습니까?
① 예 ② 아니오

8-1. 수업을 재구성한다면 구성방안을 간략하게 서술해 주세요.

[부록2] 표준화 신념설문지를 활용한 연구참여자의 ‘수학적 신념’ 측정(5-리커트 척도)

(1) 연구 참여자의 ‘수학의 본질’ 신념

이름	NI1	NI2	NI3	NI4	NI5	NI6	NR1	NR2	NR3	NR4	NR5	NR6
참여자1	5	5	5	5	5	5	4	4	1	1	1	1
참여자2	5	5	5	3	5	4	4	3	3	4	4	4
참여자3	5	5	5	3	5	3	1	4	4	4	4	4
참여자4	5	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	3
참여자5	5	5	5	5	5	4	5	5	4	3	3	3
참여자6	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	3
참여자7	5	4	4	3	4	3	4	4	2	3	4	3
참여자8	5	5	5	5	5	5	5	5	3	3	3	3

(2) 연구 참여자의 ‘수학 교수’ 신념

이름	LA1	LA2	LA3	LA4	LA5	LA6		
참여자1	5	5	5	5	5	5		
참여자2	5	5	5	5	5	4		
참여자3	4	5	4	5	5	4		
참여자4	4	5	5	5	4	4		
참여자5	5	5	5	5	5	5		
참여자6	5	5	4	5	4	4		
참여자7	5	5	4	4	2	4		
참여자8	5	5	5	5	5	5		
이름	LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT6	LT7	LT8
참여자1	1	4	1	1	1	1	1	1
참여자2	4	4	4	4	3	2	2	1
참여자3	4	4	4	4	4	2	1	1
참여자4	4	3	2	1	2	2	2	1
참여자5	4	4	2	2	1	2	1	1
참여자6	4	4	1	2	3	2	1	1
참여자7	4	3	4	1	3	2	1	1
참여자8	3	3	3	1	1	1	1	1

[부록3] 연구참여자의 노티싱

연구참여자	발문코드	수학의 교수	수학의 본질
참여자1	[T7]	LA2	NI6
	[T14]	LA4	NI1
	[T27]	LA5	NI4
참여자2	[T8]	LT7	NR6
	[T15]	LA5	NI1
	[T20]	LT1	NR1
참여자3	[T8]	LA3	NI6
	[T14]	LA5	NI6
	[T27]	LA2	NI1
참여자4	[T7]	LA3	NI4
	[T27]	LN	NN
	[T29]	LA5	NI3
참여자5	[T8]	LT1	NR4
	[T12]	LA3	LA4
참여자6	[T1]	LA1	NI1
	[T30]	LA4	NI3
참여자7	[T1]	LA1	NI2
	[T6]	LA1	NI4
	[T19]	LA1	LA2
	[T23]	LA2	NN
	[T29]	LA2	NN
	[T30]	LA1	NI1
참여자8	[T20]	LA4	NR1
	[T26]	LA5	NI1