

초등 수학 교과서 내용과 교사 이해를 중심으로 한 들이 개념 지도에 대한 분석

김 정 원 (신탄진초등학교, 교사)
방 정 숙 (한국교원대학교, 교수)[†]

들이는 초등학교 수학 교과서에서 지속적으로 지도되어 왔지만 그 의미를 정확하게 정의하지 않고 사용하는 용어이다. 교과서에서 들이의 단위로 리터와 밀리리터가 제시되는 데, 이는 국제단위계에 의하면 부피의 단위에 해당한다. 이와 같은 측면에서 들이의 개념과 들이와 부피의 관계에 대한 논의가 필요하다. 본 연구에서는 제1차 교육과정에서부터 초등학교 수학 교과서부터 2015 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서까지 들이 개념이 어떻게 다루어졌는지 분석하고, 초등학교 교사들이 들이 개념을 어떻게 이해하고 있는지 설문지를 통해 살펴보았다. 교과서 분석 결과 들이의 도입 시기는 매우 유사하였으나 들이를 제시하는 상황, 정의 여부, 부피와의 비교, 활용 측면은 교과서에 따라 차이가 있었다. 들이에 대한 교사의 이해를 분석한 결과 대부분의 교사들은 ‘용기 안쪽 공간의 크기’나 ‘용기에 담을 수 있는 양’으로 설명하였으나, 들이에 관련된 학생들의 오개념을 분석하는 측면에서는 피상적이거나 적절하지 않은 답변도 있었다. 본 연구 결과를 바탕으로 들이 개념의 지도 방안과 차기 교과서 개발에 시사점을 제공하고자 한다.

I. 서론

측정은 시간, 길이, 넓이, 부피 등과 같은 속성의 ‘양을 비교하고 단위를 이용하여 재거나 어렵해봄으로써 양을 수치화하는 것’을 의미한다(교육부, 2015, p. 204). 측정은 일상생활과 밀접한 수학 영역으로 어린 학생들도 키와 몸무게를 재거나 마신 물의 양을 알아보는 등의 측정 활동을 쉽게 경험한다. 수학적으로 측정 영역은 다른 수학 내용이나 다른 교과를 학습하는데 도움이 되며(Reys et al., 2014) 역사적으로도 새로운 개념이나 원리, 법칙을 발견하는 원동력이 되어왔다(김수환 외, 2009).

2015 개정 수학과 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서(이하 2015 개정 교과서)에는 시간, 길이, 들이, 무게, 각도, 넓이, 부피의 측정 속성을 다루고 있다. 국제적으로 사용되는 측정표준을 안내하는 ‘국제단위계’에서 이러한 측정 속성을 살펴보면, 초등학교에서 다루고 있는 측정 속성 가운데 들이를 제외한 나머지 속성에 대한 단위를 안내하며 리터(L)와 밀리리터(mL)를 부피의 비유도단위로 제시한다(한국표준과학연구원, 2019). 들이는 제1차 교과서에서부터 현재까지 계속 다루어지고 있는 측정 속성임에도 불구하고, 이와 같이 들이가 국제단위계에서 제시하는 측정 속성에 포함되지 않으며 들이 단위로 사용되는 리터와 밀리리터가 부피의 단위라는 점은 교과서에서 들이를 지도할 때 들이의 개념과 들이와 부피의 관계에 대한 논의가 이루어질 필요가 있음을 시사한다.

* 접수일(2021년 11월 3일), 심사(수정)일(2021년 12월 16일), 게재확정일(2021년 12월 23일)

* MSC2000분류 : 97U20

* 주제어 : 들이, 부피, 초등학교 수학 교과서, 교사 이해

† 교신저자 : jeongsuk@knue.ac.kr

실제 2015 개정 교과서를 살펴보면 3학년 2학기 ‘들이와 무게’ 단원에서 처음 ‘들이’ 라는 용어가 도입되지만 정의하지 않고 사용한다. 다만, 교과서에서 유리병에 가득 찬 매실주스의 양 1L 200mL를 유리병의 들이로(교육부, 2020a, p. 101), 두 매실주스 2L 400mL와 1L 300mL를 더하는 상황을 들이의 덧셈으로 제시되고 있는 점을 통하여(p. 104), 들이의 의미를 용기에 최대한 담을 수 있는 액체의 양 또는 용기에 담겨진 액체의 양으로 유추할 수 있다. 또한, 들이 단위로 제시되는 리터(L)에 대해 살펴보면, 교과서에서 1 리터는 한 번의 길이가 10cm인 정육면체의 그림으로 나타내어지는데(교육부, 2020a, p. 100) 이는 6학년 수학 교과서에서 다루는 정육면체의 부피와 관련되고(교육부, 2020b) 2015 개정 3학년 2학기 과학 지도서에서는 리터를 부피의 보조 단위로 설명한다(교육부, 2019). 중학교 수학 교과서를 살펴보면, 구의 부피와 뿔의 부피를 구할 때 넘친 물의 양이나 그릇에 모래를 채워 부피 구하는 방법을 알아보는데 이는 들이의 의미와 관련된다 할 수 있다(고호경 외, 2020). 이처럼 교과서에 제시되는 들이에 관한 상황에서 들이의 의미가 여러 가지로 유추될 수 있고 리터가 들이와 부피의 단위로 혼용된다는 점을 고려했을 때, 들이의 의미가 무엇이며, 리터가 들이의 단위인지, 부피의 단위인지, 또한 들이와 부피는 어떤 관계가 있는지 등을 명확히 살펴볼 필요가 있다.

참고로, 일본, 싱가포르, 미국 등 외국의 초등학교 수학 교과서에서도 들이에 관한 내용을 다루고 있다(방정숙 외, 2016). 즉, 우리나라 교과서와 유사하게 용기에 담을 수 있는 물의 양을 비교하거나 측정하는 상황을 제시하고 ‘물의 양(amount of water)’, ‘물의 부피(volume of water)’, ‘용량(capacity)’ 등과 같은 용어를 사용하여 설명한다. 다만, 우리나라 교과서와 다르게 ‘용량’의 의미를 설명하는데, 일본 교과서는 용기를 채우는 물의 부피를 용기의 용량으로, 싱가포르 교과서는 용기가 가득 차 있을 때 들어있는 양을 용량으로 정의한다. 서동엽 외(2019)에 따르면 수학 교육 전문가들은 초등학교 수학 교과서에서 사용되는 들이와 부피 어휘에 대해, 들이를 부피의 특정한 상황에 대한 것으로 나타내거나 들이와 부피를 별도로 도입한 후 두 개념을 연결하자는 의견을 제시하였다.

이렇게 볼 때 초등학교 수학 교과서에서 지속적으로 다루어져 온 들이의 의미와 들이와 부피의 관계에 대한 논의가 이루어질 필요가 있다. Schubring과 Fan(2018)에 따르면, 일정 기간에 걸쳐 어떤 개념의 의미가 어떻게 발전되고 변화되었는지 이해하는 것은 그 개념 자체를 이해하는 데 도움이 된다. 이에 본 연구에서는 제1차 교과서부터 현행 2015 개정 교과서까지 들이 개념이 어떻게 다루어져 왔는지에 관한 문헌 분석을 하였다. 한편, 교과서에서 들이라는 용어를 사용하지만 명확하게 정의되지 않은 채 사용하고 여러 맥락에서 다른 의미로도 사용되고 있기 때문에 교사가 이와 관련된 개념을 명확하게 이해하는 것이 중요하다. 이와 같은 측면에서 본 연구에서는 추가적으로 들이 개념 검사지를 통하여 초등학교 교사들이 들이 개념을 어떻게 이해하고 있는지 조사 연구를 실시하였다. 구체적으로, 교사가 들이 개념을 어떻게 이해하고 있는지, 들이와 부피 개념을 비교할 수 있는지, 초등학교 학생들이 들이와 관련하여 혼하게 가지고 있는 오개념을 파악하고 구체적인 지도 방안을 제시할 수 있는지에 대해서 조사하였다. 본 연구 결과를 바탕으로 들이 개념의 지도 방안과 차기 교과서의 관련 단위 개발에 시사점을 제공하기를 기대한다.

II. 연구의 배경

1. 들이의 의미

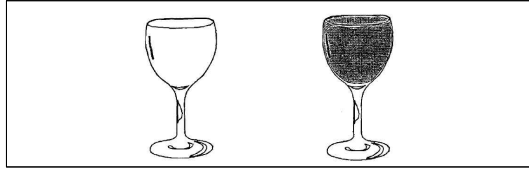
들이의 사전적 의미는 ‘통이나 그릇 따위의 안에 넣을 수 있는 물건 부피의 최댓값’이다(표준국어대사전, 2021). 유사어로 ‘물건을 담을 수 있는 부피, 혹은 용기 안을 채우는 분량’이라는 뜻을 가진 용적(容積), ‘가구나 그릇 같은 데 들어갈 수 있는 분량인 용량(容量)’이 있다. 들이의 어원을 정확히 알 수 없지만 초등학교 수학 교

과서에서 우리나라의 전통적인 들이 단위로 ‘홉(合)’, ‘되(升)’, ‘말(斗)’을 제시한다. 표준국어대사전에 따르면 ‘홉’, ‘되’, ‘말’은 재는 부피가 각각 다르지만 곡식이나 액체, 가루 등의 부피를 재는 단위인 우리나라의 전통 도량단위이다. 한국표준과학연구원(2019)에서는 이러한 우리나라 고유 단위를 부피 또는 용량의 단위로 구분하고 각각의 부피를 국제단위로 제시한다. 예를 들어, ‘홉’은 $1.8039068 \times 10^{-4} \text{m}^3$ 또는 180.39mL, ‘되’는 $1.8039068 \times 10^{-3} \text{m}^3$ 또는 1.8039L이다. 이렇게 볼 때, 들이는 부피와 관련되며 용기에 최대한 담을 수 있는 고체나 액체 등 물건의 부피의 최댓값이라 할 수 있다. 또한 ‘들이’라는 용어가 ‘홉’, ‘되’, ‘말’과 같은 전통 도량 단위와 함께 사용되었는지 정확히 알 수 없으나, 이와 같은 들이의 전통 도량 단위가 부피를 측정하는 단위이면서 동시에 부피를 측정하는 특정 크기의 용기를 지칭한다는 것을 고려했을 때(표준국어대사전, 2021), 측정 용기에 ‘들어가는’(入) 양을 지칭하는 용어로 ‘들이’라는 용어가 발생했을 것이라 추측할 수 있다.

한편, 들이와 관련하여 영어의 ‘capacity’를 살펴볼 수 있다. ‘capacity’는 일상생활에서 다양하고 폭넓게 쓰이기 때문에 하나의 의미로 정의되지 않는다(Ho & McMaster, 2019). 예를 들어, 어떤 용기에 사탕을 50개까지 담을 수 있고 주스를 250mL만큼 담을 수 있을 때 그 용기의 ‘capacity’는 사탕 50개일 수도 있고 주스 250mL가 될 수도 있다. 이처럼 ‘capacity’는 ‘용기가 담을 수 있는 항목의 수’가 될 수 있지만 ‘용기에 담을 수 있는 액체의 양’을 의미할 수도 있다. 하지만 용기에 담는 대상이 이산량이나 연속량의 어떤 것이든지 간에 공통적으로 ‘capacity’란 어떤 용기에 담을 수 있는 물건의 최댓값이라는 의미를 가지며 이는 앞서 살펴본 우리말 ‘들이’와 그 의미가 유사하다고 할 수 있다. 그러나 본 연구에서는 우리나라 교과서에서 ‘들이’ 개념이 어떻게 제시되었는지 살펴보기 위하여 들이의 의미를 보다 명확히 하고자 ‘capacity’를 들이와 구분하여 ‘용량’으로 번역하였다.

부피와 비교하여 들이 또는 용량의 의미를 살펴볼 수 있다. 김수미(2019)는 들이 또는 용량이란 ‘물이나 우유처럼 그릇이나 통 등의 용기에 담아야 쥘 수 있는 물질의 부피’ 또는 ‘어떤 용기가 최대한 담을 수 있는 물질의 부피나 무게’(p. 39)로, 부피를 ‘입체도형이 차지하는 공간의 양 혹은 어떤 용기가 담을 수 있는 양’(p. 241)으로 설명한다. 최창우(2019)도 들이를 용기의 내부 공간이 차지하는 양의 크기로, 부피를 일반 공간에서 입체가 차지하는 양으로 구분한다. 추가적으로 들이와 부피의 측정 방법의 차이를 설명하는데, 들이는 직접측정이 가능하지만 부피는 간접측정에 의해 이루어진다는 점이 서로 다르다. Sarama와 Clements(2009)도 부피와 용량을 측정 방법으로 구분하는데, 부피는 고체인 블록 등을 3차원 배열로 ‘쌓아서(packed)’ 측정하는 반면, 용량은 3차원인 용기에 액체를 ‘채워서(filled)’ 측정한다. 후자와 같이 채워서 측정하는 경우 용량을 용기의 높이로 측정하기 때문에 길이 측정과 같이 일차원적인 측정 방법이라 할 수 있다.

호주 교육과정을 살펴보면 부피와 용량을 함께 지도하면서 부피의 의미 가운데 하나로 용량을 제시한다(New South Wales Department of Education [NSWDE], 2017). 용량은 리터(L) 등으로 측정되는 용기에 담을 수 있는 액체의 양을 의미하고, 공간의 제약을 받지 않는다는 점이 부피와 다르다고 설명한다. 일본이나 싱가포르의 수학 교과서에서도 용량을 용기에 담을 수 있는 최대의 양으로 정의하면서 부피의 일종으로 제시하고 있다(방정숙 외, 2016). Potari와 Spiliotopoulou(1996)는 경계로 공간이 제한되는 상자와 같은 것의 내부 부피를 용량으로 설명하면서 용량과 부피를 관련짓는다. 또한 부피를 세분화함으로써 용기의 개폐 여부, 용기 내부의 비어있음의 여부, 용기를 이루는 물질 등에 따라 지칭하는 부피가 다르다는 것을 설명한다. 예를 들어 살펴보면, [그림 II-1]과 같이 크기와 모양, 재료가 동일한 두 유리잔에서 하나는 안이 비어있고 하나는 물이 가득 채워져 있을 때, 오른쪽 유리잔의 용량은 채워진 물의 부피와 같고 왼쪽 유리잔의 부피는 재료의 부피와 같다. 연구에 따르면 교과서에서 주로 직육면체나 정육면체와 같은 닫힌 도형의 부피를 다루기 때문에 부피를 한정된 의미로 이해하게 된다고 설명한다.



[그림 11-1] 유리잔의 부피와 용량을 설명하기 위한 예시
(Potari & Spiliotopoulou, 1996, p. 345)

이와 같이 우리나라의 전통 도량단위나 들이 개념에 관련된 연구를 바탕으로, 들이란 부피의 일종으로 용기 내부의 최대 부피 또는 용기에 최대한 담을 수 있는 물질의 부피를 의미하는 것으로 정리할 수 있다. 따라서 들이를 이해할 때 부피와 관련지어 공통점과 차이점을 이해할 수 있어야 할 것이다. 뿐만 아니라 들이와 부피의 측정 방법이나 용기의 주어진 조건에 따라 들이와 부피가 의미하는 것 등이 다르다는 것을 알 수 있다.

교과서에서 들이의 단위로 제시되는 리터(L)에 대해 알아보면, 한국표준과학연구원(2019)에서는 부피의 단위로 국제단위계(SI) 유도단위인 세제곱미터 m^3 를 제시하고 비SI단위인 리터(L)로도 부피를 나타낼 수 있다고 설명하면서, $1L=1l=1dm^3=10^3cm^3=10^{-3}m^3$ 의 관계가 있다고 제시한다. 리터의 기원을 살펴보면, 도량형을 개혁하던 당시 길이의 단위인 미터(m)로부터 넓이와 부피 단위가 정해졌는데 리터는 $1m^3$ 의 1000분의 1, 즉, $1m^3=1000L$ 의 관계가 있다(표준과학연구원, 2009). 또한, 도량형을 개혁하던 당시에는 질량의 기본 단위를 그램으로 보고 1그램(g)을 0°C 때 순수한 물 $1cm^3$ 부피에 해당하는 질량으로 정의하였고, 이후 질량의 기본 단위를 킬로그램으로 바꾸고 1킬로그램(kg)이란 4°C일 때 물 $1dm^3$ 부피에 해당하는 질량으로 바꾸었다. 이처럼 길이 단위와 부피 단위, 부피 단위와 질량 단위가 서로 관련이 있다는 것을 알 수 있다. 현재는 세제곱 데시미터와 리터가 동일하지 않고 차이가 있기 때문에 부피의 정확한 측정결과를 표시할 경우에는 리터를 사용하지 않을 것을 권고하고, 질량의 단위 킬로그램은 2018년 플랑크 상수에 의해 새롭게 정의되었다(한국표준과학연구원, 2019).

종합하면, 교과서에서 제시되는 리터는 부피를 나타내기 위해 사용할 수 있는 단위이고, 들이를 부피의 일종으로 본다면 리터는 부피와 들이를 나타내기 위해 사용할 수 있는 측정 단위라고 할 수 있을 것이다. 따라서 어떤 측정값이 리터 단위로 나타냈을 때 그 값이 부피를 나타낼 수도 있고 들이를 나타낼 수도 있다는 것을 이해해야 한다.

2. 들이에 관한 선행 연구 분석

본 연구와 관련된 선행 연구를 검토한 결과 들이에 초점을 맞추어 분석한 연구는 매우 드물었다. 선행 연구들은 대부분 들이와 무게를 함께 살펴보거나(예, 김지혜, 2013; 방정숙 외, 2016; 유은진, 2013) 측정 영역의 다양한 속성 가운데 하나로 들이를 포함하여 살펴본 연구들이 대부분이었다(예, 변혜진, 신향균, 2009; 이승은, 이정은, 박교식, 2018). 따라서 본 절에서는 이와 같은 선행 연구에서 들이의 의미에 관한 학생 및 교사의 실태를 분석하거나 지도 방법을 탐색한 부분을 중심으로 살펴봄으로써 본 연구에 시사점을 도출하고자 했다.

우선, 학생 및 교사들의 들이에 관한 이해 실태를 분석한 연구를 살펴보면, 초등학교 학생들은 리터가 부피 단위를 인식할 수 있었으나 무게 단위와 혼동하거나(김성규, 2012; 유은진, 2013), 들이의 3차원적 속성을 이해하지 못하고 길이 또는 무게를 사용하여 들이를 비교하는 모습을 드러냈다(전은혜, 2017). Ho와 McMaster(2019)는 11-12살 학생들의 용량과 부피에 대한 이해를 살펴보았는데, 대부분의 학생들은 용량을 용기가 얼마나 담을 수 있는지와 채우는 것에 관련된다고 설명하였으나 일부 학생들은 용량을 단위 부피를 활용해서만 측정할 수

있거나 무게와 관련된다는 반응을 보였다. 또한 학생들은 용량이 반드시 액체를 대상으로 하는 것이 아니라 이산량을 대상으로 하거나 무게를 나타낼 때 사용할 수도 있다고 답변하였다. 한편, Zacharos, Antonopoulos, & Ravanis(2011)에 따르면 5-6세 아동들도 용기에 물, 모래, 쌀 등과 같은 유동성을 가진 물질을 채우는 과정을 통하여 용량을 비교하고 측정할 수 있으며 이 과정에서 부피와의 차이점을 이해할 수 있었다. 이와 같이 학생들은 들이의 의미나 들이의 단위를 이해할 수 있지만, 부피나 무게와 관련지어 개념 및 단위의 차이를 이해하지 못하는 학생들도 존재한다는 것을 알 수 있다.

한편, 교과서 분석을 통해 들이의 지도 실태 및 지도 방법을 제시한 연구를 살펴보면, 백대현(2010)은 교과서에서 들이와 부피의 개념을 이해하기 위하여 제시된 활동이 적절하지 않은데 예를 들어 비커나 메스실린더와 같이 눈금이 그려진 용기에 물을 채워 들이가 얼마인지 살펴보는 활동에서 눈금이 그려진 위치가 올바르지 않아 들이 개념을 이해하는데 한계가 있다고 주장한다. 방정숙 외(2016)는 한국, 일본, 싱가포르, 미국의 초등학교 수학 교과서에 제시된 들이와 무게 지도 방안을 비교, 분석하였는데, 들이의 의미와 관련하여 나라마다 들이나 리터(L)를 도입하는 방식이 차이가 난다고 설명한다. 구체적으로, 일본과 미국은 처음에는 용량을 '용기에 담은 물의 양'으로 다루지만 학년이 올라감에 따라 용량과 부피를 동일하게 보며, 싱가포르의 경우 용량을 용기에 담을 수 있는 최대 부피로 도입한다. 서동엽 외(2019)는 초등학교 수학 교과서의 어휘 개선 방안을 연구하였는데, 들이와 부피의 지도 순서 및 관련성을 분석한 결과 일본, 싱가포르, 홍콩 교과서에서는 부피를 먼저 다루고 들이를 나중에 다루거나 들이와 부피를 구분하여 다루는 등 서로 다른 양상을 드러냈다. 이와 같은 연구에서 알 수 있는 우리나라 교과서의 제시 방식 및 국외 교과서와의 차이점을 통하여, 교과서에서 들이의 정의 또는 들이와 부피의 관계를 어떻게 다루어야 할지에 관한 시사점을 얻을 수 있다.

이상의 선행 연구를 통하여 어린 학생들이라도 들이를 이해할 수 있지만 다른 측정 속성과 구분하여 지도할 필요가 있다는 것을 알 수 있다. 또한 들이와 관련된 내용을 다루는 국내외 교과서에서는 들이 개념을 정의하거나 들이와 부피의 관계를 명시하는 등 우리나라 교과서와 다른 방식으로 들이를 다루고 있다는 것을 알 수 있었다. 본 연구에서는 이상의 선행 연구 고찰에 기초하여 우리나라 교육과정별 교과서에 제시된 들이 개념을 비교 분석하고, 검사지를 통하여 초등학교 교사들의 들이 개념 이해 실태를 알아봄으로써 들이 지도 방법에 대한 시사점을 얻고자 한다.

3. 연구 방법

가. 들이 개념에 관한 우리나라 초등학교 수학 교과서 분석

본 연구의 분석 대상은 제1차 교육과정 시기부터 현행 2015 개정 교육과정 시기까지의 초등학교 수학 교과서에서 '들이'라는 용어가 도입되고 사용되는 차시이다. 이론적 고찰에서 살펴본 바와 같이 '들이'라는 용어가 언제부터 쓰였는지 명확히 알 수 없으며 국제적으로 다루어지는 측정 속성에도 포함되지 않기 때문에, 우리나라 제1차 수학 교과서에서부터 '들이' 용어가 어떻게 도입되어 다루어져왔는지 살펴보는 것은 들이의 의미를 파악하는데 도움이 될 것이다. 또한 들이에 관한 차시뿐만 아니라 부피에 관한 차시¹⁾도 함께 살펴봄으로써 들이와의 관계가 어떻게 제시되는지 분석하였다.

본 연구에서는 교과서 분석을 위한 연구 방법으로 문헌 분석 방법을 활용하였다. 분석 내용을 살펴보면, 우선, 들이의 도입 시기를 살펴보았는데 들이의 도입 학년, 학기 및 단원명을 분석하였다. 다음으로 들이 개념이 어떻게 다루어지고 있는지 알아보기 위하여 들이 도입 상황, 들이 정의, 들이와 부피와의 관련성을 분석하였다. 마지

1) 본 연구에서 부피에 관한 차시를 분석함에 있어 제6차의 5학년 2학기 교과서를 확보하지 못하여 대신 5학년 2학기 수학 익힘책에서 부피와 들이의 관계가 어떻게 제시되었는지 분석하였다.

막으로 들이 개념이 관련 단원에서 어떻게 활용되는지 살펴보기 위하여 들이의 덧셈과 뺄셈 관련 차시를 분석하였다(<표 II-1> 참조).

<표 II-1> 분석 내용

분석 요소	분석 내용	
들이 도입	도입 시기	들이 도입 학년, 학기 및 단원명
들이 개념	들이 도입 상황	들이 도입 상황과 상황에 내재된 들이 개념
	들이 정의	들이의 정의 여부 및 정의 내용
	부피와의 관련성	들이와 부피 관계의 제시 여부 및 제시 방법
들이 개념 활용	들이의 덧셈과 뺄셈	들이의 덧셈과 뺄셈 제시 여부 및 관련 상황

나. 초등학교 교사들의 들이 개념에 관한 이해 분석


본 연구는 조사 연구의 방법을 활용하여 초등학교 교사들의 들이 개념에 관한 이해를 파악하고자 하였다. 연구 대상은 수도권, 충청, 호남, 영남 등에 근무하는 초등학교 교사 157명이다. 교육연구회나 동호회에 참여하거나 대학원에 다니는 교사들을 대상으로 임의표집 방법을 이용하였으며, 전자우편을 통해 설문지를 전달하였고 작성된 설문지는 과일 형태로 수집되었다. 연구 대상의 특성을 성별, 교육 경력, 근무지역으로 정리하면 <표 II-2>와 같다.

<표 II-2> 연구 대상 교사들의 특성

조사 항목	구분	(N=157)
		해당 교사 수(%)
성별	남	45(28.7)
	여	108(68.8)
	무응답	4(2.5)
교육 경력	5년 미만	39(24.8)
	5년 이상 10년 미만	54(34.4)
	10년 이상 15년 미만	29(18.5)
	20년 이상	29(18.5)
	무응답	6(3.8)
근무지역	수도권	44(28.0)
	충청	37(23.6)
	호남	30(19.1)
	영남	38(24.2)
	기타	8(5.1)

초등학교 교사들이 들이 개념을 어떻게 이해하고 있는지 알아보기 위하여 <표 II-3>과 같이 설문지를 구성하였다. 설문지는 총 4개의 서술형 문항으로 이루어졌는데 들이의 의미를 설명하는 문항, 들이와 부피를 비교하는 문항, 학생들의 문제 해결 과정을 분석하는 문항, 그에 따른 지도 방안을 제시하는 문항이다. 설문지는 초등 수학 교육을 전공한 박사 학위 소지자 2명에 의해 구성되었고 수학 교육 전문가 1명과 초등학교 교사 3명에 의해 내용 타당도 및 교사들의 문장 이해도 등을 검토 받아 수정 및 보완하였다.

<표 II-3> 검사 도구 구성

문항 의도	문항 내용
들이 개념 이해	1. 들이의 의미를 설명해 보세요.
들이와 부피 비교	2. 들이와 부피를 비교해 보세요.
학생 이해 분석	3. 지선이와 윤호는 용기의 들이를 다음과 같이 비교했습니다. 지선이와 윤호가 들이를 어떻게 이해하고 있는지 설명해 보세요. (학생이 아는 것뿐만 아니라 모르는 것, 오개념 등도 포함하여 설명해도 좋습니다.) <div style="text-align: center;">  <p>우유병 주스병 물병</p> <p>지선: 우유병의 높이가 가장 높으니까 들이가 가장 많다고 생각해. 윤호: 물병의 크기가 가장 크니까 물병의 들이가 가장 많다고 생각해.</p> </div>
지도 방법 제시	4. 선생님이 지선이와 윤호의 답임교사라면, 지선이와 윤호의 수학 학습을 도울 수 있도록 어떤 활동이나 설명을 추가로 제시하고 싶나요? 그 이유도 자세히 설명해 주세요.

완성된 검사 도구는 전자우편을 이용한 설문 조사의 방법을 이용하여 자료를 수집하였다. 전자우편을 이용하여 연구 대상 교사들에게 자료를 전송하였고 자료를 받은 교사들은 컴퓨터에 직접 입력하거나 출력 후 지면에 기술하는 방법 등을 이용하여 검사에 참여한 뒤 파일 형태로 자료를 제출하였다.

수집한 자료는 <표 II-4>에 제시된 분석 내용을 기준으로 분석하였다. 초등학교 교사들의 들이 개념에 대한 이해 실태는 각 문항에 대한 교사들의 반응을 범주화하여 살펴보고 각 범주에 해당하는 대표적인 교사 반응의 구체적인 예들을 살펴보았다. 참고로 교사들이 설문지에 보여준 반응을 그대로 제시하기 위하여, 본 연구의 결과 분석에 포함된 교사 반응의 구체적인 예는 오타자나 띄어쓰기의 수정 없이 교사들이 검사지에 작성한 반응을 그대로 나타내었다.

<표 II-4> 분석 내용

순	분석 내용	분석 초점
1	들이 개념 이해	· 들이 개념에 대한 전반적인 이해는 어떠한가? · 들이의 의미를 어떻게 설명하는가?
2	들이와 부피 비교	· 들이와 부피 개념에 대한 전반적인 이해는 어떠한가? · 들이와 부피 개념의 차이를 어떻게 설명하는가?
3	학생 이해 분석	· 학생들의 문제 해결 전략을 어떻게 분석하는가?
4	지도 방법 제시	· 학생의 수학 학습을 돕기 위한 지도 방법을 어떻게 설명하는가? · 제시한 지도 방법이 들이 개념 이해에 어떠한 도움이 될 수 있는가?

III. 연구 결과 및 논의

1. 들이 개념에 관한 우리나라 초등학교 수학 교과서 분석

가. 들이 도입

제1차 교과서부터 2015 개정 교과서까지 들이가 도입된 학년 및 학기, 단원을 살펴보면 <표 III-1>과 같다. 들이와 관련된 단원은 ‘들이에 초점’을 둔 단원과 ‘부피에 초점’을 둔 단원으로 구분하여 제시하였는데, 전자는 들이에 관한 내용을 중심으로 구성된 단원이고 후자는 부피에 관한 내용이 중심이지만 이때 들이에 관한 내용이 포함된 단원이다. ‘-’는 부피에 관한 단원에서 들이를 다루지 않았다는 것을 의미한다.

들이의 도입 시기 및 단원을 살펴보면, 대부분 3학년 ‘들이와 무게’ 단원에서 들이를 중점적으로 다루고 있다. 들이와 무게를 서로 한 단원에서 다루는 이유를 추측해보면, 비록 들이와 무게의 측정 속성이 다르지만 양의 비교 및 측정 과정이 매우 유사하기 때문이라는 점과 질량과 부피의 관계에 기초하여 무게와 들이를 관련지어 가르치고자 했기 때문일 것이다. 한편, 제2차와 제7차 교과서에서는 들이를 무게와 관련짓지 않고 들이에 관한 단원이 단독으로 구성되었다. 들이는 제1차부터 2007 개정 교과서까지 5학년이나 6학년에 입체도형이나 직육면체의 부피에 관한 단원에서도 다루어졌는데, 제2차 교과서에서는 5학년에 ‘부피와 들이’ 단원이 포함되었다. 하지만 2009 개정 교과서와 2015 개정 교과서에서는 직육면체나 입체도형의 부피에 관한 단원에서 더 이상 들이를 포함시키지 않았다. 이는 수학과 교육과정에서 학습량 감축을 위하여 부피와 들이의 관계 및 단위 환산을 삭제하였기 때문이다(교육부, 2018)

<표 III-1> 들이 도입

교육과정	학년-학기-단원	
	들이에 초점	부피에 초점
제1차	3-1-5 여름	5-2-1 공작시간
제2차	2-2-3 재어보기	5-2-5 부피와 들이
제3차	3-2-3 들이와 무게	5-2-4 입체도형과 그 부피
제4차	3-2-4 들이와 무게	5-2-4 입체도형과 그 부피
제5차	3-2-5 들이와 무게	5-2-5 직육면체의 겹넓이와 부피
제6차	3-2-6 들이와 무게	5-2-5 직육면체의 겹넓이와 부피
제7차	3-나-5 들이재기	6-가-5 겹넓이와 부피
2007 개정	3-2-5 들이와 무게	6-2-3 직육면체의 겹넓이와 부피
2009 개정	3-2-5 들이와 무게	-
2015 개정	3-2-5 들이와 무게	-

나. 들이 개념

제1차 교과서부터 2015 개정 교과서까지 들이 개념을 어떻게 다루는지 살펴보기 위하여 들이의 도입 상황과 들이의 정의, 부피와의 관련성을 분석하였고, 그 결과는 다음과 같다.

첫째, 들이의 도입 상황을 살펴보면 물병의 크기를 비교하거나 용기에 들어가는 양을 비교하는 문제 상황이 제시된다는 공통점이 있으나 교과서에 따라 조금씩 차이를 드러내기도 했다(<표 III-2> 참조). 제2차 교과서 및 제6차 교과서부터 2015 개정 교과서까지의 도입 상황을 살펴보면 공통적으로 주전자와 물병, 우유병 등을 제시하고 들어갈 수 있는 물의 양을 비교하는 것이다. 한편, 제1차 교과서는 물병의 크기를 비교하는 상황을 제시하고 제3차와 제4차 교과서는 상황 없이 들이 단위를 소개하며 제5차 교과서는 용기에 물이 가득 채워져 있지 않고 물이 얼마나 ‘들어있는지’ 비교하는 상황을 제시한다. 이러한 들이 도입 상황은 대부분 용기의 물의 양을 비교한다는 공통점이 있지만, 용기에 최대한 들어갈 수 있는 물의 양을 비교하는 것인지 또는 가득 채워지지 않아도 들어있는 물의 양을 비교하는 것인지에 있어 차이가 있고, 제1차 교과서와 같이 용기의 크기를 비교하는 상

황과도 차이가 있다. 교과서에서 제시되는 도입 상황은 학습 주제와 관련된 사고 활동이나 조작 활동을 포함한다는 것을 고려한다면, 이와 같이 교과서에 제시된 들이 개념에 관한 도입 상황의 공통점과 차이점은 각각의 교과서에서 다루고자 하는 들이 개념이 어느 정도 일치하지만 다른 점도 있다는 것을 유추할 수 있다.

둘째, 들이의 정의를 살펴보면 제1차 교과서를 제외하고 제2차 교과서부터 2015 개정 교과서까지 들이를 정의하지 않고 사용해왔다는 것을 알 수 있다. <표 III-2>와 같이 제1차 교과서에서는 ‘그릇의 속 부피’를 그릇의 들이로 정의하였는데, 주목할 점은 들이를 처음 다룬 3학년 교과서에서 정의한 것이 아니라 5학년 교과서에서 부피를 다루면서 들이의 정의를 제시하였다는 점이다. 제1차 3학년 교과서의 활동을 살펴보면 물병의 크기를 비교하기 위하여 한 물병에 물을 가득 채워서 다른 물병에 담아보는 직접 비교 활동, 물병의 뚜껑을 이용하여 어느 물병에 물이 얼마나 더 들어가는지 알아보는 임의 단위를 통한 측정 활동, 1 리터와 1 데시리터를 이용한 표준 단위를 통한 측정 활동을 다루었는데 이 때 ‘들이’라는 용어가 한 번도 사용되지 않았다. 제2차 교과서부터 현재 교과서까지는 ‘1L들이, 1mL들이, 1dL들이의 그릇’(문교부, 1982, p. 59)과 같이 들이라는 용어를 사용하였으며 이 때 들이의 정의는 제시되지 않고 ‘어떤 그릇에 물이 얼마나 들어가나’(문교부, 1982, p. 63)와 같은 문장을 제시하여 들이의 의미를 용기에 들어갈 수 있는 양으로 추측할 수 있다. 종합해보면 지금까지 대부분의 교과서는 들이를 정의하지 않고 사용했으나 관련 상황과 용어를 통해 유추해볼 때 들이는 용기에 최대한 들어갈 수 있는 양을 의미한다고 할 수 있다.

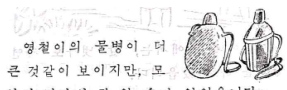

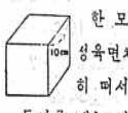

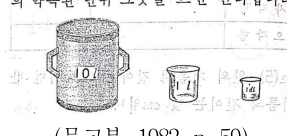

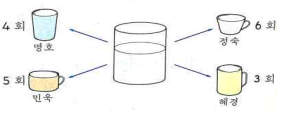

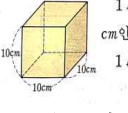

이와 같이 들이는 제1차 교과서에서 정의된 것처럼 그릇의 속 부피를, 또는 그 이후 교과서에서 유추할 수 있는 것처럼 용기에 들어갈 수 있는 양을 의미한다고 할 수 있다. 하지만 들이의 이러한 두 가지 의미는 서로 정확하게 일치한다고 할 수 없다. 즉, 용기에 최대한 들어갈 수 있는 양이 그릇의 속 부피와 일치할 수도 있지만 용기의 개폐 여부 등의 조건에 따라 그릇의 속 부피가 달라질 수도 있고 용기나 양의 종류에 따라 용기에 들어갈 수 있는 양이 그릇의 속 부피를 의미하지 않을 수도 있다. 따라서 들이를 정의하지 않더라도 들이가 의미하는 바가 무엇인지 정확히 이해할 수 있도록 좀 더 풍부하고 명확한 상황이나 지문이 제시되어야 할 것이다.

셋째, 들이와 부피의 관계를 살펴보면, 제1차부터 2007 개정 교과서에서는 부피 단원에서 들이와 부피 단위 사이의 관계를 다루었다. 구체적으로, 부피의 의미와 직육면체 및 정육면체의 부피 구하는 방법을 알아보고 내부의 안치수가 표시된 직육면체 또는 정육면체의 내부 부피를 구하는 활동이 제시되었다(<표 III-2> 참조). 이어서 들이를 알아보는 차시에서 $1L=1000cm^3$ 의 관계를 제시하고 이를 이용하여 세제곱센티미터로 나타내어진 내부 부피의 측정값을 리터 단위로 환산하고 이를 들이를 구하는 방법으로 다루었다. 제1차 교과서를 제외하고 들이를 정의하지 않았지만 이러한 활동을 통하여 들이는 내부 부피를 의미하는 것으로 추측할 수 있다. 부피를 다루는 단원에서 들이를 함께 다루는 것은 들이와 부피의 관계를 이해할 수 있는 기회를 제공할 수 있다는 측면에서 고무적이나, 대부분의 활동이 리터와 세제곱센티미터의 단위 환산에 집중되어 있어 들이와 부피 개념 사이의 관계를 정확히 이해하지 못하고 단위만을 이용하여 들이와 부피를 구분하여 이해할 수도 있다는 우려가 있다.

한편, 2009 개정 교과서와 2015 개정 교과서는 이전 교과서와 다르게 부피와 들이의 관계를 명시적으로 다루지 않고 있다. 즉, 두 교과서에서는 3학년 들이에 관한 단원에서 1 리터를 천 모형이나 한 변의 길이가 10cm인 정육면체만큼의 양으로 도입하지만 부피와 관련짓지 않으며 부피 단원에서도 부피와 들이의 관계가 포함되어 있지 않았다.

종합하면 제1차 교과서를 제외하고 들이의 개념을 정의하지 않고 들이라는 용어를 제시하여왔다는 것을 파악할 수 있다. 또한 제1차 교과서부터 2007 개정 교과서까지는 들이를 부피와 명시적으로 관련짓고 직육면체와 정육면체의 부피를 구할 때 내부 부피를 들이로 제시하면서 들이를 부피 구하는 방법으로 계산하는 활동이 포함되었다. 한편, 공통적으로 들이를 다룬 단원에서는 들이를 부피와 관련짓지 않고 용기에 들어가는 물의 양을 리터, 데시리터, 또는 밀리리터를 이용하여 측정하여 들이를 구하는 활동을 포함하였다. 이렇게 볼 때 교과서에서 들이의 의미는 용기에 들어갈 수 있는 물의 양이면서 그릇의 내부 부피로 사용되어왔다는 것을 짐작할 수 있다.

<표 III-2> 각 교과서에 제시된 들이 도입 상황, 들이 정의, 부피와의 관계

교육과정	도입 상황	정의	부피와의 관계
제1차	<p>• 물병의 크기 비교</p>  <p>영철이의 물병이 더 큰 것같이 보이지만, 모양이 달라서 잘 알 수가 없었습니다. (문교부, 1955, p. 77)</p>	<p>• 들이 정의</p> <p>이와 같이, 그릇의 속 부피를 그릇의 “들이”라고 합니다. 그리고, 그릇의 안 쪽 길이를 “안치수”라고 합니다. (문교부, 1956, p. 20)</p>	<p>• 부피와 들이 관계 제시</p> <p>1ℓ는 한 모서리의 길이가 10 cm인 정육면체의 부피와 같습니다. $1\ell = 1000\text{ cm}^3$ (문교부, 1956, p. 15)</p>
제2차	<p>• 여러 가지 컵의 들이 재기 상황 제시</p>  <p>(문교부, 1964, p. 43)</p>	<p>• 들이를 정의하지 않고 측정 방법 제시</p> <p>들이는, 물건을 들어가는 그릇의 안쪽의 길이 재어서 부피와 같은 방법으로 계산한다. (문교부, 1966, p. 106)</p>	<p>• 부피와 들이 관계 제시</p> <p>1ℓ는 1 모서리의 길이가 10 cm인 정육면체의 부피와 같다. $1\ell = 1000\text{ cm}^3$ (문교부, 1966, p. 105)</p>
제3차	<p>• 상황 없이 들이 단위 제시</p>  <p>한 모서리의 길이가 10 cm인 정육면체의 그릇에 물을 가득히 떠서 그 양을 알아봅시다. 들이를 재는 때는 리터나 데시리터 등의 약속된 단위 그릇을 쓰면 편리합니다. (문교부, 1972, p. 56)</p>	<p>• 정의하지 않고 사용</p> <p>(4) 2ℓ들이 그릇에 물을 14 dl 부었습니다. 그릇을 채우려면 물을 몇 dl나 더 부어야 하겠습니까? (5) 5 dl들이의 그릇으로 물을 7 번 부으면 몇 ℓ와 몇 dl가 되었습니까? (문교부, 1972, p. 57)</p>	<p>• 부피와 들이 관계 제시</p>  <p>안치수로 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 10 cm, 15 cm, 높이가 12 cm인 직육면체의 그릇에 물이 가득 들어 있으면 물의 무게는 몇 g이 되었는가? 이런 물 1ℓ의 무게가 1 kg이므로, 1ℓ의 들이는 1000 cm³의 부피와 같다고 할 수 있는가? (문교부, 1973, p. 78)</p>
제4차	<p>• 상황 없이 들이 단위 제시</p> <p>들이를 재는 때는 리터나 데시리터 등의 약속된 단위 그릇을 쓰면 편리합니다.</p>  <p>(문교부, 1982, p. 59)</p>	<p>• 정의하지 않고 사용</p> <p>어떤 그릇에 물이 얼마나 들어가나 짐작할 수 있도록 1ℓ 또는 1 dl의 물의 양을 익혀 봅시다. 1ℓ들이, 5 dl들이, 1 dl들이의 그릇을 각각 써서, 물을 그릇에 담으려고 합니다. (문교부, 1982, p. 63)</p>	<p>• 부피와 들이 관계 제시</p>  <p>안치수로 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 10 cm, 15 cm이고 높이가 12 cm인 직육면체의 그릇에 물이 가득 들어 있을 때, 물의 무게는 몇 g이 되었는가? 이런 물 1ℓ의 무게가 1 kg이므로, 1ℓ의 들이는 1000 cm³의 부피와 같다고 할 수 있는가? (문교부, 1983, p. 76)</p>
제5차	<p>• 물의 양을 임의 단위로 각각 측정</p> <p>물은 얼마나 들어 있는지 알아봅시오.</p>  <p>(문교부, 1987a, p. 68)</p>	<p>• 정의하지 않고 사용</p> <p>다음 그릇의 들이는 약 몇 dl, 또는 약 ℓ가 되는지 각각 말하여 봅시오.</p>  <p>(문교부, 1987a, p. 82)</p>	<p>• 부피와 들이의 관계 제시</p> <p>♣ 1ℓ의 들이를 알아보자.</p>  <p>1ℓ의 들이는 한 모서리가 10 cm인 정육면체의 부피와 같다. $1\ell = 10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm} = 1000\text{ cm}^3$ (문교부, 1987b, p. 74)</p>
제6차	<p>• 담겨 있는 물의 양 비교</p> <p>들이를 알아봅시다.</p>  <p>대야와 주전자에 물이 가득 담겨져 있습니다. 어느 그릇에 물이 더 많이 담겨 있는지 알아봅시오. (교육부, 1996, p. 76)</p>	<p>• 정의하지 않고 사용</p> <p>생활 주변에서 1ℓ 들이의 그릇을 찾아보시오 어떤 그릇들이 있습니까? 또, 1 dl들이의 그릇도 찾아보시오. (교육부, 1996, p. 86)</p>	<p>• 부피와 들이의 관계 제시</p> <p>○ 1 kℓ는 몇 m³인가? 또, 몇 L인가? ○ 1 mL는 몇 cm³인가? 또, 몇 dL인가? (교육부, 1997, p. 89)</p>

<p>제7차</p>	<p>• 들어가는 물의 양 비교</p> <p>생활에서 알아보기</p> <p>주전자와 물병 중에서 어느 쪽에 물이 더 많이 들어가는지 알아보세요.</p>  <p>(교육부, 2001, p. 66)</p>	<p>• 정의하지 않고 사용</p> <p>물병과 주전자의 들이를 겹으로 비교하여 보세요.</p>  <p>(교육부, 2001, p. 67)</p>	<p>• 부피와 들이의 관계 제시</p> <p>물병의 들이를 나타내기 위하여 단위수의 가로, 세로, 높이가 각각 10cm인 단위를 사용한다. 이 그릇의 들이를 1리라고 하고, 1리리라고 읽는다.</p> <p>1L = 1000cm³</p>  <p>(교육부, 2002, p. 76)</p>
<p>2007 개정</p>	<p>• 들어가는 물의 양 비교</p> <p>유민이는 세 종류의 병에 물을 담으려고 합니다.</p>  <p>(우유병) (물병) (PET병)</p> <p>(교육과학기술부, 2010a, p. 64)</p>	<p>• 정의하지 않고 사용</p> <p>우유병과 물병의 들이를 비교하여 봅시다.</p> <ul style="list-style-type: none"> 우유병과 물병 중에서 어느 병에 물이 더 많이 들어간다고 생각합니까? 우유병에 물을 가득 채워 물병에 옮겨서 비교해 보세요. <p>(교육과학기술부, 2010a, p. 64)</p>	<p>• 부피와 들이의 관계 제시</p> <p>물병의 들이를 나타내기 위하여 단위수의 가로, 세로, 높이가 각각 10cm인 단위를 사용한다. 이 그릇의 들이를 1리라고 하고, 1리리라고 읽습니다. 1000cm³ = 1L</p>  <p>(교육과학기술부, 2010b, p. 50)</p>
<p>2009 개정</p>	<p>• 들어가는 물의 양 비교</p> <p>어느 그릇에 물이 더 많이 들어갈지 이야기해 봅시다.</p>  <p>(교육부, 2014, p. 140)</p>	<p>• 정의하지 않고 사용</p> <p>여러 가지 방법으로 물통의 들이를 비교해 보세요.</p> <ul style="list-style-type: none"> 어느 물통에 물이 더 많이 들어갈 것이라고 생각합니까? 물을 가득 채워 들이를 비교해 보세요. <p>(교육부, 2014, p. 140)</p>	<p>• 부피와 관련된지 없음</p> <p>만금을 그릇에 담은 양을 1리리라고 하고, 만금을 그릇에 담은 양을 1밀리리리라고 합니다.</p> <p>(교육부, 2014, p. 143)</p>
<p>2015 개정</p>	<p>• 들어가는 물의 양 비교</p> <p>어느 병에 물이 가장 많이 들어갈지 알아봅시다.</p> <p>우유병과 주스병은 물이 비슷한 양일 것 같아.</p> <p>물병은 우리 동네가 병입니다.</p>  <p>(교육부, 2020a, p. 98)</p>	<p>• 정의하지 않고 사용</p> <p>여러 가지 방법으로 들이를 비교해 봅시다.</p>  <p>(교육부, 2020a, p. 98)</p>	<p>• 그림으로 설명</p> <p>이만큼의 양을 1리라고 해요.</p>  <p>(교육부, 2020a, p. 100)</p>

다. 들이 개념 활용

들이의 덧셈과 뺄셈 차시에서 들이가 어떤 의미로 활용되는지 분석하였다. 들이의 덧셈과 뺄셈 차시는 들이를 도입한 이후에 제시되는 차시로 해당 차시의 상황 및 맥락을 살펴보는 것은 들이 개념이 어떻게 활용되는지 이해하는데 도움이 될 수 있다. 제1차부터 제4차 교과서까지를 살펴보면 들이의 합과 차를 다루지 않았고 들이의 단위인 리터와 데시리터를 소개한 뒤 리터를 데시리터로 바꾸거나 데시리터를 리터로 바꾸는 단위변환 활동이 제시되었다. 제5차 교과서에서는 들이라는 용어를 사용하지 않고 물의 양의 합과 차를 구하는 활동을 다루었다. 이어서 제6차 교과서부터 2015 개정 교과서까지는 들이의 합과 차, 또는 들이의 덧셈과 뺄셈이라는 차시에서 제5차 교과서와 유사하게 물이나 주스의 양을 서로 더하거나 빼는 상황을 다루었다. <표 III-3>은 제5차 교과서부터 2015 개정 교과서까지 들이의 덧셈과 뺄셈 차시에서 들이 용어가 사용된 상황을 정리한 것이다.

<표 III-3> 들이의 덧셈과 뺄셈을 제시한 교과서 및 관련 상황

제5차	제6차	제7차
<p>• 액체의 양의 합과 차 물의 양의 합을 구하는 방법을 생각해 보시오.</p> <p>(문교부, 1987a, p. 72)</p>	<p>• 들이의 합과 차 들이의 합과 차를 구하여 봅시다. 그릇에 물이 3 L 7 dL 들어 있습니다. 여기에 1 L 5 dL의 물을 더 부으면 물의 양은 모두 얼마가 되는지 알아보시오.</p> <p>(교육부, 1996, p. 79)</p>	<p>• 들이의 합과 차</p> <p>(교육부, 2001, p. 71)</p>
2007 개정	2009 개정	2015 개정
<p>• 들이의 합과 차</p> <p>(교육과학기술부, 2010a, p. 69)</p>	<p>• 들이의 합과 차 들이의 합과 차를 구할 수 있어요</p> <p>(교육부, 2014, p.148)</p>	<p>• 들이의 덧셈과 뺄셈 들이의 덧셈과 뺄셈을 해 볼까요</p> <p>(교육부, 2020a, p. 104)</p>

앞서 살펴보았듯이 지금까지 교과서에서 들이가 ‘용기에 들어갈 수 있는 물의 양’ 또는 ‘용기 내부의 부피’라는 의미로 사용되었다는 것을 고려한다면, 들이의 덧셈과 뺄셈으로 제시하는 상황에서 물이나 주스의 양을 더하거나 빼는 활동이 과연 들이에 관련된 활동인지 논의가 필요하다. 예를 들어, 2007 개정 교과서에서는 매실액 2L 600mL와 매실액 1L 200mL를 더하는 상황을 들이의 덧셈 상황으로 제시하는데, 이때 들이의 의미는 앞서 살펴본 들이의 의미인 ‘용기에 들어갈 수 있는 물의 양’이나 ‘용기 내부의 부피’와는 다르며, 오히려 ‘액체의 양’이나 ‘액체의 부피’의 의미로 해석될 수 있다. 이처럼 동일한 단원에서 들이의 의미를 명확히 제시하지 않은 채 들이를 다양한 맥락에서 여러 가지 의미로 사용하는 것은 들이 개념을 이해하는데 어려움이 될 수도 있으며, 이러한 활동들은 리터나 밀리리터로 나타내어진 양은 항상 들이를 나타내는 것으로 인식할 우려가 있다.

2. 초등학교 교사들의 들이 개념에 관한 이해 분석 결과

가. 들이 개념 이해

교사들의 들이 개념에 대한 이해를 알아보기 위하여 ‘1. 들이의 의미를 설명해 보세요.’ 문항에 대한 교사들의 반응을 분석한 결과, 교사들의 반응은 크게 ‘용기 안쪽 공간의 크기’, ‘용기에 담을 수 있는 양’, ‘용기 내부 부피’, ‘기타’, ‘무응답’으로 구분할 수 있었다. 이 때 ‘용기 안쪽 공간의 크기’와 ‘용기 내부 부피’는 의미하는 바가 유사하지만, 교과서에서 들이와 부피의 관계를 명확히 하고 있지 않다는 점을 고려하여 들이를 부피와 연관시킨 반응을 구분하여 분석하였다. 각 반응 유형에 대한 응답률은 <표 III-4>와 같다. 분석 결과, 연구 대상 교사들의 가장 높은 비율이 들이를 ‘용기 안쪽 공간의 크기’라고 설명하였으며 다음으로 ‘용기에 담을 수 있는 양’, ‘용기의 내부 부피’의 순으로 드러났다. 현재 2015 개정 교과서의 3학년 2학기 ‘들이와 무게’ 단원에서 ‘어느 병에 물이 가장 많이 들어갈지’ 알아보는 활동으로 ‘들이’라는 용어가 처음 제시된다는 점을 고려할 때, ‘용기에 담을 수 있는 양’에 해당하는 교사 비율이 가장 많을 것이라 예상하였으나 의외로 교사들은 ‘용기 안쪽 공간의 크기’를 들이로 인식하고 있었다. 한편 연구 대상 교사들의 14%는 들이는 ‘용기 내부 부피’라고 설명하며 들이 개념을 부

피와 관련지어 설명하였다.

<표 III-4> 문항 1에 대한 교사들의 반응(N=157)

반응 유형	용기 안쪽 공간의 크기	용기에 담을 수 있는 양	용기 내부 부피	기타	무응답
명	71	59	22	4	1
(%)	(45.2)	(37.6)	(14.0)	(2.5)	(0.6)

각 반응 유형에 해당하는 구체적인 교사들의 응답의 예를 살펴보면 <표 III-5>와 같다. 우선 ‘용기 안쪽 공간의 크기’로 구분된 교사 반응의 예를 살펴보면, ‘그릇의 안쪽 공간의 크기’, ‘어떤 것의 안쪽에 들어가는 공간의 크기’ 등을 들이라고 제시하였고 이 때 일부 교사들은 대상이 되는 물질을 액체, 또는 액체나 기체로 한정하였다. ‘용기에 담을 수 있는 양’과 관련된 교사 반응의 예를 살펴보면, ‘내부에 넣을 수 있는 양’, ‘어떤 용기를 가득 채우는데 필요한 양’ 등이 있었는데 이때 채울 수 있는 물질이 물, 기체, 액체라고 설명한 반응들도 있었다. ‘용기 내부의 부피’에 관한 반응의 예는 ‘그릇 안쪽의 부피’, ‘용기에 최대로 담을 수 있는 액체의 부피’ 등이 있다. 기타에 해당하는 반응의 예로 ‘들이는 무게다’가 있는데 이는 들이를 무게와 동일시한 것으로 짐작되며, ‘단위가 되는 것을 정해 몇 들이인지 헤아리는 것’은 들이의 의미를 측정 방법으로 설명한 것이라 파악된다.

<표 III-5> 들이 개념에 대한 교사들의 반응 유형과 예

유형	교사 반응의 예
용기 안쪽 공간의 크기	<ul style="list-style-type: none"> • 그릇의 안쪽 공간의 크기 • 어떤 것의 안쪽에 들어가는 공간의 크기 • 용기 안에 넣을 수 있는 크기 • 정해진 공간에 꼭 차게 들어가는 크기(기체, 액체 등) • 액체 공간이 차지하는 공간의 범위
용기에 담을 수 있는 양	<ul style="list-style-type: none"> • 내부에 넣을 수 있는 양 • 어떤 용기를 가득 채우는데 필요한 양 • 물체가 담을 수 있는 양 • 어떠한 용기 안에 물이나 기체 따위가 채워지는 양 • 어떤 용기가 있을 때 그 안에 물을 담는다고 하면 그 물의 양 • 물체에 들어가는 액체의 양
용기 내부 부피	<ul style="list-style-type: none"> • 그릇 안쪽의 부피 • 속에 넣을 수 있는 부피의 최대량 • 통이나 그릇 안에 넣을 수 있는 물건 부피의 최대값 • 용기의 내부 부피를 나타내는 단위 • 어떤 용기에 물을 가득 채웠을 때 그 물의 부피
기타	<ul style="list-style-type: none"> • 들이는 무게다 • 단위가 되는 것을 정해 몇 들이인지 헤아리는 것

종합하면, 연구 대상 교사들 가운데 80% 이상이 들이를 ‘용기 안쪽 공간의 크기’ 또는 ‘용기에 담을 수 있는 양’으로 이해하고 있었다. 또한 일부 교사들은 들이를 부피와 관련지어 ‘용기 내부 부피’로 인식하고 있었다. 들이를 ‘용기 안쪽 공간의 크기’나 ‘용기 내부 부피’로 설명할 때 지칭하는 대상이나 의미는 거의 유사하지만 들이를 부피와 관련짓는다는 점에서 차이가 있다. 이와 같이 교사들이 제시한 들이 개념은 초등학교 수학 교과서에서 다루고 있는 들이와 어느 정도 일치한다는 점에서 긍정적이지만, 구체적인 반응을 살펴보면 교사마다 들이를 다양하게 정의하고 있으며 특히 용기에 담는 대상을 액체, 기체로 한정하는 경우도 있어 실제 수학 수업에서 교

사들이 서로 다른 의미를 전제로 ‘들이’ 용어를 사용할 가능성을 배제할 수 없다.

나. 들이와 부피 비교

교사들이 들이와 부피의 관계를 어떻게 이해하는지 살펴보기 위하여 ‘2. 들이와 부피를 비교해 보세요.’ 문항에 대한 반응을 분석한 결과, 들이와 부피를 분류한 기준을 ‘의미’, ‘측정 단위’, ‘측정 대상’, ‘측정 방법’, ‘기타’, ‘무응답’으로 구분하여 교사들의 반응을 살펴볼 수 있었다(<표 III-6> 참조). 분류 기준에서 ‘의미’는 들이와 부피가 무엇인지와 관련하여 서술한 반응, ‘측정 대상’은 들이와 부피가 각각 측정하는 대상을 비교하여 서술한 반응, ‘측정 방법’은 들이와 부피의 측정 방법을 비교한 반응, ‘측정 단위’는 들이와 부피의 측정 단위를 비교한 반응을 의미한다. 연구 결과, 연구 대상 교사들의 약 82% 정도가 부피와 들이의 ‘의미’를 비교하여 설명하였고, 일부 교사들은 ‘측정 단위’, ‘측정 대상’, ‘측정 방법’을 기준으로 설명하였다. 각각의 반응 유형에 대한 교사들의 반응을 상세히 살펴보면 다음과 같다.

<표 III-6> 문항 2에 대한 교사들의 반응(N=157)

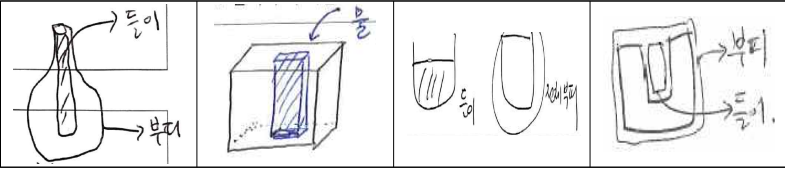
반응 유형	의미	측정 단위	측정 대상	측정 방법	기타	무응답
명	129	7	5	3	14	5
(%)	(82.2)	(4.5)	(3.2)	(1.9)	(9.0)	(3.2)

가장 많은 비율의 교사들은 의미와 관련하여 들이와 부피를 비교하였고, 이에 해당하는 교사들의 반응은 <표 III-7>과 같이 다시 구분할 수 있었다. 즉, 들이와 부피의 의미를 용기 내부와 용기가 차지하는 공간으로 비교하거나, 넓이와 높이로 비교하거나, 모양으로 비교하거나, 부피를 넘친 물의 양과 관련지었다. 들이와 부피를 용기의 내부와 용기가 차지하는 공간으로 각각 설명한 반응을 구체적으로 살펴보면 <표 III-7>과 같이 물체가 차지하는 공간을 부피로, 물체에 담을 수 있는 양이나 내부의 공간 및 부피를 들이로 구분하였다. 일부 교사들은 설명과 더불어 그림을 제시하여 들이와 부피를 시각적으로 비교하였다. 제시된 그림을 살펴보면, 용기 모양이나 의미는 조금씩 차이가 있지만 들이는 용기의 내부를, 부피는 용기가 차지하는 공간으로 구분하여 나타낸 것을 알 수 있다.

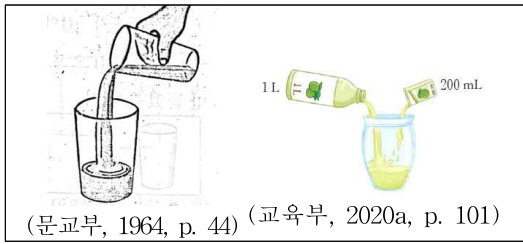
다음으로, 들이와 부피의 차이를 넓이와 높이로 구분한 반응이 있었다. 즉, 부피는 넓이와 높이를 가진 물체가 차지하는 공간의 크기로, 들이는 안쪽 공간의 크기로 설명하였는데, 초등학교 수학 교과서에서 직육면체의 부피를 구할 때 ‘가로×세로×높이’, 또는 ‘밑넓이×높이’의 방법을 통하여 구한 것과 관련지어 부피를 설명한 것이라 유추된다. 또한 들이를 안쪽 공간으로 설명하는 것과 대조적으로 부피를 ‘바깥쪽의 크기’나 ‘겉의 넓이’와 관련지어 설명하였는데, 이러한 ‘바깥쪽의 크기’나 ‘겉의 넓이’는 직육면체의 부피보다는 ‘겉넓이’와 관련된 설명이라 간주된다. 이와 같은 반응들은 들이와 부피를 반대되는 개념으로 인식하여, 들이는 안쪽을, 부피는 그와 반대인 바깥쪽을 의미하는 것으로 파악한 것이라 할 수 있다.

들이와 부피의 차이를 모양의 차이로 구분하여 설명한 반응들도 있었다. <표 III-7>의 교사 반응의 예를 살펴보면, 들이는 겉모습과 상관이 없거나 울퉁불퉁한 모양까지도 표현이 되지만 이에 반해 부피는 모양이 정해져 있거나 직육면체나 상자의 모양에 해당하는 개념으로 인식하고 있었다. 이는 주로 수학 교과서에서 들이를 다룰 때 물, 주스와 같은 액체를 소재로 하고 부피를 다룰 땐 상자와 같은 직육면체를 소재로 하였기 때문에, 들이는 모양이 용기에 따라 정해지고 이에 반해 부피는 모양이 정해진 것으로 인식하고 있다고 여겨진다.

<표 III-7> 들이와 부피의 의미를 각각 정의하여 비교한 교사들의 반응 유형과 예

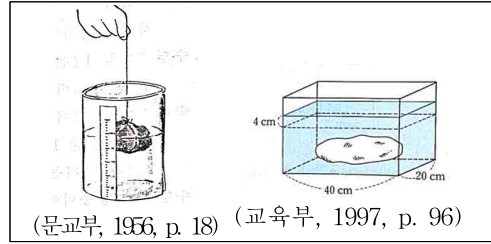
유형	교사 반응의 예
<p>용기의 내부와 용기가 차지하는 공간 등으로 비교</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 부피는 물체가 차지하는 공간을 부피라고 하고 들이는 어떤 물체의 안쪽이 차지하는 부피를 들이라고 한다. • 들이는 용기의 내부 용량을 나타내는 것이고 부피는 용기의 외부 용량을 나타내는 것이다. • 들이는 어떠한 공간을 채우는 양, 안쪽 공간의 크기. 부피는 물건이 차지하는 공간의 크기. • 컵이 하나 있으면 컵 안쪽 공간의 크기는 들이, 컵이 차지하고 있는 전체 공간의 크기는 부피. • 들이는 그릇 안쪽 공간의 크기로 어떠한 용기에 담을 수 있는 최대의 양을 말하고, 부피는 입체도형이 차지하는 공간의 크기이다. 유리컵이 있다면 유리컵을 두손으로 감았을 때 손안의 공간의 크기가 유리컵의 부피이고, 유리컵 안에 담을 수 있는 물의 최대 양이 들이이다. • 부피란 입체 도형이 차지하는 공간의 크기를 말합니다. 컵의 들이란 그릇의 두께를 포함하지 않은 컵 안에 들어가는 물, 과자 등의 양을 의미하고 컵의 부피란 컵이 차지하는 공간을 의미합니다. • 부피는 물체가 공간에서 차지하는 크기. 부피와 들이가 꼭 같지 않고 같은 부피더라도 최대한 담을 수 있는 양인 들이는 다를 수 있다. • 들이와 부피는 밀접한 관련이 있다. 부피는 입체 도형이 차지하는 공간의 크기를 의미하고 들이는 그 속에 채울 수 있는 정도를 의미한다. 학생들에게 들이는 부피를 익히기 전에 유의미한 경험이 될 수 있다. 
<p>넓이와 높이로 비교</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 부피는 넓이와 높이를 가진 물건이 차지하는 공간의 크기로 바깥쪽의 크기까지 모두 포함한 개념, 들이는 용기의 두께를 제외한 안쪽 공간의 크기를 의미. • 부피는 넓이와 높이를 가진 물건이 차지하는 공간의 크기로 겉의 넓이까지 고려하는 반면 들이는 안쪽 공간의 크기만을 나타낸다. • 부피는 넓이와 높이를 가진 물체가 차지하는 공간의 크기를 말하며 들이는 용기 속에 들어갈 수 있는 액체나 기체의 부피를 뜻한다.
<p>모양으로 비교</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 부피는 물체가 차지하고 있는 공간의 크기, 물건의 겉으로 드러난 넓이의 크기, 체적. 들이는 담을 수 있는 공간의 크기, 겉모습과 상관없음. • 들이는 안쪽 공간의 크기를 말하고 부피는 일정 공간을 채운 상태를 말한다. 들이는 물병 등 울퉁불퉁한 모양까지도 표현. 하지만 부피의 경우 직육면체 등에 많이 사용된다.
<p>부피를 넘진 물의 양과 관련</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 들이는 안에 얼마나 들어가는지와 관련된 개념이고, 부피는 물을 얼마나 밀어내는지와 관련된 개념이다.

마지막으로 일부 교사들은 들이와 부피의 차이를 물을 담는 것과 물을 밀어내는 것으로 구분하여 설명하였다. 실제 교과서를 살펴보면 [그림 III-1]과 같이 용기의 들이를 비교하거나 측정할 때 액체를 가득 담아 채우는 활동을 제시하는 반면 [그림 III-2]와 같이 물체의 부피를 측정할 때 변화된 물의 높이나 넘친 물의 양을 알아보는 활동을 다루었다. 한편, 이와 같은 교사들의 반응은 들이와 부피의 측정 방법과도 관련되지만 교사들이 이를 측정 방법이 아니라 들이와 부피의 의미로 서술하였기 때문에 의미로 분류하였다.



(문교부, 1964, p. 44) (교육부, 2020a, p. 101)

[그림 III-1] 물을 채워 들이를 측정하는 방법



(문교부, 1956, p. 18) (교육부, 1997, p. 96)

[그림 III-2] 물의 높이로 부피를 측정하는 방법

들이와 부피를 비교하는 문항에 대한 교사 반응 중 측정 단위로 비교한 반응의 예를 살펴보면 <표 III-8>과 같다. 즉, 교사들은 들이와 부피의 단위가 다르고 1 세제곱센티미터와 1 밀리리터가 같다고 설명하였다. 앞서 살펴본 교과서 분석 결과에 따르면 대부분 교과서에서 들이의 단위로 리터와 밀리리터를 제시하고 부피의 단위로 세제곱센티미터와 세제곱미터를 제시하고 있다. 또한 2009 개정과 2015 개정 교과서를 제외한 나머지 교과서에서는 들이와 부피의 단위 사이의 관계를 다루어왔기 때문에 이러한 교과서 구성을 고려했을 때 교사들 역시 들이와 부피의 차이점을 단위 측면에서 설명하였다고 파악된다.

<표 III-8> 측정 단위의 차이로 들이와 부피를 비교한 교사들의 반응의 예

-
- 들이와 부피의 단위가 다릅니다.
 - 1 세제곱센티미터가 1밀리리터랑 같음.
 - $1\text{cm}^3=1\text{mL}$ (사용하는 단위가 다르다.)
-

측정 대상을 구분하여 들이와 부피를 비교한 반응들도 있었다. 이와 관련된 교사 반응의 예는 <표 III-9>와 같은데, 들이는 액체나 형태가 있지 않은 물체를 측정하는 것이고 부피는 고체나 기체, 형태가 고정되어 있는 물체를 측정하는 것으로 구분하였다. 교과서를 살펴보면 들이는 용기에 물이나 주스 등의 액체를 채우는 상황과 관련되고 부피는 직육면체나 정육면체가 차지하는 공간을 구하는 상황과 관련되기 때문에 측정 대상의 차이점을 기준으로 들이와 부피를 구분하여 설명한 것이라 짐작할 수 있다.

<표 III-9> 측정 대상의 차이로 들이와 부피를 비교한 교사들의 반응의 예

-
- 들이는 액체를 재는 단위, 부피는 고체를 재는 단위.
 - 들이는 액체의 경우 측정하는 단위, 부피는 물체의 공간에서 차지하는 크기를 측정하는 단위.
 - 모르겠다... 들이는 액체를 표현하고 부피는 기체를 표현하는가?
 - 들이는 물이나 모래 등과 같이 형태가 형성되어 있지 않은 물체를 측정하는 것으로, mL, L 등의 단위를 사용하고, 부피는 상자, 주사위 등 형태가 고정되어 있는 물체를 측정하는 것으로 cm^3 , m^3 등의 단위를 사용한다.
-

측정 방법의 차이로 들이와 부피를 비교한 반응을 살펴보면 <표 III-10>과 같이 들이는 물병의 크기를 빼야 한다고 설명하고 부피를 '가로×세로×높이'로 측정할 수 있다고 설명하였다. 이러한 반응은 들이와 부피의 측정 방법을 상이하게 인식하는 것으로, 부피는 일정한 길이의 가로, 세로, 높이를 곱하여 측정할 수 있는 반면 들이는 일정하지 않은 양을 측정해야하거나 부피에서 물병의 크기를 빼어 측정할 수 있다고 이해하고 있다.

<표 III-10> 측정 방법의 차이로 들이와 부피를 비교한 교사들의 반응의 예

<ul style="list-style-type: none"> • 들이-공간이 일정하지 않아도 양으로 따짐, 부피-가로, 세로, 높이의 길이로 양을 측정. • 들이는 물병의 크기?를 빼야한다. 1000ml 들어갔어도 들이를 쟀 물체의 두께를 빼면 1000ml가 아닐 수 있다. • 들이: 공간에 들어갈 수 있는 양. • 부피: 가로×세로×높이.
--

마지막으로 기타에 해당하는 반응의 예를 살펴보면 <표 III-11>과 같다. 교사들은 들이가 상대적이고 달라지는데 비해 부피는 표준 단위로 나타내고 달라지지 않는다고 설명했으며, 표를 이용하여 들이와 부피를 다양한 기준으로 비교하기도 하였다. 특히, 들이를 무게, 부피로 나타낼 수 있다고 제시하면서 들이를 부피뿐만 아니라 무게와 관련지은 점이 특징적이다. 이러한 반응의 이유는 들이와 무게를 같은 단원에서 제시하고 있기 때문이거나, 이전 교과서에서는 들이와 무게를 관련지어 단위를 변환한 적이 있기 때문이거나²⁾, 일상생활에서 어떤 용기의 들이를 나타낼 때 무게로 표시하는 경우가 있기 때문일 것이라 추측할 수 있다.

<표 III-11> 기타 유형으로 분류된 교사들의 반응의 예

<ul style="list-style-type: none"> • 들이는 용기에 따라 상대적, 들이를 표준 단위로 나타낸 것을 부피라고 합니다. • 들이는 용기의 상황에 따라 달라지지만 부피는 달라지지 않음.
--

1-2. 들이와 부피를 비교해 보세요. 들이	부피
정리 표준단위(단위) mL, L	한 물체가 차지하고 있는 공간의 크기 mm ³ , cm ³ , m ³ , km ³ 등
특징 무게, 부피로 나타낼 수 있다.	길이 → 넓이 → 부피로 유추.
죽점 같은 단위를 이용한 직점죽점	공식용 이용한 간접죽점.

다. 학생 이해 분석

들이 비교 상황에 관한 학생 지선이와 윤호의 대화를 제시하고 '3. 지선이와 윤호가 들이를 어떻게 이해하고 있는지 설명해 보세요.'라는 문항을 제시함으로써 교사들이 학생들의 문제 해결을 어떻게 이해하는지 분석하였다. 교사들의 반응을 살펴본 결과, <표 III-12>와 같이 '두 학생의 전략 분석', '피상적 분석', '한 학생의 전략 분석', '기타', '무응답'으로 구분할 수 있었다. 약 60%의 교사들이 두 학생이 각각 어떤 전략으로 문제를 해결했는지 분석하였고, 약 31%의 교사들이 특정 학생에 대한 언급 없이 피상적으로 문제 해결 전략을 분석하였다. 또한 약 3%의 교사들이 한 학생의 전략만을 분석하였고 약 6%의 교사들은 관련이 없거나 틀린 방법으로 전략을 분석하여 기타로 분류하였다.

²⁾ 예를 들어, 제4차 교과서를 살펴보면 '4℃에서 물1cm³의 무게는 1g이라고 한다.' '물 1l의 무게가 1kg이므로, 1l의 들이는 1000cm³의 부피와 같다고 할 수 있는가?'라는 내용이 제시된다(문교부, 1983, p. 76).

<표 III-12> 문항 3에 대한 교사들의 반응(N=157)

반응 유형	두 학생의 전략 분석	피상적 분석	한 학생의 전략 분석	기타	무응답
명	94	49	4	9	1
(%)	(59.9)	(31.2)	(2.6)	(5.7)	(0.6)

우선, 두 학생의 전략을 분석한 교사들의 반응 중의 대표적인 예를 학생 지선이와 윤호로 구분하여 살펴보면 <표 III-13>과 같다. 교사들은 공통적으로 지선이와 윤호의 해결 전략이 다르지 않다고 평가하면서 지선이는 들이를 높이로만 비교하고 윤호는 들이와 부피의 차이를 알지 못한다고 분석하였다. 일부 교사들은 지선이의 반응에 대해 많은 학생들이 가지고 있는 생각이며 들이를 비교할 때 밀넓이와 용기 모양을 고려하지 못하거나 3차원적으로 생각하지 못하고 있다고 설명하였다. 윤호의 경우 들이 개념을 잘 이해하지 못하여 내부 공간이나 용기 두께 등을 고려하지 못한 점을 문제로 제시하였다. 교사들에게 제시한 문제 상황이 2015 개정 교과서에서 들이를 도입할 때 제시되는 상황과 유사하다는 점을 고려했을 때, 학생들의 해결 전략에 대한 이와 같은 교사들의 반응은 들이를 비교할 때 고려해야 할 사항과 관련하여 교과서에서 의도하는 바를 교사들이 잘 이해하고 있다고 할 수 있다는 점에서 긍정적이다.

<표 III-13> 학생들의 전략을 분석한 교사들의 반응의 예

지선	윤호
<ul style="list-style-type: none"> • 들이의 직관적 비교시 ‘높이’를 가지고 비교함. 많은 학생들이 높이가 더 높은 그릇의 들이가 크다고 생각함. 	<ul style="list-style-type: none"> • ‘들이’의 개념을 모르는 경우. 내부의 공간 크기를 생각해야 하는데 같은 보고 판단함.
<ul style="list-style-type: none"> • 들이와 부피의 차이는 이해하고 있으나 그릇의 높이만 보고 들이를 판단하였다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 들이와 부피의 차이를 이해하지 못함.
<ul style="list-style-type: none"> • 높이가 높을수록 부피가 커진다는 것은 알고 있으나 밀넓이가 같고, 용기의 모양이 같아야 한다는 것은 잘 알지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 용기의 두께와는 상관없이 크기가 크면 들이가 커질거라고 생각하고 있다.
<ul style="list-style-type: none"> • 들이가 3차원이라는 것을 생각하지 못하고 2차원적으로 높이로 보고 있으며, 	<ul style="list-style-type: none"> • 들이가 안에 들어가는 부피라는 것의 의미를 잘 모르고 단순히 들이를 물체의 부피로 잘못 생각하고 있다.
<ul style="list-style-type: none"> • 들이를 병의 ‘높이’로만 비교하였음. 	<ul style="list-style-type: none"> • 들이를 병의 ‘크기’로만 비교하였음.

다음으로 피상적 분석을 한 교사들의 반응을 살펴보면 학생들이 어떻게 이해하고 있는지에 대해 ‘들이와 부피를 제대로 이해하지 못했습니다.’ 또는 ‘들이의 정확한 개념을 모릅니다.’ 등과 같이 설명하였다. 이와 같은 교사들의 분석은 완전히 틀렸다고 할 수는 없으나 학생들이 정확히 무엇을 알지 못하는지에 대해 명확히 설명하지 못하고 있다. 실제 교실에서 교사들은 지선이나 윤호와 같이 문제를 해결하는 학생들을 접할 수 있기 때문에 학생들의 이해를 보다 상세하고 분명하게 파악할 필요가 있다.

기타로 분류된 교사들의 반응의 예는 <표 III-14>와 같다. 교사들의 반응을 살펴보면 일부 교사들은 들이를 구하기 위해 밀넓이와 높이를 곱해야 하는데 이를 모르고 있으며, 물체의 재질이나 물병의 둘레를 고려하지 못하고 있다고 파악하였다. 이러한 응답을 통해 부피 구하는 방법을 이용하여 들이를 구할 수 있다고 생각하거나 들이에서 물체의 재질이나 용기의 둘레를 고려해야 한다고 인식하는 교사들이 있다는 것을 알 수 있다.

<표 III-14> 기타로 분류된 교사들의 반응의 예

- 들이는 그릇에 들어가는 양을 표현하는 단위(안쪽 공간의 크기)이므로, 실제 담기는 양을 비교해야 함. 밑넓이와 높이를 구해 비교해야 함.
- 지선이와 윤호는 물체의 재질은 고려하지 않고 부피의 개념으로 들이를 이해하고 있다. 또한 높이뿐만 아니라 밑면의 넓이를 고려해야 한다는 것을 모르고 있다.
- 들이는 높이와 밑넓이를 곱해야 함. 지선은 밑넓이를 무시하고 우유병에 들이가 가장 크다고 생각했으며, 윤호는 물병의 겉모습만 보고 판단함.
- 윤호 : 물병의 두께를 생각하지않고 있다. 지선 : 들이는 높이뿐만 아니라 둘레도 생각해야하는데 높이만 생각했다.

라. 지도 방법 제시

교사들의 지도 방법을 알아보기 위하여 '선생님이 지선이와 윤호의 담임교사라면, 지선이와 윤호의 수학 학습을 도울 수 있도록 어떠한 활동이나 설명을 추가로 제시하고 싶나요? 그 이유도 자세히 설명해 주세요.'라는 문항을 제시하고 문항에 대한 교사들의 응답 결과를 분석하였다. 분석 결과, 교사들의 반응은 <표 III-15>와 같이 '비교 실험', '개념 설명', '실생활 예 이용', '기타'로 구분할 수 있었다. 가장 높은 약 77%의 교사들이 들이나 부피를 비교하는 실험을 할 것이라 응답하였으며, 다음으로 약 13%의 교사들이 들이와 부피의 개념을 직접 설명할 것이라 하였다. 약 5%의 교사들은 들이가 이용되는 실생활의 예를 찾아보게 할 것이라고 설명하였다. 기타로 분류된 나머지 약 6%의 교사 반응의 경우, 앞에서 제시한 비교 실험이나 개념 설명, 실생활 예 이용으로 분류되지 않는 반응들로 지도 방법을 피상적으로 제시하여 의미가 모호하거나 하나의 기준으로 분류되지 않은 반응들이 포함된다.

<표 III-15> 문항 4에 대한 교사들의 반응(N=157)

반응 유형	비교 실험	개념 설명	실생활 예 이용	기타
명	121	20	7	10
(%)	(77.1)	(12.7)	(4.5)	(5.7)

우선, 들이 또는 부피의 비교 실험을 하고 싶다는 교사들의 반응의 예를 살펴보면 <표 III-16>과 같다. 공통적으로 문제 상황에 제시된 우유병, 주스병, 물병의 들이를 비교하는 실험을 직접 해봄으로써 학생들이 가지고 있는 오개념을 해소하고자 하였으나, 비교하는 방법에 있어서 조금씩 차이를 드러냈다. 대부분 우유병, 주스병, 물병에 담긴 물을 같은 크기의 그릇이나 비커에 쏟아서 높이를 비교하는 간접 비교 방법이나 컵과 같은 임의 단위를 이용한 들이를 측정하여 비교하는 방법을 추가로 제시하는 것이 도움이 될 것이라고 설명하였다. 일부 교사들의 경우 우유병에 물을 가득 담아 주스병에 쏟아보거나 주스병의 물을 가득 담아 물병에 쏟아보는 등의 직접 비교 방법을 제시하기도 하였는데 이와 같은 들이의 비교 및 측정 방법들은 대부분 교과서에서 다루고 있는 방법들이다. 한편, 색깔물을 이용하여 투명 용기에 담아 보고 이를 비커에 옮겨 들이를 비교하는 방법을 제시한 교사들도 있었는데 이러한 방법은 물병에 들어가는 물의 양을 시각적으로 확인할 수 있고 들이가 무엇인지 이해할 수 있는 기회를 제공하므로 의미 있는 활동이라 파악된다.

<표 III-16> 비교 실험과 관련된 교사들의 반응의 예

비교 방법	예
간접비교	<p>실제로 우유병, 주사병, 물병에 물과 같은 액체를 가득 담은 후 같은 크기의 3 그릇안에 쏟아서 비교한다.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 학생들에게 실험 전 미리 어느병의 물이 더 많은지 예상해나게 함 • 물병의 경우 크기에 비해 물이 적은 이유를 묻는다. <p>이러한 실험을 통해 물이 부피에 들어가는 물체의 양만큼 이해 시킴.</p>
임의 단위에 의한 비교	<p>먼저 어떤 병이 물이 가장 많은지 순서를 정해 어렵게 보게 한다. 그 다음으로 똑같은 크기의 컵을 사용하여 물을 가득 채운 다음, 각각의 병에 부어 얼마만큼이 들어가는지 비교하는 활동을 하게 함으로써 병의 높이, 병의 너비 병의 두께를 함께 고려해야 함을 인지하게 한다.</p>
간접비교 와 직접비교	<ul style="list-style-type: none"> • 물이든 무엇든 의미했지? • (치킨이든 뭐라도) 높이가 긴 병 (실제로 물이 더 많은 병), 높이가 낮지만 (물만 물만 (물만) 부피가 적은 병 (물만 더 큰 병), 부피가 큰 병 (물만 적은 병) 을 준비하고 각각 물을 넣은 다음 비교해 보게 한다. 자연적 이해가 안되는 상황이면, 저 크기의 $\frac{10}{2}$ 컵이 들어 보거나, 하나에 물을 가득 채워 또 하나 $\frac{10}{2}$ 개 (간접비교) 다른 크기에 보여 주는 (직접비교) 방법을 사용
색깔물을 이용하여 비교	<ul style="list-style-type: none"> • 걸보기의 크기는 같지만 물이 다른 투명 용기에 색깔물을 가득 담아 보고, 비커를 이용하여 담긴 물의 양(높이) 비교하기, 걸보기의 크기가 다르지만 물이 같은 투명 용기로 물이 비교하기 활동을 통해 물이 걸보기의 크기와 상관없다는 것을 이해하 도록 지도한다.

다음으로 약 13%의 교사들은 들이 또는 부피의 개념을 설명해야 한다고 응답하였다. 즉, <표 III-17>과 같이 교사들은 들이와 부피의 개념을 서로 비교하여 설명해야 한다는 응답을 제시하고 있다. 분명 문제 상황에 제시된 지선이와 윤호의 들이 비교 방법을 살펴보면 학생들이 들이와 부피 개념을 정확히 모르고 있을 것이라 예상할 수 있기 때문에, 들이와 부피 개념을 명확하게 이해할 수 있는 기회를 제공할 필요가 있다. 하지만 현재 2015 개정 교과서의 들이와 부피 도입 시기 및 정의 방식을 고려했을 때 교사들이 들이와 부피를 어떻게 도입하고 정의할 것인지에 대한 상세한 논의가 이루어져야 할 것이다.

<표 III-17> 개념 설명과 관련된 교사들의 반응의 예

<ul style="list-style-type: none"> • 들이의 정확한 개념을 알려주고, 부피, 높이 등 비슷하지만 다른 수학적 개념과 비교하여 설명해준다. • 들이와 부피의 개념을 명확히 짚어주고 높이가 높다고 들이가 클까라는 질문을 통해 학생들이 생각할 수 있도록 할 것이다. • 먼저 부피와 들이의 차이점을 분명하게 이야기 해주면 좋을 것 같습니다. • 들이와 부피를 비교하는 설명이 필요함. 들이를 알아보는 동영상 자료가 있다면 직접 보고 느낄 수 있도록 지도.

약 5%의 교사들은 실생활에서 들이 또는 부피가 이용되는 예를 통해 들이의 개념과 단위에 대해 이해할 수 있는 기회를 제공해야 한다고 설명했다(<표 III-18> 참조). 실생활에서 들이가 사용되는 다양한 예를 찾아보는 활동은 들이의 필요성과 개념을 이해하는데 도움이 될 수 있을 것이고 들이의 단위를 약속하는 것은 양감을 형성하는데 도울 수 있을 것이다. 하지만 검사지에 제시된 문제 상황은 들이를 비교하는 활동에 관한 것이므로, 실

생활의 다양한 예를 통해 들이 비교에서 어려움을 겪는 학생들을 어떻게 지도할 수 있을지에 대한 논의가 이루어질 필요가 있다.

<표 III-18> 실생활 이용과 관련된 교사들의 반응의 예

-
- 직접 마트나 슈퍼에 가서 들이를 이용하는 사례를 찾아 사진을 찍어보고 친구들과 비교해보면서 ml 와 L의 개념에 대해 약속할 수 있도록 하면 더 쉽게 들이를 배울 수 있을 것이다.
 - 들이와 부피를 사용하는 실생활의 예와 단위를 함께 알려주고 싶다.
-

마지막으로 기타로 분류된 반응을 살펴보면 <표 III-19>와 같다. 기타에 해당하는 반응들은 앞서 살펴본 비교 실험, 개념 설명, 실생활 예 이용으로 분류되지 않는 반응들로, 기타에 해당하는 교사들의 비율이 높지는 않지만 교사들의 지도 방법을 이해하는 측면에서 살펴보았다. 예를 살펴보면 수조에 물 채우기를 통하여 들이 개념을 지도하거나 구체적 조작활동으로 오개념을 교정하고 싶다는 반응이 있는데 명확히 어떻게 지도할 것인지를 알 수 없어 기타로 분류되었다. 또한 그림을 비교하거나 잘라서 들이를 비교해보는 활동을 제시한 반응들도 있었는데 이는 길이와 넓이와 같은 속성을 비교할 때는 가능하지만 3차원 속성인 들이를 그림을 잘라 비교하는 것이 무리가 있다. 하지만 이러한 활동은 들이를 비교할 때 학생들이 범할 수 있는 오개념 중 하나로 눈에 보이는 부분만 비교하여 3차원 속성을 2차원적으로 비교해도 되는지에 대한 의사소통을 할 수 있는 기회를 제공할 수 있다.

<표 III-19> 기타로 분류된 교사들의 반응의 예

-
- 들이의 개념을 수조에 물 채우기를 통해 알 수 있도록 하고 싶다.
 - 구체적 조작활동으로 오개념을 고쳐주고 싶음.
 - 동일한 가로 세로에 종이를 달리하여 안치수를 비교하여 부피를 양으로 비교하도록 한다.
 - 그림을 잘라서 같은 크기의 상자에 빈틈이 없이 채워서 비교한다.
-

IV. 결론 및 제언

본 연구에서는 이론적 고찰을 바탕으로 들이의 개념 및 들이와 부피의 관계가 제1차 교과서부터 2015 개정 교과서까지 어떻게 반영되어 있는지 문헌을 분석하였고, 초등학교 교사 157명을 대상으로 들이 개념에 대한 이해를 살펴보기 위한 조사 연구를 수행하였다. 연구 결과를 통한 결론 및 논의를 제시하면 다음과 같다.

첫째, 본 연구에서 제1차 교과서부터 2015 개정 교과서까지 분석한 결과를 살펴보면 제1차 교과서를 제외한 나머지 교과서에서 들이를 정의하지 않고 사용해왔다는 것을 알 수 있다. 즉, 제1차 교과서에서 들이를 ‘그릇의 속부피’로 정의한 것 이외에 제2차 교과서에서부터는 ‘그릇의 들이’ 또는 ‘1L 들이의 그릇’ 등과 같이 들이가 무엇인지 정의하지 않고 용어를 사용해 왔다. 또한 제1차 교과서부터 2007 개정 교과서에서는 부피에 관한 단원에서 한 변의 길이가 10cm인 정육면체를 제시하면서 이 그릇의 들이를 1L라 하고 $1000\text{cm}^3=1\text{L}$ 관계를 제시하였다. 하지만 2009 개정 교과서에서부터는 정육면체 내부 부피를 들이라고 설명하지 않고 $1000\text{cm}^3=1\text{L}$ 의 관계 또한 명시적으로 드러내지 않았다. 따라서 지금까지의 교과서에서는 전반적으로 들이 개념을 정의하지 않고 사용해왔으며 들이와 부피의 관계에 있어서도 의미상의 관계보다는 단위 사이의 관계를 다루어왔는데 이 또한 최근 2009 개정 교과서부터는 다루지 않고 있다는 것을 알 수 있다. 이를 통해 교과서를 개발할 때 교과서 집필진은 학생들이 들이를 정의하지 않고도 쉽게 이해할 수 있을 것이라 기대하거나 한편으로 들이를 정의하는 것이

쉽지 않은 일이라 추측된다.

한편, 초등학교 교사들의 대부분은 들이의 의미를 ‘용기 안쪽 공간의 크기’ 또는 ‘용기에 담을 수 있는 양’으로 설명하였고, 일부 교사들은 들이를 ‘용기 내부 부피’로 생각하고 있었다. 교사들이 제시한 이와 같은 들이의 개념은 교과서에서 다루고 있는 들이의 상황에 적절하다는 점에서 고무적이다. 하지만 들이를 용기 내부의 공간 또는 부피로 보는지, 아니면 용기에 담을 수 있는 양으로 보는지는 서로 유사하지만 동일한 의미를 가지는 것이 아니기 때문에, 교사들의 이러한 응답 결과는 들이의 개념이 무엇인지 명확히 할 필요가 있다는 것을 시사한다. 물론 부피 개념이 현행 2015 개정 교과서의 6학년에서 ‘어떤 물건이 공간에서 차지하는 크기’로 제시된다는 점을 고려했을 때, 3학년에서 부피와 관련지어 들이 개념을 설명하기가 쉽지 않을 것이라 판단된다. 하지만 현행 교과서처럼 들이와 부피의 관계를 고려하지 않은 채 별개로만 다루어진다면 들이와 부피를 이분법적인 측정 속성으로 인지하거나 들이 단위로 소개되는 리터나 밀리리터를 들이의 측정 단위로만 인식할 가능성을 배제할 수 없다. 이에 학생들에게 들이를 처음 도입할 때 들이 개념을 명확히 인식할 수 있도록 상황이나 맥락을 일관되고 다양하게 제시하고, 부피 개념을 도입할 때는 들이 개념과 관련지어 다루되 단위 환산에 치우치지 않도록 주의할 필요가 있다. 뿐만 아니라 교사들도 들이의 개념 및 들이와 부피의 관계를 명확하게 이해하고 지도할 수 있도록 교사용 지도서에 이를 좀 더 자세히 명시할 필요가 있다고 사료된다. 더 나아가 차기 교육과정 개발 시 들이와 부피 개념을 서로 관련하여 지도할 수 있는 방안에 대한 논의가 필요해 보인다.

둘째, 본 연구 결과 제1차 교과서부터 2007 개정 교과서까지 들이와 부피의 관계를 다루었고 최근 2009 개정 교과서와 2015 개정 교과서에서는 다루지 않고 있다는 것을 알 수 있다. 제1차 교과서에서는 부피를 다루는 단원에서 ‘그릇의 속 부피’를 들이로 설명하고 직육면체나 정육면체의 부피 구하는 방법을 이용하여 들이를 구하였다. 제2차 교과서부터는 들이가 무엇인지 명확히 설명하지 않지만 한 모서리가 10cm인 정육면체의 부피가 들이 1L와 같다고 설명하거나 직육면체나 정육면체의 내부 부피를 구하고 이를 들이와 관련짓는 활동이 제시된다. 초등학교에서 시간, 길이, 각도, 들이, 무게, 넓이, 부피의 측정 속성을 다룰 때 각 측정 속성 내에서 단위 사이의 관계를 다루지만 측정 속성 간의 단위 사이의 관계를 다루는 것은 들이와 부피가 유일하다고 할 수 있다. 이 때 들이와 부피의 개념 및 관계를 다루지 않고 단위 사이의 관계만 다룬다면, 들이의 단위로 제시되는 L, mL를 부피의 단위로 인식하지 못할 수도 있을 것이라 생각된다. 실제 본 연구에서 들이와 부피를 비교하는 문항에 대해 초등학교 교사들은 대부분 들이와 부피의 공통점보다는 차이점을 설명하였고 일부 교사들의 경우 들이와 부피의 측정 단위나 측정 대상이 서로 다르다는 응답을 제시하기도 하였다. 학생들의 전략을 분석하는 경우 약 60%의 교사들이 두 학생의 전략을 분석하였다는 점에서 긍정적이나, 그 외의 교사들은 학생들의 이해를 상세히 분석하지 못하거나 물체의 재질이나 용기의 둘레가 들이와 관련된다고 응답하였다. 이러한 결과는 교사들이 들이와 부피의 측정 속성과 그 관계를 분명하게 이해할 수 있는 기회가 필요하다는 것을 드러낸다.

한편, 일본과 싱가포르의 수학 교과서나 호주의 수학 교육과정을 살펴보면 용량을 부피와 관련지어 설명하고 있다(방정숙 외, 2016; NSWED, 2017). 서동엽 외(2019)에 의하면 수학 교육 전문가들은 들이의 지도 방안에 대해 들이를 부피의 특정한 상황에 대한 것으로 나타내거나 들이와 부피를 별도로 도입한 뒤 연결해야 한다는 의견을 제시했다. 또한 본 연구에서 초등학교 교사들은 비교 실험이나 개념 설명을 통하여 들이와 부피를 비교하여 이해할 수 있도록 해야 한다는 응답을 드러냈다. 따라서 리터(L)를 부피가 아닌 들이 단위로만 인식하거나 들이와 부피를 별개의 측정 속성으로 인식하지 않기 위하여 들이와 부피의 개념과 측정 단위를 연결할 수 있도록 들이와 부피의 관계를 명확히 할 필요가 있다.

셋째, 본 연구에서 교과서에 제시된 들이의 의미를 살펴본 결과, 들이의 의미가 일관되게 사용되지 않았다는 것을 알 수 있다. 제1차 교과서부터 현행 2015 교과서까지 들이의 도입과 비교 상황을 살펴보면 들이는 용기에 최대한 담을 수 있는 양 또는 용기 내부의 크기나 부피를 의미하는 것으로 추측할 수 있었다. 한편 제6차 교과서부터 ‘들이의 합과 차’ 또는 ‘들이의 덧셈과 뺄셈’이라는 차시가 제시되는데 차시에 포함된 활동과 관련지어 보

면 이때의 들이는 액체의 양이나 부피를 의미하는데 이는 앞서 살펴본 들이의 의미와 동일하다고 할 수 없다.

따라서 물이나 액체의 양을 더하는 상황이 과연 들이와 관련된 덧셈인지 논의할 필요가 있다. 예를 들어, 우리나라 제5차 교과서에서도 ‘액체의 양의 합과 차’라는 차시명을 제시했었고, 일본의 초등학교 수학 교과서인 「Study with your friends mathematics for elementary school」(Hitotsumatsu et al., 2011)을 살펴보면 용량이라는 용어 대신, 용기에 들어있는 주스의 양을 서로 더해보는 것으로 설명하고 있다. 따라서 우리나라 교과서의 들이 단원에서 다루는 상황이 들이의 의미에 적합한지, 이러한 상황에서 들이의 의미가 일관되게 사용되는지 등을 면밀하게 검토할 필요가 있다. 특히 교과서나 교사용 지도서에서 들이를 정의하지 않기 때문에 이러한 작업은 더욱 필요하다고 본다. 또한 들이의 단위로 제시되는 리터는 들이를 측정하기 위하여 사용할 수 있지만 들이만을 나타내는 단위가 아니기 때문에, 현재 들이의 덧셈과 뺄셈 차시에서 다루는 액체의 양을 더하거나 빼는 상황이 들이의 의미와 부합되는지 재고해 보아야 한다고 판단된다. 이에 현재 교과서에 제시된 상황과 같이 물이나 주스의 양을 서로 더하거나 빼는 경우에는 ‘물의 양의 덧셈과 뺄셈’ 또는 ‘주스의 양의 덧셈과 뺄셈’과 같이 맥락에 제시된 액체의 종류를 포함한 차시명으로 변경하여 제시하는 것이 상황에 적합한 차시명이라 판단된다. 현재처럼 ‘들이의 덧셈과 뺄셈’이라는 차시명을 유지한다면 단지 물이나 주스 등의 액체의 양을 더하거나 빼는 것이 아니라 용기에 최대한 담을 수 있는 물질의 부피라는 들이의 의미와 관련된 상황이 제시되어야 할 것이다.

본 연구에서는 들이의 의미와 관련하여 우리나라 교과서와 초등학교 교사들의 이해 실태를 살펴보았다. 본 연구를 통하여 드러난 들이 지도에 관한 논의를 바탕으로 들이의 의미와 들이와 부피의 관계를 명확히 할 수 있는 교과서 개발과 지도 방향을 모색하는데 조금이나마 도움이 되기를 기대한다.

참 고 문 헌

- 고호경 외 (2020). 중학교 수학 1. 서울: 교학사.
- Ko, H. K. (2020). *Middle school mathematics 1*. Seoul: Kyohak.
- 교육부 (1996). 수학 3-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1996). *Elementary school mathematics 3-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 교육부 (1997). 수학 익힘책 5-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1997). *Elementary school mathematics workbook 5-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 교육부 (2001). 수학 3-나. 서울: 대한교과서주식회사.
- Ministry of Education (2001). *Elementary school mathematics 3-2*. Seoul: Daehan.
- 교육부 (2002). 수학 6-가. 서울: 대한교과서주식회사.
- Ministry of Education (2002). *Elementary school mathematics 6-1*. Seoul: Daehan.
- 교육과학기술부 (2010a). 수학 3-2. 서울: 두산교육.
- Ministry of Education, Science and Technology (2010a). *Elementary school mathematics 3-2*. Seoul: Doosan.
- 교육과학기술부 (2010b). 수학 6-2. 서울: 두산교육.
- Ministry of Education, Science and Technology (2010b). *Elementary school mathematics 6-2*. Seoul: Doosan.
- 교육부 (2014). 수학 3-2. 서울: 천재교육.
- Ministry of Education (2014). *Elementary school mathematics 3-2*. Seoul: Chunjae.
- 교육부 (2015). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8].
- Ministry of Education (2015). *Mathematics curriculum*. Ministry of Education Notice No. 2015-74 [Separate 8].
- 교육부 (2018). 수학 지도서 6-1. 서울: 천재교육.
- Ministry of Education (2018). *Elementary school mathematics teacher's guidebook 6-1*. Seoul: Chunjae.

- 교육부 (2019). 과학 지도서 3-2. 서울: 비상교육.
- Ministry of Education (2019). *Elementary school science teacher's guidebook 3-2*. Seoul: Visang.
- 교육부 (2020a). 수학 3-2. 서울: 비상교육.
- Ministry of Education (2020a). *Elementary school mathematics 3-2*. Seoul: Visang.
- 교육부 (2020b). 수학 6-1. 서울: 비상교육.
- Ministry of Education (2020b). *Elementary school mathematics 6-1*. Seoul: Visang.
- 김성규 (2012). 초등학교 학생들의 생활 속 과학단위 인식과 이해. 과학교육연구지, **36(2)**, 235-250.
- Kim, S. K. (2012). Elementary schooler's recognition and understanding of the scientific units in daily life. *Journal of Science Education*, **36(2)**, 235-250.
- 김수미 (2019). 미국 초등학교에서 쓰이는 수학용어사전. 서울: 교우사.
- Kim, S. M. (2019). *A dictionary of mathematical terms used in American primary schools*. Seoul: Kyowoo.
- 김수환 외 7인 (2009). 초등학교수학과 교재연구. 서울: 동명사.
- Kim, S. H. et al. (2009). *Study on elementary school mathematics textbooks*. Seoul: Dongmyeong.
- 김지혜 (2013). 들이와 무게에 대한 한국과 일본의 초등수학교과서 비교 연구. 서울교육대학교 교육대학원 석사 학위논문.
- Kim, J. H. (2013). *A comparison study of capacity and weight of elementary school mathematics textbooks between Korea and Japan*. Master's Thesis, Seoul National University of Education.
- 문교부 (1955). 산수 3-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1955). *Elementary school mathematics 3-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1956). 산수 5-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1956). *Elementary school mathematics 5-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1964). 산수 2-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1964). *Elementary school mathematics 2-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1966). 산수 5-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1966). *Elementary school mathematics 5-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1972). 산수 3-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1972). *Elementary school mathematics 3-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1973). 산수 5-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1973). *Elementary school mathematics 5-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1982). 산수 3-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1982). *Elementary school mathematics 3-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1983). 산수 5-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1983). *Elementary school mathematics 5-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1987a). 산수 3-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1987a). *Elementary school mathematics 3-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1987b). 산수 5-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1987b). *Elementary school mathematics 5-2*. Seoul: National Education Textbook Co., Ltd.
- 방정숙·권미선 (2017). 초등학교 3~4학년군 수학·과학 교과서 비교 분석: 들이, 부피, 무게, 질량을 중심으로. 학교수학, **19(3)**, 617-638.
- Pang, J. & Kwon, M. S. (2017). An analysis of elementary mathematics and science textbooks for grades 3 and 4: focused on capacity, volume, weight, and mass. *School Mathematics*, **19(3)**, 617-638.

- 방정숙 · 권미선 · 김민정 · 최인영 · 선우진 (2016). 한국, 일본, 싱가포르, 미국의 초등학교 수학 교과서에 제시된 들이와 무게 지도 방안에 대한 비교분석. 한국초등수학교육학회지, **20(4)**, 627-654.
- Pang, J., Kwon, M., Kim, M., Choi, I., & Seon, W. (2016). A comparative analysis of capacity and weight in elementary mathematics textbooks of Korea, Japan, Singapore, and the US. *Journal of elementary mathematics education in Korea*, **20(4)**, 627-654.
- 변혜진 · 신향균 (2009). 측정 영역에 대한 초등 교사의 실태 분석. 한국초등교육, **20(1)**, 55-77.
- Byun, H. J. & Shin, H. K. (2009). An analysis of the elementary school teacher's current instruction for measurement. *The Journal of Korea Elementary Education*, **20(1)**, 55-77.
- 백대현 (2010). 초등학교 수학 교과서에 제시된 용어 사용과 표현의 적절성 고찰. 학교수학, **12(1)**, 61-77.
- Paek, D. H. (2010). A note on appropriate use and representation of terms in elementary school mathematics textbooks. *School Mathematics*, **12(1)**, 61-77.
- 서동엽 · 권석일 · 이지영 · 김선 (2019). 초등 수학 교과서의 어휘 개선 방안 연구. 한국과학창의재단 BD-1907-0002.
- Seo, D., Kwon, S., Lee, J., & Kim, S. (2019). *A study on the improvement of vocabulary in elementary school mathematics textbooks*. Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity BD-1907-0002.
- 유은진 (2013). 측정 경험을 활용한 들이와 무게 수업에서 나타나는 초등학교 3학년 학생들의 측정 감각 분석. 한국교원대학교 석사학위 논문.
- Y, E. J. (2013). *Analysis on elementary school third graders' measuring sense shown in the capacity and weight class using measuring experience*. Master's Thesis, Korea National University of Education.
- 이승은 · 이정은 · 박교식 (2018). 우리나라와 일본의 초등학교 수학과 교육과정 측정 영역 비교 분석: 외연량을 중심으로. 한국학교수학회논문집, **21(1)**, 19-37.
- Lee, S. E., Lee, J. E., & Park, K. S. (2018). A comparative analysis of measurement domain of elementary school mathematics curriculum in Korea and Japan: centered on extensive quantity. *The Korean School Mathematics Society*, **21(1)**, 19-37.
- 전은혜 (2017). 측정 영역의 핵심 교수·학습 요소를 기반으로 한 초등학교 3학년 들이 수업의 사례 분석. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Jeon, E. H. (2017). *An analysis of lessons about capacity for third graders based on key instructional elements of measurement*. Master's Thesis, Korea National University of Education.
- 최창우 (2019). 예비교사와 현직교사를 위한 초등수학 용어도우미: 측정 영역. 서울: 경문사.
- Choi, C. W. (2019). *Elementary school mathematical terms for helping pre-service teachers and in-service teachers: measurement domain*. Seoul: Kyeongmoon.
- 표준국어대사전 (2021). <https://stdict.korean.go.kr/search/searchResult.do>
- Standard Korean Language Dictionary (2021). <https://stdict.korean.go.kr/search/searchResult.do>
- 한국표준과학연구원 (2019). 국제단위계 (제9판). Retrieved from https://www.kriss.re.kr/standard/view.do?pg=explanation_tab_02
- Korea Research Institute of Standards and Science (2019). *The international system of units* (9th Ed.). Retrieved from https://www.kriss.re.kr/standard/view.do?pg=explanation_tab_02
- Hitotsumatsu, S., Masaki, K., Akai, T., Okada, Y., Machida, S., Moriya, Y., et al. (2011). *Study with your friends mathematics for elementary school 3-2*. Takeshi, Nara: GAKKOHTOSHO.
- Ho, A. & McMaster, H. (2019). Is 'capacity' volume? understandings of 11 to 12-year-old children. In G. Hine, S. Blackley, & A. Cooke (Eds.), *Mathematics education research: Impacting practice. Proceedings of the 42nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 356-363). Perth: MERGA.

- New South Wales Department of Education [NSWDE] (2017). *Teaching measurement: early stage 1 - stage 1*. Retrieved from <https://education.nsw.gov.au/content/dam/main-education/teaching-and-learning/curriculum/key-learning-areas/mathematics/media/documents/mathematics-es1-s1-teaching-measurement.pdf>
- Potari, D. & Spiliotopoulou, V. (1996). Children's approaches to the concept of volume. *Science Education*, **80**(3), 341-360.
- Reys, R., Lindquist, M. M., Lamdin, D. V., & Smith, N. L. (2014). *Helping children learn mathematics (11th ed.)*. New York: John Wiley & Sons.
- Sarama, J. & Clements, D. H. (2009). Geometric measurement, part 2: Area, volume, and angle. In J. Sarama, & D. H. Clements (Eds.), *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children* (pp. 293-316). New York: Routledge.
- Schubring, G. & Fan, L. (2018). Recent advances in mathematics textbook research and development: an overview. *ZDM*, **50**(5), 765-771.
- Zacharos, K., Antonopoulos, K., & Ravanis, K. (2011). Activities in mathematics education and teaching interactions. The construction of the measurement of capacity in pre-schoolers. *European Early Childhood Education Research Journal*, **19**(4), 451-468.

An Analysis of the Capacity Concept in Elementary School Mathematics: Focused on the Textbooks and Teacher Understanding

Kim, Jeongwon

Sintanjin Elementary School
E-mail: nymph019@hanmail.net

Pang, JeongSuk[†]

Korea National University of Education
E-mail: jeongsuk@knue.ac.kr

Capacity is a concept that has been covered in elementary mathematics textbooks but its meaning has not been accurately defined in the textbooks. Two units, liter (L) and milliliter (mL), are introduced as the units of capacity in the textbooks, but they are the units of volume according to the International System of Unit. These stimulated us to analyze what capacity is, and how the capacity is related to the concept of volume. This study scrutinized how the different elementary mathematics textbooks that were developed from the first national curriculum to the most recently revised curriculum introduced the capacity and explained the relationship between capacity and volume. This study also examined the understanding of capacity by elementary school teachers using a questionnaire. The results of this study showed that the concept of capacity has been mostly introduced in the third grade in common but that there were differences among textbooks in terms of how they presented and used the concept of capacity as well as whether they described its definition or relationship with the concept of volume. Regarding the results of teachers' understanding, most teachers could explain the capacity as either "the size of the inner space of the container" or "the amount that can be contained" but some of them provided only superficial or inappropriate feedback for the students with the common misunderstandings of capacity. Based on these results, this paper presents implications for textbook developers and teachers to better address the concept of capacity.

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

* Key words : capacity, volume, elementary mathematics textbook, teacher understanding

[†] corresponding author