

Offset Wrist를 갖는 6자유도 협동로봇의 역기구학 해석

Inverse Kinematic Analysis of a 6-DOF Collaborative Robot with Offset Wrist

김기성¹, 김한성^{2*}

Gi-Seong Kim¹, Han-Sung Kim^{2*}

〈Abstract〉

In this paper, the numerical inverse kinematics analysis is presented for a collaborative robot with an offset wrist. Robot manipulators with offset wrist are widely used in industrial applications, due to many advantages over those with wrist center and those with three parallel axes such as simple mechanical design, light weight, and so on. There may not exist a closed-form solution for a robot manipulator with offset wrist. A simple numerical method is applied to solve the inverse kinematics with offset wrist. Singularity is analyzed using Jacobian matrix and the numerical inverse kinematics algorithm is implemented on the real-time controller.

Keywords : Offset Wrist, Inverse Kinematics, Jacobian Matrix, Collaborative Robot, Real-Time Calculation

1 정회원, 경남대학교 기계융합공학과, 공학석사
E-mail: shark-cat@hanmail.net

2* 정회원, 교신저자, 경남대학교 기계공학부, 교수,
공학박사
E-mail: hkim@kyungnam.ac.kr

1 Dept. of Mechanical Convergence Engineering, Kyungnam University

2* Corresponding author, Dept. of Mechanical Engineering, Kyungnam University, Professor

1. 서론

직렬 매니플레이터(manipulator)의 역기구학[1]을 효율적으로 계산하는 것은 로봇 공학에 가장 중요한 기본적인 과제이고 산업 로봇시스템의 제어 및 응용을 위한 필수 요구사항이다. 일반적인 제조용 다관절 로봇과 같이 Spherical wrist를 갖는 직렬 매니플레이터는 세 개의 연속적인 조인트 축이 한 점에서 교차하여 해석적 역기구학 해가 존재하지만, 추가의 링크 또는 조인트 offset이 존재하는 경우에는 해석적 역기구학 해가 존재하지 않을 수 있다. 이러한 로봇 기구부 해석의 복잡성에도 불구하고 다양한 응용 예에서 필요한 성능을 제공하므로 추가의 offset이 포함된 로봇 기구부 사용이 산업용 로봇에서 증가되고 있다[2]. 관절 축이 평행하지 않고 offset wrist가 있는 로봇 매니플레이터는 높은 payload를 제공하지만 [3], 교차하거나 평행한 3개의 인접한 조인트 축이 존재하지 않으면 역기구학 해가 존재하지 않을 수 있다[4,5]. Offset wrist를 갖는 메커니즘에 관한 많은 연구가 진행되었다[6-8]. 로봇의 성능을 제한하는 특이점을 제거하기 위해 유니버설 조인트(universal joint) 형태의 offset wrist를 갖는 연구도 제시되었다[9]. Offset wrist 메커니즘에 대해 ADAMS 시뮬레이션을 수행하여 적절한 offset 수정 방법에 관한 연구도 제시되었다[10].

본 논문에서는 Universal robot[11] 구조에서 wrist 부에 위치한 4축을 3축에 이동 배치함으로써 wrist부의 중량 및 관성을 감소시킬 수 있어 가반하중 증가가 가능하고 보다 고속운동이 가능한 로봇기구 메커니즘을 제안한다. Offset wrist를 갖는 로봇 기구부에 대한 수치적 방법을 포함하는 역기구학 해석방법을 제시한다. 또한, 자코비안 행렬식을 이용한 특이성 해석결과를 제시하고 수치적 역기구학 해석알고리즘을 실시간 제어기에 적용하여 이의 유효성을 확인하였다.

2. 로봇의 기구학적 모델

제안하는 offset wrist를 갖는 6자유도 협동로봇의 기구학적 모델링을 Fig. 1과 같이 제시한다. 기구학적 모델에 대한 D-H 매개변수를 Table 1과 같이 나타낼 수 있다. Fig. 1과 같은 로봇 형상에 대한 조인트 변수(θ_i) 및 기준 좌표계 $O-x_0y_0z_0$ 에 대한 엔드이펙터(6번 조인트) 좌표계 $Q-x_6y_6z_6$ 의 동차변환 행렬은 다음과 같다.

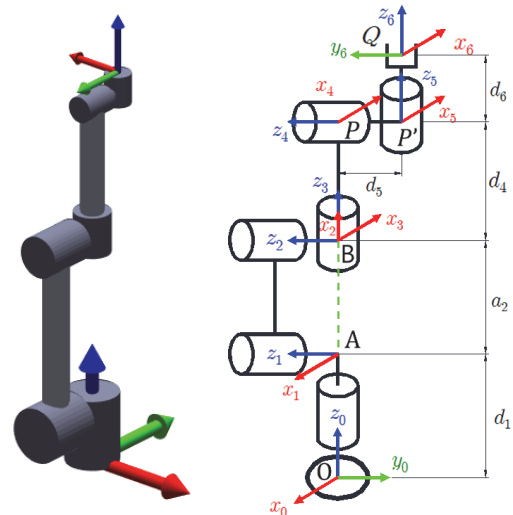


Fig. 1 Kinematic modeling of the robot with offset wrist

Table 1. D-H parameters for robot of kinematics modeling with offset wrist

Joint i	α_i	a_i	d_i	θ_i
1	$+90^\circ$	0	d_1	θ_1
2	0	a_2	0	θ_2
3	$+90^\circ$	0	0	θ_3
4	-90°	0	d_4	θ_4
5	$+90^\circ$	0	d_5	θ_5
6	0	0	d_6	θ_6

$$\theta = [0, \pi/2, \pi/2, 0, 0, 0]^T,$$

$${}^0A_6 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -d_5 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 + a_2 + d_4 + d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. 역기구학 해석

Offset wrist 구조의 협동로봇은 $d_5 \neq 0$ 인 wrist center를 갖지 않는 구조이다. Wrist center를 갖는 경우, Fig. 2와 같이 P 와 P' 가 일치하여 로봇 암 3축과 손목 3축을 분리하여 해석적 역기구학 해를 유도할 수 있다. 본 연구에서는 θ_6 만을 포함하는 비선형 방정식에 대하여 θ_6 를 수치적 방법으로 구하고, 기존 wrist center를 갖는 구조와 유사하게 P 점을 이용하여 로봇 암을 구성하는 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 을 해석적으로 구하고 이 결과를 이용하여 로봇 손목을 구성하는 θ_4, θ_5 를 해석적으로 연산할 수 있는 알고리즘을 제시하고자 한다.

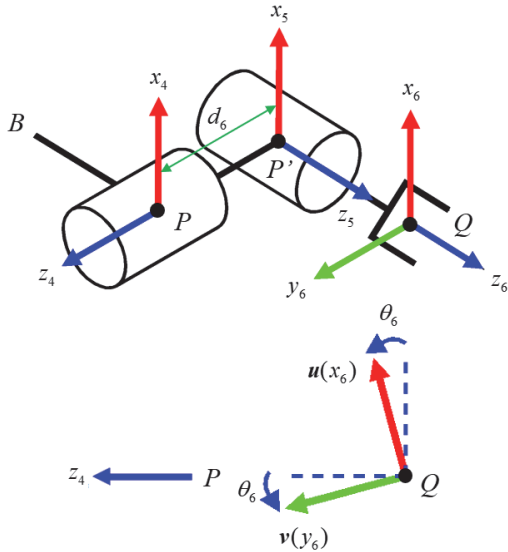


Fig. 2 Orthogonality condition for the robot with offset wrist

첫 번째로 θ_6 를 수치적 방법으로 구한다고 하면, 두 번째로 로봇 암에 대한 역기구학 해석을 유도한다. θ_6 를 이용하여 기준 좌표계 및 3번 조인트 좌표계에 대하여 P 점을 다음과 같이 구할 수 있다.

$${}^0\mathbf{p} = \overrightarrow{OP} = [p_x, p_y, p_z]^T = \mathbf{q} - d_6\mathbf{w} + d_5\mathbf{z}_4,$$

$${}^3\mathbf{p} = \overrightarrow{BP} = [0, 0, d_4, 1]^T \quad (1)$$

여기서 기준 좌표계에서 표현된 $\mathbf{u} = \mathbf{x}_6$, $\mathbf{v} = \mathbf{y}_6$, $\mathbf{w} = \mathbf{z}_6$ 로 정의하고 Fig. 2와 같이 \mathbf{z}_4 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{z}_4 = s\theta_6\mathbf{u} + c\theta_6\mathbf{v} \quad (2)$$

동차변환행렬을 이용하여 다음 관계를 유도할 수 있다.

$$({}^0A_1)^{-1} {}^0\mathbf{p} = {}^{1-1}A_3 {}^3\mathbf{p} \quad (3)$$

위 식을 정리하면 다음과 같은 3개 식을 구할 수 있다.

$$p_x c\theta_1 + p_y s\theta_1 = a_2 c\theta_2 + d_4 s\theta_{23} \quad (4)$$

$$p_z - d_1 = a_2 s\theta_2 - d_4 c\theta_{23} \quad (5)$$

$$p_x s\theta_1 - p_y c\theta_1 = 0 \quad (6)$$

식 (1)로부터 θ_1 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_1 = \text{Atan2}(p_y, p_x) \quad (7)$$

여기서, $\theta_1 = \theta_1^*$ 또는 $\theta_1 = \theta_1^* + \pi$ 로 2개의 해가 가능하다. ${}^0\mathbf{p} = [0, 0, p_z]^T$ 인 경우 θ_1 은 정의할 수 없는 특이점을 갖는다.

식 (4), (5), (6)의 양변을 제곱하여 더하면 θ_3 만의 수식을 얻을 수 있다.

$$2a_2d_4s\theta_3 = p_x^2 + p_y^2 + (p_z - d_1)^2 - a_2^2 - d_4^2 \quad (8)$$

θ_3 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_3 = \sin^{-1}\kappa \quad (9)$$

여기서, $\kappa = \frac{p_x^2 + p_y^2 + (p_z - d_1)^2 - a_2^2 - d_4^2}{2a_2d_4}$ 이고,

$\theta_3 = \theta_3^*$ 또는 $\theta_3 = \pi - \theta_3^*$ 로 2개의 해가 가능하다. 식 (4), (5)를 θ_2 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} a_2 + d_4s\theta_3 & d_4c\theta_3 \\ -d_4c\theta_3 & a_2 + d_4s\theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_2 \\ s\theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x c\theta_1 + p_y s\theta_1 \\ p_z - d_1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

식 (10)으로부터 θ_2 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_2 = \text{Atan2}(s\theta_2, c\theta_2) \quad (11)$$

세 번째로 로봇 손목에 역기구학 해석을 수행한다. 로봇 손목에 대한 회전행렬 3R_5 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$${}^3R_5(\theta_4, \theta_5) = {}^0R_3^T(\theta_1, \theta_2, \theta_3) {}^0R_6 {}^5R_6^T(\theta_6) \quad (12)$$

위 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} c\theta_4c\theta_5 - s\theta_4c\theta_5s\theta_5 \\ s\theta_4c\theta_5 & c\theta_4 & s\theta_4s\theta_5 \\ -s\theta_5 & 0 & c\theta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & a_{12} & * \\ * & a_{22} & * \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 $\mathbf{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$, $\mathbf{v} = [v_x, v_y, v_z]^T$, $\mathbf{w} = [w_x, w_y, w_z]^T$ 이고 $a_{12}, a_{22}, a_{31}, a_{33}$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_{12} &= s\theta_6(u_x c\theta_1 c\theta_{23} + u_y s\theta_1 c\theta_{23} + u_z s\theta_{23}) \\ &\quad + c\theta_6(v_x c\theta_1 c\theta_{23} + v_y s\theta_1 c\theta_{23} + v_z s\theta_{23}) \\ a_{22} &= -s\theta_6(-u_x s\theta_1 + u_y c\theta_1) \\ &\quad - c\theta_6(-v_x s\theta_1 + v_y c\theta_1) \\ a_{31} &= c\theta_6(u_x c\theta_1 c\theta_{23} + u_y s\theta_1 c\theta_{23} - u_z s\theta_{23}) \\ &\quad - s\theta_6(v_x c\theta_1 c\theta_{23} + v_y s\theta_1 c\theta_{23} - v_z s\theta_{23}) \\ a_{33} &= w_x c\theta_1 s\theta_{23} + w_y s\theta_1 s\theta_{23} - w_z c\theta_{23} \end{aligned} \quad (14)$$

식 (13)의 (3,1), (3,3) 원소로부터 θ_5 를 (1,2), (2,2) 원소로부터 θ_4 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_5 = \text{Atan2}(s\theta_5, c\theta_5) = \text{Atan2}(-a_{31}, a_{33}) \quad (15)$$

$$\theta_4 = \text{Atan2}(s\theta_4, c\theta_4) = \text{Atan2}(-a_{12}, a_{22}) \quad (16)$$

한편, θ_6 는 Fig. 2와 같이 \mathbf{z}_4 는 \overline{BP} 와 직교조건 ($\overline{BP} \cdot \mathbf{z}_4 = 0$)으로부터 수치적으로 구할 수 있다. θ_6 값을 가정하면 P 점을 구할 수 있고 로봇 암에 대한 역기구학 연산을 통하여 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 을 계산할 수 있다. 직교조건을 이용하여 θ_6 만의 변수를 갖는 수식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{BP} \cdot \mathbf{z}_4 \\ = d_4 \begin{bmatrix} c\theta_1 s\theta_{23} \\ s\theta_1 s\theta_{23} \\ -c\theta_{23} \end{bmatrix} \cdot (s\theta_6 \mathbf{u} + c\theta_6 \mathbf{v}) = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

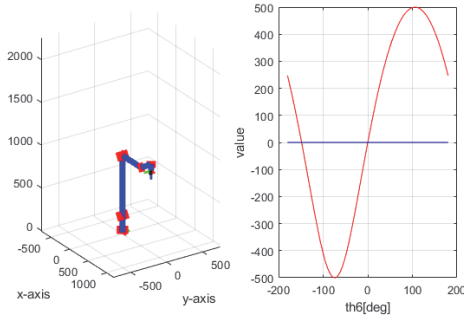


Fig. 3 Numerical analysis for θ_6

식 (17)의 직교조건은 식 (13)의 (3,2) 원소로부터도 구할 수 있다.

$$a_{32} = s\theta_6(u_x c\theta_1 s\theta_{23} + u_y s\theta_1 s\theta_{23} - u_x c\theta_{23}) + c\theta_6(v_x c\theta_1 s\theta_{23} + v_y s\theta_1 s\theta_{23} - v_z c\theta_{23}) = 0 \quad (18)$$

Fig. 3의 오른쪽 그래프에 θ_6 에 대한 식 (17)의 연산값을 나타내었다. 직교조건을 만족하는 θ_6 는 $-n\pi \leq \theta_6 \leq +n\pi$ 범위에서 일반적으로 2개가 존재하고 2개 해 중에서 이전 수치해와 근접한 θ_6 의 해를 선택한다.

4. 자코비안 해석

직렬로봇의 속도 관계는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (19)$$

$\dot{\mathbf{x}}$ 와 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ 는 각각 엔드이펙터의 속도벡터와 조인트 각속도 벡터이고 자코비안 행렬 \mathbf{J} 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_0 \times {}^0\mathbf{p}_6^* \mathbf{z}_1 \times {}^1\mathbf{p}_6^* & \dots & \mathbf{z}_5 \times {}^5\mathbf{p}_6^* \\ \mathbf{z}_0 & \mathbf{z}_1 & \dots & \mathbf{z}_5 \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서, $\mathbf{z}_{i-1} = {}^0R_{i-1}^{-1}[0, 0, 1]^T$ 이고 ${}^{i-1}\mathbf{p}_6^*$ 는 기준 좌표계에서 표현된 $i-1$ 번째 조인트 좌표계의 원점에서 6번째 조인트 좌표계 원점까지의 위치벡터이다. 제안하는 offset wrist를 갖는 협동로봇의 특이점을 구하기 위해 자코비안 행렬 식 $\det(\mathbf{J})$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\det(\mathbf{J}) = a_2 d_4 d_5 c\theta_2 c^2\theta_3 s\theta_4 s\theta_5 - a_2 d_4^2 c^2\theta_3 s\theta_2 s\theta_5 - a_2 d_4^2 c\theta_2 c\theta_3 s\theta_3 s\theta_5 - a_2^2 d_5 c\theta_2 s\theta_3 s\theta_4 s\theta_5 - a_2 d_4 d_5 c\theta_2 s\theta_4 s\theta_5 - a_2^2 d_4 c\theta_2 c\theta_3 s\theta_5 + a_2^2 d_5 c\theta_2 c\theta_3 c\theta_4 c\theta_5 s\theta_4 - a_2 d_4 d_5 c\theta_3 s\theta_2 s\theta_3 s\theta_4 s\theta_5 \quad (21)$$

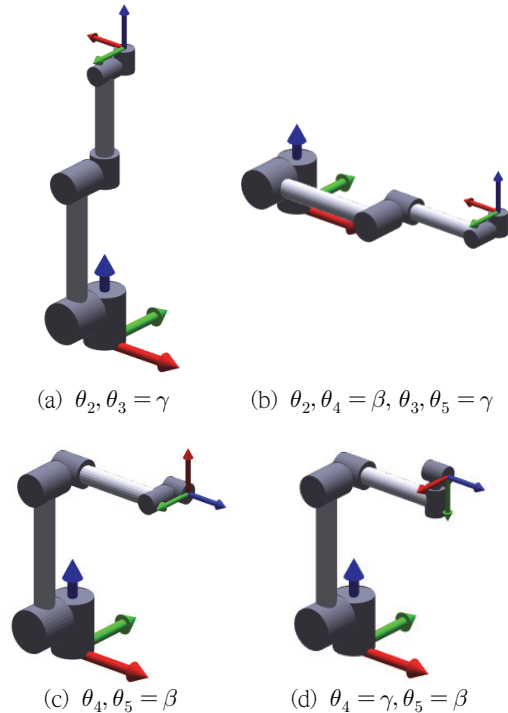


Fig. 4 Typical singular configurations

여기서, $\det(J) = 0$ 인 경우, 특이점이 발생하므로 로봇은 해당 위치 및 자세를 회피해야 한다. $\det(J) = 0$ 인 offset wrist를 갖는 로봇의 대표적인 특이점 형상을 Fig. 4에 나타내었다. 여기서, $\beta = 0$ or $\pm\pi$, $\gamma = \pm\pi/2$ 이다. wrist center를 갖는 로봇과 같이 조인트 각도 1개가 특정한 조건($\theta_3 = \beta$ or $\theta_5 = \beta$)을 만족할 때 특이점은 존재하지 않지만, offset wrist 로봇은 다수의 조인트 각도들의 조합에 대한 특이점이 존재하는 것을 알 수 있다.

5. 역기구학 연산속도

수치적 알고리즘을 포함하는 역기구학 알고리즘의 실시간 연산성을 검증하기 위하여 엔드 이펙터 이동방향에 따른 역기구학 알고리즘 연산 TET(Task Execution Time)를 실시간 제어기에서 실험하였다. 역기구학 알고리즘을 실시간 제어기인 xPC Target에 적용하여 Fig. 5와 같이 TET를 연산하였다. 여기서, 사용된 PC 사양은 Intel Atom 1.86GHz dual core이다. Fig. 5와 같이 엔드이펙터를 각각 x, y, z축을 따라 직선운동하는 경우, x, y, z축에 대하여 회전운동하는 경우와 Fig. 6과 같이 복합운동하는 경우의 TET를 순차적으로 연산하였다.

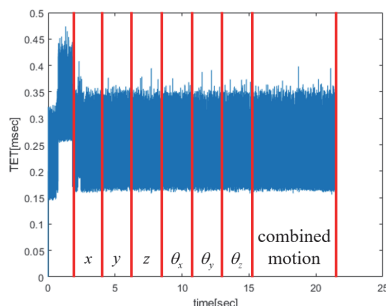


Fig. 5 TET of the inverse kinematics on the real-time controller for the specified motions

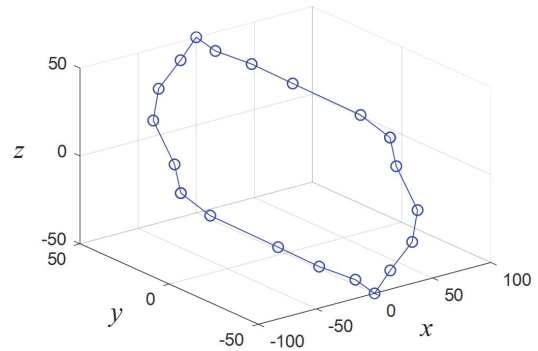


Fig. 6 Trajectory for combined motions

각 축방향의 운동 범위는 다음과 같다.

$$|\Delta x| < 100, |\Delta y| < 50, |\Delta z| < 50$$

$$0^\circ < \Delta\theta_x, \Delta\theta_y, \Delta\theta_z < 90^\circ$$

복합운동은 Fig. 6과 같은 20개의 위치에 대하여 자세도 10° 간격으로 변화하면서 계산하였다.

Fig. 5의 TET와 같이 역기구학 연산 TET는 엔드이펙터 이동방향에 관계없이 일정함을 알 수 있고 최대 0.4msec임을 알 수 있다. 실시간 제어기의 제어 루프는 1msec이므로 수치적 알고리즘을 포함하는 역기구학의 실시간 연산성을 검증하였다.

6. 결론

본 논문에서는 가변하중 증가 및 고속이동이 가능한 offset wrist를 갖는 협동로봇의 역기구학 해석방법을 제시하였다. θ_6 만의 변수를 포함하는 비선형 방정식의 수치적 해석으로 θ_6 를 구하면 나머지 조인트 각도들은 로봇 압과 손목 기구로 나누어 해석적으로 구할 수 있는 역기구학 알고리즘을 제시하였다. 또한, 자코비안의 행렬식 ($\det(J)$)을 이용하여 특이성을 해석하였고 offset

wrist 로봇의 경우 조인트 각도 1개가 특정한 조건을 만족하는 경우의 특이점은 존재하지 않지만, 다수의 조인트 각도들의 조합에 대한 특이점이 존재함을 제시하였다. 수치적 방법을 포함하는 역기구학 알고리즘의 실시간 연산성을 실시간 제어기에서 검증하였다. 향후 연구로 offset wrist를 갖는 협동로봇의 충돌감지 및 직접교시에 대한 연구를 수행하고자 한다.

감사의 글

본 논문은 중소벤처기업부의 월드클래스 300프로젝트 R&D지원사업(과제번호: S2641371)을 통해 개발된 성과이고 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- [1] H. S. Kim, "Development of a 4-DOF Industrial Robot System," *Journal of the Korean Society of Industry Convergence*, vol. 21, pp. 37-44, (2018).
- [2] C. Trinh, D. Zlatanov, M. Zoppi, R. Molfino, "A Geometrical Approach to the Inverse Kinematics of 6R Serial Robots with Offset Wrists," *ASME*

- International Design Engineering Technical Conferences*, pp. 1-10, (2015).
- [3] Pieper, "D.L.: The kinematics of Manipulators under computer control. PhD dissertation," *Comput. Sci. Dept. Stanford Univ.*, (1968).
- [4] uffy, "J.: Analysis of Mechanisms and Robot Manipulators. Edward Arnold in press," (1980).
- [5] Pashkevich, "A.: Real-Time Inverse Kinematics for Robots with Offset and Reduced Wrist," *Control Engineering Practice* 5, pp. 1443-1450, (1997).
- [6] R. L. Williams, "Singularities of a Manipulator with Offset Wrist," *Journal of Mechanical Design*, vol. 121, pp. 315-319, (1999).
- [7] S. Kucuk, Z. Bingul, "The inverse kinematics solutions of fundamental robot manipulators with offset wrist," *IEEE ICMECH*, pp. 274-279, (2005).
- [8] P. Milenkovic, "Optimal path crossing the orientation exclusion zone of a robot with offset wrist," *Cambridge University Press*, pp. 1-22, (2021).
- [9] R. L. Williams, "Inverse Kinematics and Singularities of Manipulators with Offset Wrist," *IASTED International Journal of Robotics and Automation*, vol. 14, pp. 1-8, (1999).
- [10] H. Pan, B. Fu, L. Chen, J. Feng, "The Inverse Kinematics Solutions of Robot Manipulators with Offset Wrist Using the Offset Modification Method," *Advances in Automation and Robotics*, vol. 1, pp. 655-663, (2011).
- [11] <https://www.universal-robots.com/ko/>

(접수: 2021.11.16. 수정: 2021.12.01. 게재확정: 2021.12.03.)