

비선형 내력법을 이용한 단일 공기막의 형상 탐색

Form Finding of a Single-layered Pneumatic Membrane Structures by Using Nonlinear Force Method

손 수 덕* 하 준 홍** 이 승 재***
Shon, Sudeok Ha, Junhong Lee, Seungjae

Abstract

This study aims to develop a form-finding algorithm for a single-layered pneumatic membrane. The initial shape of this pneumatic membrane, which is an air-supported type pneumatic membrane, is to find a state in which a given initial tension and internal pneumatic pressure are in equilibrium. The algorithm developed to satisfy these conditions is that a nonlinear optimization problem based on the force method considering the deformed shape is formulated, and, it's able to find the shape by iteratively repeating the process of obtaining a solution of the governing equations. An computational technique based on the Gauss-Newton method was used as a method for obtaining solutions of nonlinear equations. In order to verify the validity of the proposed form-finding algorithm, a single-curvature pneumatic membrane example and a double-curvature air pneumatic membrane example were adopted, respectively. In the results of these examples, it was possible to well observe the step-by-step convergence process of the shape of the pneumatic membrane, and it was also possible to confirm the change in shape according to the air pressure. In addition, the calculation results of the shape and internal force after deformation due to initial tension, air pressure, and self-weight were obtained.

Keywords : Single-layered pneumatic system, Membrane structures, Nonlinear force method, Form finding, Nonlinear optimization algorithm

1. 서론

막(membrane)이나 케이블(cable)과 같은 인장 구조(tension structure)는 내력의 흐름이 구조물의 형태로 나타나 자연미가 잘 표현되는 시스템으로 장 스펀의 공연장이나 경기장의 지붕에 많이 활용된다. 이것은 20세기 중반에 접어들어 경량의 신재료와 신기술 개발로 비약적인 발전을 하게 되고, 예로부터 사용되던 임시 구조물인 텐트는 영구구조물로서의 새로운 위상을 가지게 되었다. 현재는 많은 연구자의 노력으로 다양한 형태의 대형 경기장과 교량이 인장 구조의 형식을 이용하고 있다.¹⁾

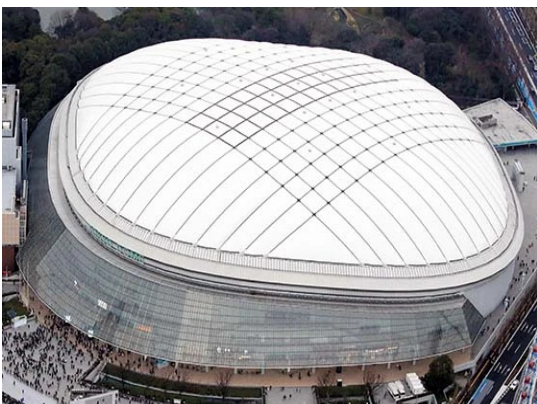
주어진 초기 내력은 인장 구조가 특정한 형상을 가지게 하는데 이것은 단순히 수학적 함수들로 모두 표현되지 않는다. 선형적으로 알 수 있는 것이 아니어서 인장 구조는 주어진 조건을 만족하는 형태를 찾아야만 설계할 수 있다. 이러한 형태 결정 과정을 형상 탐색(form finding)이라 한다.²⁾⁻⁵⁾ 다른 구조 시스템에서와는 달리 형상 탐색이 필요한 인장 구조는 기능적인(functionally) 또는 역학적인 관점에서의 최적 곡면(optimal surface)을 자연계의 현상이나 물리적인 모델 또는 수치적 방법(numerical method)을 동원하여 구하게 된다.^{2),6)} 이러한 곡면은 수학적으로는 소위 최소 곡면(minimal surface)으로 정의되며, 등장력곡면(equally stressed surface)을 구하는 것으로도 설명된다.^{4),7)}

최소 곡면은 주어진 경계에서 표현할 수 있는 가장 작은 표면적의 상태로 설명할 수 있다. 일반적으로 음의 가우스 곡률(Gaussian curvature)을 가지는 이중 곡률(double curvature) 면은 표면적만으로 설명할 수 있으며, 프레임으로 둘러싸인 비누막(soap film)을 통해 쉽게 모형

* 정희원, 한국기술교육대학교 건축공학과 대우교수, 공학박사
Dept. of Architectural Eng., Koreatech University
* 정희원, 한국기술교육대학교 교양학부 교수, 이학박사
School of Liberal Arts, Koreatech University
** 교신저자, 정희원, 한국기술교육대학교 건축공학과, 교수
Dept. of Architectural Eng., Koreatech University
Tel: 041-560-1334, Fax: 041-560-1224
E-mail : leeseung@koreatech.ac.kr

화할 수 있다.^{5,6)} 그러나 공기막(pneumatic membrane)은 주어진 공기의 압력 아래에서 최소의 표면적을 가지는 곡면이다. 즉, 공기의 체적(volume)과 관련된 가장 작은 표면이다. 특히, 공기막은 다른 최소 곡면과는 달리 곡률 방향이 같은 볼록한 곡면의 특징이 있다.^{1,8)}

공기막은 열기구(hot-air balloon)의 원리를 이용한 것으로서, 미국의 장교 W. Bird에 의해 군사용 시설로부터 실용화되었고(1946년), 1960년대에는 전람회 또는 전시장을 중심으로 많이 건설되었다. 건축 분야에 적용된 것은 1970년 D. Geiger에 의해 계획된 오사카 박람회('70 Osaka Expo)의 미국관(U.S. pavilion)이며, 단일 공기막 방식으로 지어졌다. 이후 공기막은 미국 전역에 퍼져나갔으며, 1988년 <Fig. 1(a)>에서와 같은 200m에 달하는 도쿄 돔(Tokyo dome)으로 대형 공기막의 기술적인 성공을 거두게 되었다.^{1,8)}



(a) Tokyo dome (Tokyo, 1988) : Single-layered pneumatic membrane (<https://www.asahi.com/ajw/articles/13863460>)



(b) Air-beam pavilion (Seoul, 2021) : Double-layered pneumatic membrane (<http://bare.kr/archive/29>)

<Fig. 1> Pneumatic membrane structures

공기막은 간단하게는 <Fig. 1>와 같이 단일 공기막과 이중(double-layered) 공기막으로 분류할 수 있다. 분류된 두 방식은 막이 공기로 지탱(air-supported) 되는 방식과 공기로 팽창된 보(inflatable beam)를 이용해 곡면을 구성하는 방식으로 설명할 수 있다.

인장 구조의 설계를 위한 모델링 방법은 먼저 자연계에서 찾는 것이다. 자연계 관찰을 통하여 효율적인 구조를 얻는 것으로서 거미줄(spider net)이 대표적인 인장막의 모형이다. 다른 방법으로는 유사한 특성을 가진 모형을 제작하여 형상을 탐색하고 결정할 수 있다. 비누막, 케이블 넷(cable net), 섬유막 모형(fiber membrane), 석고 성형(plaster modeling) 등을 통해서 인장 구조의 형상을 모형화할 수 있다. 특히, 공기막의 형상을 위한 물리적인 탐색 방법으로는 주로 비누막이나 고무 막(rubber film)을 이용하여 형상을 결정한다.⁵⁾ 그러나 이러한 방법들은 자유로운 형태(free form)나 기능적으로 또는 역학적으로 최적(optimal)의 상태를 찾는 방법에는 한계가 있고, 주로 수치적 기법으로 최소 곡면을 구하게 된다.^{3)-5),9)}

연성 막의 형상 탐색을 위한 연산 기법은 일반적으로 기하학적인 비선형 거동을 해석할 수 있는 기법들이 적용된다. 이러한 기법들로는 과도 강성법(transient stiffness method), 내력 밀도법(force density method), 동적 이완법(dynamic relaxation method)이 일반적이다.²⁾ 공기막은 대변형(large displacement)에 대한 공기압(pneumatic pressure)이 비-보존(non-conservative)력이지만 형상 탐색의 반복 연산 단계에서는 분할된 요소의 법선 방향으로 수정된 힘으로 적용되기도 한다.⁴⁾

이와 같은 형상 탐색의 결과는 풍하중이나 적설하중을 고려해서 구조물의 변형을 예측하는 초기 설계 단계가 된다. 외력에 대한 하중-변형 해석은 초기 형상 탐색의 결과를 바탕으로 이루어지는 해석이므로 계산된 최대 내력에 대해 다양한 설계 기준을 만족하는지 검토하게 된다. 또한 초기 장력과 공기압의 평형에 대한 형상을 만족하도록 편평한 막 재료를 재단하여 시공하게 되므로 초기의 형상이 가지는 영향은 매우 크다.

강성법(stiffness method)에 기반을 두는 경우는 탄성의 평면응력으로 가정된 2차원 요소의 불평형력(residual force)를 줄여간다. 그러나 내력법(force method)에 기반을 둔 경우는 주로 1차원 내력 벡터를 미지수

(variable)로 한 평형식이 사용된다. 이 두 방법과는 다리 동적이완법은 점성 감쇠(viscous damping)를 수반한 동적해석(dynamic analysis)을 통해서 정적 평형(static equilibrium)의 문제를 해결하려고 한 것이다.⁹⁾ 그러나 변형된 형상을 고려한 내력법인 Kwan(1988)의 연구¹⁰⁾는 가우스-뉴턴(Gauss-Newton) 법을 이용하여 비선형 최적화(nonlinear optimization)의 문제로 다루어질 수 있었다. 그러나 이 연구에서는 케이블 넷 구조를 대상으로 연구하였다. 이 방법의 특징은 문제의 형성이 복잡하지 않아 연성 구조물의 다양한 비선형 문제에 쉽게 적용될 수 있다.¹¹⁾ 따라서, 본 연구에서는 내부의 공기막에 인해서 압력을 받는 막 구조에 대한 형상 탐색의 문제로 적용할 수 있도록 알고리즘을 개발하도록 한다.

2. 변형 형상을 고려한 내력법

내력법은 변위를 미지수로 방정식을 구성하는 강성법(stiffness method)과는 달리 내력이 미지수가 되어 정적 평형상태에 대한 정밀한 해석용 프레임워크(framework)를 제공한다. 기본 방정식은 내력과 외력과의 관계인 평형(equilibrium)방정식, 변위와 변형에 관한 적합(compatibility)관계식 및 변형과 내력과의 유연도(flexibility)행렬의 관계식으로 나타난다. 여기서, 평형 방정식은 외력 벡터 p 와 내력 벡터 t 는 평형 관계이며, 다음과 같다.

$$A t = p \quad (1)$$

행렬 A 는 $n \times m$ 행렬이며, 경계조건 c 를 제외한 자유도 n 과 내력 변수 m 의 크기를 가진다. 평형상태의 적합 조건은 변위벡터 d 와 신장량(elongation) e 와의 관계로서 다음과 같고, 여기서 행렬 A 는 행렬 B 의 전치(transpose)행렬이다.

$$B d = e \quad (2)$$

유연도행렬은 각각의 유연도행렬 F 가 재료 성질(material property)을 만족하도록 t 와 e 사이의 관계로 정의된다.

$$F t = e \quad (3)$$

선형 요소인 경우 유연도 행렬 F 는 대각행렬(diagonal matrix)이 되며, 역행렬(inverse matrix)을 쉽게 구할 수 있다. 또한 행렬 A , B 의 계수(rank)와 영공간(null space)를 통해서 주어진 시스템의 특성을 분류할 수 있다. 이 분류 내용은 여기서는 다루지 않도록 한다.

해석 프레임워크를 설명하면, 비제차 연립방정식 식(1)의 일반해 t 는 특수해 t_p 와 $p=0$ 일 때의 일반해 t_h 로 구성되며, 의사역행렬(Pseudo-inverse Matrix)을 이용해서 t_p 를 얻을 수 있다. 그러나 t_h 의 경우는 자기 평형 조건을 만족하는 기저(basis)로 구할 수 있으며, A 의 영공간 S 가 이 조건을 만족한다. 따라서 계수 α 를 도입하여 일반해를 나타낼 수 있다.

$$t = t_p + S \alpha \quad (4)$$

전체 신장량 e 은 초기 신장량 e_0 와 부재 신장량 Ft 의 합과 같고, 위 식을 이용하면 다음과 같다.

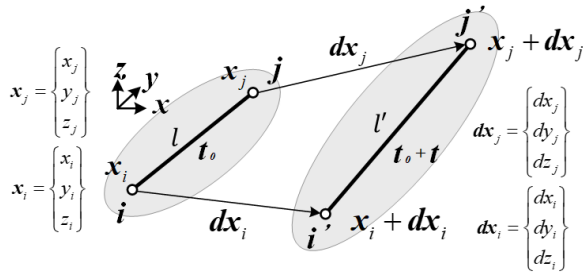
$$e = e_0 + F t = e_0 + F(t_p + S \alpha) \quad (5)$$

따라서, S 에 관한 적합 조건 $S^T e = 0$ 을 이용하여 α 를 구하면 다음과 같다.

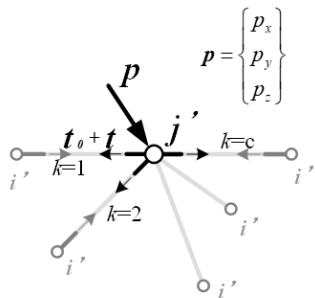
$$-\alpha = (S^T F S)^{-1} (S^T e_0 + S^T F t_p) \quad (6)$$

위 식에서 $S^T e_0$ 항은 초기 신장량에 의한 영향이고, $S^T F t_p$ 항은 외력으로 인한 내력 t_p 의 영향을 의미한다. 따라서, 각각의 상태에 따라 필요한 값을 구하여 시스템의 내력을 알 수 있고, 물체의 변위를 예측할 수 있다. 그러나 평형에 대한 이 프레임워크의 정의는 변형 전의 상태에 대한 평형을 의미하며, 변형 전과 후의 기하학적 불평형력(unbalanced force)에 대한 영향이 존재한다.

초기 장력이 영향을 주는 인장 구조의 경우 평형은 변형 전, 후의 기하학적 차이에 대한 관계가 고려되어야 한다. 본 논문에서는 공기막구조의 형상 탐색을 위해 변형 후 형상이 고려되는 방법 중 Kwan(1998)⁹⁾의 케이블 넷 해석기법을 적용한다. 이 경우는 초기장력과 외력의 영향력을 비선형 최적화 모델로 풀어간다.



(Fig. 2) Geometrical relationship between initial and deformed state of a rod element



(Fig. 3) Equilibrium between internal and external force at node j'

(Fig. 2)와 같이 길이 l 인 요소는 변형 후 평형을 이루며, 길이는 l' 으로 바뀐다. 두 상태는 다음의 절점 좌표 벡터 $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$ 와 절점 변위 벡터 $\mathbf{d}_i, \mathbf{d}_j$ 로 표현할 수 있고, 변형 후의 관점에서 평형방정식을 구성할 수 있다.

$$\mathbf{x}_i = \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{x}_j = \begin{Bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{d}\mathbf{x}_i = \begin{Bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dz_i \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{d}\mathbf{x}_j = \begin{Bmatrix} dx_j \\ dy_j \\ dz_j \end{Bmatrix} \quad (8)$$

두 상태의 요소 길이 l 과 l' 은 절점좌표와 절점변위 벡터들로 표현하면 다음과 같다.

$$l = \sqrt{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)^T (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)} \quad (9)$$

$$l' = \sqrt{(\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i)^T (\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i)}$$

여기서, $\mathbf{X}_{i(\text{or } j)} = \mathbf{x}_{i(\text{or } j)} + \mathbf{d}\mathbf{x}_{i(\text{or } j)}$ 이다. 적합 조건은 변화된 길이의 차이가 신장량이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$e = l' - l \quad (10)$$

변형 후의 상태에서 각 절점은 외부 하중과 내력 사이에서 (Fig. 3)와 같이 평형을 이룬다. 그림과 같이 j' 절점에서 작용하는 하중 벡터 \mathbf{p} 는 각각의 i' 절점에서 작용하는 초기 내력 t_0 와 변형 후 평형을 이루기 위해 발생한 내력 t 와의 관계에서 평형을 이루게 된다. 이러한 힘들의 평형을 나타내기 위해서 방향여현 $\cos \theta$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\cos \theta = \begin{Bmatrix} \cos \theta_x \\ \cos \theta_y \\ \cos \theta_z \end{Bmatrix} = \frac{\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i}{l'} \quad (11)$$

인장 구조의 해석은 앞 장에서 설명한 바와 같이 기하학적 비선형성(geometric nonlinear)이 고려되어야 하며, 변형 후 형상에서 평형을 이룬다. 따라서 외력과 내력의 평형방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{p}_{(i)} = \sum_{k=1}^{c_{(i)}} (t_{0(k)} + t_{(k)}) \cos \theta_{(i)} \quad (12)$$

여기서 $c_{(i)}$ 는 i 번째 절점에서 연결된 부재의 수이다. 탄성 변형에 대해서만 고려한다면 적합 조건은 i 번째 부재의 유연도행렬의 성분으로 나타낼 수 있으며, 평면막을 1차원으로 치환함에 따라 나타나는 단위 두께의 유효폭 w_e 로 표현할 수 있다.

$$e_{(i)} = tF_{(i)} = t \frac{l_{(i)}}{E w_{e(i)}} \quad (13)$$

따라서, 신장량 식(10)과 식(13)의 불균형량 $f_e(\zeta)$ 와 식(12)의 평형에 대한 불평형력 $f_e(\zeta)$ 를 계산하면 변위와 내력벡터로 결합된 변수 $\zeta = \{\mathbf{d} : \mathbf{t}\}^T$ 와 더불어 다음과 같은 비선형 함수로 나타난다.

$$f_{e(i)}(\zeta) = l_{(i)'} - l_{(i)} - t_{(i)}F_{(i)} \quad (14a)$$

$$f_{e(j)}(\zeta) = \sum_{k=1}^{c_{(j)}} (t_{0(k)} + t_{(k)}) \cos \theta_{(j)} - \mathbf{p}_{(j)} \quad (14b)$$

여기서, $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, N$ 이며, 각각의 내력 벡터의 크기와 총 절점의 수 N 개가 얻어진다. 따라서 이 두 불균형적 관계들이 0이 되는 다음과 같은 방정식을 만족하는 것이 곧 변형 후의 형상에서 평형상태가 된다.

$$f(\zeta) = \begin{cases} f_c(\zeta) \\ \dots \\ f_e(\zeta) \end{cases} = 0 \quad (15)$$

위 식은 곧 비선형 최적화 문제의 형성과 같고, 함수 $f(\zeta)$ 가 0인 지점을 탐색하여 변형 후의 평형상태를 알아 보도록 한다. 해를 탐색하는 방법은 Matlab 라이브러리를 이용하도록 한다.

3. 단일 공기막의 형상 탐색

앞 장에서 다루어진 비선형 최적화 문제의 형성과 형상 탐색 알고리즘은 <Fig. 4>와 같다.

```

START
Clear data
  Setup initial data
  Calculate  $w_e, n_p$ 
  Assemble  $f(\zeta)$  using  $w_e, n_p$ 
  To DO solving  $d_0$  of  $f(\zeta)$ 
  Calculate new shape  $S_1$  by  $d_0$ 
  While (until approach  $h_{target}$ )
    Calculate  $w_e$  and  $n_p$  by  $S_i$ 
    Reassemble  $f(\zeta)$  using  $w_e, n_p$ 
    To DO solving  $\{d_i:t_i\}$  of  $f(\zeta)$ 
    Calculate  $S_{i+1}$  by  $d_i$ 
  End While
  While ( $d_i < \epsilon$ )
    Calculate  $w_e, n_p$  by  $S_i$ 
    Reassemble  $f(\zeta)$  using  $w_e, n_p, t_{i-1}$ 
    To DO solving  $\{d_i:t_i\}$  of  $f(\zeta)$ 
    Calculate  $S_{i+1}$  by  $d_i$ 
  End while
END
    
```

<Fig. 4> Virtual code of form-finding algorithm for pneumatic membrane

(w_e, n_p and ϵ are an effective width, a normal vector and a tolerance, respectively)

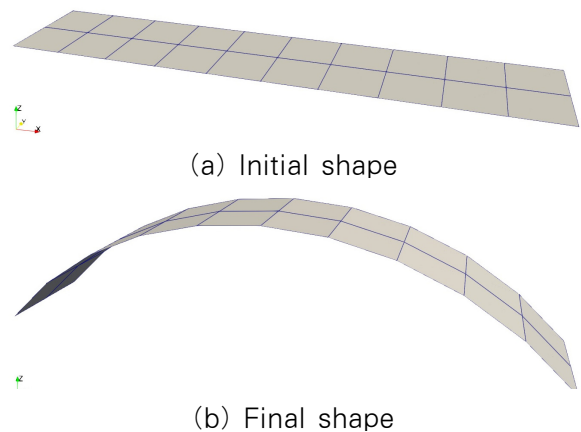
기본적인 관계식과 단계별 해석을 위한 계산 기법은 2장에서 다루었다. 그러나 공기막의 경우 내부 공기압은 막 표면의 법선 방향으로 작용하므로 해석과정에서 수정되어야 한다. 따라서, 그림에서 보는 바와 같이 계산 단계에서 유효 폭 w_e 와 법선벡터 n_p 가 수정되어야 한다. 그러나 형성된 비선형 방정식의 해를 구하는 과정에서는 n_p 가 일정한 것으로 가정하고 반복 계산 과정에서 수정해 나가도록 하였다. 해석과정에서 계산된 평형상태에 대해서 값의 차이를

조정하도록 2단계로 나누어 반복 계산을 하였고, 첫 번째 단계에서는 공기막의 전체 형상이 필요한 값에 도달하도록 계산하며, 두 번째 단계에서 평형이 이루어지도록 반복 계산되는 알고리즘으로 단일 공기막의 형상을 탐색하였다.

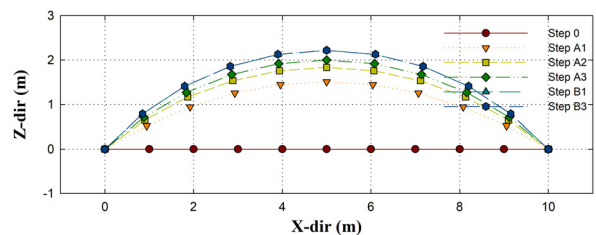
3.1 단일 곡률 공기막구조 예제

본 연구에서 제안된 단일 공기막의 형상을 결정하기 위한 알고리즘의 유효성을 알아보기 위해서 단일 곡률 (single curvature)을 가지는 공기막 스트립(pneumatic membrane strip)을 대상으로 해석을 수행하였다.

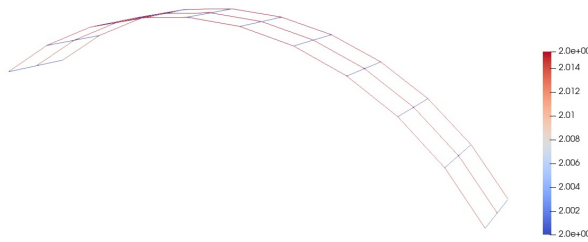
대상 모델의 길이는 10m, 폭은 2m이며, <Fig. 5(a)>에서 보는 바와 같이 1m 간격으로 등분하여 모델링하고, 형상 탐색을 수행하였다. 초기조건으로 막의 탄성계수 E 는 Warp, fill 방향 모두 500kN/m으로, 자중 (self-weight)에 대해서는 단위질량을 5kg/m²로 가정하였다. 또한, 공기압은 300Pa, 초기 장력은 2kN/m이 작용한다.



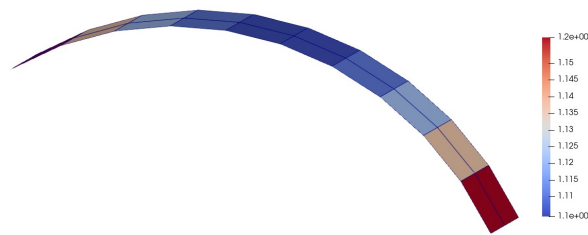
<Fig. 5> Pneumatic membrane model of single curvature strip



<Fig. 6> Iterative computation result of form-finding of single curvature strip



〈Fig. 7〉 Internal stress distribution of single curvature strip at final step



〈Fig. 8〉 Membrane area distribution of single curvature strip at final step

해석을 수행한 결과 〈Fig. 5(b)〉와 같은 최종 형상을 얻을 수 있었고, 높이 2.2m를 기준으로 단계를 나누어 형상 탐색을 수행하였다. 각각의 단계별 형상이 탐색된 결과는 〈Fig. 6〉과 같고, 처음의 단계는 Z-방향 좌표가 모두 0에서 출발한다. 단계마다 형상이 높아지는 것과 양 경계부의 절점으로 갈수록 절점은 X-방향의 변위가 나타나는 것은 해석 결과의 유효성을 잘 설명하고 있다.

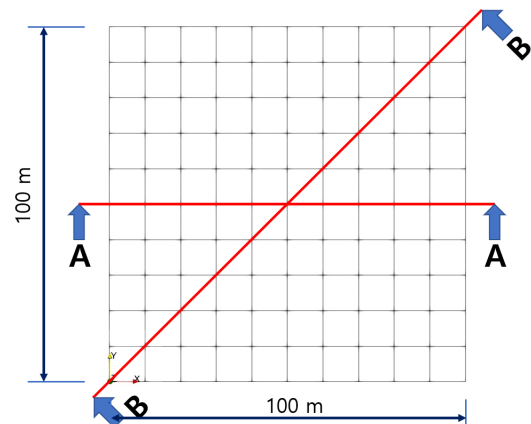
초기 내력은 〈Fig. 7〉와 같이 초기에 설정된 값에서 큰 차이가 없이 나타난다. 공기압의 경우 〈Fig. 8〉에서 나타난 막의 최종 단계에 분할된 면적의 비율이 달라진다. 해석과정에서 절점의 이동은 가장자리로 갈수록 X-방향 변위가 점점 증가하였다.

이것은 공기압의 작용 면적도 처음 분할된 X-Y축에 편평한 면과 비교해서 10~20% 증가한 곡면의 상태임을 〈Fig. 8〉이 설명해 준다. 그림에서 볼 때 경계부의 분할된 면이 중앙부보다 크게 나타났다. 이것은 편평한 면에서 곡면이 되므로 인해 증가한 형상을 설명한 것이다. 이상과 같이 형상이 적절하게 곡면으로 나타나며, 수렴 과정을 보여주는 〈Fig. 6〉의 결과들로 제안된 형상 탐색 알고리즘이 공기막구조의 초기 형상을 구하는데 적절하며, 유효한 알고리즘임을 말해주고 있다.

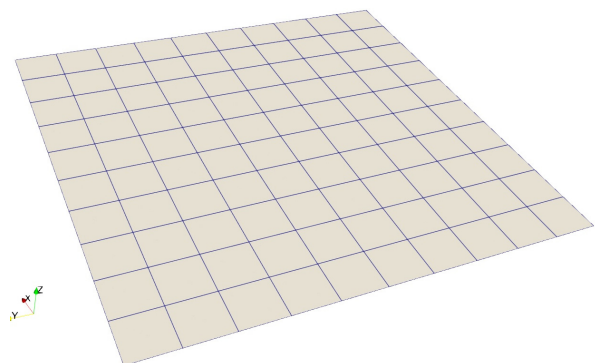
3.2 이중 곡률 공기막구조 예제

단일 곡률 스트립의 예제보다 확장된 모델인 이중 곡률(double curvature)을 가지는 공기막 모델을 대상으로 형상을 탐색하였다. 경계는 정사각형이며 공기막의 길이와 폭은 각각 100m이다. 〈Fig. 9〉에서 보는 바와 같이 10등분 하여 모델링하고, 그림과 같은 편평한 정사각형의 초기 상태에서 형상 탐색을 수행하였다. 해석을 위한 막의 물성치와 초기 장력 및 공기압은 단일 곡률 모델과 같은 값을 적용하였다. 공기막의 높이 22m를 기준으로 해석 단계를 나누어 수행하였다.

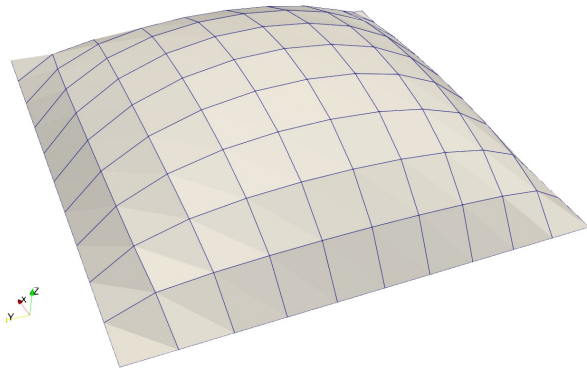
모델의 형상 탐색 결과는 〈Fig. 10〉와 같고, 단일 곡률의 공기막구조에 대한 전형적인 형태를 잘 나타내고 있다. 〈Fig. 10(a)〉의 초기 단계에서 〈Fig. 10(b)〉의 공기압이 고려된 평면은 내압과 초기 장력 및 자중과의 관계에서 평형을 이루고 있다. 이 관계는 단계별 해석에서도 적용되며, 각 해석 단계마다 평형상태를 고려한 결과를 얻을 수 있다.



〈Fig. 9〉 Plane of pneumatic membrane model under square boundary



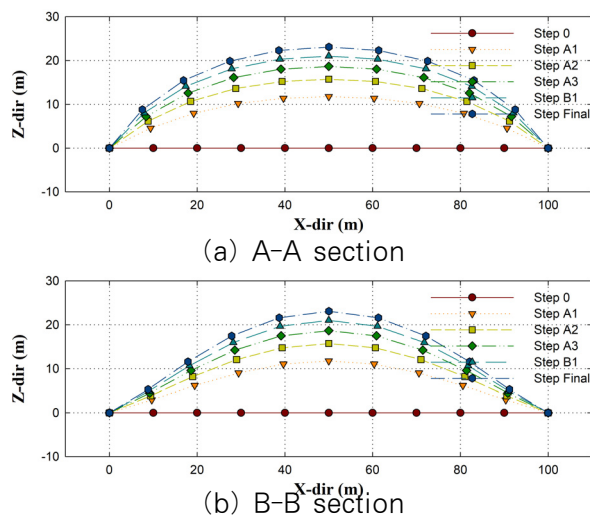
(a) Initial shape



(b) Final shape

〈Fig. 10〉 Pneumatic membrane model of double curvature square

각각의 단계별 형상이 탐색 된 결과는 〈Fig. 11〉와 같다. 여기서, 〈Fig. 11(a)〉는 〈Fig. 9(a)〉에서 나타난 A-A 단면에 해당하는 결과이고, 〈Fig. 11(b)〉는 B-B 단면에 해당하는 결과이다.



〈Fig. 11〉 Iterative computation result of form-finding of double curvature square

두 그림에서 보듯이 형상의 탐색 결과는 내부 공기압의 변화에 대해서 잘 표현하고 있다. 또한 B-B 단면의 형상은 경계부에서 부 곡률이 나타나는 일반적인 공기막의 해석 결과를 잘 반영하고 있다. 단계마다 형상이 높아지는 것과 양쪽 경계부의 절점으로 갈수록 절점은 X-방향이나 Y-방향으로 변위가 증가하고 있다. 이상과 같은 결과와 〈Fig. 11〉의 단계별 수렴 결과는 이중 곡률을 가진 정사각형 경계의 공기막구조에 대한 초기 형상의 탐색 방법에 대한 유효성을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 단일 공기막의 형상을 탐색하는 방법에 관해서 연구하였다. 공기 지지 방식으로 형상을 유지하는 단일 공기막은 내부 공기압과 내력과의 평형이 이루어져야만 한다. 이러한 조건을 만족하도록 비선형 내력법을 이용하여 최적화 비선형 문제를 형성하였고, 곡률을 가진 막의 법선면에 작용하는 공기압을 고려하여 반복적인 탐색을 수행하였다. 이상과 같이 제시된 알고리즘을 단일 곡률 스트립 예제와 정사각형 경계를 갖는 이중 곡률 공기막 구조 예제에 적용하여 형상을 탐색하였다. 두 예제의 형상 탐색 결과 공기압이 반영된 적절한 형상을 탐색할 수 있었으며, 작용하는 공기압이 잘 표현되는 것을 알 수 있었다. 공기막구조의 설계는 탐색된 형상과 외부 하중에 의한 구조물의 영향을 평가하여 안전성을 검토하므로 추후 공기막구조의 외부 하중, 즉 풍하중이나 설하중 등이 고려된 설계평가에 관한 연구가 더 필요할 것이다.

감사의 글

이 논문은 2019년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (NRF-2019R1F1A1058327 및 NRF-2019R1A2C2010693)

References

1. Shon, S.D., Jeong, E.S. & Kim, S.D., "A study on the nonlinear stress-deformation analysis and design of unity-typed pneumatic structures under the design load," Journal of the Korean Association for Shell and Spatial Structures, Vol.5, No.2, pp.47-55, 2005
2. Lewis, W.J., "Tension structures," Thomas Telford, 2003
3. Shon, S.D., Kim, S.D., Jeong, E.S. & Jeon, J.H., "A study on estimate for error and convergence of membrane structures according to the nonlinear form-finding techniques," Journal of the Korean Association for Shell and Spatial Structures,

- Vol.7, No.3, pp.57-66, 2007
4. Sur, S., Lee, J.B. & Kwun, T.J., "A study on the shape-finding analysis of pneumatic structures," *Journal of the Architectural Institute of Korea, Structure & Construction*, Vol.14, No.5, pp.285-292, 1998
 5. Park, S.W., Kim, S.D., Shon, S.D. & Jeong, E.S., "A study on the shape-decision technique of membrane structures according to the design process and shape analysis," *Journal of the Korean Association for Shell and Spatial Structures*, Vol.7, No.2, pp.115-124, 2007
 6. Lee, J.N., Park, S.W., Kim, S.D. & Park, C.S., "The term and classification of structure system with non-rigid member," *Journal of the Korean Association for Shell and Spatial Structures*, Vol.4, No.2, pp.99-105, 2004
 7. Shon, S.D., Lee, S.J. & Lee, K.G., "Smooth Cutting Pattern Generation Technique for Membrane Structures by Using Geodesic Line on the Sub-plane and Spline Interpolation," *Journal of Central South University*, Vol.20, No.11, pp.3131-3141, 2013
 8. Liuti A., "Design and construction interfaces: the pneumatic erection of gridshells," 2018 (URI: <http://hdl.handle.net/11343/214578>)
 9. Kwan, A.S.K., "A new approach to geometric nonlinearity of cable structures", *Computer & Structures*, Vol.67, pp.813-828, 1998
 10. Pauletti, R.M.O., Pappalardo-Jr, A. & Guirardi, D.M., "The method of dynamic relaxation for the static nonlinear analysis of cable and membrane structures," *IASS-SLTE International Symposium 2008*, Acapulco, Mexico
 11. Shon, S.D., Kwan, A.S.K., & Lee, S.J., "Shape control of cable structures considering concurrent/sequence control," *Structural Engineering and Mechanics*, Vol.52, No.5, pp.919~935, 2014
- Received : August 30, 2021
 - Revised : September 14, 2021
 - Accepted : September 16, 2021