

초등 수학교과서의 문제해결 역량 및 과제 유형 분석: 수와 연산 영역의 도전/생각 수학과 탐구 수학을 중심으로

여승현(엘러바마대학교, 교수)·서희주(성균관대학교, 교수)[†]

한선영(성균관대학교, 교수)·김진호(대구교육대학교, 교수)

[†]교신저자

Analysis of problem solving competency and types of tasks in
elementary mathematics textbooks: Challenging/Thinking and inquiry
mathematics in the domain of number and operation

Yeo, Sheunghyun(University of Alabama, syeo@ua.edu)

Suh, Heejoo(Sungkyunkwan University, suhhj@skku.edu)[†]

Han, Sunyoung(Sungkyunkwan University, sy.han@skku.edu)

Kim, Jinho(Daegu National University of Education, jk478kim@dnue.ac.kr)

[†]Corresponding Author

초록

본 연구는 초등학교 교과서가 반영하고 있는 문제해결 양상을 수와 연산 단원들을 중심으로 살펴보았다. 문제해결의 하위요소를 중심으로 수학적 활동에 대해 코딩을 실시한 결과 실행이 강조되는 가운데 학년별로 강조되는 하위 요소들이 다르게 나타났고, 잠재집단분석을 통해서 과제의 유형을 분류해 보았다. 향후 교과서 개발과 교사지원에 대한 시사점을 제공하고자 한다.

Abstract

Elementary mathematics textbooks present contents for enhancing problem solving competency. Still, teachers find teaching problem solving to be challenging. To understand the supports textbooks are suggesting, this study examined tasks from the challenging/thinking and inquiry mathematics. We analyzed 288 mathematical activities based on an analytic framework from the 2015 revised mathematics curriculum. Then, we employed latent class analysis to classify 83 mathematical tasks as a new approach to categorize tasks. As a result, execution of the problem solving process was emphasized across grade levels but understanding of problems was varied by grade levels. In addition, higher grade levels had more opportunities to be engaged in collaborative problem solving and problem posing. We identified three task profiles: 'execution focus', 'collaborative-solution focus', 'multifaceted-solution focus'. In Grade 3, about 80% of tasks were categorized as the execution profile. The multifaceted-solution was about 40% in the thinking/challenging mathematics and the execution profile was about 70% in Inquiry mathematics. The implications for developing mathematics textbooks and designing mathematical tasks are discussed.

* 주요어 : 문제해결, 교재, 잠재집단분석, 초등학교, 역량

* **Key words** : problem solving, curriculum materials, latent class analysis, elementary, competency

* **Address**: Department of Mathematics Education, Sungkyunkwan University, Seoul, Korea

* **2000 Mathematics Subject Classification** : 97U20

* **Received**: August 8, 2021 **Revised**: August 16, 2021 **Accepted**: August 28, 2021

I. 서론

최근 기술 발전과 함께 빠르게 변하는 현대 사회에서 효과적으로 미래 인재를 육성하기 위한 논의가 전 세계적으로 활발하게 일어나고 있다. 이들은 공통적으로 문제해결 역량에 주목하며 그 중요성을 역설하고 있다 (Ministry of Education[MOE], 2015a). United Nations Educational, Science and Cultural Organization(UNESCO, 2017)는 현 세대가 누리는 각종 자원을 다음 세대도 부족함 없이 누리게 하기 위해 우리가 가진 자원을 모두 소모해버리지 않고 지속 가능하게 유지하고 발전시키기 위한 전략을 탐구해 왔다. UNESCO는 이러한 전략 중 하나로써 교육을 통한 인재 양성이 필수적이라고 보았으며, 그러한 인재의 양성을 위해서는 특히 문제해결 역량이 중요함을 피력하였다. Organisation for Economic Co-operation and Development([OECD], 2018) 또한 점차 다변화되고 있는 사회에서 현재로서는 예측 불가능한, 미래의 복잡한 세상을 성공적으로 살아가기 위해 필요한 역량으로 문제해결을 꼽고 있다. World Economic Forum(WEF) 역시 미래 사회의 기술 발전을 통해 직종에 어떠한 변화가 생길지 예측하며 미래 직종에 적응하기 위해 노동자가 갖추어야 할 역량을 제시하였다(2016). 이들은 인지적 역량, 신체적 역량, 사회적 역량 등과 함께 문제해결 역량을 미래 사회에 꼭 필요한 역량으로 제시하였다. 이러한 세계적 흐름에 발맞추어 우리나라도 2015 개정 교육과정에 다양한 역량과 더불어 문제해결 역량을 중요하게 다루고 있으며 각급 수학교과서에 문제해결을 포함한 역량에 관한 내용을 담도록 하였다(Kim, Pang, & Hwang, 2020; Kwon, 2020; MOE, 2015b).

그러나 이와 같은 노력에도 불구하고, 학교 현장에서는 역량 교수의 어려움을 토로하고 있으며 특히 수업 시수와 학습 자료의 부족을 호소하였다(Kim, Huh, Noh, & Kang, 2012). 즉, 현장 교사들은 수업 준비 단계부터 어려움을 겪고 있는 것이다. 이는 수업 시 활용하는 교재(교과서, 교사용 지도서, 전자저작물 등)가 효과적인 역량 교수를 위한 지원을 제공하고 있지 못하다는 의미로도 해석할 여지가 있다. 교재는 교사의 교실 수업을 가장 가까이서 지원하는 자료이기 때문이다.

문제해결에 관한 국내외 연구는 결코 적지 않다(Kim

& Kim, 2011). 교재에 반영된 문제해결을 탐구한 경우는 존재하긴 하나 제한적이며, 교재에 실린 문제를 문제해결의 세부 과정, 혹은 하위 요소에 따라 탐색한 연구는 더 더욱 찾기 어렵다(Bae & Lee 2016; Jäder, Lithner, & Sidenvall, 2020; Kim, 1998; van Zanten & van den Heuvel-Panhuizen, 2018). 예를 들어, Fan과 Zhu(2007)이 문제해결의 네 단계 및 문제해결 전략의 관점에서 중국, 싱가포르, 미국의 교과서에 실린 문제를 분석하였으나 협력적 문제해결과 문제제기 등 우리나라 교육과정에서 제시하는 하위요소의 내용을 담고 있지 않아 참고가 어려운 실정이다. Pang과 Kim(2006)도 문제해결의 관점에서 우리나라 초등학교 교재를 살펴보았으나 분석 대상이 된 교재는 제7차 교육과정 하에 개발한 것이며 2015 개정 교육과정을 따르고 있지는 않다. 그렇기 때문에 현행 우리나라 교육과정의 맥락에서 교재에 실린 문제가 문제해결의 구체적인 내용을 어떻게 반영하고 있는지 탐구하는 연구가 필요하다.

2015 개정 교육과정을 반영한 초등학교 수학 교과서는 3, 4학년은 생각 수학과 탐구 수학, 5, 6학년은 도전 수학과 탐구 수학을 통해 문제해결을 포함한 다양한 역량의 계발을 이끌어내고자 하였다. 하지만, 교과서 상의 생각 수학, 탐구 수학, 도전 수학 등의 문제들이 이러한 개발 의도를 충분히 반영하고 있는지는 확인해봐야 할 문제이다. 따라서 본 연구는 초등학교 수학교과서의 수와 연산 단원을 중심으로 이들 문제가 문제해결 역량을 어떻게 다루고 있는지를 파악하여 문제해결 역량의 현장 교수 가능성 및 그 질을 향상시키기 위한 시사점을 도출하고자 한다. 특히, 문제뿐만 아니라 딸림 문항에 주목함으로써 문제에 반영된 문제해결 역량에 대한 다면적 이해를 도모하고자 한다(Yimer & Ellerton, 2010).

본 연구는 수학적 문제를 크게 과제와 수학적 활동 두 가지로 구분하였다. 생각 수학, 도전 수학, 혹은 탐구 수학에서 제시된 문제에서 유의미하게 연결된 하나의 문제해결 상황을 과제로 보고, 그 과제 안의 딸림 문항들을 수학적 활동으로 지칭한다. 연구문제는 다음과 같다.

1. 초등학교 수학 교과서의 생각/도전 수학과 탐구 수학 과제에 포함된 수학적 활동들은 2015 개정 교육과정에 근거한 수학적 문제해결의 하위 요소를 어떻게 반영하고 있는가?

2. 위 과제들은 문제해결 하위 요소들이 나타내는 양상에 따라 어떤 특징을 갖는 집단으로 나눌 수 있는가?

II. 이론적 배경

본 장에서는 수학적 문제해결 역량에 대해 살펴본다. 구체적으로, 수학적 문제해결의 의미에 대해 알아본 뒤, 수학과에서의 문제해결 역량을 하위 요소별로 살펴본다.¹⁾

1. 수학적 문제해결

수학적 문제해결은 문제해결이라는 개념에서 시작되었다. Pólya (1980)에 따르면, 문제해결이란 “방법이 알려지지 않은 곳에서 길을 찾는 것, 어려움에서 벗어날 방법을 찾는 것, 장애물을 우회하는 방법을 찾는 것, 즉시 도달할 수 없는 원하는 목적을 적절한 수단으로 달성하는 것 (to find a way where no way is known, off-hand, to find a way out of a difficulty, to find a way around an obstacle, to attain a desired end, that is not immediately attainable, by appropriate means)”(p. 1)이다. 이후 Kilpatrick(2009)은 문제해결이라는 개념으로부터 수학적 문제해결이라는 개념을 구분하여 정의하고자 하였으며, 그것을 구별하기 위한 방법으로 ‘수학적 개념 혹은 규칙’이 문제에 대한 답을 찾는 데 활용되어야 수학적 문제해결로 볼 수 있다 하였다.

수학적 문제해결이 수학 교과의 핵심 교육목표 중 하나로 인식되면서 수학적 문제해결이라는 용어는 ‘수학적 문제해결’ 자체를 의미하기도 하면서 때로는 ‘수학적 문제해결 역량’을 의미하는 용어로 사용되기도 하였다. 즉, 학습자들이 수학적 문제해결을 할 수 있는 능력, 기술, 혹은 역량이 ‘수학적 문제해결’이라는 용어로서 일컬어지고 있는 것이다. 2015년 개정된 우리나라의 수학과 교육과정 역시 수학 교과의 핵심 역량 중 하나로써 ‘문제해결’을 제시하면서, 이를 “해결방법을 알고 있지 않은 문제상황에

서 수학적 지식과 기능을 활용하여 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 능력”으로 정의하고 있다(MOE, 2015b, p. 39). 이는 2000년도에 NCTM이 정의한 수학적 문제해결 능력 (mathematical problem solving skill)의 개념과 유사하다. NCTM(2000)은 수학적 문제해결 능력을 주어진 문제 상황을 해결하기 위해 지식이나 기술을 바탕으로 이미 알고 있는 수학적 개념, 원리, 규칙을 이해하고 수학적 알고리즘, 발견, 전략 등과 같은 다양하고 종합적인 사고 과정을 수행하는 능력으로 정의한 바 있다.

2015 개정 수학과 교육과정은 수학적 문제해결을 정의하면서 그 하위 요소로써 문제 이해 및 전략 탐색, 실행 및 반성, 협력적 문제해결, 수학적 모델링, 문제 만들기를 제시하고 있다(Park et al., 2015). Park 외(2015)가 제시한 수학적 문제해결의 하위요소 중 ‘문제 이해 및 전략 탐색’과 ‘실행 및 반성’은 Pólya (1980)가 문제해결의 과정을 4단계로 제시한 이후 여러 학자들이 수학적 문제해결의 과정으로써 제시한 것과 일치한다(Anderson, Lee, & Fincham, 2014; OECD, 2014; Schoenfeld, 1985). 따라서 문제 이해 및 전략 탐색, 실행 및 반성은 수학적 문제해결의 하위 요소이자 수학적 문제해결의 과정을 일컫는 용어로 인식될 수 있다.

Park 외(2015)가 수학적 문제해결의 하위 요소로써 제시하고 있는 협력적 문제해결, 수학적 모델링, 문제 만들기는 일부 선행연구에서 수학적 문제해결의 하위요소로써 제시되기보다는 독자적인 개념으로써 정의되기도 하였다(Oh & Park, 2019). 그러나 본 연구에서는 앞에서 다룬 문제해결의 과정뿐만 아니라 협력적 문제해결, 그리고 문제 만들기까지 모두 문제해결의 능력을 신장시키는데 밀접한 관련이 있는 요소로 판단하고 교과서를 분석하고자 하였다. 이에 이하에서는 협력적 문제해결과 문제 만들기에 대해 자세히 살펴보고자 한다. 단, 수학적 모델링은 본 연구의 틀에서 최종적으로 제외된 바, 본 논문의 선행연구에서는 다루지 않았다. 이후에는 문제해결 역량 교수의 어려움에 대해 살펴본 뒤, 협력적 문제해결 및 문제 만들기에 대한 국내외 연구를 중심으로 문헌을 분석하여 본 연구를 위한 시사점을 얻고자 한다.

1) 문제해결 역량의 하위 요소는 2015 개정 교육과정 문서(MOE, 2015b)의 내용을 따라 수학적 문제해결 과정, 협력적 문제해결, 문제 만들기로 도출하였다. 물론 문제 만들기가 문제해결 과정에 포함된다고 볼 수도 있지만 본 연구에서는 이를 분리하여 살펴봄으로써 교육과정 문서에 충실하고자 하였다. 자세한 내용은 III. 연구 방법 참조.

2. 문제해결 역량 교수

문제해결 역량은 그 중요성에도 불구하고 교실 현장에서는 그 교수에 있어 어려움을 호소하고 있다. 현장 교사들의 의견을 살펴보면, 문제해결 역량은 국제사회문화이해나 시민의식 등 다른 역량에 비해 수학 교과에의 반영이 어렵지는 않다고 보았고, 실제로 많은 교사들이 문제해결 역량을 수학과 교수에 반영해본 적이 있다고 하였다(Kim, Huh, Noh, & Kang, 2012). 그러나 수학 교수에 반영하기 위해 노력해 본 적이 있다는 것이 학생 문제해결 역량의 실제적 신장을 보장하지 않으며, 실제로 신장되었다 하더라도 그러한 교수의 현장 지속 가능성은 낮을 수 있다. 교사들은 때때로 역량을 교수에 반영하지 않기도 하는데, 그 이유는 역량을 중요하게 생각하지 않는 다거나 평가와 무관했기 때문이라기보다는 수업 시간 및 활용할 학습 자료의 부족 때문인 것으로 드러났다(Kim, Huh, Noh, & Kang, 2012). 즉, 문제해결 역량 교수를 위해 수업 시간을 지나치게 많이 소요하지 않으면서도 구체적인 정보를 담고 있는 교수 자료가 필요한 것이다(e.g., Choi & Pang, 2018). 그런데, 만일 현행 교과서가 문제해결 역량 신장을 위한 정보를 충분히 담고 있다면 수업 시간의 촉박함과 자료 부족을 동시에 해결할 수 있다. 그렇기 때문에 현행 교과서가 문제해결 역량을 다루고 있는 현황을 파악한다면, 효과적인 후속 조치 마련에 도움이 될 것이다.

3. 협력적 문제해결

협력적 문제해결이란 협업과 생각 교환을 통해 어떤 한 문제에 반응적으로 접근하는 것이다(Hasse, Care, Buder, Sassenberg, & Griffin, 2015). 여기서 반응적이란, 적극적이며 통찰력 있는 참여를 의미한다. 협력적 문제해결은 미래 사회를 살아갈 학생들에게 필수적인 역량으로 손꼽히고 있다(Brannick & Prince, 1997; Griffin, Care, & McGaw, 2012; Klein, DeRouin, & Salas, 2006; National Research Council, 2011; OECD, 2013; Salas, Cooke, & Rosen, 2008). 그렇기 때문에 협력적 문제해결은 개인 단위의 문제해결과 더불어 반드시 주목해야 할 필요가 있다.

협력적 문제해결에 있어 의사소통은 필수적이다(Dillenbourg & Traum, 2006; Fiore, Rosen, Smith-Jentsch, Salas, Letsky, & Warner, 2010; Fiore &

Schooler, 2004; Hesse et al., 2015). 의사소통을 함으로써 협력의 당사자들은 서로의 관점을 통합하고, 문제해결의 진행 과정을 추적하며, 갈등을 해소하고, 업무를 분배하는 등의 활동이 가능해지므로 협력적 문제해결이 원활히 일어나는지 파악하기 위해서는 의사소통을 통한 상호작용이 적절히 일어나고 있는지 살펴볼 필요가 있다(Graesser, Foltz, Rosen, Shaffer, Forsyth, & Germany, 2018).

이와 같이, 협력적 문제해결 및 문제해결을 위한 상호작용이 중요함에도 불구하고 그 교수를 위한 지원은 부족한 실정이다(Hesse, Buder, Care, Griffin, & Sassenberg, 2012). 이를 해소하기 위해 협력적 문제해결의 내용을 구체화하거나, 수학을 접목하여 협력적 문제해결을 가르치거나, 관련 평가 도구를 개발하는 등의 노력이 있어왔다(Kim & Han, 2018; Lee, 2019; Lee & Yoon, 2020; Park & Lim, 2014). 본 연구는 이러한 기존 연구에 더하여 교사들에게 가장 광범위하게 제공되는 자원인 교과서의 내용을 구체적으로 살펴봄으로써 실질적으로 현재 협력적 문제해결의 교수에 관해 제공되고 있는 지원을 바탕으로 문제해결 능력을 신장시키기 위해 교수학습을 위한 시사점이 무엇인지 알아보려고 한다.

4. 문제 만들기

문제 만들기는 문제 제기, 문제 찾기, 문제 형성하기, 문제화하기, 문제 생성하기 등 다양한 용어로 지칭되어 왔다(Jay & Perkins, 1997). Silver(1994)에 의하면 문제 만들기는 주어진 문제를 재구성하거나 새로운 문제를 만들어내는 인지적 활동이다. 문제 만들기 전략에 대해서는 다양한 논의가 있는데, 예를 들어 주어진 조건 하나를 변경하기, 문제의 목표 변경하기, 주어진 조건과 문제의 목표를 대칭적으로 바꾸기, 연쇄하기의 네 가지 전략이 있다(Silver et al., 1996). 문제 만들기 활동 또한 연구자에 따라 여러 분류 기준을 제시하고 있는데 대체로 문제 만들기의 상황의 열린 정도를 그 기준으로 한다. 예를 들어, Cai와 Jiang(2017)은 문제 만들기 활동이 학생들에게 제시하는 정보와 요구하는 활동에 따라 문제 만들기를 네 가지로 분류하였다. 첫 번째는 원래 문제에 주어진 산술적 계산과 합치하는 문제를 만들기, 두 번째는 원래 문제와 유사한 수학적 관계 혹은 구조를 가진 변형 문제를

만들기, 세 번째는 원 문제 및 문제에 주어진 정보를 통해 추가 문제를 만들기, 네 번째는 주어진 정보만을 활용하여 문제 만들기이다. 즉, 문제 만들기는 자세히 들여다 보면 그 안에 여러 층위가 있지만 간단하게는 문제 일부를 변형하거나 새로 만드는 것으로 생각할 수 있다.

문제 만들기 활동은 학생의 학업성취도 및 정의적 영역과 창의성 발달에 도움을 준다(Bae & Park, 2016; Bonotto, 2013; Choi & Bae, 2004; Choi & Kim, 2011; Jung & Park, 2010; Oh & Jeon, 2018; Oh & Kim, 2010; Silver, 1997; Song & Park, 2005; Xia, Lu, & Wang, 2008; Yun & Park, 2008). 이에 더하여, 학생들은 문제 만들기를 통해 문제해결력의 향상을 꾀할 수 있다(Cai & Hwang, 2002; Kim & Lim, 2001; Kim & Rye, 2009; Silver & Cai, 1996). 문제 만들기는 이를 학습하는 학생 뿐 아니라 가르치는 교사에게도 긍정적인 영향을 미친다. 문제 만들기 활동의 이점은 바로 이 활동을 통해 학생의 오개념과 이해 정도 등 학생 사고를 파악할 수 있다는 것이다(Cai et al., 2019; Kotsopoulos & Cordy, 2009; Leung, 2013; Lin, 2004). 또한, 문제 만들기 활동에 담긴 수학적 개념에 대한 교사의 이해 증진 및 자신감 향상 등에도 도움이 된다(Kim & Hwang, 2015; 이동환, 2017). 학생과 마찬가지로, 교사 역시도 문제 만들기를 통해 자신의 문제해결력 향상을 도모할 수 있다(Xie & Masingila, 2017). 하지만 이것이 문제해결의 경험이 많다고 하여 문제 만들기 전략이 반드시 축적된다는 의미는 아니다. 오히려 문제해결의 경험이 있음에도 불구하고 문제 만들기는 잘하지 못하는 경우가 있음에 유의하여야 한다(Singer, Ellerton, Cai, & Keung, 2011).

교사는 적절한 지원을 통해 문제 만들기 활동 측면의 발전을 이룰 수 있다(Li, Song, Hwang, & Cai, 2020). 그러나 실제로는 이러한 지원이 부족해 현장에서 문제제기 교육이 충분히 이루어지고 있지 않다(Crespo, 2003; Han, Choi, Kim, & Lee, 2017; Yoon & Baek, 2010). 따라서 문제 만들기 활동이 현장에서 이루어질 수 있도록 관련 지원에 관한 연구가 시급히 필요하다.

5. 교재와 현장 교수 지원

교재(curriculum materials)는 공식 교육과정 문서에서 제시한 학습 목표 및 내용을 담고 있는 문서로, 교사의

교실 수업을 보조한다(Remillard & Heck, 2014; Suh, Lee, & Han, 2019). 교재는 그 배포 범위가 넓기 때문에 교육 개혁의 전파에 효과적인 도구이다(Ball & Cohen, 1996; Stein & Kim, 2009). 우리나라가 역량 교수 강화를 위한 국가 수준의 교육과정을 제정한 뒤 이를 교과서와 지도서 등 교재에 반영토록 한 것이 바로 교재의 이러한 장점을 활용한 예시이다. 또, 교재는 교사의 전문성 신장을 위한 도구로써 매우 좋은 조건을 가지고 있다. Darling-Hammond et al.(2017)에 의하면 교사 연수는 교사가 가르치는 과목의 맥락을 담고 있고, 활동을 통한 학습을 지원하며, 오랜 기간 제공될수록 효과적이다. 교재는 교과에 적합한 내용을 담고 있으며, 교사는 교재의 내용을 바탕으로 교수를 하고, 짧게는 한 학기에서 길게는 몇 년을 활용하게 되므로 앞서 언급한 효과적인 연수의 조건을 모두 만족한다. 이처럼, 교재는 현장 교사의 수업 질 제고에 영향을 미칠 가능성을 풍부하게 갖고 있다.

물론 교재의 내용이 그대로 현장에 반영될 것으로 기대하기는 어려울 뿐 아니라 적절치 않다. 교재의 내용을 문자 그대로 충실하게 따르기보다는 교사가 전문가적 식견을 발휘하여 개별 교실의 현장 상황에 맞게 응용하는 것이 더 좋다(Collopy, 2003; Davis, Palincsar, Smith, Arias, & Kademian, 2017; Drake, Land, & Tyminski, 2014). 교재를 통한 교사의 전문성 신장에 관한 연구에 따르면, 교재를 제작할 때 현장 상황에 따라 교사가 교재의 내용을 선택하고 변형하여 활용할 수 있게 열어주는 것이 교재의 내용을 그대로 따르도록 강요하는 것보다 훨씬 효과적으로 교사의 교수를 지원한다(Davis et al., 2017; Remillard, van Steenbrugge, & Bergqvist, 2014). 즉, 교재의 내용이 모두 그대로 현장에 적용될 것이라 믿어서는 안 되지만 특정 내용이 효과적인 방식으로 교재에 실려 있는 경우 그 내용이 현장에 생산적인 방식으로 적용될 가능성이 크다.

문제해결에 관한 연구 중에도 교재가 가진 위와 같은 가능성에 주목한 연구가 일부 존재한다(Deadline-Buchman, Dipipi-Hoy, Szczesniak, Sokol, & Xin, 2005; Fan & Zhu, 2007; Jäder, Lithner, & Sidenvall, 2020; Jitendra et al., 2005; Pang & Kim, 2006; Kim, 1998; van Zanten & van den Heuvel-Panhuizen, 2018). 이들 연구는 문제의 다양한 부분에 주목하였는데, 예를 들어 Jäder et al.(2020)은

12개 나라의 교과서에 실린 해답을 높은 연관성, 전체적 낮은 연관성, 국지적 낮은 연관성의 세 가지 중 어느 것에 해당하는지 살펴보았다. 이를 통해 학생들이 문제해결 역량의 증진을 이루는 데에 해답이 얼마나 도움이 되는지 알아보았다. 또 다른 연구는 문제를 비규칙적 문제, 불명확한 문제, 확실한 문제로 나누어 교재가 어떤 종류의 문제를 제공하고 있는지 분석하였다(van Zanten & van den Heuvel-Panhuizen, 2018). 이들 선행연구에서 활용한 분석 기준은 각기 장점이 있는 것은 확실하다. 그러나 학생들이 문제를 해결하면서 구체적으로 실시하게 되는 수학적 활동에 대한 정보를 담고 있지 못하다는 한계가 있다.

본 연구는 교과서에 담긴 수학 문제가 문제해결의 어떤 측면을 반영하고 있는지 확인하고자 수학적 과제와 수학적 활동을 분석의 단위로 하였다. 수학적 활동은 “수학 문제를 해결하기 위해 학생이 경험하는 일련의 사고과정”(Son, Hwang, & Yeo, 2020, p. 494)을 이른다. Son 외(2020)는 기존 연구를 바탕으로 수학적 활동을 문제 확인하기, 예상하기, 탐색하기, 정답 찾기, 설명하기 및 정당화하기로 유형화한 바 있다. 교과서에 두 명의 학생이 먹은 간식의 양을 각각 분수로 나타내어보라는 문장과 두 명이 가진 음료의 양을 어렵하여 더해보라는 문장이 각각 문제 확인하기와 예상하기 유형에 해당한다. 즉, 분석의 단위가 되는 수학적 활동은 딸림 문항 수준의 구체적인 질문을 담고 있는 문장인 것이다. 현행 교과서의 생각 수학, 도전 수학, 탐구 수학은 각각 전체 과제를 아우르는 큰 문항과 그 큰 문항을 해결하기 위해 수행하는 딸림 문항으로 이루어져 있다. 학생들이 해결해야 하는 문제는 일반적으로 큰 문항 하나이지만, 그 하나의 큰 문항을 해결하기 위해 그 아래 딸린 작은 문항을 수행하도록 구성된 것이다. 이 작은 문항은 문제를 해결하고자 하는 학생에게 구체적인 지침을 제공하기에 수학적 활동으로 볼 수 있다. 이처럼 교과서는 각 과제의 해결을 위한 상세한 단계를 수학적 활동을 통해 안내하고 있다. 그러므로 문제해결을 위해 학생들이 실질적으로 거치게 되는 사고과정을 이해하기 위해서는 수학적 활동 단위의 분석이 과제 단위의 분석보다 유리하다고 할 수 있다. 실제로 Gracin(2018)은 수학적 활동 단위의 분석을 통해 교재가 학생들에게 제시하는 학습 기회에 대한 깊은 이해가 가능함을 보여주었다.

이에 본 연구는 문제해결 역량의 하위요소가 교과서의 생각 수학, 도전 수학, 탐구 수학의 문제 및 수학적 활동에 반영된 양상을 살펴본다. 이를 통해 문제해결 교수를 위해 교과서가 제공하고 있는 지원에 대해 살펴보고, 더 나아가 현장에서의 문제해결 교수를 효과적으로 지원하려는 방안에 대해 논의하고자 한다.

III. 연구방법

1. 분석 대상

본 연구에서는 2015 개정 교육과정 3학년부터 6학년 수학 교과서 중 ‘수와 연산’ 단원을 분석하였다. 먼저 학년 선정의 근거는 교육부의 2015 개정 수학과 교육과정 고시 및 적용에 따르면 1학년과 2학년에서는 단순히 문제해결 전략 지도를 통한 교수학습이 강조되는 것에 반해, 3학년 부터 6학년은 해결과정 설명이나 새로운 문제 만들기를 통해 다면적으로 문제해결 능력을 기르도록 강조하고 있기 때문이다. 이러한 교수학습의 유의점이 교과서에도 반영되어 있으므로 1학년과 2학년 교과서는 분석에 포함시키지 않았다. 또한, 초등학교 교과서에서 다른 영역과는 달리 수와 연산은 전통적으로 문제해결의 단계에 따라서 주어진 문제해결의 과정을 단계적으로 접근할 수 있는 유형의 문제들이 가장 많이 나타나는 영역으로 본 연구에서 초점 영역으로 선택되었다(Yoon & Baek, 2010). [Table 1]과 같이 총 22개의 단원에서 수와 연산에 관련된 3학년과 4학년에서는 생각 수학과 탐구 수학을 5학년과 6학년에서는 도전 수학과 탐구 수학을 분석하였다.

일반 학습차시에도 문제해결 능력을 기를 수 있는 요소들이 있지만, 도전/생각 수학과 탐구 수학은 문제해결을 기반으로 하여 다양한 역량을 기르기 위해서 개발된 과제들로 구성되어 있어 본 연구의 분석 대상으로 더 타당하였다. 특히, 생각 수학과 도전 수학은 학생의 문제해결 능력을 적극적으로 신장하는데 중점이 있는 활동으로 각 단원에서 학습한 내용을 적용할 수 있는 문제를 중심으로 활동이 구성되어 있다. 이에 비해 탐구 수학은 문제해결뿐만 아니라 다양한 실험이나 조사와 같은 탐구 활동에 참여하여 창의 융합적인 능력 또한 강조하는 활동이 제시되어있다.

[Table 1] The domain of number and operation in textbooks

Grade 3 (7 units)	Grade 4 (4 units)
3-1(MOE, 2019a) 1. Addition and subtraction 3. Division 4. Multiplication 6. Fraction and decimal	4-1(MOE, 2019c) 1. Big numbers 3. Multiplication and division 4-2(MOE, 2019d) 1. Fraction addition and subtraction 3. Decimal addition and subtraction
3-2(MOE, 2019b) 1. Multiplication 2. Division 4. Fraction	
Grade 5 (7 units)	Grade 6 (4 units)
5-1(MOE, 2019e) 1. Mixed operations with whole number 2. Divisor and multiple 5-2(MOE, 2019f) 1. Range and estimation 2. Fraction multiplication 4. Decimal multiplication	6-1(MOE, 2019g) 1. Fraction division 3. Decimal division 6-2(MOE, 2019h) 1. Fraction division 2. Decimal division

무엇인가요?’와 같이 세 가지 수학적 활동이 제시되어 있다. 수학적 활동은 문제해결의 과정에서 학생들이 특정 활동에 참여하도록 안내하여 학습의 질을 좌우하는 중요한 기준이 된다(Charalambous, Delaney, Hsu, & Mesa, 2010). 단, 수와 연산 단원의 교과서에 제시된 도전/생각 수학과 탐구 수학을 분석할 때, 딸림 문항들을 예외 없이 모두 문제해결의 관점에서 분석하였다. 이는 제시된 수학적 활동들이 다른 역량과도 관련이 있을 수 있지만, 기본적으로는 모두 문제해결의 과정의 일부분으로 간주할 수 있기 때문이다.

분석에 활용된 수학적 활동은 [Table 2]와 같이 3학년 67개, 4학년 48개, 5학년 101개, 6학년 72개로 총 288개이다. 또한, 수학적 활동에 대한 분석을 바탕으로 과제들을 특징에 따라 분류하였다. 이때, 분석에 활용된 과제들은 학년별로 3학년 23개, 4학년 14개, 5학년 27개, 6학년 19개로 총 83개였다.

[Table 2] Units of analysis

	Mathematical activity	Mathematical task
Grade 3	67	23
Grade 4	48	14
Grade 5	101	27
Grade 6	72	19
Total	288	83



Challenging math (MOE, 2019g, p. 20)

[Fig. 1] Sample of tasks and mathematical activities

본 연구에서는 ‘과제’와 ‘수학적 활동’ 두 가지 분석의 단위가 사용되었다. 먼저, 도전/생각 수학과 탐구 수학을 하나 또는 다수의 과제로 구성이 되어있고, 하나의 과제는 다양한 수학적 활동으로 구성되어 있고 이는 교과서에 기술되어 있는 핵심 발문이나 지시문들과 같다. 예를 들어, [Fig. 1]은 팔찌 매듭에 대한 과제와 ‘구하려는 것은

2. 분석 초점

본 연구의 교과서 분석을 위해서 먼저 분석 준거를 개발하고 이를 활용하여 코딩을 실시하였다. 수학적 활동을 분석하기 위한 준거를 마련하기 위해 2015 개정 수학과 교육과정 문서(MOE, 2015b)를 바탕으로 하위 요소를 추출하였다. 2015 개정 수학과 교육과정 문서(MOE, 2015b)는 문제해결 능력의 함양을 위해서는 문제해결의 과정, 협력적 문제해결, 문제 만들기 등의 요소가 중요하다고 강조하고 있어 이를 분석 준거에 포함시켰으며 [Table 3]과 같이 하위 요소들을 추출하였다. 이는 Kim(2019)이 제시한 수학 교과 역량 중심 준거 중에서 문제해결 역량을 중심으로 더 상세화한 것이다. 단, 개정 교육과정의 시안에서 Park 외(2015)가 문제해결 역량의 하위 요소로 제시하였던 수학적 모델링은 분석 준거에 포함되지 않았다. 수학적 모델링은 단순히 수학적 표상을 이용하여 문제

상황을 제시하는 것이 아닌 실생활 문제 상황을 수학적으로 나타내고 분석하여 결론을 도출하고 이를 상황에 맞게 해석하는 능력을 나타낸다(Park et al., 2015). 그러나 교육과정에서 정의하고 있는 수학적 모델링은 수학적 문제해결과 같이 수학 문제를 해결하는 다양한 측면 및 과정을 포함하고 있어서, 실상 교과서의 모든 문제가 수학적 모델링의 일부에 해당한다고 보였다. 반면, 본 연구는 수학적 문제해결의 세부 요소들에 대해 분석을 하고자 했던 점들이 서로 상충한다고 판단하였다. 즉, 본 연구자들은 Park 외(2015)가 제시한 수학적 모델링의 정의가 본 연구의 목적에 부합하지 않은 측면이 있다고 판단하여 연구 결과를 도출하는 과정에서 수학적 모델링을 최종적으로 제외하였다.

[Table 3] Analytic framework

Dimension	Component
Problem solving process	Understand the problem (PS1)
	Devise a plan (PS2)
	Carry out the plan (PS3)
	Look back (PS4)
Collaborative problem solving	Interact with peers (C1)
	Solve collaboratively (C2)
Problem posing	Reformulate a problem (PP1)
	pose a problem (PP2)
	Solve the posed problem and look back (PP3)

‘문제해결의 과정’은 문제 이해, 해결 전략 탐색, 해결 과정 실행, 검증 및 반성의 네 개 하위 요소로 구성되어 있다. ‘문제 이해’는 문제에서 주어진 조건이나 목표를 이해하는지를 확인하는 활동이다. 예를 들어, “구하려고 하는 것은 무엇인가요?”와 같은 발문이 해당한다. 해결 전략 탐색은 주어진 조건과 목표 사이의 관계를 파악하고 여러 해결 전략을 계획해보는 활동이다. “어떤 방법으로 문제를 해결하면 좋을까요?”가 이에 속한다. 해결 과정 실행은 전략을 선택하여 계획에 따라 실행하고 답을 구하는 활동이다. “생각한 방법으로 문제를 해결해 보세요.”와 같은 예가 있다. 검증 및 반성은 문제를 해결한 과정을 처음부터 검토하고 대체할 수 있는 해결 방법을 생각해보는 활동이다. “바르게 구했는지 확인해 보세요.”와 같은 발문을 통해서 학생들에게 반성적 사고를 요구할 수 있다.

‘협력적 문제해결’은 상호작용과 협력적 해결로 구성되어 있다. ‘상호작용’은 문제해결 과정에서 자신의 수학적 생각이나 전략을 설명하거나 동료들과 함께 논의하는 활동이다. 이러한 상호작용은 수업에서 일어나는 일반적인 의사소통과는 구별이 된다. 예를 들어, “문제를 해결한 방법을 친구들에게 설명해 보세요.”를 통해 학생들이 문제를 해결한 뒤에 자신의 해결 전략에 대해서 설명하는 과정을 통해서 자신이 해결한 전략에 대해서 더 깊이 있게 반성하고 동료들과 활발하게 상호작용에 참여할 수 있다. 단, ‘해결 방법을 설명해 보세요.’와 같이 수학적 설명에 대한 대상이 불분명할 경우에는 상호작용으로 코딩을 하지 않았다. 서로의 해결 전략을 비교하거나 정당화하는 다양한 형태의 수학적 의사소통이 가능한 ‘상호작용’에 비해서 ‘협력적 해결’은 학생들과 함께 협력적으로 문제해결 전략을 세우고 실행하는 활동의 의미가 강조되었다. 예를 들어, “조건에 맞게 학용품을 고르고 문제를 만들어 친구와 함께 해결해 보세요.”와 같이 함께 해결해 보는 등 협력의 요소가 필수적으로 수반되어야 한다.

‘문제 만들기’는 문제 변형, 문제제기, 제시된 문제해결 및 검증 세 하위 요소로 구성된다. ‘문제 변형’은 문제에서 주어진 조건이나 구하고자 하는 것을 변형하여 문제를 만들어 보는 활동이다. 예를 들어, “조건을 다르게 하여 새로운 문제를 만들어 보세요.”가 이에 속한다. 문제제기는 문제에서 다루야 할 수학적 내용뿐만 아니라 맥락을 스스로 재구성하는 활동이다. “다음 보조배터리 그림을 보고 문제를 만들어 해결해 봅시다.”와 같이 학생들이 문제 상황을 직접 만들어야 하고 문제 변형에 비해 더 열린 접근이 가능하다. ‘제시된 문제해결 및 검증’은 문제 변형이나 제기 활동을 통해서 재구성된 문제를 개인별로 또는 모둠이 함께 해결해 보는 활동을 의미한다. “다음 두 가지 조건 중 한 가지 이상을 바꾸어 새로운 문제를 만들고, 친구와 함께 문제를 해결해 보세요.”와 같은 발문이 이에 해당한다. 이처럼, ‘제시된 문제해결 및 검증’은 자체로 ‘문제 변형’이나 ‘문제제기’와 같은 속성이 중복으로 코딩되거나 ‘문제 변형’이나 ‘문제제기’에 이어지는 수학적 활동으로 제시되는 경우가 많았다.

코딩 과정은 먼저 문제해결에 대한 분석 초점과 하위 요소에 대해 동의한 후, 네 명의 연구자들이 6학년 4개 단원의 수학적 활동을 개별적으로 코딩한 뒤 정기적인

화상회의를 통해서 일치하지 않은 코딩에 대해서 의견이 수렴될 때까지 논의하고 검토하였다. 이때, 하나의 수학적 활동이 여러 하위 요소에 속할 때는 중복 코딩을 실시하였다. 이러한 과정에서 분석 준거도 최종적으로 도출되었다. 이후 최종 분석 준거를 바탕으로 남은 학년의 단원들은 두 명의 연구자씩 짝을 지어 이중으로 코딩하고 합의 과정을 거쳐 코딩을 완성하였다.

3. 분석 방법

본 연구의 두 가지 연구 문제를 다루기 위해서 2단계에 걸쳐서 자료를 분석하였다. 1단계에서는 수학적 활동을 교육과정에 제시된 문제해결의 하위요소를 기준으로 분석하였다. 2단계에서는 과제들이 지닌 특징들이 유사한 집단끼리 분류하여 학년별 그리고 활동별로 나타내는 특징을 파악하고자 하였다. 이는 하나의 과제가 지니는 다양한 속성을 주어진 분석의 초점에 따라 어떻게 유형이 나뉘는지에 대해서 통계적으로 분류하고 각 유형별로 어떠한 특징들이 드러나는지를 확인하는 데 의의가 있다.

보다 구체적으로, 먼저 첫 번째 연구문제를 해결하기 위해서 첫 번째 분석 단위의 수학적 활동의 빈도와 비율의 기술통계를 활용하였다. 기술통계 분석 결과에서 보여준 자료의 전체적인 분포는 공통적인 패턴을 바탕으로 다음 연구문제를 정하는 데에 도움이 되었다. 즉, 학년별로 수학적 활동에 대한 분석의 초점 및 하위 요소별로 나타내는 특징을 먼저 살펴보고 이러한 하위 요소들이 문제들에 어떻게 동시에 드러나게 되는지 그리고 어떻게 집단으로 나뉠 수 있는지에 대한 탐구할 수 있는 근거를 제시해 주었다.

두 번째 연구 문제를 해결하기 위해서 잠재집단분석(Latent Class Analysis)으로 과제들이 가진 수학적 활동의 특성에 따라 과제들의 집단을 분류하였다(Hagenaars & McCutcheon, 2002). 기존의 군집분석은 집단 수를 연구자가 임의로 정해야 하고 다면적인 성격의 자료를 반영하지 못하는 한계점이 있었다. 잠재집단분석은 이를 보완하기 위해 대안적으로 나온 연구방법으로써, 이를 통해 주어진 사례들에서 공통적인 응답에 대한 확률값을 통해서 유사한 속성을 갖는 항목끼리 묶어서 세부집단을 정하고 통계치를 이용해서 집단의 개수를 논리적으로 선택할 수 있다. 본 연구에서는 문제해결 역량의 하위요소 10

가지를 바탕으로 잠재집단을 확인하기 위해서 R 소프트웨어의 *poLCA* 패키지를 활용하였다(Linzer & Lewis, 2011). 10가지 하위항목에 대해서 먼저 문제별로 하위항목의 존재 여부를 1(해당 없음)과 2(해당함)로 재코딩하였다. 잠재집단분석은 각 과제를 비슷한 특성을 지닌 과제들에 따라 집단으로 지정하여주었고 각 과제가 집단별로 포함 가능한 확률을 생성하였다. 집단의 개수는 Bayesian information criterion (BIC), Akaike information criterion (AIC)와 집단간 분포 등을 바탕으로 선정하였다(Nylund, Asparouhov, & Muthén, 2007). 잠재집단분석을 이용하여 집단의 개수를 점진적으로 늘려가면서 적합한 모델을 확인하였다. [Table 4]에서 집단의 개수가 2개 일 때 BIC는 가장 낮은 값을 가지고 집단의 개수가 3개 일 때 AIC가 가장 낮은 값을 가져서 모델의 적합도가 일치하지 않았다. 2개의 집단과 3개의 집단이 서로 포함관계와 같은 연결성이 없으므로 연구자들이 이론적으로 어떠한 분류가 더 적합한지 고려하여 최종적으로 3개의 집단 모델을 선택하였다. 특히, 2개의 집단에서는 모든 집단의 문제제기와 관련된 확률이 10% 미만으로 나타나서 과제들의 특징을 대표하기에 부적합하다고 생각하였다. 또한 Kim, Lee(2014)의 연구와 같이 AIC 값의 감소분이 커지다가 현저히 작아지는 곳에서의 집단의 개수를 정하는 것이 설명력이 우수하다는 결과를 활용하였다.

[Table 4] Model fit by the number of latent classes

	Log-likelihood	BIC	AIC	distribution
2	-316.23	716.42	670.46	70:13
3	-300.31	728.77	658.63	46:12:25
4	-291.41	755.15	660.81	48:4:21:10
5	-284.98	786.48	667.95	50:13:5:3:12

각 집단은 문제해결과 관련된 하위 요소의 다양한 조합에 따른 독특한 특징을 가지므로 본 연구에서는 앞으로 각 집단을 과제 프로파일(task profile)로 부르고 그 특징을 살려서 과제 프로파일의 이름을 지었다(Hildebrandt, 2008). 또한, 세 가지 과제 프로파일 별로 교과서가 어떻게 구성되어 있는지 다시 살펴보기 위해서 학년별, 그리고 생각/도전 수학과 탐구 수학에 따라서 구별하여 분포를 살펴보았다. 이는 기초통계와는 다르게 우

리 교과서를 통해서 학생들이 학습하게 될 문제해결의 요소들을 통합적으로 이해하는 기초를 제공할 수 있다.

IV. 연구 결과

1. 문제해결에 따른 수학적 활동 분석 결과

1) 문제해결의 과정

문제해결의 과정에 대해 수학적 활동을 분석한 결과는 [Table 5]와 같다. 각 수학적 활동의 빈도 분석 결과, 해결과정 실행이 모든 학년에서 가장 높은 비율을 차지하였으며, 이어서 검증 및 반성이 강조되었다. 예를 들어, 3학년에서 해 과정 실행은 24회(38.71%)로 나타나고 검증 및 반성은 17회(27.42%)로 그다음으로 많이 나타났다. 빈도와 비율의 차이는 있지만 다른 학년에서도 마찬가지로 해결 전략의 실행이 가장 강조되고 있었다.

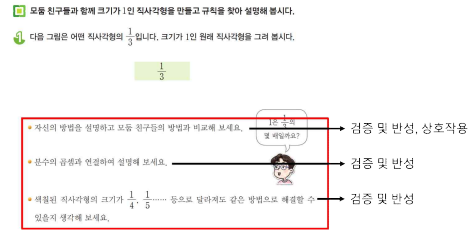
[Table 5] Frequency and percentage of mathematical activities regarding problem solving process

	PS1	PS2	PS3	PS4	Sum	Total
Grade3	12 (19.35%)	9 (14.52%)	24 (38.71%)	17 (27.42%)	62	236
Grade4	6 (16.67%)	6 (16.67%)	15 (41.67%)	9 (25.00%)	36	
Grade5	13 (15.66%)	5 (6.02%)	37 (44.58%)	28 (33.73%)	83	
Grade6	7 (12.73%)	10 (18.18%)	23 (41.82%)	15 (27.27%)	55	

Note. PS1: Understand the problem, PS2: Devise a plan, PS3: Carry out the plan, PS4: Look back

학년별 차이를 살펴보면 5학년의 수학적 활동이 83회로 문제해결의 과정에 대한 학습 기회가 높다는 것을 확인할 수 있었다. 문제 이해는 3학년에서 높은 비율(19.35%)을 차지하고 학년이 높아질수록 줄어든다는 것을 알 수 있다. 이는 낮은 학년일수록 문제해결의 과정에서 어떤 조건이나 구해야 하는 것을 파악하는 것에 교과서에서 더 중점적으로 학습 기회가 제공되고 있음을 알 수 있다. 5학년에서는 해결 전략의 탐색의 비율(6.02%)이 특히 낮게 나타나는 반면 검증 및 반성에 대한 비율(33.73%)이 상대적으로 높게 나타났다. 이처럼 5학년에서는 실행이나 검증 및 반성이 추가 되는 수학적 활동들이 강조되었다. 예를 들어, [Fig. 2]에서는 주어진 도형의 원

래 부분을 찾는 것이 원래 문제의 해결이지만 이어지는 수학적 활동은 모두 검증 및 반성에 해당되는 것으로 자신의 방법을 설명하거나, 해당 단원에서 학습한 분수의 곱셈과 연결하여 설명, 또 문제의 조건이 바뀌더라도 해결한 전략을 활용할 수 있는지에 대한 발문이 제시되었다.



5학년 2학기 2.분수의 곱셈 <도전 수학>

[Fig. 2] A sample task concentrated on 'Look back'(MOE, 2019f, p. 46)

2) 협력적 문제해결

협력적 문제해결에 대한 수학적 활동을 분석한 결과는 [Table 6]과 같다. 동료들에게 해결 전략을 설명하거나 정당화를 요구하는 상호작용이 29회(85.29%)로 높게 나타나고 협력적 해결은 5회(14.71%)로 나타났다. 학년별로 살펴보면 문제해결의 과정과 마찬가지로 5학년에서 상호작용과 협력적 해결을 포함하여 가장 많은 협력적 문제해결의 학습 기회(13회)가 제공됨을 알 수 있다. 또한, 3, 5, 6학년의 협력적 문제해결의 하위 요소들이 유사하게 나타나는 반면 4학년에서는 협력적 해결의 기회가 제공되지 않음을 알 수 있다.

[Table 6] Frequency and percentage of mathematical activities regarding collaborative problem solving

	C1	C2	Sum	Total
Grade 3	4 (80.00%)	1 (20.00%)	5	34
Grade 4	9 (100%)	0 (0.00%)	9	
Grade 5	10 (76.92%)	3 (23.08%)	13	
Grade 6	6 (85.71%)	1 (14.29%)	7	

Note. C1: Interact with peers, C2: Solve collaboratively

3) 문제 만들기

문제 만들기에 따른 수학 교과서에 나타난 수학적 활동의 빈도 및 비율 분석 결과는 [Table 7]과 같다. 하위 요소별로 살펴보면 만들어진 문제를 해결하는 제기된 문제해결 및 검증(38.89%)이 가장 높은 비율을 차지하고 문제 변형(33.33%), 문제제기(27.78%)로 차례로 나타났다. 학년별로 살펴보면 3학년에는 문제제기에 해당하는 수학적 활동이 제시되지 않았고 그 이후로 학년이 높아질수록 문제 만들기에 대한 학습 기회가 늘어남을 알 수 있다. 직접 문제를 만들어 보는 문제 변형이나 문제제기의 경우에는 4학년에 2회 제시될 뿐 3-4학년에서는 이에 대한 수학적 활동이 부족하였다. 이에 비해 5-6학년에서는 각각 4회와 5회로 보다 많은 기회를 통해 학습한 내용을 바탕으로 문제를 변형하거나 만들어 보는 경험을 할 수 있도록 교과서가 구성되어 있었다.

[Table 7] Frequency and percentage of mathematical activities regarding problem posing

	PP1	PP2	PP3	Sum	Total
Grade 3	0 (0.00%)	0 (0.00%)	0 (0.00%)	0	18
Grade 4	2 (66.67%)	0 (0.00%)	1 (33.33%)	3	
Grade 5	0 (0.00%)	4 (80.00%)	1 (20.00%)	5	
Grade 6	4 (26.67%)	1 (6.67%)	5 (33.33%)	10	

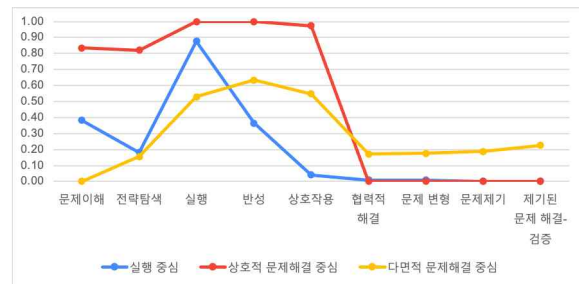
Note. PP1: Reformulate problem, PP2: Pose a problem, PP3: Solve the posed problem and look back

2. 수학 과제 프로파일

과제들이 지니는 문제해결 역량과 관련된 하위 요소의 확률을 바탕으로([Table 8]과 [Figure 3] 참고) 각 과제 프로파일의 특징을 나타내기 위해서 과제가 지닌 주요한 문제해결 역량에 따라 ‘실행 중심의 과제’, ‘상호적 문제해결 중심의 과제’, ‘다면적 문제해결 중심의 과제’ 3개의 프로파일로 명명하였다.

[Table 8] Probability of problem solving components by mathematical task profile

	Execution ($n=46$)	Collaborative-solution ($n=12$)	Multifaceted-solution ($n=25$)
PS1	0.38	0.84	0.00
PS2	0.18	0.82	0.16
PS3	0.88	1.00	0.53
PS4	0.36	1.00	0.63
C1	0.04	0.97	0.55
C2	0.01	0.00	0.17
PP1	0.01	0.00	0.18
PP2	0.00	0.00	0.19
PP3	0.00	0.00	0.23

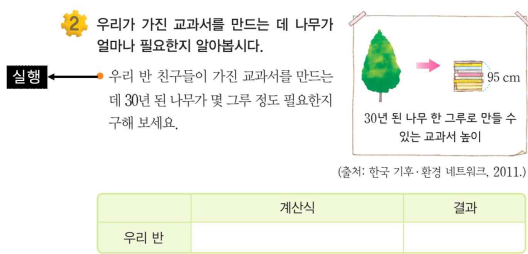


[Fig. 3] Probability graph of problem solving components by mathematical task profile

‘실행 중심의 과제’는 문제해결의 하위 요소 중 실행이 0.88로 가장 높게 나타나고 그다음으로는 문제 이해(0.38), 검증 및 반성(0.36)이 나타났으며, 협력적 문제해결이나 문제 만들기와 관련된 요소는 거의 드러나지 않았다. 3학년부터 6학년에 걸쳐 ‘실행 중심의 과제’는 총 46개로 문제해결의 과정에서 특히 해결 전략을 실행하거나 문제의 답을 구하는 수학적 활동이 중심이 된 과제를 의미한다. ‘상호적 문제해결 중심의 과제’는 문제해결과 관련된 하위 요소들인 문제 이해, 전략 탐색, 해결 실행, 검증 및 반성이 나타날 확률이 모두 0.8 이상으로 대부분 높게 나오며 특히 실행과 반성이 반드시 나오는 특징을 가지고 있다. 또한, 다른 과제 프로파일들과 다르게 문제해결의 과정에서 다른 동료와의 의사소통을 강조한 상호작용(0.97)이 매우 높은 확률로 나타나는 과제 프로파일이다. 즉, ‘상호적 문제해결 중심의 과제’는 총 12개로 문제해결의 과정에서 강조되는 네 가지 하위 요소가 모두 나타나며 동시에 친구들과 해결 과정이나 결과를 논의하

는 의사소통이 강조된 활동을 포함한 형태의 과제이다. 마지막으로 ‘다면적 문제해결 중심의 과제’는 문제해결의 과정, 협력적 문제해결, 문제 만들기의 요소들이 복합적으로 제시되는 형태의 과제들이다. 구체적으로 살펴보면, 문제해결의 하위 요소 중 해결 과정 실행(0.53)과 검증 및 반성(0.63)으로 높게 나오는 것과 동시에 다른 과제 프로파일에서는 거의 드러나지 않았던 협력적 해결(0.17), 문제 변형(0.18), 문제제기(0.19), 제기된 문제해결 및 검증(0.23)이 나타나는 프로파일이다. ‘다면적 문제해결 중심의 과제’는 수와 연산 단원에서 총 25개가 나타났다.

각 과제 프로파일별로 대표적인 사례를 바탕으로 살펴보면 먼저 ‘실행 중심의 과제’는 4학년 1학기 3단원 곱셈과 나눗셈의 과제로 교과서를 만드는 데 사용되는 나무의 양을 알아보는 과제이다([Fig. 4]). 우리 반 학생 수를 기준으로 필요한 교과서의 높이를 곱셈을 이용하여 구한 뒤에 이를 나무 한 그루로 만들 수 있는 교과서 높이로 나누어 문제를 해결할 수 있다. 제시된 수학적 활동은 문제해결 중 실행 한 가지로 협력적 문제해결이나 문제제기와 같은 다른 영역의 문제해결 능력을 길러주는 학습 기회는 제한된 프로파일이다.



[Fig. 4] An example of execution-focus task profile(MOE, 2019c, p. 81)

‘상호적 문제해결 중심의 과제’는 3학년 1학기 1단원 덧셈과 뺄셈의 과제로 지도를 보고 가장 짧은 길을 찾는 과제이다([Fig. 5]). 세 자리의 수를 더하고 그 결과를 비교하여 가장 작은 수를 찾는 것이 문제에서 구하고자 하는 바이다. 수학적 활동의 요소들을 보면 문제해결의 하위 4요소인 문제 이해(‘구하려고 하는 것은 무엇인가요?’), 전략 탐색(‘어떤 방법으로 문제를 해결하면 좋을까요?’), 실행(‘생각한 방법으로 문제를 해결해 보세요.’), 반성(‘바

르게 구했는지 확인해 보세요’)이 한 번씩 나타나고 마지막에 해결한 방법을 친구들에게 설명하는 반성 및 상호작용의 요소(‘문제를 해결한 방법을 친구들에게 설명해 보세요’)가 나타난다. 이러한 유형의 과제를 해결함으로써 문제해결의 과정을 단계적으로 학습할 수 있을 뿐만 아니라 서로 다른 해결 전략을 공유하는 과정에서 문제해결의 능력을 기를 기회를 가질 수 있다.



[Fig. 5] An example of collaborative-solution-focus task profile(MOE, 2019a, pp. 22-23)



[Fig. 6] An example of multifaceted-solution-focus task profile(MOE, 2019e, pp. 42-43)

‘다면적 문제해결 중심의 과제’는 5학년 1학기 2단원 약수와 배수에서 직사각형 모양의 울타리를 설치할 때 필요한 말뚝의 수를 찾는 과제이다([Fig. 6]). 울타리의 가로와 세로의 길이 다르기 때문에 일정한 간격으로 말뚝을 박기 위해서는 두 수의 최대공약수를 구해 필요한 말뚝의 수를 구해야 하는 과제이다. 하위 요소별로 살펴보면 문제해결의 과정과 관련하여 문제 이해, 전략 탐색, 실행

행, 검증 및 반성의 모든 요소가 최소 한 번 이상씩 나타나고 친구와 함께 문제를 해결해 나가는 협력적 해결 요소 또한 나타난다. 그리고 문제를 직접 만들고 이를 해결하는 과정(‘친구와 함께 가로와 세로를 다르게 정하여 새로운 문제를 만들어 봅시다’)을 통해 문제 만들기에 대한 학습 기회를 가질 수 있는 과제이다. 주어진 과제를 학생들이 해결한다면 문제해결의 하위 역량인 문제해결의 과정, 협력적 문제해결, 및 문제 만들기 영역을 끌고올 수 있을 것이다.

학년별 과제 프로파일의 분포를 살펴보면 [Table 9]와 같다. 모든 학년에 걸쳐서 실행 중심의 과제들이 가장 많이 차지하고 있고 4학년은 제외하고는 상호적 문제해결 중심의 과제들이 상대적으로 낮은 비율을 나타낸다. 3학년에서는 특히 실행 중심의 과제들이(78.26%) 많이 나타나고 5-6학년에서는 다면적 문제해결 중심의 과제들이 상대적으로 많이 제시된다.

[Table 9] Task profiles by grade levels

	Execution	Collaborative-solution	Multifaceted-solution	Sum	Total
Grade 3	18 (78.26%)	1 (4.35%)	4 (17.39%)	23	83
Grade 4	5 (35.71%)	5 (35.71%)	4 (28.57%)	14	
Grade 5	14 (51.85%)	2 (7.41%)	11 (40.74%)	27	
Grade 6	9 (47.37%)	4 (21.05%)	6 (31.58%)	19	

수와 연산 단원을 중심으로 한 교과서의 차시 활동인 생각/도전 수학과 탐구 수학에 따른 과제 프로파일의 분포는 [Table 10]과 같다. 생각/도전 수학에서는 문제해결 과정에 초점을 맞춘 실행 중심(32.43%)과 상호적 문제해결 중심(29.73%), 그리고 다면적 문제해결 중심(37.84%)로 고루 강조되었다. 이는 원래 교과서 해당 차시의 목적에 맞게 생각/도전 수학은 문제해결 역량을 신장시키기 위해 문제해결 능력의 하위요소를 차례로 수행하는 것이 강조되어 문제해결의 단계들이 강조되는 상호적 문제해결 중심의 과제뿐만 아니라 문제해결의 또 다른 한 영역인 문제 만들기까지 포함한 다면적 문제해결 중심의 과제까지 비중이 비슷하게 높음을 알 수 있다. 이에 반해, 탐구 수학에서는 실행 중심(73.91%)이 대부분을 차지하고

있음을 알 수 있었다. 탐구 수학은 실생활과 연계한 문제를 해결하는 과정에서 수학의 유용성을 증진하는 것이 그 주된 목적이므로 체계적으로 문제해결의 과정을 밟아 나가는 상호적 문제해결 중심(2.17%)은 거의 제시되지 않는 반면 주로 실행 중심의 문제들이 제시되어있다. 다면적 문제해결 중심의 문제들도 생각/도전 수학보다 근소하게 보다 적은 비율로 나타나는 것 또한 탐구 수학에서는 문제해결의 실행 부분이 가장 강조되고 있다는 것을 알 수 있다. 생각/도전 수학에서 세 가지 유형이 골고루 나타나는 점을 통해서 문제해결의 다양한 관점을 학생들이 학습할 수 있게 됨을 알 수 있는 반면, 탐구문제 활동의 원래 목적이 창의 융합능력이나 정보처리 능력과 같은 다른 교과 역량을 기르는 데 활용됨을 비추어 볼 때 이러한 실행 중심의 경향은 문제해결 역량의 다양한 측면을 고루 길러주기보다는 다른 수학 교과 역량과 함께 동시에 문제해결 역량도 균형 있게 기를 수 있음을 유추해 볼 수 있다.

[Table 10] Task profiles by activities

	Execution	Collaborative-solution	Multifaceted-solution	Sum	Total
Thinking/Challenging	12 (32.43%)	11 (29.73%)	14 (37.84%)	37	83
Inquiry	34 (73.91%)	1 (2.17%)	11 (23.91%)	46	

V. 논의 및 결론

본 연구는 수와 연산을 중심으로 수학 교과서의 생각/도전 수학과 탐구 수학의 수학적 활동을 문제해결 역량에 관하여 분석하고 과제의 특징을 잠재집단분석을 이용하여 세 가지 과제 프로파일로 나누어서 교과서에서 활용된 문제해결 과제들이 지니는 특징을 탐구하였다.

수학적 활동의 분석 결과 문제해결의 과정에 대해서는 해결 과정의 하위 요소들 중에서 해결 과정의 실행이 모든 학년에 걸쳐서 가장 높은 비율로 나타났다. 그러나, 특히 5학년에서 해결 전략의 탐색이 매우 낮은 비율(6.02%)로 나타나고 이에 비해 검증 및 반성은 다른 학년보다 높은 비율(33.73%)이 나타났다. 이는 다른 학년들과는 다르게 생각/도전 수학과 탐구 수학에서 전통적인

Pólya(1980)의 문제해결의 4단계인 문제 이해, 전략 탐색, 해결, 반성에 따라 학생들이 문제해결의 과정을 경험하기 보다는 문제를 해결하고 난 뒤에 그 결과에 대해 다시 한 번 전략에 대해서 반추하거나 다른 개념과 연결 또는 새로운 해결 방안에 대해서 생각해보는 활동들이 주로 제시되었기 때문임을 유추해볼 수 있다. 학생들이 겪는 문제해결의 과정은 각 단계가 선형적이 보다는 순환적으로 나타남으로(Yimer & Ellerton, 2010), 전통적인 기존의 4단계를 차례로 모두 거치지 않은 특정 단계를 강조한 수학적 활동이 학생들의 차별화된 문제해결 능력의 신장과 어떻게 연결되는지에 대한 추후 연구가 필요하다.

또한, 협력적 문제해결은 동료들과 문제해결 전략을 설명하고 해결 전략을 비교 또는 정당화하는 상호작용(29회)은 상대적으로 많이 드러났으나 문제를 공동으로 해결하는 협력적 해결(5회)은 부족하였다. 이는 문제를 해결하는 과정에서 의사소통과 같은 협력의 요소보다 개별적 문제해결의 기회가 강조된다는 Kim(2019)과 유사한 결과를 나타낸다. 또한, 수학과 교육과정 문서(MOE, 2015b)에서는 책임 분담과 같은 하위요소도 협력적 문제해결에서 나타났지만, 분석 결과 해당하는 수학적 활동이 존재하지 않았다. 협력적 문제해결의 중요성을 상기한다면(Griffin et al., 2012; Hesse et al., 2015) 향후 교과서를 개발할 때 교육과정 문서와 교과서 사이의 긴밀한 상호 연계를 통해 계획된 교육과정(intended curriculum)과 교재(curriculum materials) 사이의 합치를 위한 지속적인 노력이 필요하다(Remillard & Heck, 2014).

문제 만들기는 다른 두 영역에 비해서 빈도수가 상대적으로 적게 나타났고 3학년에서는 한 번도 나타나지 않았다. 또한, 다른 학년에서도 문제 변형이나 문제제기 중 한 가지 형태만 제한적으로 나타났다. 비록 적은 수이지만 문제 만들기와 관련하여 학생들이 3, 4학년(3회)에 비해서 5, 6학년(15회)에서 더 많은 학습 기회를 얻고 있음을 알 수 있었다. 이러한 결과는 7차 교육과정에서 단순히 문제 변형을 강조한 문제 만들기에 비해 문제 재구성성을 통한 문제제기가 개정된 교과서에서는 추가로 강조됨을 알 수 있다(Yoon & Baek, 2010). 5, 6학년에서 문제 만들기 활동을 강조하는 교육과정의 방향과도 일치하며(MOE, 2015b), 이에 따라 해결한 문제를 바탕으로 문제를 재구성해 보는 경험이 더욱 풍부하게 구성되었음을

유추해볼 수 있다. 문제제기가 학생과 교사 모두에게 미치는 긍정적인 영향을 고려했을 때(Bae & Park, 2016; Choi & Kim, 2011; Leung, 2013; Oh & Jeon, 2018) 문제제기를 더 이른 시기에 더 적극적으로 도입하는 방안이 관련 연구가 필요하다. 이를 통해 문제제기를 강조하기 위한 교재의 개선 및 발전에 대한 시사점을 얻을 수 있을 것이다. 또한, 실제 현장에서 교재의 (재)구성을 통한 문제제기의 교수를 위한 지원도 교사용 지도서나 교원 연수 등을 통해 이루어진다면 현장에서의 문제제기 교수를 강화할 수 있을 것이다(Davis et al., 2017; Li et al., 2020). 특히, 기존 연구에서 밝힌 것처럼 학생들이 개방형 문제를 만들거나 분수의 연산과 같이 특정 개념과 관련된 문제를 제기할 때 어려움을 느끼고 있으므로 이러한 부분에 대해 교사가 필수적 도움을 줄 수 있는 것이 중요하다(Xie & Masingila, 2017). 예를 들어, 개방형 문제 만들거나 이를 변형하는 활동을 동시에 경험할 수 있도록 교재를 수정·보완하거나 연수를 통해서 학생들이 문제제기와 관련하여 겪는 다양한 어려움을 이해할 수 있도록 교사들에게 체계적인 지원이 필요하다.

마지막으로 본 연구에서는 ‘실행 중심의 과제’, ‘상호적 문제해결 중심의 과제’, ‘다면적 문제해결 중심의 과제’ 세 가지의 과제 프로파일을 잠재집단 연구를 통해 밝혀내었다. 특히 학년별로 살펴 보았을 때, 3학년에서는 실행 중심의 과제(78.26%)들이 대부분을 차지하는 반면 다른 학년에서는 30%에서 50%로 고르게 분포하였다. 이는 3학년에서는 문제를 해결하는 절차 또는 해결 과정의 실행 자체에 초점이 있는 것에 반해 5, 6학년에서는 협력적 문제해결뿐만 아니라 문제 만들기를 동시에 하나의 문제에서 학생들이 다루게 됨을 유추할 수 있다. 또한, 비록 작은 빈도수로 인해 해석에 제한은 있으나, 상호적 문제해결 중심의 과제들은 다른 과제 프로파일에 비해 학년별 비중 차이가 크다는 것을 알 수 있었다. 이러한 프로파일들은 문제해결 역량을 신장을 위해 획일적으로 접근하는 것이 아니라 과제들은 다양한 유형을 통해 학생들에게 학습 기회가 제공되고 있음을 알 수 있었다. 후속 연구를 통해 과제 프로파일에 따른 학생들의 실제 문제해결 능력이 어떻게 다르게 발전될 수 있는지에 대해 연구가 될 필요가 있다.

시대적, 정책적 필요성에 의해서 문제해결 역량이 지속

적으로 강조되어왔지만, 실제로 현장에서는 이를 지도하는 데 어려움을 겪고 있다. 본 연구는 이에 교수학습 상황에서 직접적으로 활용하는 초등학교의 수학 교과서에 제시된 생각/도전, 탐구 수학의 과제와 수학적 활동을 문제해결 역량을 중심으로 탐구하여 앞으로 교과서 개발과 과제 설계에 대한 시사점을 제공하고자 하였다. 수와 연산 영역을 중심으로 분석하였다는 제한점이 있지만, 추후 연구를 통해서 다른 내용 영역의 과제 또는 일반 학습 차시에서 제공되는 과제와 수학적 활동을 심층 분석하여 수학 교과서의 문제해결 역량이 초등학생들에게 어떻게 제공되는지에 대해 종합적으로 탐색하는 노력이 이루어질 수 있기를 기대한다.

참 고 문 헌

- Anderson, J. R., Lee, H. S., & Fincham, J. M. (2014). Discovering the structure of mathematical problem solving. *NeuroImage*, 97, 163-177.
- Bae, H. J., & Lee, D. H. (2016). An analysis on statistical units of elementary school mathematics textbook. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 20(1), 55-69.
- Bae, J. H., & Park, M. (2016). The effects of reflective problem posing activities on students' problem solving ability and attitudes toward mathematics. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 20(2), 311-331.
- Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1996). Reform by the book: What is—or might be—the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform? *Educational Researcher*, 25(9), 6-14.
- Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 37-55.
- Brannick, M. T., & Prince, C. (1997). An overview of team performance measurement. In M. T. Brannick, E. Salas, & C. Prince (Eds.), *Team performance assessment and measurement: Theory methods and applications* (pp. 3-16). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., ... & Song, N. (2020). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' conceptions on problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*, 102, 101404.
- Cai, J., & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in U.S. and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 401-421.
- Cai, J., & Jiang, C. (2017). An analysis of problem-posing tasks in Chinese and US elementary mathematics textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(8), 1521-1540.
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y., & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117-151.
- Choi, Y. S., & Bae, J. S. (2004). Effects of teaching with problem posing on mathematical problem solving ability and attitude in elementary school mathematics. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 8(1), 23-43.
- Choi, H. J., & Kim, S. L. (2011). Activities of mathematical problem posing using real-life materials. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 15(1), 121-139.
- Choi & Pang (2018). Research on the instructional strategies to foster problem solving ability as mathematical subject competency in elementary classrooms. *Education of Primary School Mathematics*, 21(3), 351-374.
- Collopy, R. (2003). Curriculum materials as a professional development tool: How a mathematics textbook affected two teachers' learning. *Elementary School Journal*, 103(3), 287-311.
- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 243-270.
- Darling-Hammond, L., Hyler, M., & Gardner, M. (2017). *Effective teacher professional development*. Palo Alto, CA: Learning Policy Institute.
- Davis, E. A., Palincsar, A. S., Smith, P. S., Arias, A. M., & Kademian, S. M. (2017). Educative curriculum materials: Uptake, Impact, and Implications for Research and Design. *Educational Researcher*, 46(6), 293-304.
- Dillenbourg, P., & Traum, D. (2006). Sharing solutions: Persistence and grounding in multi-modal collaborative problem solving. *The Journal of the Learning Sciences*, 15, 121-151.

- Drake, C., Land, T. J., & Tyminski, A. M. (2014). Using educative curriculum materials to support the development of prospective teachers' knowledge. *Educational Researcher*, 43(3), 154 - 162.
- Fan, L., & Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 61-75.
- Fiore, S. M., Rosen, M. A., Smith-Jentsch, K. A., Salas, E., Letsky, M., & Warner, N. (2010). Toward an understanding of macro cognition in teams: Predicting processes in complex collaborative contexts. *Human Factors*, 52, 203 - 224.
- Fiore, S., & Schooler, J. W. (2004). Process mapping and shared cognition: Teamwork and the development of shared problem models. In E. Salas & S. M. Fiore (Eds.), *Team cognition: Understanding the factors that drive process and performance* (pp. 133 - 152). Washington, DC: American Psychological Association.
- Gracin, D. (2018). Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(7), 1003-1024.
- Graesser, A. C., Foltz, P. W., Rosen, Y., Shaffer, D.W., Forsyth, C., & Germany, M.-L. (2018). Challenges of assessing collaborative problem solving. In P. Griffin, B. McGaw, & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching 21st century skills* (pp. 75-91). Heidelberg: Springer.
- Griffin, P., Care, E., & McGaw, B. (2012). The changing role of education and schools. In P. Griffin, B. McGaw, & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching 21st century skills* (pp. 1 - 15). Heidelberg: Springer.
- Hagenaars, J. A., & McCutcheon, A. L. (Eds.). (2002). *Applied latent class analysis*. New York: Cambridge University Press.
- Han, H., Choi, H., Kim, S., & Lee, J. (2017). The perceptions of pre-service mathematics teachers' mathematical problem posing and problem posing strategies. *Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction*, 17(22), 325-352.
- Hesse, F., Buder, J. Care, E., Griffin, P., & Sassenberg, K. (2012). *Draft: A Framework for teachable collaborative problem solving skills*. ATC21S: Australia, Melbourn. Retrieved from: http://atc21s.org/wp-content/uploads/2014/01/white-paper7-Framework-for-Teachable-Collaborative-ProblemSolving-Skills_DRAFT.pdf
- Hesse, F., Care, E., Buder, J., Sassenberg, K., & Griffin, P. (2015). A framework for teachable collaborative problem solving skills. In P. Griffin, B. McGaw, & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching 21st century skills* (pp. 37-56). Dordrecht: Springer.
- Hildebrandt, M. (2008). Defining profiling: A new type of knowledge? In M. Hildebrandt & S. Gutwirth (Eds.), *Profiling the European citizen* (pp. 17 - 45). Rotterdam, Netherlands: Springer.
- Jäder, J., Lithner, J., & Sidenvall, J. (2020). Mathematical problem solving in textbooks from twelve countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(7), 1120-1136.
- Jay, E. S., & Perkins, D. N. (1997). Problem finding: The search for mechanism. In M. A. Runco (Ed.), *The creativity research handbook* (pp. 257 - 293). Cresskill, New Jersey: Hampton Press.
- Jitendra, A. K., Griffin, C., Deatline-Buchman, A., Dipipi-Hoy, C., Sczesniak, E., Sokol, N. G., & Xin, Y. P. (2005). Adherence to mathematics professional standards and instructional design criteria for problem-solving in mathematics. *Exceptional Children*, 71(3), 319-337.
- Jung, S. G., & Park, M. (2010). The effects of the mathematical problem generating program on problem solving ability and learning attitude. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 14(2), 315-335.
- Kilpatrick, J. (2009). A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspective* (pp. 1-15). NY: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Kim, J. S. (1998). A study on the problems in the school textbooks from a problem solving point of view. *The Journal of Curriculum Studies*, 10(2), 205-223.
- Kim, S. (2019). An analysis of actual application of primary mathematics textbooks in respect to core competency: Focused on the 2015 revision curriculum. *Asia-pacific Journal of Multimedia Services Convergent with Art, Humanities, and Sociology*, 9(4), 55-67.
- Kim, H. M., & Han, S. Y. (2018). A study on the development of assessment tool for mathematics problem solving competency. *School Mathematics*, 20(1), 83-105.
- Kim, H. Y., Huh, N., Noh, J. H., & Kang, O. K. (2012). Teachers' perceptions and applications of key competency-based learning and instruction in mathematics classroom. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, 15(4), 605-625.

- Kim, S. B., & Hwang, H. J. (2015). An investigation on the application for problem generation and problem reformulation by pre-service teachers. *Communications of Mathematical Education*, 29(3), 533-551.
- Kim, J. H., & Kim, I. K. (2011). Future research topics in the filed of mathematical problems solving: Using delphi method. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 14(2), 187-206.
- Kim, Y. M., & Lee, C. H. (2014). Analysing high school students' mathematical belief system and core belief factors. *Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics*, 16(1), 111-133.
- Kim, J. K., & Lim, M. K. (2001). An effect coming to the problem solving ability from the problem posing activity by presenting the problem situation. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 5, 77-98.
- Kim, J. W., Pang, J. S., & Hwang, J. N. (2020). An analysis of mathematics competencies in elementary mathematics textbooks for fifth and sixth grade. *Mathematics Education*, 59(2), 147-166.
- Kim, K. O., & Rye, S. R. (2009). The effects of the situation-based mathematical problem posing activity on problem solving ability and mathematical attitudes. *School Mathematics*, 11(5), 665-683.
- Klein, C., DeRouin, R. E., & Salas, E. (2006). Uncovering workplace interpersonal skills: A review, framework, and research agenda. In G. P. Hodgkinson & J. K. Ford (Eds.), *International review of industrial and organisational psychology* (pp. 80 - 126). New York: Wiley.
- Kotsopoulos, D., & Cordy, M. (2009). Investigating imagination as a cognitive space for learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 259 - 274.
- Kwon, J. R. (2020). International comparison of ways in which competencies is reflected in mathematics curriculum: Focused on France, Australia and British Columbia in Canada. *Communications of Mathematical Education*, 34(2), 135-160.
- Lee, D. H. (2017). The analysis of problem posing cases of pre-service primary teacher. *School Mathematics*, 19(1), 1-18.
- Lee, M. (2019). Analysis of Discourses in Collaborative Problem Solving Using Mathematics History. *Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction*, 19(16), 311-333.
- Lee, C., & Yun, M. (2020). Delphi method looking for factors of collaborative problem solving competencies and collaborative metacognition in mathematics. *Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction*, 20(23), 693-719.
- Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: Challenges and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 103-116.
- Li, X., Song, N., Hwang, S., & Cai, J. (2020). Learning to teach mathematics through problem posing: teachers' beliefs and performance on problem posing. *Educational Studies in Mathematics*, 107(1), 1 - 23.
- Lin, P. J. (2004). Supporting teachers on designing problem-posing tasks as a tool of assessment to understand students' mathematical learning. In M. Hoines y A. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th annual meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 257-264). Bergen, Noruega: Bergen University College.
- Linzer, D. A., & Lewis, J. B. (2011). polCA: An R package for polytomous variable latent class analysis. *Journal of statistical software*, 42(1), 1-29.
- Mayer, R. E., Sims, V., & Tajika, H. (1995). Brief note: A comparison of how textbooks teach mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal*, 32(2), 443-460.
- Ministry of Education (2015a). *2015 revised curriculum*. Ministry of Education Notice 2015-80 [supplement 1].
- Ministry of Education (2015b). *Mathematics curriculum*. Ministry of Education Notice 2015-74 [supplement 8].
- Ministry of Education (2019a). *Korean national elementary mathematics 3-1*. Seoul: Chunjae Education.
- Ministry of Education (2019b). *Korean national elementary mathematics workbook 3-2*. Seoul: Chunjae Education.
- Ministry of Education (2019c). *Korean national elementary mathematics 4-1*. Seoul: Chunjae Education.
- Ministry of Education (2019d). *Korean national elementary mathematics workbook 4-2*. Seoul: Chunjae Education.
- Ministry of Education (2019e). *Korean national elementary mathematics 5-1*. Seoul: Chunjae Education.
- Ministry of Education (2019f). *Korean national elementary mathematics workbook 5-2*. Seoul: Chunjae Education.
- Ministry of Education (2019g). *Korean national elementary mathematics 6-1*. Seoul: Chunjae Education.
- Ministry of Education (2019h). *Korean national elementary mathematics workbook 6-2*. Seoul: Chunjae Education.

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Research Council. (2011). *Assessing 21st century skills*. Washington, DC: National Academies Press.
- Nylund, K. L., Asparouhov, T., & Muthén, B. O. (2007). Deciding on the number of classes in latent class analysis and growth mixture modeling: A Monte Carlo simulation study. *Structural Equation Modeling, 14*(4), 535 - 569.
- Organisation for Economic Cooperation and Development.. (2013). *PISA 2015 collaborative problem solving framework*. Paris: OECD. Retrieved from <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Collaborative%20Problem%20Solving%20Framework%20.pdf>.
- Organisation for Economic Cooperation and Development.. (2014). *PISA 2012 results: Creative problem solving: Students' skills in tackling real-life problems (Volume, V)*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Cooperation and Development. (2018). *The future of education and skills: Education 2030*. OECD Education Working Papers.
- Oh, Y., & Jeon, Y.(2018). The effect of problem-posing activities on the affective domain of mathematics. *Journal of the Korea Contents Association, 18*(2), 541-552.
- Oh, D. G., & Kim, S. L. (2010). The effect of problem posing activities using fairy tale on mathematical attitude and academic achievement. *East Asian Mathematical Journal, 26*(4), 509-533.
- Oh, Y., & Park, J. (2019). Exploring the task types of mathematical modeling applied to elementary school. *The Journal of Korea Elementary Education, 30*(1), 87-99.
- Pang, J. S. & Kim, S. H. (2006), An analysis on contents related to problem solving in the 7th elementary mathematics curriculum and instructional materials. *School Mathematics, 8*(3), 341-364.
- Park, K., Lee, H., Park, S., Kang, E., Kim, S., Lim, H.,...& Yeo, M.(2015). A study on the development of proposal of mathematics curriculum revision II. Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity research report BD15120005.
- Park, H. Y., & Lim, H. (2014). Analyzing features of collaborative problem solving competencies in PISA and ATC21S : Implications for instruction and assessment in Korea. *Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction, 14*(9), 439-462.
- Pólya, G. (1980). On solving mathematical problems in high school. In S. Krulik (Ed.), *Problem solving in school mathematics*(pp. 1-2). Reston, Virginia: NCTM.
- Remillard, J. T., & Heck, D. J. (2014). Conceptualizing the curriculum enactment process in mathematics education. *ZDM, 46*(5), 705-718.
- Remillard, J., van Steenbrugge, H., & Bergqvist, T. (2014). A cross-cultural analysis of the voice of curriculum materials. In K. Jones, C. Bokhove, G. Howson, & L. Fan (Eds.), *Proceedings of the International Conference on Mathematics Textbook Research and Development* (pp.395 - 400). University of South Hampton.
- Salas, E., Cooke, N. J., & Rosen, M. A. (2008). On teams, teamwork, and team performance: Discoveries and developments. *Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society, 50*, 540 - 547.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press, Inc.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics, 14*(1), 19-28.
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM, 97*(3), 75 - 80.
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*, 521 - 539.
- Silver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung, S. S., & Kenney, P. A. (1996). Posing mathematical problems: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(3), 293 - 309.
- Son, T., Hwang, S., & Yeo, S. (2020). An analysis of the 2015 revised curriculum addition and subtraction of fractions in elementary mathematics textbooks. *School Mathematics, 22*(3), 489-508.
- Song, M. J., & Park, J. S. (2005). The effects of development and application of problem posing program on mathematics learning achievements, attitude and interest. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea, 9*(1), 1-18.
- Stein, M. K., & Kim, G. (2009). The role of mathematics curriculum materials in large-scale urban reform: An analysis of demands and opportunities for teacher learning. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann, & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 37 - 55). New York: Routledge.

- Suh, H., Lee, S. Y., & Han, S. (2019). Educative supports for high school geometry instruction: An examination of, and suggestions for teachers' guides. *School Mathematics*, 21(3), 531-559.
- United Nations Educational, Science and Cultural Organization. (2017). *Education for sustainable development goals: Learning Objectives*. Paris, France: UNESCO.
- van Zanten, M., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2018). Opportunity to learn problem solving in Dutch primary school mathematics textbooks. *ZDM*, 50(5), 827-838.
- World Economic Forum. (2016, January). *The future of jobs: Employment, skills and workforce strategy for the fourth industrial revolution*. Geneva, Switzerland: World Economic Forum.
- Xia, X., Lu, C., & Wang, B. (2008). Research on mathematics instruction experiment based on problem posing. *Journal of Mathematics Education*, 1(1), 153-163.
- Xie, J., & Masingila, J. O. (2017). Examining interactions between problem posing and problem solving with prospective primary teachers: A case of using fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1-18.
- Yoon, S. A., & Paik, S. (2010). A study to improve teaching methods of mathematical problem posing in elementary mathematics. *The Journal of Korea Elementary Education*, 21(1), 25-47.
- Yun, M. R., & Park, J. S. (2008). The effects of problem posing program through structure-centered cooperative learning on mathematics learning achievements and mathematical disposition. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 12(2), 101-124.
- Yimer, A., & Ellerton, N. F. (2010). A five-phase model for mathematical problem solving: Identifying synergies in pre-service-teachers' metacognitive and cognitive actions. *ZDM*, 42(2), 245-261.