

# 비선형 외란관측기를 이용한 가변추력 고체추진기관의 강인 압력제어 Robust Pressure Control of Variable Thrust Solid Propulsion System with Nonlinear Disturbance Observer

강대겸<sup>1</sup>

Dae-Gyeom Kang

Received: 19 Oct. 2021, Revised: 17 Nov. 2021, Accepted: 21 Nov. 2021

**Key Words** : Pressure control(압력제어), Nonlinear control(비선형제어), Disturbance observer(외란관측기), Robust control(강인제어), Variable thrust solid propulsion system(가변추력 고체추진기관),

**Abstract:** In this paper, a mathematical pressure dynamics model for a variable thrust solid propulsion system with an electric actuator was derived from the mass conservation of gas. To solve the problem induced by modeling uncertainties in the propellant model and the dead zone of the actuator, a nonlinear pressure controller combined with a nonlinear disturbance observer was designed using a mathematical model of the system. The simulation results showed that the proposed pressure controller could reduce tracking errors compared to another conventional nonlinear controller even in situations where input disturbances were present.

## 기호 설명

$\dot{m}_c$  = mass flow rate of the gas,  
produced from the propellant combustion, kg/sec

$\dot{m}_e$  = mass flow rate of the gas,  
exits through the nozzle, kg/sec

$\dot{m}_{V_c}$  = mass flow rate of the free volume, kg/sec

$P_c$  = combustion chamber pressure, MPa

$V_c$  = free volume,  $m^3$

$R$  = specific gas constant,  $m^2/(sec^2 \cdot K)$

$\rho_b$  = propellant density,  $kg/m^3$

$A_b$  = combustion area,  $m^2$

$T_c$  = gas temperature,  $K$

$\gamma$  = specific heat ratio

$A_t$  = nozzle throat area,  $m^2$

## 1. 서론

고전적인 고체 추진기관은 구조가 간단하고 안정성 및 저장성이 우수하다는 장점이 있지만 추진제 형상과 노즐 목 크기로 추력이 정해져서 추력제어가 불가능하다는 단점이 있다. 반면에 액체추진기관은 추력조절은 가능하지만 구조가 복잡하고 안정성 또한 떨어진다.

최근에는 고체추진기관의 추력제어가 불가능하다는 단점을 보완하기 위해 핀틀 위치를 제어하여 노즐 목 면적을 변화시키는 방법으로 압력 및 추력을 제어하는 가변추력 고체추진기관(Variable thrust solid propulsion system)에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 핀틀의 위치를 제어하여 노즐에 가까워지면 노즐 목 면적이 좁아져서 연소관 압력이 높아지고 그에 따라 연소속도도 빨라져서 추력이 커지게 되며, 반대로 노즐에서 핀틀이 멀어지면 노즐 목 면적이 커져서 연소관 압력이 떨어지며 이와 함께 연소속도

\* Corresponding author: daegeomkang@add.re.kr  
1 Missile Research Institute, Agency for Defense Development, Korea

Copyright © 2021, KSFC

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

가 느려져서 추력이 줄어드는 원리로 동작된다.

이 시스템은 고체추진기관의 안정성 및 제재이 편리하다는 장점에 액체추진기관의 장점인 추력조절기 능까지 갖추었지만 추진제가 연소하며 시스템의 자유공간이 변한다는 특징과 노즐 및 핀들의 열팽창으로 인한 모델 불확실성 등이 존재하여 정밀제어에 어려움을 겪어왔다.

기존에는 이러한 시스템 특징을 고려하지 않고 계 인을 선정하는 PID제어를 사용하는 방법과 피드백 선형화(Feedback linearization) 기법을 사용하여 비선형 시스템을 선형시스템처럼 동작하게 만드는 방법을 많이 사용해 왔다.<sup>1),2)</sup> 하지만 PID 제어기법은 복잡한 비선형 특성 및 매우 빠른 동특성을 가진 가스 발생기의 압력 및 추력을 정밀하게 제어하기엔 한계가 뚜렷하며, 피드백 선형화 기법 또한 정확한 수학적 모델링을 바탕으로 비선형성을 제거한 제어입력을 만들어 주어야 하는데 모델에 대한 정확한 정보가 필요 할 뿐 아니라 외란에 대해서도 취약하기 때문에 정밀제어가 필요한 시스템에서 사용하기엔 부적절한 방법이다.

본 논문에서는 2장에서 고체추진기관의 질량 보존의 법칙을 통하여 압력 동역학을 모델링 하고 3장에서 제어 리아푸노프 함수(Control Lyapunov function)와 비선형 외란관측기를 같이 설계하여 시스템이 갖고 있는 모델링 불확실성 및 외란에도 정밀한 압력추종 성능을 내는 제어기법을 제안하였으며 시뮬레이션 결과를 통해 그 성능을 확인하였다.

## 2. 고체추진기관의 수학적 모델

### 2.1 압력 동역학

Fig. 1은 고체추진기관의 형상을 나타낸 것이다. 고체추진제의 연소가스로부터 발생하는 질량흐름

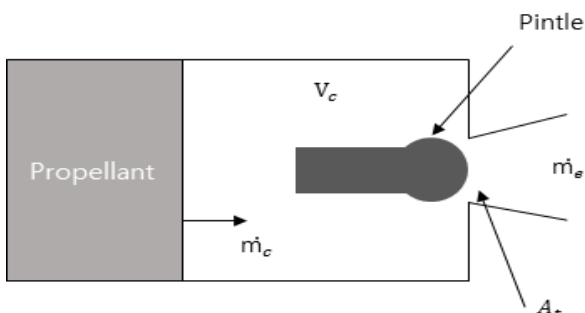


Fig. 1 Variable thrust solid propulsion system

를  $\dot{m}_c$ , 연소실 자유면적을  $V_c$ , 노즐 목으로 배출되는 가스의 질량흐름률을  $\dot{m}_e$  라고 하면 질량보존의 법칙에 의해 아래와 같이 표현이 가능하다.<sup>3)</sup>

$$\begin{aligned} \dot{m}_c &= \rho_b A_b r \\ \dot{m}_e &= \frac{P_c}{\sqrt{T_c}} \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} A_t = \frac{KP_c}{\sqrt{T_c}} u \\ \dot{m}_{V_c} &= \frac{P_c \dot{V}_c}{RT_c} + \frac{\dot{P}_c V_c}{RT_c} \\ \dot{m}_c &= \dot{m}_{V_c} + \dot{m}_e \end{aligned} \quad (1)$$

이를 연소관 내부 압력에 관하여 다음과 같이 정리 할 수 있다.

$$\dot{P}_c = \frac{RT_c}{V_c} \left( A_b r \rho_p - \frac{KP_c}{\sqrt{T_c}} A_t - \frac{P_c}{RT_c} \dot{V}_c \right) \quad (2)$$

따라서, 연소관 내부 압력  $P_c$ 는 노즐 목 면적  $A_t$ 를 제어입력으로 갖는 1차 미분방정식 형태이다.

연소관 자유부피가 아래와 같이 추진제 연소면적  $A_b$ 와 연소속도  $r$ 의 곱을 적분한 형태로 계산되며,

$$V_c = \int A_b r dt + V_{c,i} \quad (3)$$

연소속도 또한 온도와 압력에 대하여 실시간으로 변하는 변수로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$r = \eta(T_D) r_b P_c^n \quad (4)$$

여기서  $\eta$ 는 온도와 압력에 따라 변하는 연소속도 보정계수 이며  $r_b$ 는 참고연소속도,  $n$ 은 연소속도 지수이다. 즉, 고체추진기관의 압력모델은 온도와 압력에 대해 실시간으로 변하는 특징을 갖고 있음을 확인할 수 있다.

### 2.2 구동기 동역학

압력 동역학의 제어 입력인 노즐 목 면적은 전기식 구동장치의 위치에 의해 결정된다. 구동기 위치명령으로부터 압력이 형성되기까지의 전체적인 흐름도를 블록다이어그램으로 그리면 Fig. 2와 같다.

구동기 위치 커맨드  $x_{p,c}$ 가 압력제어기를 통해 결

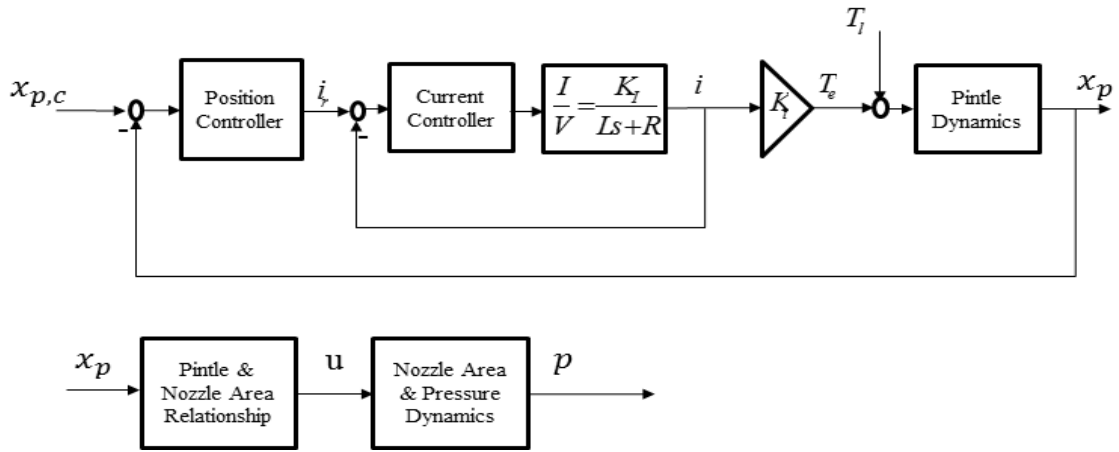


Fig. 2 Block diagram for current pressure determination

정되면 구동기 위치 제어가 전류 커맨드  $i_r$  를 내 주고 전류제어로 내는 토크 값  $T_e$ 에 토크 로드  $T_l$ 를 뺀 유효 토크 값과 핀틀 위치 값이 정해진다. 시스템의 비선형성을 줄이기 위해 핀틀 위치에 대한 노즐 목면적이 선형관계를 가지도록 하드웨어를 설계 했고 그 관계식은 (5)와 같다.

$$A_t = 47.32 \cdot x_{pintle} \quad (5)$$

여기서  $x_{pintle}$ 은 핀틀 위치값,  $A_t$ 는 노즐목 면적을 의미한다. 선형관계식에 의해 노즐목 면적이 산출되면 최종적인 연소관 압력이 2.1 장의 식 (2)에 의해 정해진다.

### 2.3 구동기 시스템 식별

구동기의 수학적 모델을 검증하기 위해 0.1Hz부터 40Hz까지 20초 동안 변하는 진폭 0.5mm의 Chirp신호를 명령으로 인가하였을 때 수학적 모델과 실험 피드백 값을 비교해 보았다. Fig. 3에서 보는 바와 같이 실험 및 시뮬레이션 결과가 잘 일치함을 알 수 있다. 튜닝 파라미터는  $K_i$ ,  $L$ ,  $R$ ,  $T_e$ ,  $K_t$ 이며 적용된 변수는 Table 1과 같다.

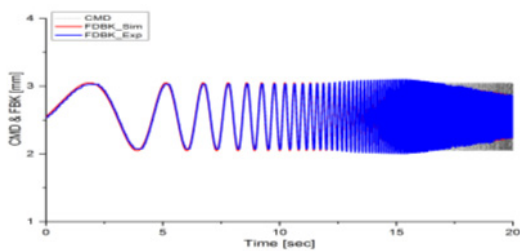


Fig. 3 System identification of the actuator

Table 1 Parameter values for the actuator

Variable	Value	Unit
$K_i$	0.5409	Nm/A
$L$	2.08e-03	H
$R$	1.86	$\Omega$
$K_t$	6.33e-02	Nm/A

### 3. 제어기 설계

2장에서 유도한 압력 동역학의 수학적 모델 (1)을 간략화하고 모델링 오차 및 시변성, 시스템 열 변형, 외력 등을 포함한 전체 외란을  $d$ (Lumped disturbance)라고 두면 최종적인 추진기관 압력 동역학을 아래와 같이 표현 할 수 있다.

$$\dot{P}_c = f(P_c, V_c, T_c) + g(P_c, V_c, T_c)A_t + d \quad (6)$$

추종하고자 하는 압력 레퍼런스 값을  $P_d$ 라고 두고 리아푸노프 함수를 아래와 같이 정의 할 수 있다.

$$V = \frac{1}{2}e_p^2, \quad e_p = P_c - P_d \quad (7)$$

위 리아푸노프 함수의 안정도를 확인하기 위해 시간 미분값을 구해서 정리해 보면 아래와 같은 관계식을 만족하는 제어입력  $u$ 를 찾을 경우  $\dot{V}$ 이 음의 값(Negative semi-definite)을 갖게 되고  $V$ 는 항상 양의 값(Positive semi-definite)을 가지므로 안정성을 보장할 수 있음을 확인할 수 있다.

$$\dot{V} = e_p \dot{e}_p = -ke_p^2 \tag{8}$$

따라서, 리아푸노프 안정도는  $\dot{e}_p = -ke_p$ 를 만족하면 보장된다. 여기서 k는 PID 제어기의 비례이득값과 같은 역할로 값이 커질수록 리아푸노프 함수의 수렴 속도가 빨라지고 압력 떨림 또한 커지게 된다. 압력 에러는 압력 동역학 (6)을 이용하여 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_p &= \dot{P}_c - \dot{P}_d \\ &= f + gu + d - \dot{P}_d \\ &\simeq f + gu + \hat{d} - \dot{P}_d \\ &= -ke_p \end{aligned} \tag{9}$$

따라서 압력 에러를 0으로 보낼 수 있는 제어입력 u를 아래와 같이 구할 수 있다.

$$u = -\frac{1}{g}(f + \hat{d} - \dot{P}_d + ke_p) \tag{10}$$

여기서  $\hat{d}$ 은 외란관측기가 관측한 외란값(Estimated disturbance)이며 외란을 이상적으로 잘 추종하였을 경우( $d \simeq \hat{d}$ ) 리아푸노프 안정도를 만족하게 되고 압력 에러를 0으로 보낼 수 있게 된다. 관측한 외란과 외란의 오차가 존재 할 경우, 압력 에러 동역학과 리아푸노프 함수의 시간미분 값을 정리하면,

$$\begin{aligned} \dot{e}_p &= -ke_p + (d - \hat{d}) \\ &= -ke_p + e_d \\ \dot{V} &= e_p \dot{e}_p \\ &= e_p(-ke_p + e_d) \end{aligned} \tag{11}$$

따라서  $e_d > 0$  일 경우,  $k \geq \frac{e_d}{e_p}$  or  $e_p \leq 0$  을  $e_d < 0$  일 경우엔  $k \leq \frac{e_d}{e_p}$  or  $e_p \geq 0$  을 만족하는 구간에서 리아푸노프 함수의 안정도를 보장 할 수 있다.

본 논문에서는 아래와 같은 1차 외란보상기를 설계 하였다. <sup>4),5)</sup>

$$\begin{aligned} z &= \hat{d} - Lx, z(0) = 0 \\ \dot{z} &= -Lz - L(f + gu + Lx) \end{aligned} \tag{12}$$

고체추진기관 압력 동역학 모델의 외란 d와 외란 보상기가 추종하는 외란  $\hat{d}$ 의 에러 동역학을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e_d &= d - \hat{d} \\ \dot{e}_d &= \dot{d} - \dot{z} - L\dot{x} \\ &= -Le_d + \dot{d} \end{aligned} \tag{13}$$

양변에 라플라스 변환을 취하고 관측된 외란에 대해 정리하면 인가된 외란 d에 주파수 L을 Cutoff frequency로 갖는 1차 저역필터를 취한 값을 관측하고 있음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{d}}(t) &= -L(d(t) - \hat{d}(t)) \\ \hat{d}(s) &= \frac{L}{s+L}d(s) \end{aligned} \tag{14}$$

따라서 압력 채널로 들어오는 외란의 주파수대역이 고주파구간에 있지 않을 때 외란을 잘 추종하여 보상 할 수 있다.

본 시스템의 압력제어 블록다이어그램을 표현하면 Fig. 4와 같다. 압력제어기가 압력 에러를 연산해서 노즐 목 면적 커맨드 u를 연산해주면 노즐 목 면적과 핀틀 위치의 관계식을 통해 핀틀 커맨드가 형성되고 제어된 노즐 목 면적  $\bar{u}$  이 압력 동역학을 만드는 실제 제어입력이 된다.

압력제어기의 제어입력 u와 실제 제어입력  $\bar{u}$  사이의 차이는 Input disturbance( $d_i$ ), Plant uncertainty ( $\Delta$ ), Output disturbance( $d_o$ )로 인해 발생하며 구동기 동역학, 모델링 오차 및 시변성, 구동기 핀틀에 작용하는 외력이 이에 해당한다. 외란관측기는 이 모든 외란의 총합인 Lumped disturbance( $\hat{d}$ )를 추종한다.

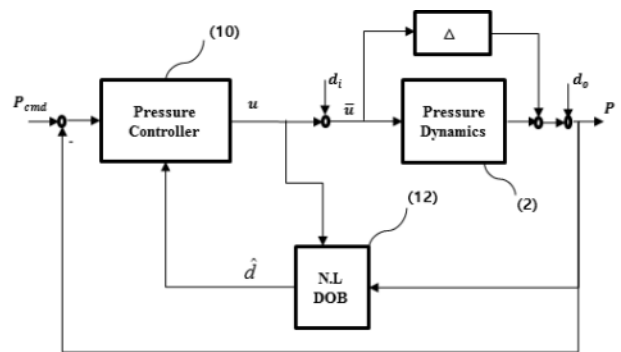


Fig. 4 Pressure control block diagram

### 4. 시뮬레이션 결과

가변추력 고체추진시스템의 외란에 대한 압력제어기의 강인성을 확인하기 위하여 Matlab/Simulink를 사용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시스템의 블록선도를 Fig. 5에 나타냈다. 시뮬레이션은 제어기의 샘플링 시간과 동일하게 1/800 sec로 계산하였고 관측기 변수 L은 20pi로 두어서 10Hz를 Cut off frequency로 외란을 관측했으나 실제 실험을 통해 관측기 변수를 적절히 변경시킬 예정이다.

외란의 유무 및 관측기 유무에 대한 제어성능을 비교하기 위해 우선 외란이 없는 상황에 대한 시뮬레이션을 진행하였다.

Fig. 6은 고체추진기관의 압력 커맨드에 대한 압력 피드백 값의 비율을 나타낸 것이다. 압력 명령은 상수로 인가되었으며 명령대비 피드백이 90% 수준에 도달하기까지 160msec 미만의 시간이 소요되었으며 정적 정확도 또한 0.1% 미만의 매우 우수한 제어 성능을 나타내었다. Fig. 7은 구동기 커맨드 입력과 피드백의 비율을 각각 나타낸 것이다. Fig. 6 및 Fig. 7을 보면 압력 초기 상승 구간에서 작동기가 오버슈트 발생하며 압력도 떨리는 구간이 발생하는 것을 확인할 수 있는데 이는 향후 실제 연소시험을 통해 외란 관측기 내부변수 z의 초기값을 선정하여 완화할 예정이다. 구동기 제어결과를 보면 구동기의 데드존인 약 10% 정도의 정상상태 오차를 보였는데 압력제어기가 페루프로 동작하기 때문에 압력제어성능에는 큰 영향을 주지 않았다.

제어기의 강인성을 확인하기 위해 입력외란(Input disturbance,  $d_i$ )으로 크기 0.1mm, 주파수 5Hz를 갖는 사인파를 인가하고 외란관측기 유무에 따른 제어 성능을 확인하였다. 관측기가 없는 경우 압력오차가 15% 이상 발생하였으며, 관측기 사용 후 압력 리플이 4% 미만으로 현저히 줄어들고 안정적으로 압력제

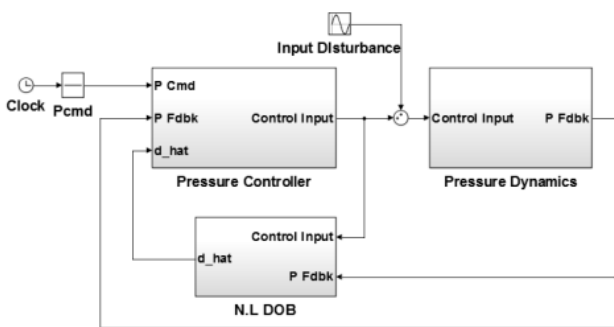


Fig. 5 Simulink block diagram

어가 가능함을 확인하였다. 실제 실험에서도 우수한 제어 성능을 얻을 수 있을 것으로 기대 되지만 연소 환경에서 발생하는 외란의 주파수 대역 및 크기를 실험을 통해 파악하고 제어 이득 값을 최적화하여 선정할 필요가 있다.

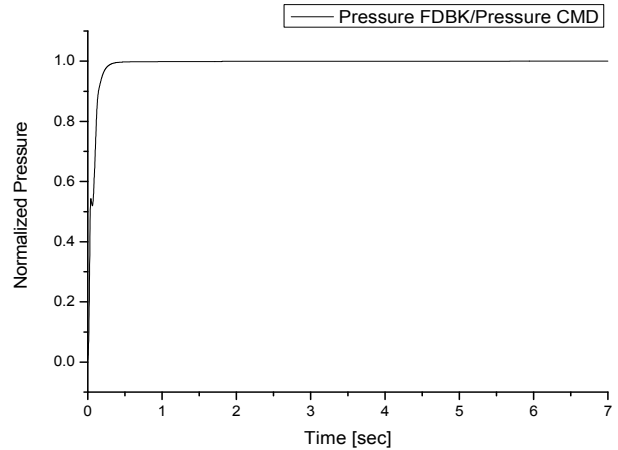


Fig. 6 Pressure control result w/o disturbance

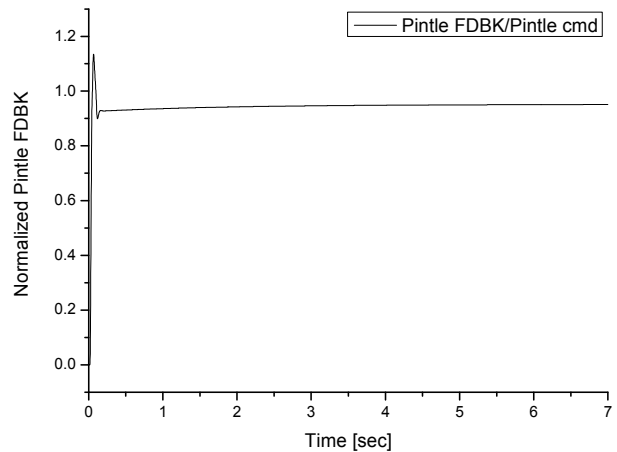


Fig. 7 Actuator control result w/o disturbance

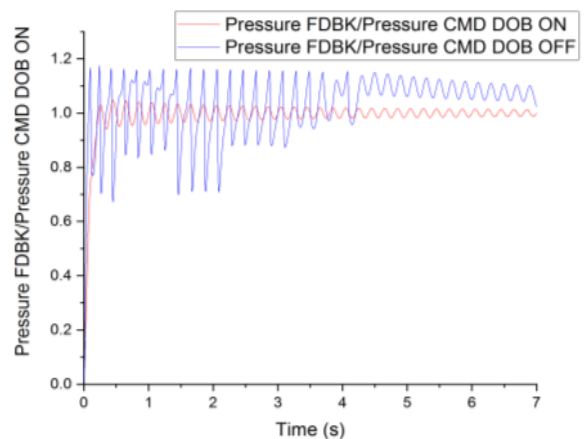


Fig. 8 Pressure control result with disturbance

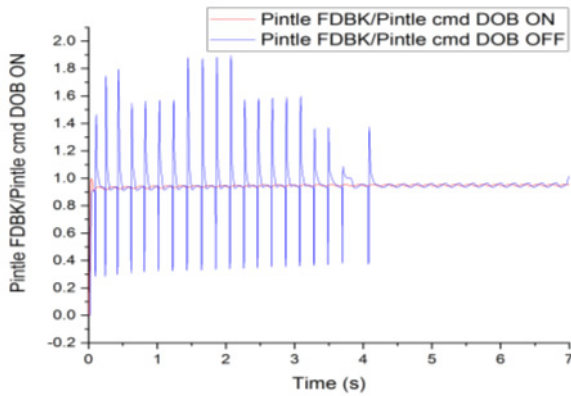


Fig. 9 Actuator control result with disturbance

### 5. 결론

본 논문에서는 가변추력 고체추진기관 시스템에 대한 수학적 모델을 도출하였다. 고체추진제의 질량 보존의 법칙을 기반으로 압력동역학을 구성하였으며 압력 동역학의 제어입력인 노즐 목 면적을 결정하는 구동기 모델도 구성하였다. 구동기 위치 명령으로 Chirp 신호를 인가하고 실험값과 수학적 모델의 결과 값이 근사함을 확인함으로써 의미 있는 수학적 모델을 도출했음을 확인 할 수 있었다.

구성한 수학적 모델을 기반으로 제어 리아푸노프 함수(Control Lyapunov function)와 1차 외란 관측기를 설계하였으며, 시뮬레이션 상에서 입력외란이 존재하는 환경에서도 우수한 압력 제어성능을 보임을 확인하였다.

본 연구에서는 단일 구동기를 활용하여 압력제어를 한 초도 연구이며, 향후 실험을 통해 압력모델을 검증하여 제어 이득 값을 최적화 시키고 다중 구동기를 도입한 추력 분배 알고리즘도 구축해서 이를 고도화 시킬 예정이다.

### 이해관계(CONFLICT OF INTEREST)

저자는 이 논문과 관련하여 이해관계 충돌의 여지가 없음을 명시합니다.

### References

- 1) Y. S. Kim et. al., “Control of Pressure Thrust for a Variable Thrust Solid Propulsion System Using Linearization”, The Korea Society of Propulsion Engineers, Vol.15, No.4, pp.18-25, 2011.
- 2) C. Davis, A. Gerards, “Variable Thrust Solid Propulsion Control Using Labview”, 39<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 2003.
- 3) S. H. Hong, “Model Linearization and Gain Scheduling Controller for Thrust Control of Variable Thrust Solid Rocket Motor.”, Proceedings of the 2014 Korean Society of Propulsion Engineers Fall Conference, pp.662~670, 2014.
- 4) W. Chen et. al., “A Nonlinear Disturbance Observer for Robotic Manipulators” IEEE Transactions of Industrial Electronics, Vol.47, No.4, pp.932-938, 2000.
- 5) W. Chen et. al., “Disturbance-Observer-Based Control and Related Methods - An Overview” IEEE Transactions of Industrial Electronics, Vol.63, No.2, pp.1083-1095, 2016.