

전달함수를 이용한 2단 덕트 시스템에서의 연소불안정 해석

김선영* · 김대식*[†]

Analysis of Combustion Instabilities in a 2-stage Duct System using Transfer Functions

Seonyeong Kim and Daesik Kim

Key Words: Combustion instability(연소불안정), Acoustic transfer function(음향전달함수), Flame transfer function(화염전달함수), Closed-loop system(폐회로 시스템)

Abstract

In this paper, using a transfer function-based analytical model, major factors influencing the acoustics and combustion instability in a two-stage duct system composed of a nozzle and a combustor were derived and their quantitative effects were evaluated. From the acoustic analysis, it was confirmed that the change in reflection coefficient and mean flow could have a great influence on the instability growth rate, and the area ratio and speed of sound ratio between the nozzle and the combustor are also key parameters to determine combustion instability as well as flame transfer functions.

기호설명

A : 음파의 진폭
 c : 음속
 E : 에너지
 e : 질량
 F : 운동량
 f : 주파수
 G : 전달함수
 u : 속도
 M : 마하 수
 m : 질량
 n : 화염전달함수 이득값
 P : 극점

p : 압력
 q : 열 발생율
 R : 반사 계수
 S : 면적
 s : 라플라스 변수
 t : 시간
 t_k : 파동 전달시간(일방향)
 x : 위치
 α : 음속비
 β : 면적비
 γ : 비열비
 δ : 파동의 왕복 도달시간
 ρ : 밀도
 τ : FTF의 시간 지연

(Received: 5 Oct 2021, Received in revised form: 22 Nov 2021, Accepted: 24 Nov 2021)

*강릉원주대학교 기계공학과

[†]책임저자, 회원

E-mail : dkim@gwnu.ac.kr

TEL : (033)760-8728 FAX : (033)760-8728

1. 서 론

연소불안정은 열발생률과 음향 진동이 서로 보강 간섭되어 점차 증폭되는 현상이다⁽¹⁾. 이는 가스터빈의 손

상 및 파괴로 연결되기 때문에 연소기 개발 단계에서 이를 예측하는 것은 매우 중요한 절차로 여겨지고 있다. 이러한 연소불안정 예측 모델링 연구는 기본적으로 1차원(1D) 네트워크 모델^(2,5), CFD 모델^(6,7), FEM^(8,9) 모델의 세 그룹으로 분류된다. 이들 중에서, 1D 네트워크 모델은 실제 연소기를 몇 가지 음향 요소로 나누어 해석하는 방법으로, 변수의 보존 법칙을 고려하여 음향 속도 및 압력에 대한 점프 조건(jump condition)을 적용함으로써 서로 연결된다. 이는 음향 섭동만을 고려하여 계산이 진행되기 때문에 다른 접근방식보다 시간을 절감할 수 있다는 장점이 있다. 하지만 이 때문에 화염장이 결합된 해석을 진행해야할 경우, 실험 혹은 수치해석으로부터 화염전달함수에 대한 정보가 별도로 확보되어야 한다⁽¹⁰⁾.

네트워크 모델에 대한 접근 방법 중, 저자들의 이전 연구^(2,4)에서는 주어진 시스템의 음향장 특성화를 위해 음향전달함수(Acoustic Transfer Function, ATF, G_a)를 이용한 연소불안정 해석 방법을 제안했다. 이것은 화염 q' 에서의 열 섭동으로부터 같은 위치 u' 에서의 유동 속도 섭동까지의 전달함수로 주어지며, 따라서 $G_f = u'/q'$ 가 된다. 고진 열음향 분야에서 이전 ATF의 정의는 입력으로 작용하는 음향 속도에 대한 음향 압력의 비율을 결정함으로써 사용되었다⁽⁵⁾. 그러나 저자들의 연구^(2,4)에서 ATF는 화염전달함수(Flame Transfer Function, FTF, $G_f = \dot{q}'/u'$)의 역 개념으로 결정되는데, 이는 예혼합 시스템의 경우 화염에서 열발생 섭동으로부터 기인한 시스템 음향장 특성 변화에 대한 정보를 정량화한 개념이다. 연소불안정은 본질적으로 음향과 연소 과정 사이의 피드백 현상이기 때문에, 이러한 방식으로 사용되는 ATF의 정의는 FTF와 결합할 때 폐회로 시스템의 안정성 분석에 쉽게 활용할 수 있다.

본 연구에서는 기존 저자들의 ATF 기반의 네트워크 모델을 확장하여 연소불안정에 미치는 인자들을 해석적으로 도출하고, 이들의 영향성을 규명하였다. 우선 노즐과 연소기로 구성된 가장 단순화된 2단 덕트 시스템에서 ATF를 유도한 후, 가장 대표적인 음향모드들에 대하여 노즐과 연소실의 형상이 미치는 영향에 대하여 해석학적인 분석 결과를 제시한다. 이를 확장하여 다양한 형상 조건 및 운전 특성으로부터 기인하는 인자들과 음향 특성 간의 상관관계가 규명된다. 끝으로, 페루프 연소불안정 측면에서 가장 대표적인 화염전달함수의 형태인 $n-\tau$ 모델을 도입하여, 이들이 시스템 안정성에 미치는 특성을 정량적으로 제시하고자 한다.

2. 연구방법

2.1 음향전달함수

ATF는 가스터빈 연소기의 연소과정에서 발생하는 비정상 열 발생 섭동이 시스템의 음향학적 특성에 의한 속도 및 압력 섭동의 피드백 현상을 전달함수로 표현한 것이다.

Figure 1은 2단 덕트 시스템을 나타낸 개략도이며, 크게 노즐(nozzle)과 연소실(combustion chamber)로 구분된다.

식 (1)은 라플라스 변환된 1차원 파동방정식의 해로서 Fig. 1과 같은 형상에서의 압력 및 속도 섭동을 나타낸다. \bar{u} 는 평균 상태량을 나타낸다. p 는 압력, ρ 는 밀도, c 는 음속, u 는 속도를 의미한다. $x_k - x_{k-1}$ ($k=1,2$)는 거리를, $A_k^\pm(x, t)$ 는 각 음향요소의 입구 및 출구에서 상류와 하류로 향하는 미지의 파동함수를 의미한다. 밀 첨자 $k=1$ 이면 노즐을, $k=2$ 라면 연소실을 나타내는 것이다.

$$p'_k(x, s) = A_{k-1}^+ e^{\frac{x_k - x_{k-1}}{c_k + \bar{u}_k} s} + A_k^- e^{\frac{x_k - x_{k-1}}{c_k - \bar{u}_k} s} \quad (1)$$

$$\bar{\rho}_k c_k u'_k(x, s) = A_{k-1}^+ e^{\frac{x_k - x_{k-1}}{c_k + \bar{u}_k} s} - A_k^- e^{\frac{x_k - x_{k-1}}{c_k - \bar{u}_k} s}$$

$$p_k(x_1, s) = I_k + J_k, \quad \bar{\rho}_k c_k u'_k(x_1, s) = I_k - J_k$$

$$I_1(s) = A_0^+(s) e^{-\tau_1 s}, \quad J_1(s) = A_1^-(s)$$

$$I_2(s) = A_1^+(s), \quad J_2(s) = A_2^-(s) e^{-\tau_2 s}$$

입구 및 출구 경계 조건은 식 (2)과 같이 정의된다.

$$R_0 = \frac{I_1}{J_1 e^{-\delta_1 s}}, \quad R_2 = \frac{J_2}{I_2 e^{-\delta_2 s}} \quad (2)$$

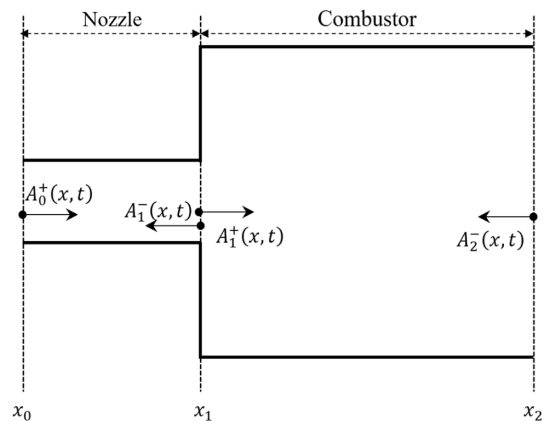


Fig. 1 Schematics of 2-stage duct combustor

$t_k^\pm = x_k / (c_k \pm \bar{u}_k)$ 는 파동의 도달시간으로 정의하였다. 파동의 왕복 도달시간은 $\delta_k = t_k^+ + t_k^-$ 로 정의하였다. x_1 에서는 면적변화와 화염이 동시에 존재하기 때문에 아래 식 (3)-(5)의 질량, 운동량, 에너지 방정식을 모두 만족시켜야 한다.

$$m'(x_{1+}) - m'(x_{1-}) = 0 \tag{3}$$

$$F'(x_{1+}) - F'(x_{1-}) = [S(x_{1+}) - S(x_{1-})] p_1'(x_{1-}) \tag{4}$$

$$E'(x_{1+}) - E'(x_{1-}) = q'(t) \tag{5}$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \beta(1+M_2) & \beta(1-M_2)R_2e^{\delta_2 s} \\ \alpha\beta(\gamma M_2+1) & \alpha\beta(\gamma M_2-1)R_2e^{-\delta_2 s} \end{bmatrix} A_s^+(s) \\ & - \begin{bmatrix} (\beta+2M_1-\alpha M_2)R_0e^{-\delta_1 s} & \beta-2M_1+\alpha M_2 \\ (\gamma M_1+1)R_0e^{-\delta_1 s} & \gamma M_1-1 \end{bmatrix} A_s^-(s) \tag{6} \\ & = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{q'(\gamma-1)}{S_1 c_1} \end{aligned}$$

여기서 $\beta = S_2/S_1$ 은 노즐과 연소실의 면적비(Area ratio)이고, 이를 이용하여 x_{1+} 와 x_{1-} 의 관계식을 파동 형태로 나타내면 식 (6)과 같이 표현할 수 있다.

위 식을 u'/q' 의 형태로 다시 쓰면 최종적으로 2단 연소기의 음향전달함수를 식 (7)과 같이 얻을 수 있다. $\alpha = c_2/c_1$ 는 화염 전후의 음속비(Speed of sound ratio)이다.

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{u_2'}{q'} = \frac{(\gamma-1)}{S_1 \rho_1 c_1^2} \\ &= \frac{(1+\psi_1^- R_0 e^{-\delta_1 s})(1-R_0 e^{-\delta_1 s})}{\left\{ \begin{aligned} & K_1(1-\psi_1^- R_0 e^{-\delta_1 s})(1+\psi_2^+ R_2 e^{-\delta_2 s}) \\ & +K_2(1+\psi_1^+ R_0 e^{-\delta_1 s})(1-\psi_2^- R_2 e^{-\delta_2 s}) \end{aligned} \right\}} \tag{7} \end{aligned}$$

$$K_1 := 1 - \gamma M_1$$

$$K_2 := \alpha(\beta - 2M_1) \frac{1 + \gamma M_2}{1 + 2M_2}$$

$$\psi_1^+ := \frac{1 + 2M_1/\beta}{1 - 2M_1/\beta}, \quad \psi_1^- := \frac{1 + \gamma M_1}{1 - \gamma M_1} \tag{8}$$

$$\psi_2^+ := \frac{1 - M_2}{1 + M_2}, \quad \psi_2^- := \frac{1 - \gamma M_1}{1 + \gamma M_1}$$

2.2 2단 덕트에서의 ATF 분석

불안정성은 전달함수의 극점을 분석함으로써 파악할 수 있다. 극점이란 전달함수 분모의 근을 일컫는 용어로, 극점의 실수부는 성장률을, 극점의 허수부는 공진주파수를 나타낸다^{2,12)}. 음향전달함수 식 (7)의 극점은 식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} & K_1(1-\psi_1^- R_0 e^{-\delta_1 s})(1+\psi_2^+ R_2 e^{-\delta_2 s}) \\ & +K_2(1+\psi_1^+ R_0 e^{-\delta_1 s})(1-\psi_2^- R_2 e^{-\delta_2 s}) = 0 \tag{9} \end{aligned}$$

해석적 접근을 위해 먼저 입구 및 출구 경계조건 R_k 를 일정한 값으로 가정하고, 일반적인 연소기에서 연소실 입구(딴프면)의 단면적은 노즐의 단면적보다 크고 ($\beta \gg 1$), 가스터빈 연소기 형상 및 운전 조건을 고려하면 연소실 입구의 마하수(M_1)는 1보다 훨씬 작은 값을 갖는다. 또한, 화염을 지나며 음속은 증가하게 되므로, 식 (8)에서의 몇 가지 변수에 대하여 다음과 같은 가정을 세울 수 있다.

$$\beta \gg M_1, \quad \alpha\beta \gg 1 \tag{10}$$

이로부터 식 (9)에서 소개된 변수들의 범위는 $0 \leq \psi_2^\pm \leq 1$, $\psi_1^+ \geq 1$, $\psi_1^- \geq 1$ 임을 알 수 있다. 그리고 $|e^{-\delta_k s}| \approx 1$ 이므로 식 (9)에서 K_1 으로 시작하는 항보다는 α 와 β 의 곱으로 이루어진 K_2 가 상대적으로 더 지배적이라는 것을 유추할 수 있다. 근사화된 극점은 식 (11)로 표현할 수 있다.

$$K_2(1+\psi_1^+ R_0 e^{-\delta_1 s})(1-\psi_2^- R_2 e^{-\delta_2 s}) = 0 \tag{11}$$

식 (11)은 인수분해 형태로 표현되며, 이 수식이 성립될 조건은 $1+\psi_1^+ R_0 e^{-\delta_1 s} = 0$ 또는 $1-\psi_2^- R_2 e^{-\delta_2 s} = 0$ 중 한 개 이상을 충족시키는 것이다. 이 중, 전자는 ψ_1^+, R_0, δ_1 에 의하여 결정되기 때문에 노즐 극점 $P_{(noz,i)}$ 으로 정의할 수 있다. 반면에 후자는 ψ_2^-, R_2, δ_2 에 의하여 결정되는 연소실 극점 $P_{(comb,i)}$ 으로 정의할 수 있고, 서로 간에 독립적으로 존재하게 됨을 알 수 있다. 두 식의 근사해는 각각 식 (12)와 (13)과 같이 얻어진다.

$$P_{(noz,i)} = \frac{1}{\delta_1} \ln \left| R_0 \left(\frac{\beta + 2M_1}{\beta - 2M_1} \right) \right| + j2\pi f_{(noz,i)} \tag{12}$$

$$f_{(noz,i)} := \begin{cases} \frac{2i+1}{2\delta_1} & (R_0 > 0) \\ \frac{i}{\delta_1} & (R_0 < 0) \end{cases}$$

$$P_{(comb,i)} = \frac{1}{\delta_2} \ln \left| R_2 \left(\frac{1 - \gamma M_2}{1 + \gamma M_2} \right) \right| + j2\pi f_{(comb,i)} \tag{13}$$

$$f_{(comb,i)} = \begin{cases} \frac{i}{\delta_2} & (R_2 > 0) \\ \frac{2i+1}{2\delta_2} & (R_2 < 0) \end{cases}$$

식 (12)와 (13)으로부터 극점의 성장률은 평균 속도와 반사계수의 크기에 영향을 받는다는 것을 알 수 있다. δ_k 과 M_k 모두 평균 속도와 연관된 인자이지만, δ_k 은 마하수 제곱의 차수로서 평균 속도에 대한 의존도는 마하수 M_k 에 더욱 지배적이다. 식 (12)와 (13)에서 R_0 와 R_2 가 주어진 값이라면, 평균속도가 증가하면 (즉, M_k 가 증가하면) $P_{(noz,k)}$ 의 성장률은 증가하고, $P_{(comb,k)}$ 의 성장률은 감소한다. f 는 공진주파수로서 반사계수가 일정하다면, 극점의 허수부인 공진주파수는 반사계수의 부호에만 의존하게 된다.

2.3 화염전달함수와 음향전달함수를 결합한 시스템 불안정 해석

연소불안정 현상은 ATF와 FTF로 이루어진 폐회로 시스템으로 해석할 수 있다. 폐회로시스템의 안정성은 다음 수식으로부터 정의된다.

$$G_{CLS}(s) = \frac{G_a(s)}{1 - G_a(s)G_f(s)} \quad (14)$$

FTF는 보편적으로 사용되고 있는 $n-\tau$ 모델, $G_f(s) = -ne^{-\tau s}$ ($n > 0$)로 가정하였다. ATF를 정의하는 식 (7)에서 $\bar{q} = \frac{\bar{\rho}_1 S_1 \bar{u}_1}{\gamma - 1} \gamma R (T_2 - T_1)$ 이고, $c^2 = \gamma RT$ 이므로 $\frac{(\gamma - 1)\bar{q}}{S_1 \bar{\rho}_1 c_1^2 \bar{u}_1} = \alpha^2 - 1$ 이 성립한다. 폐회로 시스템의 극점에 ATF 식 (7)을 대입하여 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & K_1(1 - \psi_1^- R_0 e^{-\delta_1 s})(1 + \psi_2^+ R_2 e^{-\delta_2 s}) \\ & + K_2(1 + \psi_1^+ R_0 e^{-\delta_1 s})(1 - \psi_2^- R_2 e^{-\delta_2 s}) \\ & + (1 - R_0 e^{-\delta_1 s})(1 + \psi_2^+ R_2 e^{-\delta_2 s}) \\ & G_f(s)(\alpha^2 - 1) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

폐회로 시스템의 극점은 전술한 ATF에 FTF와의 결합을 통하여 더욱 많은 변수들의 영향을 받음을 알 수 있고, 마찬가지로 식 (10)에 적용하였던 가정과 더불어서 해석의 단순화를 위하여 평균 속도 효과를 무시하고, 이를 수식으로 나타내면 식 (16)과 같다. 이로부터 근사화된 폐회로 전달함수의 극점은 식 (17)과 같다.

$$K_1 \approx 1 \ll K_2 \approx \alpha\beta, \psi_1^\pm \approx 1, \psi_2^\pm \approx 1 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & (1 + R_0 e^{-\delta_1 s})(1 - R_2 e^{-\delta_2 s}) \\ & + \frac{n(\alpha^2 - 1)}{\alpha\beta} e^{-\tau s} (1 - R_0 e^{-\delta_1 s})(1 + R_2 e^{-\delta_2 s}) = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

폐회로 시스템의 극점과 ATF의 극점의 차이는 식 (17)의 두 번째 항의 유무이다. $G_f(s) = 0$ 이라면, 위 식의 두 번째 항은 소거된다. 하지만 $G_f(s) \neq 0$ 이라면 그렇지 않다. 즉 $G_a(s)$ 에 $G_f(s)$ 가 도입되면 극점의 이동이 발생한다. 또한 위 식에서는 $\mu(G_f, \alpha, \beta) = G_f(\alpha^2 - 1)/\alpha\beta$ 의 형태로 G_f 의 독립적인 영향이 아닌, 다른 시스템 변수와 운전 조건 및 음향전달함수의 특성과 결합하여 연소불안정에 영향을 미치게 됨을 알 수 있다.

3. 모델링 및 해석 결과

3.1 음향장 해석 결과

해석 모델은 노즐과 연소실로 이루어진 2단 덕트 시스템이다. 시작하기에 앞서, 사용된 해석 코드의 타당성 검증을 위하여 온라인 개방 코드인 OSCILOS⁽¹³⁾와 음향 해석결과를 비교했다.

수치 예제를 위하여 임의로 선정한 시스템 주요 치수 및 물성치는 Table 1에 나타났다. 예혼합실 입구의 평균 속도는 34.7 m/s ($M_1=0.1$)이다. 더불어 연소기의 입구와 출구 경계조건은 모두 닫힘(closed) 조건으로 설정하였다.

Table 2는 OSCILOS와 해석 코드의 주파수 비교 결과를 낮은 4개의 대표적인 주파수를 나열한 것이다. Fig. 2는 각 모드의 압력 분포 형상(Mode shape)을 나타냈으며 Table 2와 Fig. 2로부터 OSCILOS와 현재 모델의 해석 주파수 및 모드 형상이 모두 일치함을 확인하였다. 구체적으로 식 (12)와 (13)으로부터, 노즐 모드인 $f_{(noz,i)}$

Table 1 Geometry and operating conditions

Description	Value
Inlet temperature (K)	300
Nozzle cross-sectional area (m ²)	0.00096
Nozzle length (m)	0.5
Combustor cross-sectional area (m ²)	0.0177
Flame zone temperature (K)	1500
Combustor length (m)	1.5
Pressure (kPa)	101

Table 2 Calculation results of resonance frequency of a given system

Mode number	Frequency [Hz]		
	OSCILOS	Current model	Remark
1	172	172	Nozzle mode
2	261	261	Combustor mode
3	504	504	Nozzle mode
4	534	534	Combustor mode

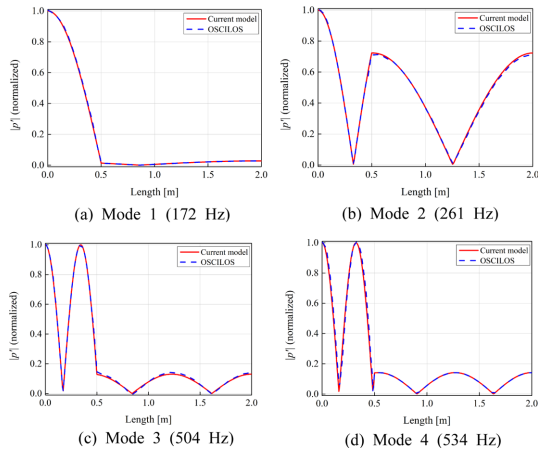


Fig. 2 Mode shape comparisons of the four lowest longitudinal frequencies between the current model and OSCILOS

는 172 Hz와 504 Hz이었으며, 연소실 모드인 $f_{comb,i}$ 는 261 Hz와 534 Hz인 것으로 계산되었다. 이에 따라, Table 2에서 측정된 모드 중 Mode 1과 Mode 3은 노즐 모드, Mode 2와 Mode 4는 연소실에 의한 모드에 해당한다.

현재 수치 예제 상의 시스템에서, 노즐 모드의 경우에 노즐에서의 압력 섭동이 매우 지배적이어서 상대적으로 연소실에서의 압력 섭동은 매우 작게 나타나는 반면에, 연소실 모드는 연소실 뿐만 아니라, 노즐에서도 상대적으로 높은 동압 분포가 존재하는 것으로 계산되었다.

3.2 음향전달함수 극점 분석

Figure 3은 우선 FTF를 고려하지 않은 상태로, 입출구 반사계수의 절대값을 $|R_k|=1$ 로 고정하고, 입구 마하수 (M_1)가 0에서 0.6까지 변화하였을 때, ATF의 극점 변화를 도시한 것이다. 그림에서 × 기호는 식 (10)의 가정을

적용하지 않은 식 (7)의 ATF로 계산된 엄밀해를, Δ 기호는 단순화 가정을 적용한 식 (15)로 계산된 근사해를 나타낸 것이다. 그림에서 보이듯이, 마하수가 0일 때는 가정에 따른 엄밀해와 근사해가 거의 동일한 값을 보였으며, 마하수 증가에 따라 두 해로부터 얻어진 주파수의 차이는 크지 않았고, 성장률에서만 약간의 차이가 존재하는 것으로 계산되었다. 따라서, 가스터빈의 운전 조건과 같은 연소실 입구의 낮은 마하수에 있어서 해석학적 접근을 위한 식 (10)의 가정은 타당한 것으로 나타났다. 또한, 그림에서 마하수에 따른 극점의 이동을 살펴보면, 2,2절에서 해석학적으로 도출되었듯이, 마하수의 증가는 노즐 모드에 있어서는 성장률의 증가(즉, 불안정한 방향으로 이동)를 보이고, 연소실 모드의 성장률은 반대 경향(즉, 안정한 방향으로 이동)을 나타내었다. 한가지 더 흥미로운 점은 마하수에 따라 성장률 뿐만 아니라, 극점의 주파수 천이도 초래한다는 부분이다. 특히, 연소실 모드보다는 노즐 모드에서 주파수의 변화는 더욱 두드러졌다.

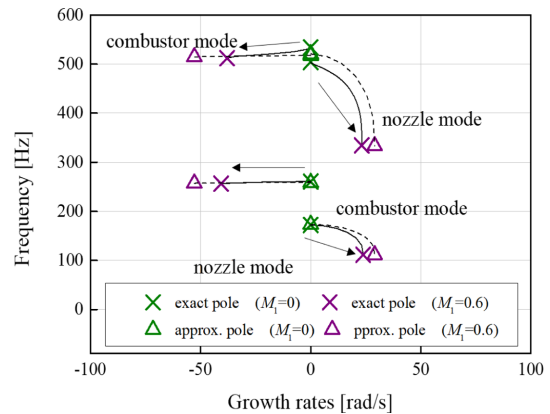


Fig. 3 Pole zero map of ATF ($|R_k|=1$)

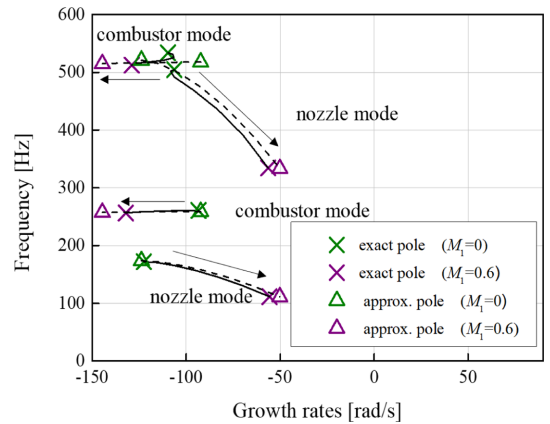


Fig. 4 Pole zero map of ATF ($|R_k|=0.7$)

Figure 4는 Fig. 3과 동일한 해석을 입출구 반사계수의 절대값을 $|R_k|=0.7$ 로 변경하여 진행한 결과이다. 식 (12)와 (13)에서 소개한 바와 같이 극점의 성장률은 δ 의 역수와 로그 내부의 값의 곱에 의하여 결정된다. 이때 음향학적으로 닫힘과 열림 조건과 같이 $|R_k|=1$ 인 경우에는 낮은 마하수 조건에서 로그 내의 값이 “1”과 가깝게 되어 성장률이 “0”이 된다. 따라서 반사계수의 절대값을 변경하여 마하수의 영향성을 비교한 결과, Fig. 3 대비, Fig. 4에서는 마하수 변화에 따라 특히 성장률의 변화가 더욱 커지는 것을 확인할 수 있다.

3.3 화염전달함수와 결합한 폐회로 시스템 분석 결과

다음으로는 FTF가 결합된 폐회로 시스템 해석을 통해 Table 1에서 정의된 조건에서 연소불안정을 예측하였다. Figs. 5와 6은 $n-\tau$ 모델에서 τ 를 각각 3.4와 6 ms로 고정된 상태에서 n 의 변화에 따른 특성을 $G_a(s)G_f(s)$ 의 근궤적을 통해 파악한 것이다. 근궤적은 n 이 커짐에 따라 변화하는 극점을 도시한 것이며, 여기서 두 τ 값들은 유동 속도를 고려하여 임의의 선정되었다. 근궤적을 그린 범위는 $n=0\sim 5$ 이고, 입구 마하수는 0.05와 0.3을 선정하였다. \times 기호는 ATF의 극점이자 $n=0$ 일 때의 극점을, 그래프의 \circ 기호는 $n=5$ 일 때 극점을 의미한다. 파란 실선은 $M_1=0.05$, 붉은 실선은 $M_1=0.3$ 인 경우를 나타낸다. 그림에서와 같이 n 이 증가하면 극점은 선을 타고 화살표 방향을 따라 이동하였다. 우선 Figs. 5과 6의 직접적인 비교로부터 시간 지연값인 τ 에 따라 연소불안정 근궤적의 형태가 크게 바뀌게 됨을 알 수 있다. 이러한 τ 의 변화에 따른 연소불안정 특성 변화에 대한 연구^(2,7)는 시간 지연 분석(time lag analysis)이 소개된 이후로 불안정 예측과 제어 분야에서 널리 사용되어 왔었다. 본 연

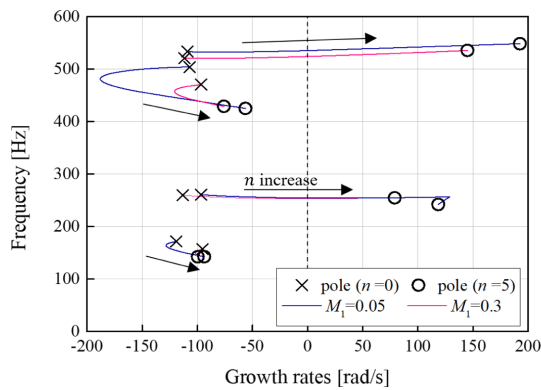


Fig. 5 Root locus of closed loop system of $-G_a(s)G_f(s)$ ($\tau=3.4$ ms)

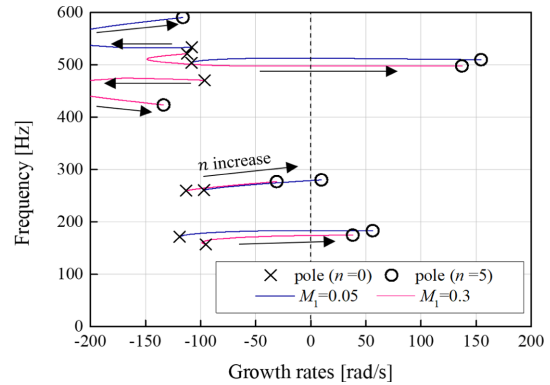


Fig. 6 Root locus of closed loop system of $-G_a(s)G_f(s)$ ($\tau=6$ ms)

구에서는 고정된 τ 에 대하여 n 의 변화에 따른 불안정 특성을 자세하게 비교하고자 한다. Fig. 5의 $\tau=3.4$ ms의 경우를 살펴 보면, n 이 0일 때, 4가지 관심 모드의 성장률은 모두 음수 영역에 존재(즉, 모두 안정)하였다. n 을 조금씩 증가시킬 경우, n 이 0.7($M_1=0.3$ 인 경우)과 1.3($M_1=0.05$ 인 경우)에서 535 Hz 주파수가 처음 불안정(즉, 성장률이 양의 값을 갖게 됨)해지고, 추가적인 n 의 증가와 함께 성장률도 양의 영역에서 유지되었고, n 이 2.3($M_1=0.3$ 인 경우)에서 260 Hz 근처의 주파수가 양의 성장률을 보이기 시작하였다. 반면에 노즐 모드에 해당하는 Table 2의 Mode 1과 3은 본 연구에서 제시된 n 의 값과 상관없이 음의 성장률을 보였다. 그러나 특히 Mode 3의 경우 n 의 증가에 따라 성장률이 반대로 감소하는 구간이 존재하는 것으로 나타났다. Crocco⁽¹⁴⁾에 의하여 $n-\tau$ 모델이 제시된 이후로, 섭동 강도 비례 상수인 n 은 일반적으로 불안정을 증가시키는 것으로 인식되어 왔었다. 이는 현재의 연구 결과에서도 주요 모드에서 나타난 결과이기도 하다. 그러나 본 해석학적 연구 결과의 일부 구간에서는 n 의 증가가 오히려 시스템을 안정한 방향(즉, 성장률이 감소하는 방향)으로 유도하기도 한다. 그 이유는 n 이 변하면 복소수인 극점이 변하게 되고, 이는 성장률과 주파수가 각각 음이나 양의 어떤 방향으로든 변할 수 있음을 뜻한다.

정리하면, 화염전달함수의 n 은 피드백 불안정 특성에 영향을 미치는 주요한 인자이나, 시스템의 다양한 공진 모드에서 그 영향의 상대적 크기는 모드마다 다를 수 있다. 따라서, n 의 값에 상관없이 특정 일부 모드는 항상 안정한 영역(성장률이 음의 값을 갖는 영역)에 존재할 수도 있으며, 또 다른 모드는 n 의 값이 안정과 불안정 영역을 구분하는 주요 인자로 작용하기도 한다. 그러나 이러한 n 의 영향은 2.3절의 해석학적 분석에서도 드

리나듯이, n 의 독립적인 특성으로 정의하기는 어렵고 시스템의 형상(예, 특성 길이와 면적비 등)과 운전 조건(예, 마하수와 온도비 등) 및 입출구 경계 조건에 따라 복잡한 영향을 미치게 된다.

4. 결 론

본 논문에서는 노즐과 연소실로 구성된 2단 연소기에서의 음향장과 연소불안정 특성에 영향을 미치는 주요 인자들을 도출하고, 전달함수 기반의 해석학적 모델을 통하여 인자들의 영향성 평가가 수행되었다. 음향장 해석 결과 2단 연소기에서 길이 방향의 노즐 모드와 연소실 모드가 서로 독립적으로 존재하였고, 이들의 음향 특성은 입출구의 음향경계조건과 각 부분의 시스템 특성 길이에 의존하는 것으로 나타났다. 또한, 평균 속도의 존재는 특정 모드의 성장률을 증가시킬 수도 반대로 감소시킬 수도 있다. 화염전달함수는 시스템 피드백 불안정 특성에 독립적으로 영향을 미치는 것보다는, 화염전달함수와 시스템 및 운전 조건과 음향전달함수의 특성에 의존하여, 노즐과 연소실 사이의 면적비와 음속비 등과 함께 상호 복합적인 영향에 따라 최종적인 피드백 불안정 특성이 결정되었다.

후 기

이 논문은 2021년도 정부(산업통상자원부)의 재원으로 한국에너지기술평가원의 지원을 받아 수행된 연구임(20217010100030, 표준 가스복합발전용 주기기 설계 및 제작 기술 개발).

참고문헌

- (1) T. Lieuwen and V. Yang, "Combustion Instabilities in Gas Turbine Engines," Progress in Astronautics and Aeronautics, Washington, DC, AIAA, Vol. 210, 2005.
- (2) M. Yoon, D. Kim, "Acoustic Transfer Function of a Combustion System with Premixing Chamber," Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 31, No. 12, 2017, pp. 6069~6076.
- (3) M. Yoon, "Effects of Mean Flow, Temperature Ratio and Area Ratio on Combustion Instability of a Dump Combustor," Combustion Science and Technology, 2019.
- (4) J. Kim, M. Yoon and D. Kim, "Combustion Stability Analysis using Feedback Transfer Function," Journal of The Korean Society Combustion, Vol. 21, 2016, pp. 24~31.
- (5) J. Y. Chung and D. A. Blaser, "Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties," The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 68, No. 3, 1980, pp. 907~913.
- (6) Y. Pyo, J. Kim and D. Kim, "Time Lag Analysis Using Phase of Flame Transfer Function," Journal of ILASS-Korea, Vol. 21, No. 2, 2016, pp. 104~110.
- (7) F. Lacombe and Y. Mery, "Mixed Acoustic-Entropy Combustion Instabilities in a Model Aeronautical Combustor: Large Eddy Simulation and Reduced Order Modeling," Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 140, No. 3, 2018, 031506.
- (8) Y. Pyo, D. Kim, S.K. Kim and D. J. Cha, "Numerical investigation on combustion instability modeling in a lean premixed gas turbine combustor combining finite element analysis with local flame transfer function," Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 33, 2019, pp. 5547~5559.
- (9) S. K. Kim, D. Kim and D. J. Cha, "Finite Element Analysis of Self-Excited Instabilities in a Lean Premixed Gas Turbine Combustor," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 120, 2018, pp. 350~360.
- (10) X. Han, J. Li and A. S. Morgans, "Prediction of Combustion Instability Limit Cycle Oscillations by Combining Flame Describing Function Simulations with a Thermoacoustic Network Model," Combustion and Flame, Vol. 162, 2015, pp. 3632~3647.
- (11) S. Jang, D. Kim, S. Joo and Y. Yoon, "Combustion Instability Modeling in a Partially-Premixed Gas Turbine Combustor using Finite Element Method," Journal of ILASS-Korea, Vol. 23, No. 1, 2018, pp. 16~21.
- (12) S. Kim and D. Kim, "Acoustic Transfer Function in a Multi-duct System and Its Application of Closed-loop Instability Analysis," Journal of Propulsion and Energy, Vol. 1, No. 1, 2020, pp. 57~65.
- (13) <http://www.oscillos.com/>
- (14) L. Crocco, "Aspects of Combustion Stability in Liquid Propellant Rocket Motors Part I: Fundamentals, Low Frequency Instability With Monopropellants," Journal of the American Rocket Society, Vol. 21, No. 6, 1951, pp. 163~178.