

지진하중을 받는 단자유도 구조물의 신속한 동적 신뢰성 추정 방법

이도근* · 옥승용**†

Fast Dynamic Reliability Estimation Approach of Seismically Excited SDOF Structure

Do-Geun Lee* · Seung-Yong Ok**†

†Corresponding Author

Seung-Yong Ok

Tel : +82-31-670-5282

E-mail : syok@hknu.ac.kr

Received : August 21, 2020

Revised : September 23, 2020

Accepted : September 25, 2020

Abstract : This study proposes a fast estimation method of dynamic reliability indices or failure probability for SDOF structure subjected to earthquake excitations. The proposed estimation method attempts to derive coefficient function for correcting dynamic effects from static reliability analysis in order to estimate the dynamic reliability analysis results. For this purpose, a total of 60 cases of structures with various characteristics of natural frequency and damping ratio under various allowable limits were taken into account, and various types of approximation coefficient functions were considered as potential candidate models for dynamic effect correction. Each reliability index was computed by directly performing static and dynamic reliability analyses for the given 60 cases, and nonlinear curve fittings for potential candidate models were performed from the computed reliability index data. Then, the optimal estimation model was determined by evaluating the accuracy of the dynamic reliability analysis results estimated from each candidate model. Additional static and dynamic reliability analyses were performed for new models with different characteristics of natural frequency, damping ratio and allowable limit. From these results, the accuracy and numerical efficiency of the optimal estimation model were compared with the dynamic reliability analysis results. As a result, it was confirmed that the proposed model can be a very efficient tool of the dynamic reliability estimation for seismically excited SDOF structure since it can provide very fast and accurate reliability analysis results.

Key Words : dynamic reliability analysis, static reliability analysis, reliability estimation, numerical efficiency, dynamic effect correction

Copyright©2020 by The Korean Society of Safety All right reserved.

1. 서론

지진은 불확실성이 매우 큰 사건으로서 발생 크기뿐만 아니라 지반 특성으로 인한 가진 주파수 대역의 예측이 매우 어렵다. 또한, 구조물의 모델 예측도 외부 환경 및 시간 경과에 따른 노후화 등 다양한 불확실성에 크게 영향을 받는다. 따라서 지진하중을 받는 구조물의 내진 성능 평가 기법으로 이러한 하중과 구조물에 내재하는 불확실성에 따라 구조물이 파괴될 확률(Failure Probability)을 예측하는 신뢰성 해석 방법(Reliability

Analysis Method)을 고려할 수 있다. 일반적인 신뢰성 해석은 지진하중의 최대 크기(Peak Ground Acceleration; PGA)에 대하여 구조물의 응답이 허용 한계치(Allowable Limit)를 초과할 확률을 산정하는 정적 신뢰성 해석(Static Reliability Analysis)이 주를 이뤘으나, 이는 지진하중의 가진 주파수(Excitation Frequency)와 구조물의 고유 주파수(Natural Frequency)의 동조로 인하여 응답이 증폭하는 공진 현상(Resonance Phenomenon)을 고려하지 못함으로써 구조물의 파괴확률을 저평가할 수 있는 한계를 갖는다. 이러한 한계를 극복하고자, 지진하중

*한경대학교 토목안전환경공학과 석사과정 (Department of Civil, Safety and Environmental Engineering, Hankyong National University)

**한경대학교 사회안전시스템공학부 교수 (School of Social Safety System Engineering & Construction Engineering Research Institute, Hankyong National University)

을 받는 구조물의 실시간 동적 응답이 지진 발생 시간 동안 최소 한 번이라도 허용 한계치를 초과하는 직렬 사건(Series Event)을 파괴 사건으로 정의하고 각 사건 간 확률적 상관성(Probabilistic Correlation)을 고려한 시스템 신뢰성 해석(System Reliability Analysis) 연구가 지속해서 수행되어 왔다¹⁻⁸⁾. 이 연구들은 기존 정적 신뢰성 해석이 갖는 한계, 즉 주파수 특성에 따른 응답의 증폭 현상(공진 현상)과 구조물에 내재하는 응답의 감소 효과(감쇠비) 등을 고려하지 못하는 한계를 해결함으로써 지진하중에 대한 구조물의 안전성을 더 정확하게 예측할 수 있는 신뢰성 해석기법을 제시하였다고 할 수 있다.

비록 동적 시스템 신뢰성 해석기법이 지진하중을 받는 구조물의 파괴확률을 기존 정적 신뢰성 해석보다 정확하게 예측할 수 있으며 수치 효율성도 높다는 결과가 보고되었지만⁸⁾, 최대 지진하중(PGA)에 대하여 1회의 신뢰성 해석을 수행하는 정적 신뢰성 해석기법보다는 매우 높은 연산 시간이 요구된다. 따라서 동적 신뢰성 해석의 정확성을 확보하면서 정적 신뢰성 해석의 수치 효율성을 유지할 수 있다면 매우 효율적인 내진 성능 평가 기법으로 활용될 수 있을 것이다. 이 연구에서는 이를 위한 방법론으로 정적 신뢰성 해석 결과로부터 동적 효과를 반영할 수 있는 관계식을 도출하고자 한다. 이는 가진 주파수와 공진 주파수의 특성으로 인한 응답 증폭 효과 및 구조물 감쇠 특성에 의한 응답 감소 효과를 동시에 고려할 수 있어야 하며, 정적 신뢰성 해석 결과로부터 동적 신뢰성 해석 결과를 손쉽게 추정할 수 있어야 할 것이다. 따라서, 도출하고자 하는 관계식은 정적 신뢰성 해석 결과에 대한 계수(Coefficient) 형태로서 고려하였으며, 가진 주파수와 공진 주파수 및 감쇠비의 함수로서 정의하고자 한다.

2. 신뢰성 해석기법

신뢰성 해석에서 파괴 사건 E 는 확률변수 \mathbf{v} 에 의해 영향받는 구조물의 응답 x 가 구조물 응답의 한계치 x_0 를 초과하는 사건으로 정의된다. 이를 규정하는 한계 상태 함수(Limit State Function)는 식 (1)로 나타낼 수 있다.

$$g(\mathbf{v}) = x_0 - x(\mathbf{v}) \quad (1)$$

여기서, \mathbf{v} 는 시스템 내에 존재하는 지진하중의 불확실성 및 구조물에 내재하는 불확실성을 모두 포함하는 확률변수 벡터이며, 분포 특성에 따라 확률분포함수

(Probability Distribution Function)로 모델링된다. 따라서 구조물의 응답은 확률변수 벡터의 함수 $x(\mathbf{v})$ 로 표현된다. 한편, 한계 상태 함수는 음인 경우($g \leq 0$) 구조물의 파괴에 해당하며, 양인 경우($g > 0$) 구조물이 안전한 상태를 나타낸다. 따라서, 확률변수 \mathbf{v} 의 확률 분포 공간에서 음의 한계 상태 함수 영역($g \leq 0$)이 존재할 것이며, 이 영역에 대한 확률변수의 결합 확률 밀도 함수(Joint Probability Distribution Function; JPDF)의 적분이 구조물의 파괴확률에 해당할 것이다. 이는 식 (2)로 나타낼 수 있다⁹⁾.

$$P_f = \int_{g(\mathbf{v}) \leq 0} f_{JPDF}(\mathbf{v}) d\mathbf{v} \quad (2)$$

2.1 정적 신뢰성 해석

정적 신뢰성 해석은 구조물이 최대 지진하중(PGA)을 받을 때의 응답에 대하여 허용치를 초과하는 확률을 산정한다. 이 연구에서는 Fig. 1과 같이 PGA에 대한 단자유도(Single Degree Of Freedom; SDOF) 구조물의 변위 응답 x 를 고려하였다.

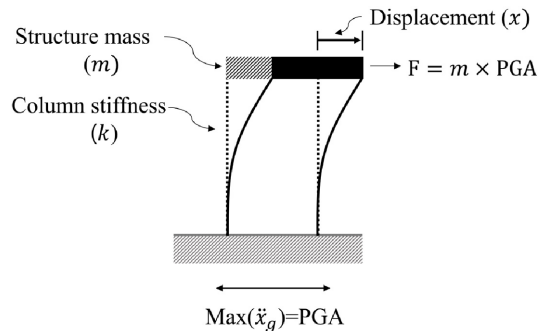


Fig. 1. Static structural system subjected to PGA.

정적 신뢰성 해석에서의 한계 상태 함수는 식 (3)으로 정의된다.

$$g(\mathbf{v}) = x_0 - x(\mathbf{v}) = x_0 - \frac{m \times PGA}{k} \quad (3)$$

여기서, 확률변수 벡터는 $\mathbf{v} = \{m, k\}$ 에 해당한다. 식 (3)의 한계 상태 함수를 적용한 식 (2)의 파괴확률 산정은 FORM(First-Order Reliability Method)⁹⁾을 적용하여 산정할 수 있다.

2.2 동적 신뢰성 해석

동적 신뢰성 해석은 정적 신뢰성 해석과 달리 지진이 발생하는 모든 시점에 대한 구조물 응답을 고려하

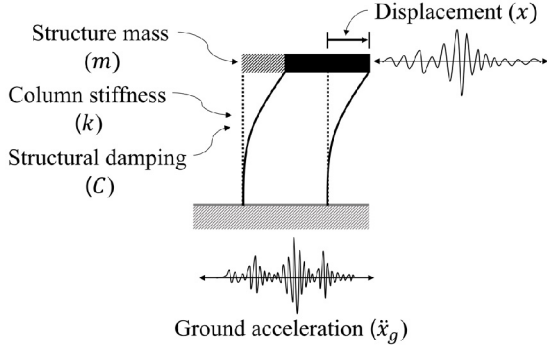


Fig. 2. Dynamic structural system subjected to earthquake.

므로 구조물 응답의 시간 이력 $x(t)$ 을 산정한다. 질량 (m), 감쇠(c), 강성(k)을 지니는 단자유도 구조물이 지진 하중을 받을 때, 이의 개념도를 Fig. 2로 나타낼 수 있으며 단자유도 시스템의 운동 방정식은 식 (4)로 표현할 수 있다.

$$\ddot{x}(t) + 2\xi_n\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = -\ddot{x}_g(t) \quad (4)$$

여기서, $\ddot{x}(t)$, $\dot{x}(t)$, $x(t)$ 는 각각 구조물의 가속도, 속도, 변위 응답이며, $\ddot{x}_g(t)$ 는 지반의 절대 가속도 시간 이력에 해당한다. ω_n 와 ξ_n 는 각각 구조물의 고유 주파수(Natural Frequency)와 감쇠비(Damping Ratio)로서 식 (5)와 같이 구조물 질량, 강성 및 감쇠로서 정의된다.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5a)$$

$$\xi_n = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (5b)$$

지반 가속도 시간 이력 $\ddot{x}_g(t)$ 는 지반의 특성을 반영할 수 있는 Kanai-Tajimi 필터^{10,11)}로서 모델링하였으며, 지진 발생 시간 $[t_1 \sim t_n]$ 에 대하여 시간 간격 Δt 로 이산화하여 식 (6)과 같이 표현할 수 있다^{8,12)}.

$$\ddot{x}_g(t) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2\pi S_0 \Delta t} h_g(t-t_i) \cdot u_i \quad (6)$$

여기서, $t_i = i\Delta t (i = 1, 2, \dots, n)$ 는 지진 발생 시간을 이산화하여 표현한 것이며, S_0 는 PGA에 상응하는 지진 세기(Seismic Intensity) 계수이다. u_i 는 평균 0, 표준편차 1을 갖는 표준 정규 분포(Standard Normal Distribution)를 따르는 확률변수로서 기저암에서 발생하는 불규칙 진동을 모사하는 백색 잡음(White Noise)에 해당한다.

함수 $h_g(t-t_i)$ 는 지반의 절대 가속도에 상응하는 IRF (Impulse Response Function)로서 식 (7)로 정의된다.

$$h_g(t-t_i) = \begin{cases} h_g(\hat{t}) & (t \geq t_i) \\ 0 & (t < t_i) \end{cases} \quad (7a)$$

$$h_g(\hat{t}) = \exp^{-\xi_g\omega_g\hat{t}} \begin{bmatrix} \frac{(2\xi_g^2-1)\omega_g}{\sqrt{1-\xi_g^2}} \sin(\omega_g\sqrt{1-\xi_g^2}\hat{t}) \\ -2\xi_g\omega_g\cos(\omega_g\sqrt{1-\xi_g^2}\hat{t}) \end{bmatrix} \quad (7b)$$

여기서, $\hat{t} = t - t_i$ 로서 함수 $h_g(t-t_i)$ 는 $t \geq t_i$ 에서만 정의되며, $t < 0$ 에서는 0이다. ω_g 와 ξ_g 는 각각 지반의 탁월 주파수(Dominant Frequency)와 지반의 밴드 폭(Bandwidth)으로서 지반 특성에 따른 계수이다. 따라서 기저암에서 발생한 백색 잡음 u_i 는 지진 세기 S_0 에 의하여 PGA에 상응하는 크기의 불규칙 진동을 생성하며, 이는 ω_g 와 ξ_g 로 정의되는 필터 함수 IRF를 통하여 지반 특성을 반영하여 절대 가속도 $\ddot{x}_g(t)$ 를 생성하게 된다.

정리하면, 식 (6)에서 불규칙 진동 u_i 로부터 생성되는 지반 가속도 시간 이력 $\ddot{x}_g(t)$ 을 식 (4)에 대입함으로써 구조물의 응답을 산정할 수 있다. 식 (4)의 풀이는 Newmark- β 방법¹³⁾으로 산정할 수 있으며, 시각 $t_j = j\Delta t$ 에서의 응답 $x_j(\mathbf{v})$ 에 대하여 동적 신뢰성 해석에서의 한계 상태 함수는 식 (8)로 정의된다.

$$g_j(\mathbf{v}) = x_0 - x_j(t_j; \mathbf{v}) \quad (8)$$

여기서, 동적 신뢰성 해석에서의 확률변수 벡터 \mathbf{v} 는 정적 신뢰성 해석과 달리 시스템 물성치 및 지진 가속도의 불확실성을 나타내는 백색 잡음 $u_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 을 포함하여 $\mathbf{v} = \{m, k, \xi_n, u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 으로 정의된다. 주어진 확률변수 벡터에 대하여 식 (8)의 한계 상태 함수를 적용한 식 (2)의 파괴확률 산정도 동일하게 FORM⁹⁾을 적용하여 산정할 수 있다.

전술한 파괴확률은 특정 시점($t_j = j\Delta t$)에서의 파괴 확률에 해당한다. 따라서, 동적 신뢰성 해석에서는 식 (2)를 n 번($j = 1, 2, \dots, n$) 반복 산정함으로써 각 시점에 대한 파괴확률을 산정할 수 있다. 하지만, 동적 신뢰성 해석에서 구조물의 파괴는 지진이 발생하는 모든 시점 중 어느 시점에서라도 최소 1번 이상 구조물 파괴가 발생하는 경우를 의미한다. 그러므로, 최종적인 동적 신뢰성 해석은 모든 시점에 대한 파괴 사건의 합집합으로 정의되며, 식 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$P_f = P\{E(t_1) \cup E(t_2) \cup \dots \cup E(t_n)\} \quad (9)$$

여기서, 식 (9)의 산정은 각 사건 간 상관성을 고려하여야 하는 시스템 신뢰성 해석(System Reliability Analysis)에 해당하며, 이에 대한 상세 설명은 저자의 이전 논문에서 기술되어 있으므로 지면 관계상 여기서는 생략한다⁸⁾.

3. 동적 신뢰성 추정

3.1 동적 효과 보정 계수의 정식화

이 연구에서 제시하고자 하는 동적 신뢰성 추정 방법은 식 (10)과 같이 한 번의 신뢰성 해석으로 파괴확률을 산정하는 정적 신뢰성 해석 결과와 동적 효과 보정 계수로부터 동적 신뢰성 해석 결과를 근사시키고자 하는 것이다.

$$P_{f,dynamic} \approx \hat{P}_{f,dynamic} = \delta \times P_{f,static} \quad (10a)$$

$$\beta_{dynamic} \approx \hat{\beta}_{dynamic} = \delta \times \beta_{static} \quad (10b)$$

여기서, β 는 신뢰성 지수로서 $P_f = \Phi(-\beta)$ 로 정의된다. $\Phi(\cdot)$ 는 표준 정규 분포의 누적 분포 함수(Cumulative Distribution Function; CDF)이다. 또한, δ 는 동적 효과 보정 계수(Dynamic Effect Correction Coefficient)라 명명한다. $\hat{P}_{f,dynamic}$ 과 $\hat{\beta}_{dynamic}$ 는 정적 신뢰성 해석과 보정 계수로부터 동적 신뢰성 해석 결과를 추정된 파괴확률과 신뢰성 지수의 추정치이다.

일반적으로 동적 신뢰성 해석으로 산정되는 구조물의 파괴확률은 구조물과 지반의 동적 특성치(주파수, 감쇠비 등)뿐만 아니라 부재의 허용 한계치 및 지진 세기 등 매우 다양한 매개변수의 영향을 받아 증폭 또는 감소할 수 있다. 이러한 모든 경우를 고려하는 것은 현실적으로 불가능하므로, 이 연구에서는 파괴확률에 가장 영향이 직접적일 것으로 예상하는 구조물과 지반의 주파수 비(ω_g/ω_n ; 공진 효과), 구조물 감쇠비(ξ_n ; 응답 감소 효과), 구조물 허용 한계치(x_0)를 영향 매개변수로 고려하고자 한다. 따라서 동적 효과 보정 계수는 이들 매개변수의 함수로서 식 (11)과 같이 정의한다.

$$\delta = F\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}, x_0, \xi_n\right) \approx \frac{\beta_{dynamic}}{\beta_{static}} \quad (11)$$

식 (11)의 동적 효과 보정 계수는 주파수 비, 감쇠비,

허용 한계치를 다양한 수치로 변화시켜가면서 산정되는 정적 및 동적 신뢰성 해석 결과로부터 얻어지는 신뢰성 지수의 비 데이터($\beta_{dynamic}/\beta_{static}$)에 대하여 커브 피팅(Curve Fitting) 방법을 적용하여 결정할 수 있다. 이에 대한 상세한 설명은 다음 절에서 기술한다.

3.2 동적 효과 보정 계수의 함수 결정

동적 효과 보정 함수는 구조물-지반 주파수 비(ω_g/ω_n), 구조물 감쇠비(ξ_n), 허용 한계치(x_0)의 세 매개변수로 정의되므로, 이 연구에서는 각각의 매개변수 효과를 구분하여 식 (12)로 재정의하였다.

$$\begin{aligned} \delta &= F\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}, x_0, \xi_n\right) \\ &= f\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times g\left(x_0, \frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times h\left(\xi_n, \frac{\omega_g}{\omega_n}, x_0\right) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, $f(\cdot)$ 는 공진에 따른 응답 증폭 효과를 반영하는 함수이며, $g(\cdot)$ 는 허용 한계치 효과를 반영하는 함수이며, $h(\cdot)$ 는 감쇠비에 따른 응답 감소 효과를 반영하는 함수이다.

첫 번째, 공진에 따른 응답 증폭 효과를 반영하는 $f(\cdot)$ 함수는 구조물-지반 주파수 비에 대한 동적 응답을 나타내는 구조물의 주파수 응답 함수(Frequency Response Function; FRF)¹³⁾ 형태를 고려하여 식 (13)과 같이 가정하였다.

$$f\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right) = \frac{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right)^2\right\}^2 + \left\{c_1\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right)^2 + c_2\right\}}}{\left|c_3\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right)^2 + c_4\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right) + c_5\right|} \quad (13)$$

여기서, 분자 항은 동적 변위 FRF 함수의 역수 형태이며, 분모 항은 식 (3)의 정적 응답(PGA/ω_n^2)을 고려하여 가정한 확장형이다. 이는 신뢰성 지수가 구조물의 응답이 커질수록 감소하는 반비례 관계임을 고려하였기 때문이다. 즉, 식 (11)에서 신뢰성 지수의 비가 $\beta_{dynamic}/\beta_{static}$ 로 정의되었으므로, 함수 $f(\cdot)$ 는 역수 형태인 정적 변위와 동적 변위의 비($u_{static}/u_{dynamic}^{FRF}$)로 근사를 가정하여 식 (13)과 같이 정의한 것이다. 한편, 계수 $c_1 \sim c_5$ 는 커브 피팅 방법을 통하여 결정되는 상수로서 구체적인 방법은 수치 해석 예제에서 다루고자 한다.

두 번째, 허용 한계치 효과를 반영하는 $g(\cdot)$ 함수에 대해서는 허용 한계치(x_0)만으로 정의되는 $g_1(\cdot)$ 과 허용 한계치(x_0) 및 주파수 비(ω_g/ω_n)로 정의되는

$g_2(\cdot)$ 의 2가지 경우를 고려하였다.

$$g_1(x_0) = c_6x_0^2 + c_7x_0 + c_8 \quad (14a)$$

$$g_2(x_0, \frac{\omega_g}{\omega_n}) = \left[\left(c_6x_0^2 + c_7x_0 + c_8 \right) \times \left\{ c_9 \left(\frac{\omega_g}{\omega_n} \right)^2 + c_{10} \left(\frac{\omega_g}{\omega_n} \right) + c_{11} \right\} \right] \quad (14b)$$

여기서, 각 계수 $c_6 \sim c_{11}$ 도 커브 피팅 방법을 통하여 결정되는 상수로서 구체적 방법은 수치 해석 예제에서 다루고자 한다. 이처럼 2가지 경우를 고려한 이유는 사전 해석(Preliminary Analysis)¹⁴⁾을 통하여 신뢰성 해석에 미치는 허용 한계치 효과가 2차 함수 형태로 작용할 뿐만 아니라 주파수 비에도 영향을 받는 것으로 분석되었기 때문이다.

세 번째, 감쇠비에 따른 응답 감소 효과를 반영하는 $h(\cdot)$ 함수는 식 (15)와 같이 4가지 경우를 고려하였다. 먼저 내진설계 일반⁵⁾에서 대표 감쇠비로 사용하는 5%를 기준으로 선형 관계를 가정하였으며, 감쇠비 5%인 경우 $h_1(\xi_n = 0.05) = \dots = h_4(\xi_n = 0.05) = 1.0$ 이 성립하도록 정의하였다. 사전 해석(Preliminary Analysis)¹⁴⁾ 결과로부터 허용 한계치에 대하여 2차 함수 형태의 효과를 확인하였으며, 주파수 비에도 유사한 영향을 받는 것으로 분석되었다. 따라서 감쇠비의 선형 관계만을 고려한 식 (15a), 감쇠비와 허용 한계치 효과만을 고려한 식 (15b), 감쇠비와 주파수 효과만을 고려한 (15c) 및 감쇠비, 허용 한계치 그리고 주파수 효과를 모두 고려한 (15d)를 고려하였다.

$$h_1(\xi_n) = 1 - \left[\left(1 - \frac{\xi_n}{0.05} \right) \right] \quad (15a)$$

$$h_2(\xi_n, x_0) = 1 - \left[\left(1 - \frac{\xi_n}{0.05} \right) \times (c_{12}x_0^2 + c_{13}x_0 + c_{14}) \right] \quad (15b)$$

$$h_3(\xi_n, \frac{\omega_g}{\omega_n}) = 1 - \left[\left(1 - \frac{\xi_n}{0.05} \right) \times \left\{ c_{15} \left(\frac{\omega_g}{\omega_n} \right)^2 + c_{16} \left(\frac{\omega_g}{\omega_n} \right) + c_{17} \right\} \right] \quad (15c)$$

$$h_4(\xi_n, x_0, \frac{\omega_g}{\omega_n}) = 1 - \left[\left(1 - \frac{\xi_n}{0.05} \right) \times \left\{ c_{12}x_0^2 + c_{13}x_0 + c_{14} \right\} \times \left\{ c_{15} \left(\frac{\omega_g}{\omega_n} \right)^2 + c_{16} \left(\frac{\omega_g}{\omega_n} \right) + c_{17} \right\} \right] \quad (15d)$$

여기서, 각 계수 $c_{12} \sim c_{17}$ 도 마찬가지로 커브 피팅 방법을 통하여 결정되는 상수로서 구체적 방법은 수치 해석 예제에서 다루고자 한다.

4. 수치 예제

제안하는 동적 신뢰성 추정을 위한 보정 계수를 도출하기 위하여 이 연구에서는 Table 1에 제시한 다양한 주파수 특성과 감쇠비 및 응답 허용 한계치를 대상 예제 구조물로 고려하였다. 주파수 특성은 구조물의 1차 고유 주파수로 많이 분포하는 1.0~3.5Hz 영역을 고려하였으며, 감쇠비는 강 구조물과 콘크리트 구조물의 감쇠비로 많이 가정되는 3%와 5%를 고려하였다^{16,17)}. 구조물 응답의 허용 한계치는 각 고유 주파수 별로 다양한 파괴확률이 산정될 수 있도록 5개씩 가정하였다. 따라서 신뢰성 해석은 총 60(=2×6×5) 종류의 구조물을 대상으로 수행하였다.

Table 1. Cases of static and dynamic reliability analyses

Structural properties and allowable limits of displacement						
ξ_n	$\omega_n/2\pi$ (Hz)	x_0 (cm)				
0.03 0.05	1.0	11.00	11.50	12.00	12.50	13.00
	1.5	7.40	7.60	7.80	8.00	8.20
	2.0	5.50	5.60	5.70	5.80	5.90
	2.5	4.20	4.25	4.30	4.35	4.40
	3.0	3.20	3.22	3.24	3.26	3.28
	3.5	2.28	2.29	2.30	2.31	2.32

지반 모델에서 지진의 세기는 PGA=0.2g에 상응하는 $S_0=2.87 \times 10^{-3}$ 을 적용하였으며, 10초 동안 지속하는 지진 가속도 이력에 대하여 이산화 간격 $\Delta t=0.02$ 를 적용하여 총 500개의 시점을 고려하였다. 지반 특성을 나타내는 매개변수는 단단한 경질 지반(Stiff Ground)에 상응하는 탁월 주파수 $\omega_g = 6\pi$ 와 밴드 폭 $\xi_g = 0.6$ 을 고려하였다.

정적 및 동적 신뢰성 해석에 사용된 확률변수들의 확률 분포 모델은 Table 2에 제시하였다. 모든 확률변수는 정규분포를 따르는 것으로 가정하였으며, 변동계수(Coefficient Of Variation, COV)는 0.1을 가정하였다. 강성 평균은 220MPa을 적용하였으며, 그에 상응하는

Table 2. Probability distribution models of parameters

R.V.	Distribution	Mean	COV
m (ton)	Normal	k/ω_n^2	0.1
k (MPa)	Normal	220	0.1
ξ_n	Normal	0.03 or 0.05	0.1
R.V.	Distribution	Mean	Std. Dev.
$u_i (i = 1, \dots, n)$	Normal	0	1

질량의 평균은 Table 1에 고려한 고유 주파수와 강성으로부터 환산한 수치를 적용하였다. 감쇠비는 전술한 바와 같이 0.03과 0.05의 2가지 경우를 각각 평균값으로 고려하였다.

4.1 동적 효과 보정 계수의 도출

Table 1에 주어진 60종류 구조물을 대상으로 Table 2의 확률 분포 모델을 반영하여 정적 및 동적 신뢰성을 수행하였으며, 그 결과를 Fig. 3에 비교 도시하였다. Fig. 3에서 수평축은 구조물의 고유 주파수($f_n = \omega_n/2\pi$, Hz)이며, 수직축은 산정된 신뢰성 지수이다. 정적 신뢰성 해석은, 식 (3)에서 확인할 수 있듯이, 감쇠비를 고려하는 항목이 없으므로 3%와 5%의 감쇠비와 관계없이 하나의 신뢰성 지수만을 산정하여 도시한 결과이다. 한편, 동적 신뢰성 해석은 3%와 5%에 대하여 각각 결과를 도시하였다. 각 신뢰성 지수를 비교하면, 정적 신뢰성 지수가 동적 신뢰성 지수보다 높은 결과를 보이는데, 이는 앞서 기술한 바와 같이 동적 응답이 공진에 따른 응답 증폭 현상으로 인하여 정적 응답보다 높은 수치를 보였기 때문이다. 즉, 응답이 클수록 신뢰성 지수는 낮은 수치를 보인다. 한편, 감쇠비에 따른 동적 신뢰성 지수 결과를 비교하면, 감쇠비가 3%인 경우보다 5%인 경우 신뢰성 지수가 더 높은 결과를 보이는데, 이는 감쇠비 증가에 따른 응답의 감소 효과가 더 높게 발현되었기 때문이다.

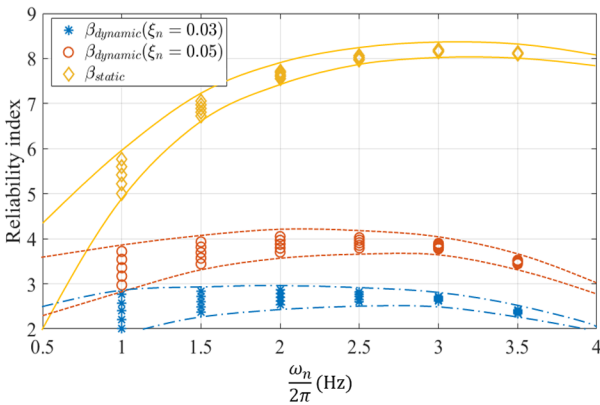


Fig. 3. Comparison of static & dynamic reliability analyses.

산정된 신뢰성 해석 결과로부터 식 (11)에 제시된 신뢰성 지수의 비를 산정할 수 있으며, 이를 근사하는 동적 효과 보정 계수 δ 는 식 (12)~(15)를 기반으로 식 (16)으로 정의되는 목적함수를 최소화하는 계수 $c_k (k=1, \dots, 17)$ 를 찾는 최적화 알고리즘으로 산정할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Find } c_1, \dots, c_m & (16) \\ & \text{to minimize } \sum_{i=1}^{n_{data}} \left(\frac{\beta_{dynamic}^i}{\beta_{static}^i} - \delta(c_1, \dots, c_m) \right)^2 \end{aligned}$$

여기서, c_1, \dots, c_m 은 식 (12)~(15)에서 정의된 계수들로서 최적화 과정을 통하여 결정되는 설계변수들(Design Variables)이다.

식 (16)을 풀기 위한 커브 피팅 알고리즘으로 비선형 문제에 적용할 수 있는 Interior Trust Region 방법^{18,19)}을 적용하였다. Fig. 3에 제시된 3%와 5% 감쇠비 데이터에 대하여 식 (12)의 보정 계수 함수를 구성하는 계수들($c_1 \sim c_{17}$)을 한 번에 결정하기는 쉽지 않은 문제이다. 따라서 감쇠비 5%인 경우 $h(\xi_n, \omega_g/\omega_n, x_0) = 1$ 이 되는 성질을 이용하여 1단계로 5% 감쇠비에 대한 정-동적 신뢰성 지수의 비 데이터에 대한 커브 피팅을 통하여 식 (12)에서 두 계수 함수 $f(\omega_g/\omega_n)$ 및 $g(x_0, \omega_g/\omega_n)$ 를 먼저 결정하였다. 이후 2단계에서는 결정된 두 함수를 고정한 상태에서 3% 감쇠비에 대한 정-동적 신뢰성 지수의 비 데이터까지 확장하여 전체 데이터를 커브 피팅함으로써 $h(\xi_n, \omega_g/\omega_n, x_0)$ 를 결정하였다.

1단계에서는 Table 3에 제시한 두 모형에 대하여 각각 식 (15)의 최적화 과정을 적용하여 δ_1 모형에 대하여 계수 $c_1 \sim c_8$ 와 δ_2 모형에 대하여 계수 $c_1 \sim c_{11}$ 를 산정하였다. Fig. 4는 각 모형이 추정하는 동적 신뢰성 지수와 동적 신뢰성 해석으로부터 직접 산정된 동적 신뢰성 지수 간 상대 오차를 산정하여 도시한 결과이다. 수평 x 축은 고유 주파수($\omega_n/2\pi$), 수평 y 축은 허용 한계치(x_0), 수직 z 축은 상대 오차로서 Fig. 4(a)는 δ_1 , Fig. 4(b)는 δ_2 에 따른 상대 오차를 나타낸다. 각 수치는 Table 1에 제시한 사례 중 감쇠비 5%의 30가지 사례에 대하여 산정된 값이다.

Fig. 4로부터 알 수 있듯이, 허용 한계치(x_0)만으로 정의되는 $g_1(\cdot)$ 함수를 적용한 보정 계수 모델 δ_1 은 최대 32.53%의 오차를 보이지만, 허용 한계치(x_0) 및 주파수 비(ω_g/ω_n)를 함께 고려한 $g_2(\cdot)$ 함수를 적용한 보정 계수 모델 δ_2 는 최대 오차가 0.64%로 매우 작은

Table 3. 1st step curve-fitting for $f(\omega_g/\omega_n)$ and $g(x_0, \omega_g/\omega_n)$

Dynamic effect correction coefficient	Design variables
$\delta_1 = f\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times g_1(x_0)$	$c_1 \sim c_8$
$\delta_2 = f\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times g_2\left(x_0, \frac{\omega_g}{\omega_n}\right)$	$c_1 \sim c_{11}$

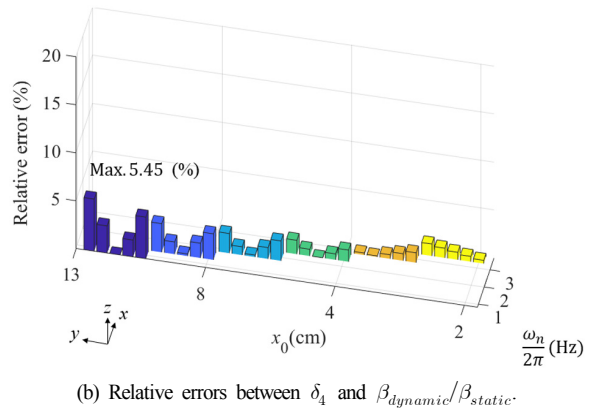
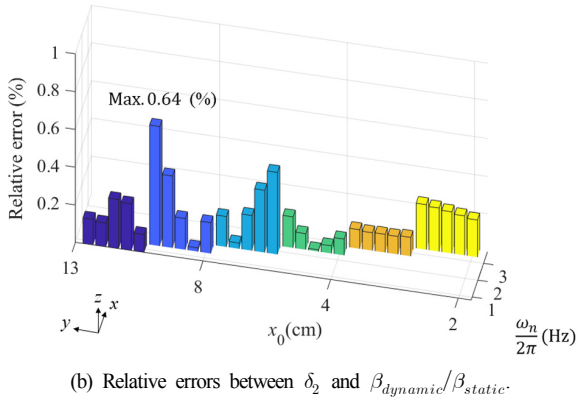
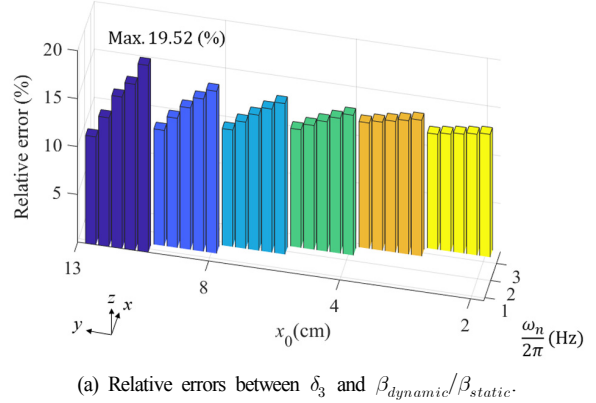
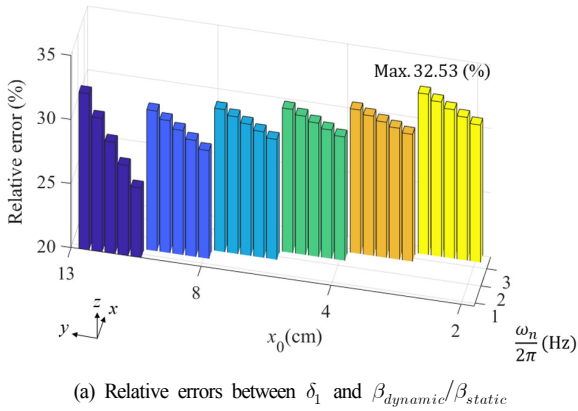


Fig. 4. Comparison of model accuracy between δ_1 and δ_2 .

오차를 보인다. 따라서 δ_2 모델이 적합한 모델임을 확인할 수 있다.

2단계에서는 1단계에서 산정한 δ_2 모델을 고정하고 Table 4의 4가지 경우에 대한 보정 계수 함수의 근사화를 수행하였다. 첫 번째 경우인 δ_3 모델은 추가 변수가 없으므로 식 (15a)를 단순 적용하였으며, 나머지 경우들은 식 (16)의 최적화 과정을 통하여 식 (15b)~(15d)의 계수들을 검색하였다. Fig. 5는 각 모형이 추정하는 동적 신뢰성 지수와 동적 신뢰성 해석으로부터 직접 산정된 동적 신뢰성 지수 간 상대 오차를 산정하여 도식한 결과이다.

Table 4. 2nd step curve-fitting for $h(\xi_n, x_0, \omega_g/\omega_n)$

Dynamic effect correction coefficient	Design variables
$\delta_3 = f\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times g_2\left(x_0, \frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times h_1(\xi_n)$	-
$\delta_4 = f\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times g_2\left(x_0, \frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times h_2(\xi_n, x_0)$	$c_{12} \sim c_{14}$
$\delta_5 = f\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times g_2\left(x_0, \frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times h_3\left(\xi_n, \frac{\omega_g}{\omega_n}\right)$	$c_{15} \sim c_{17}$
$\delta_6 = f\left(\frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times g_2\left(x_0, \frac{\omega_g}{\omega_n}\right) \times h_4\left(\xi_n, x_0, \frac{\omega_g}{\omega_n}\right)$	$c_{12} \sim c_{17}$

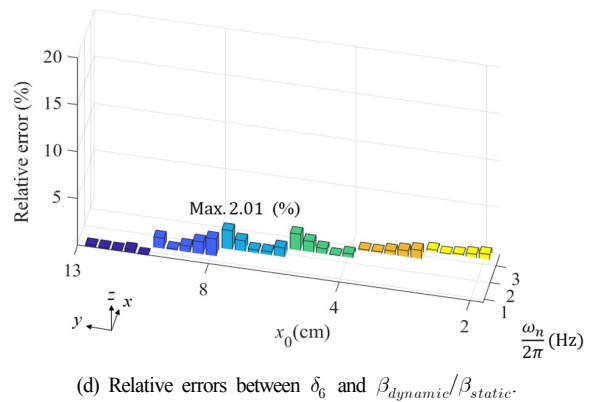
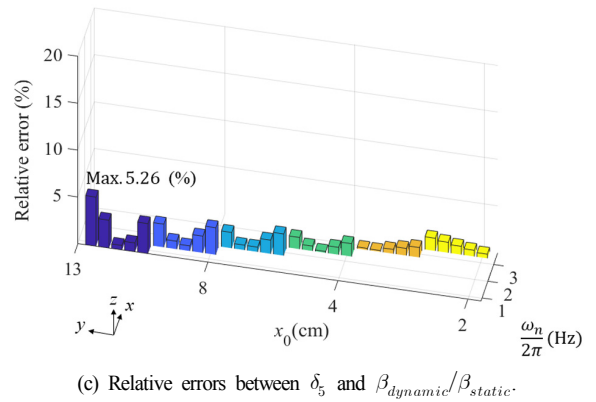


Fig. 5. Comparison of model accuracy between $\delta_3 \sim \delta_6$.

Table 5. Optimal determination of design variables

Functions		Design variables		
δ_6	$f(\frac{\omega_g}{\omega_n})$	c_1	c_2	c_3
		5.7675	0.3268	0.0583
		c_4	c_5	
	0.4507	-0.2381		
	$g_2(x_0, \frac{\omega_g}{\omega_n})$	c_6	c_7	c_8
		-2.7218	0.9497	-0.0024
c_9		c_{10}	c_{11}	
0.1298	-0.8752	2.7638		
$h_4(\xi_n, x_0, \frac{\omega_g}{\omega_n})$	c_{12}	c_{13}	c_{14}	
	0.2584	-0.0785	0.2584	
	c_{15}	c_{16}	c_{17}	
	0.4361	-2.2275	0.4471	

Fig. 5에서 알 수 있듯이, 가장 근소한 오차를 보이는 경우는 모델 δ_6 으로서 동적 신뢰성 지수의 추정치 ($\hat{\beta}_{dynamic}$)가 실제 동적 해석한 신뢰성 지수($\beta_{dynamic}$)와 최대 2.01%만 발생함으로써 구조물의 고유 주파수(ω_n), 변위 허용 한계치(x_0) 및 감쇠비(ξ_n)의 다양한 변동성에도 동적 신뢰성을 매우 정확하게 추정하고 있음을 확인할 수 있다. 따라서 최종적인 동적 효과 보정 계수는 δ_6 모델로 결정하였으며, 최적 설계된 변수들은 Table 5에 수록하였다.

4.2 동적 신뢰성 지수 추정의 정확성 평가

전 절에서 결정된 Table 5의 함수를 적용한 Fig. 5의 오차는 Fig. 3에 주어진 동적 신뢰성 지수 데이터를 사용하여 최적 설계한 동적 효과 보정 관계식을 적용하여 동적 신뢰성 지수를 추정한 결과이다. 따라서, 제시한 모델의 정확성을 검증하기 위해서는 최적 설계에 사용하지 않은 다른 사례, 즉 Table 1에서 고려하지 않은 구조물의 고유 주파수, 응답 허용 한계치 및 감쇠비를 적용한 사례에 대해서 어느 정도의 정확성을 보이는지를 평가할 필요가 있다. 이를 위한 추가 해석 사례를 Table 6에 제시하였다. 구조물의 고유 주파수는 기존에 고려하지 않은 주파수 4가지 경우를 적용하였으며, 각 경우에 대한 변위 응답의 한계치도 기존과 다른 한계치를 고려하였다. 감쇠비는 4% 경우를 추가하여 3%, 4% 및 5%를 고려하였다. 따라서 제시하는 방법의 동적 신뢰성 추정의 정확성을 평가하기 위한 추가 해석 사례로서 총 12(=3×4)가지 경우에 대하여 동적 신뢰성 해석 및 정적 신뢰성 해석을 수행하였다. 정적 신뢰성 해석 결과는 전 절에서 제시한 Table 5의 동적 효

Table 6. Additional analysis cases for accuracy assessment of the proposed approach

Parameter		
ξ_n	ω_n (Hz)	x_0 (cm)
0.03	1.2	10.20
0.04	1.7	6.80
0.05	2.2	5.10
	2.7	3.90

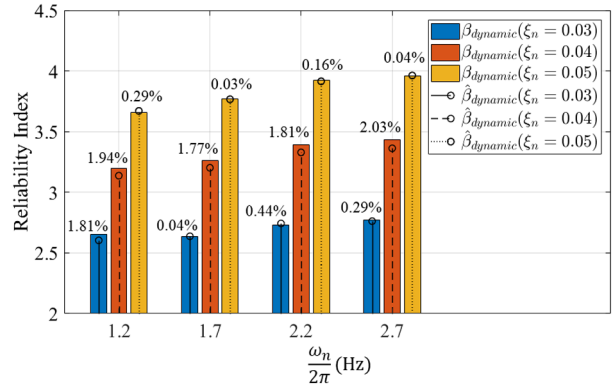


Fig. 6. Comparative reliability indices between dynamic reliability analysis and the proposed estimation approach.

과 보정 계수와 곱하여 동적 신뢰성 지수를 추정하기 위하여 수행되었으며, 그 결과를 동적 신뢰성 해석으로부터 직접 산정된 동적 신뢰성 지수와 비교하여 Fig. 6에 도시하였다.

Fig. 6에서 막대그래프는 동적 신뢰성 해석으로부터 산정된 동적 신뢰성 지수로서 감쇠비 3%(파란색 막대), 4%(주황색 막대), 5%(노란색 막대)에 대하여 색깔 별로 분류하여 도시하였다. 또한, 제시하는 방법에 따라 추정된 값은 수직선 및 마커 ‘○’로 나타내었는데, 감쇠비 3%(실선), 4%(파선), 5%(점선)와 같이 선 종류를 달리하여 표현하였다. 각 막대그래프 상단에 제시한 수치는 두 신뢰성 지수의 상대 오차에 해당한다. Fig. 6의 결과로부터 제시하는 방법이 최대 오차 2.03% 이내로 동적 신뢰성 지수를 정확하게 추정하고 있음을 확인할 수 있다. 다만, 감쇠비 4%의 오차 수준이 1.77~2.03%의 범위를 보임으로써 감쇠비 5%의 오차 수준보다는 상대적으로 높게 발생하고 있음을 확인할 수 있다. 감쇠비 3%의 경우에는 고유 주파수 1.2Hz에서 1.81%로 근소하게나마 높은 오차를 보이거나 그 외 고유 주파수에서는 매우 낮은 오차 수준을 보인다. 비록 상대적 비교로서 4%의 감쇠비에서 근소하게 높은 오차 수준을 보인다고 평가되나, 최대 오차 2.03%는 신뢰성 해석에서의 불확실성에 따른 변동성을 고려할

때 매우 낮은 수준이라 할 수 있다. 따라서 제시하는 방법은 이 연구에서 다른 3가지 매개변수(구조물의 고유 주파수, 허용 한계치 및 감쇠비)의 변동에 대하여 정적 신뢰성 해석만으로 동적 신뢰성 해석 결과(동적 신뢰성 지수)를 상당한 수준으로 정확하게 추정하고 있다고 할 수 있다. 마지막으로 제안하는 방법의 수치 효율성을 살펴보면, 동적 신뢰성 해석을 통하여 신뢰성 지수가 산정되는데 평균 약 435,000초의 CPU 시간이 소요되지만, 제안하는 추정 방법에 따른 CPU 소요 시간은 평균 0.08초이다. 따라서 제안하는 추정 방법은 단자유도 시스템의 동적 신뢰성 지수 및 파괴확률을 정확하면서도 효율적으로 추정할 수 있는 방법이라 판단된다.

5. 결론 및 고찰

이 연구에서는 단자유도 구조물의 동적 신뢰성 지수를 신속하게 추정하는 방법을 제안하였다. 제안하는 방법은 정적 신뢰성 지수로부터 동적 효과 보정 계수를 통하여 동적 신뢰성 지수를 추정하는 방법이며, 동적 효과 보정 계수는 신뢰성 해석에 영향을 미치는 지진 하중의 가진 주파수와 구조 시스템의 고유 주파수 특성 및 감쇠비뿐만 아니라 구조물 파괴에 직접적인 영향을 미치는 허용 한계치를 매개변수로 고려하여 도출하였다.

이를 위하여 총 60 종류의 구조물 사례를 선정하여 정적 및 동적 신뢰성 해석을 수행하였으며, 이로부터 산출된 신뢰성 지수의 비($\beta_{dynamic}/\beta_{static}$)를 근사하는 최적의 보정 계수 함수를 선정하였다. 최종적으로 선정된 최적의 보정 계수 함수는 신뢰성 지수의 추정 오차율이 약 2% 수준으로 매우 정확한 결과를 제공할 수 있음을 확인하였다. 제안하는 추정 방법의 정확성을 평가하기 위하여 추가적인 구조물의 주파수 특성 및 감쇠 특성을 고려한 신규 사례에 대하여 신뢰성 해석을 수행하였으며 이 경우에도 오차율은 2% 이내의 수준을 유지하였다. 이로부터 제안하는 방법의 동적 신뢰성 추정의 정확성을 검증하였다. 마지막으로 신뢰성 해석에 요구되는 연산 시간을 비교한 결과, 기존 동적 신뢰성 해석의 경우 약 43만 초 이상의 연산 시간이 소요되었으나, 보정 계수를 통한 동적 신뢰성 추정 방법은 1초 미만으로 매우 수치 효율적이라 할 수 있다. 따라서 제안하는 방법은 기존 동적 신뢰성 해석 방법의 정확성은 유지하면서도 수치 효율성을 정적 신뢰성 수준으로 낮춤으로써 향후 단자유도 구조물의 지진하중에 대한 파괴확률을 예측하는 데 있어서 매우 강력

한 도구가 될 것으로 판단된다.

이 연구에서 제시한 단자유도 구조물은 다자유도 구조물 1차 모드 of 신속한 파괴확률 추정에 활용될 수 있다. 통상 구조물의 지진응답해석에서 1차 모드 응답이 전체 응답의 80~90% 수준에 해당함을 고려할 때, 제시하는 방법은 확률론적 설계법으로 충분히 활용될 수 있다. 그러나 실제 다자유도 구조물의 확률론적 성능평가는 전체 응답을 고려하여 더욱 정확한 파괴확률을 추정할 필요가 있다. 이를 위해서는 이 연구에서 제시한 단자유도 추정 방법을 모드 해석 방법과 접목하여 각 모드별 파괴확률을 산정 후 합집합으로 확장하는 방안 또는 실제 다자유도 구조 모델에 대한 응답 해석 결과로부터 파괴확률을 직접 산정하는 방안을 고려할 수 있다. 모드 해석으로부터 다자유도 구조물로 확장하는 방안은 각 모드별 파괴 사건을 새롭게 정의하고 모드 간 상관성을 고려하는 과정이 추가로 요구되며, 다자유도 구조 해석을 적용하는 방안은 동적 응답 해석 시간에 과도한 연산이 요구된다. 따라서 다자유도 구조물의 파괴확률을 정확하면서도 신속하게 추정하기 위해서는 이러한 방향으로의 후속 연구가 필요할 것으로 사료된다.

※ 이 논문은 이도근의 석사 학위 논문 연구¹⁴⁾를 요약 정리하였으며, 일부 추가 해석을 통하여 연구 내용을 확장하였음을 밝힙니다.

감사의 글: 이 논문은 2017년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(2017RID1AB04031418)

References

- 1) A. Der Kiureghian, "The Geometry of Random Vibrations and Solutions by FORM and SORM", Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 15, No. 1, pp. 81-90, 2000.
- 2) H. Koo, A. Der Kiureghian and K. Fujimura, "Design-Point Excitation for Non-linear Random Vibrations", Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 20, No. 2, pp. 136-147, 2005.
- 3) K. Fujimura and A. Der Kiureghian, "Tail-equivalent Linearization Method for Nonlinear Random Vibration", Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 22, No. 1, pp. 63-76, 2007.
- 4) S. -Y. OK, "FORM-based Structure Reliability Analysis of Dynamical Active Control System", Journal of Korean Society of Safety, Vol. 28, No. 1, pp. 74-80, 2013.

- 5) S. -M. Kim, S. -Y. Ok and J. Song, "Multi-Scale Dynamic System Reliability Analysis of Actively-Controlled Structures under Random Stationary Ground Motions", *KSCE Journal of Civil Engineering*, Vol. 23, No. 3, pp. 1259-1270, 2019.
- 6) S. -M. Kim and S. -Y. OK, "Dynamic Response based Reliability Analysis of Structure with Passive Damper - Part 1: Assessment of Member Failure Probability", *J. Korean Soc. Saf.*, Vol. 31, No. 4, pp. 90-96, 2016.
- 7) S. -M. Kim and S. -Y. OK, "Dynamic Response based Reliability Analysis of Structure with Passive Damper - Part 2: Assessment of System Failure Probability", *Journal of Korean Society of Safety*, Vol. 31, No. 5, pp. 95-101, 2016.
- 8) D. -G. Lee and S. -Y. Ok, "On the Numerical Stability of Dynamic Reliability Analysis Method", *J. Korean Soc. Saf.*, Vol. 35, No. 3, pp. 49-57, 2020.
- 9) A. Der Kiureghian, "First- and Second-order Reliability Methods", *Engineering Design Reliability Handbook*, Edited by E. Nikolaidis, D. M. Ghiocel & S. Singhal, CRC Press, Boca Raton, FL, Chapter 14, 2005.
- 10) K. Kanai, "Semi-empirical Formula for the Seismic Characteristics of the Ground", *Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo*, Vol. 35, No. 2, pp. 309-325, 1957.
- 11) H. Tajimi, "A Statistical Method of Determining the Maximim Response of a Building Structure during an Earthquake", *Proceeding of 2nd world Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo, Japan, Vol. 2, pp. 781-897, 1960.
- 12) J. Chun, J. Song and G. H. Paulino, "Structural Topology Optimization under Constraints on Instantaneous Failure Probability", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 53, No. 4, pp. 773-799, 2016.
- 13) A. K. Chopra, "Dynamics of structure - Theory and Applications to Earthquake Engineering", 3rd ed., Pearson Prentice Hall, 2007.
- 14) D. -G. Lee, "A Study on Dynamic Effect Correction of Static Reliability Analysis", *Master Thesis, Hankyong National University*.
- 15) MOLIT, *Korean Design Standard, KDS 17 00 00 : 2018*, <http://www.kcsc.re.kr>.
- 16) N. Satake, K. Suda, T. Arakawa, A. Sasaki and Y. Tamura, "Damping Evaluation Using Full-Scale Data of Buildings in Japan", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 129, No. 4, pp. 470-477, 2003.
- 17) A. V. Papageorgiou and C. J. Gantes, "Equivalent Modal Damping Ratios for Concrete/Steel Mixed Structures", *Computers and Structures*, Vol. 88, pp. 1124-1136, 2010.
- 18) T. F. Coleman and Y. Li, "An Interior, Trust Region Approach for Nonlinear Minimization Subject to Bounds", *SIAM Journal on Optimization*, Vol. 6, pp. 418-445, 1996.
- 19) T. F. Coleman and Y. Li, "On the Convergence of Reflective Newton Methods for Large-Scale Nonlinear Minimization Subject to Bounds", *Mathematical Programming*, Vol. 67, NO. 2, pp. 189-224, 1994.