

초등학교 수학 교과서에서 통계 그래프의 틀에 대한 교육적 고찰

탁 병 주 (전주교육대학교 조교수)

일상에서는 통계 그래프의 형태가 매우 다양하지만, 초등학교 수학 교과서에 제시되는 통계 그래프는 교수학적 맥락에 의해 그 틀이 매우 정형화되어 있다. 본 연구에서는 초등학교 수학 교과서에 제시되는 통계 그래프 틀의 교육적인 의의를 고찰하고, 우리나라, 호주, 그리고 MiC 수학 교과서에 제시된 그래프 틀을 분석하였다. 연구 결과, 초등학교 수학 교과서에서 통계 그래프의 틀은 (1) 그래프의 구성 요소에 주목하게 하고, (2) 그래프를 그릴 때 보조적인 역할을 하며, (3) 학습 내용을 통계적 문제해결에 적용하도록 돕는 역할을 한다. 우리나라의 초등학교 수학 교과서는 (1)과 (2)에 주목한 표 형태의 그래프 틀을, MiC 교과서는 (3)에 주목한 다양한 형태의 그래프 틀을 제시하고 있었다. 따라서 저학년 수준에서는 표 형태의 그래프 틀을 이용하였으나, 학년이 올라갈수록 축 형태의 그래프 틀로 점진적인 변화를 추구했던 호주의 초등학교 수학 교과서 사례를 참고할 필요가 있다.

I. 서론

통계교육의 목표가 이론적인 통계학 지식에서 통계적 소양으로 옮겨감에 따라 통계 정보를 생산하고 소비하며, 이를 매개로 의사소통하는 능력이 특히 강조되고 있다(고은성 외, 2017; Watson, 2013). 특히, 산업 사회에 살고 있는 성인들이 갖추어야 하는 시민성의 의미로서 통계적 소양을 강조한 Gal(2002)은 다음과 같이 통계적 소양 교육에서 의사소통 능력의 함양이 중요함을 강조하였다.

통계적 소양과 서로 관련되어 있는 두 가지 요소 중 하나는 통계 정보에 대해 토론하고 의사소통하는 것인데, 예를 들면 정보의 의미를 이해하거나 정보가 함축하고 있는 것에 대해 의견을 제시하거나 또는 제시된

결론을 수용하는 것에 관심을 보이는 것 등이 이에 해당된다(Gal, 2002, pp. 2-3).

언어적 의사소통의 말과 글, 비언어적 의사소통의 제스처, 표정과 같이 통계적 의사소통에서도 화자와 청자를 매개하는 여러 가지 도구가 존재한다. 이 중에서 가장 보편적으로 사용되는 도구는 바로 그래프이다. 우리는 신문, 뉴스, 잡지와 같은 다양한 언론 매체를 통해 통계 정보를 담고 있는 그래프를 쉽게 접하고 있다. 이러한 그래프들은 모두 통계 정보의 생산자와 소비자 사이, 혹은 소비자 간의 의사소통을 위한 중요한 매체라 할 수 있다(이형근, 김동원, 탁병주, 2019, p. 122). 대포깎, 산포도, 추정량과 검정량 등을 나타내는 통계량은 통계학에 대한 전문성을 갖추고 있어야 유의미한 의사소통을 매개하는 반면, 그래프는 복잡한 자료뿐만 아니라 단순한 자료들도 표현할 수 있으며 시각적으로 직관적인 형태를 띠고 있어 비전문가인 일반인들에게도 접근성이 높다. 그래서 수학과 교육과정에서도 막대그래프, 꺾은선그래프 등과 같은 기초적인 그래프는 초등학교 수준에서 다루게 되어 있고, 히스토그램이나 분포곡선같이 이론적 지식이 필요한 일부 그래프만이 중학교 이상의 수준에서 다루게 되어 있다.

통계학은 실생활과 밀접한 관련이 있지만 통계교육은 실생활과 유리된 채 인위적인 자료처리 기능, 그리고 이론적인 지식 교육에 머물러 있다는 비판이 꾸준히 제기되어 왔다(우정호, 2017, p. 253). 특히, 그래프의 경우는 일상에서 접할 기회가 매우 많음에도 불구하고, 그러한 일상의 맥락에서 접근하는 대신 그리

1) 학교수학에서 그래프(graph)라는 용어는 통계 그래프 외에도 함수 영역에서 두 변수의 공변 관계를 시각화하는 그래프, 그리고 이산수학에서 이산적 대상을 추상화하여 표현하는 그래프 등 다양한 영역에 걸쳐 사용된다. 본 연구에서는 통계 그래프에 대한 논의만을 포함하고 있으므로 본고에서 '그래프'는 모두 '통계 그래프'를 의미하는 것이다.

* 접수일(2020년 6월 15일), 심사(수정)일(2020년 7월 10일), 게재확정일(2020년 7월 10일)
* ZDM분류 : U22
* MSC2000분류 : 97U20
* 주제어 : 통계교육, 그래프의 틀, 수학 교과서

기 절차와 같은 테크닉을 이용하여 명확한 결과를 만들 수 있는 것에 집중해왔다(Watson, 2013, p. 40). 더욱이 사회, 과학 등 수학 이외의 교과에서는 지도하고자 하는 내용을 효율적으로 전달하기 위해 시각적인 효과를 극대화하는 방향으로 다양한 그래프를 사용해 왔으나, 수학 교과서에서 제시되는 통계 그래프는 형태적 고착을 여전히 탈피하지 못한 상황이다(이형근 외, 2019, p. 137). 즉, 일상에서 접할 수 있는 그래프와 수학 교과서에 제시된 그래프는 단순히 다루는 방식에서만 차이가 있는 것이 아니라 형태적 측면에서도 분명한 차이가 존재한다.

그동안 초등학교 통계교육에서 그래프와 관련된 국내 선행연구는 주로 지도 방법을 분석하거나(예를 들어, 박영희, 1999; 임지애, 강완, 2013), 학생들의 이해를 분석하거나(예를 들어, 이자미, 고은성, 2019; 황현미, 방정숙, 2007), 혹은 포괄적인 관점에서 교과서를 비교하는 연구(예를 들어, 최선희, 이대현, 2012; 김상미, 2013)가 주로 이루어졌다. 그래프에 대한 교수학적 분석을 시도하여 미시적으로 이슈를 탐색해나간 연구(예를 들어, 고은성, 탁병주, 2019; 이경화, 지은정, 2008)도 일부 이루어졌으나, 일상에서의 그래프와 수학 교과서에서의 그래프 간 형태적 차이, 그 중에서도 수학 교과서에 주어지는 그래프의 틀에 주목한 연구는 이루어지지 않았다. 이에, 본고에서는 초등학교 수학 교과서에 제시되는 그래프의 틀을 중심으로 다음과 같이 연구 문제를 설정하였다.

1. 초등학교 수학 교과서에 제시되는 그래프의 틀은 어떠한 교육적인 의미와 역할을 지니는가?
2. 우리나라 초등학교 수학 교과서에 제시되는 그래프의 틀은 어떠한 시각적 특징을 지니는가?
3. 외국의 초등학교 수학 교과서에 제시된 그래프의 틀을 분석함으로써 어떠한 시사점을 도출할 수 있는가?

II. 초등학교 통계교육에서 그래프의 의의

1. 그래프의 통계학적 의미와 목적

통계학은 일반적으로 정의를 내리면 “관심 분야의

현상에 대한 불확실성을 대상으로 하여 자료를 수집하고 정리하여 이 불확실성과 변이성과 다양성에 대한 모델을 설정하고, 추론하거나 예측하고 의사결정을 하는 학문(김응환, 이석훈, 2015, p. 6)” 정도로 설명할 수 있다. 수학과 차별화하는 관점에서는 통계학의 정체성을 ‘불확실성’과 ‘변이성’으로 설명하기도 하지만, 이러한 불확실성과 변이성 모두 통계학이 ‘자료’로부터 시작된다는 점에 주목할 필요가 있다. 일반적으로 번역어인 ‘자료’를 사용하기에 의식하지 못하는 측면이 있으나, 통계학은 단수형인 데이텀(datum)이 아니라 복수형인 데이터(data)를 다루는 학문이다. 즉, 통계학은 개별 자료가 아니라 자료집합으로 시작하는 학문이다.

예를 들어, ‘진희가 좋아하는 반려동물’을 조사하기 위해서는 통계가 필요하지 않다. 진희라는 개인을 대상으로 수집한 데이텀이면 충분히 알아낼 수 있기 때문이다. 그러나 ‘진희네 반 친구들이 좋아하는 반려동물’을 조사하기 위해서는 통계가 필요하다. 진희네 반 친구들 하나하나를 대상으로 수집하여 모은 데이터로부터 시작해야 하는 주제이기 때문이다. 그러나 데이터는 동일한 주제에 대해서도 서로 다른, 다양한 값을 지닌 데이텀이 모여 형성되기 때문에 집단(진희네 반 친구들)의 특성(반려동물 선호)을 분명하게 설명할 수 없다. 집단 내 개별값이 들쭉날쭉하기 때문인데, 이러한 데이터의 특성을 변이성(variability)이라 한다. 그래서 데이터에는 변이성이 편재되어 있으며, 이러한 변이성이 통계학과 수학을 구분짓는 핵심적인 속성이라고 알려져 있다(Franklin et al., 2007, p. 1).

통계학에서는 데이터의 변이성을 정리하여 집단의 특성을 경향성으로 드러내고자 분포(distribution)라는 개념을 사용한다(Wild, 2006). 예를 들어, ‘진희네 반 친구들’마다 좋아하는 반려동물은 다르지만, 이러한 변이성을 [그림 1]과 같이 관찰 가능한 형태인 분포로 나타내면 ‘강아지를 가장 좋아하고, 고양이에 대한 선호도가 비교적 낮다’와 같은 집단의 특성을 ‘대체적인 경향’으로서 확인할 수 있다.

그래프는 “자료에 내포된 관계의 경향성을 비형식적으로 드러냄으로써 자료의 전반적인 특징을 한눈에 알아보기 쉽게 해주는 도구(우정호, 2017, p. 346)”이다. 이때 자료에 내포된 관계의 경향성은 바로 자료에 편재되어 있는 변이성을 정리하여 분포로 시각화함으

로써 드러내는 것이다. 그리고 그래프에서 표현하고 있는 ‘시각화된 분포’를 통해 자료의 전반적인 특징을 확인할 수 있다. 즉, 사람들은 집단의 특성을 알기 위해 통계를 이용하여 복수의 자료를 수집하고 그 변이성이 분포로서 드러나도록 정리하는데, 이때 그 분포를 시각적으로 표현하여 집단의 경향을 쉽게 알 수 있도록 해주는 도구가 바로 그래프이다.

진희네 반 학생들이 좋아하는 반려동물별 학생 수

10	×				
9	×				
8	×				
7	×				
6	×	×		×	
5	×	×		×	
4	×	×		×	
3	×	×	×	×	
2	×	×	×	×	
1	×	×	×	×	
학생 수(명)	반려동물	강아지	사슴벌레	고양이	햄스터

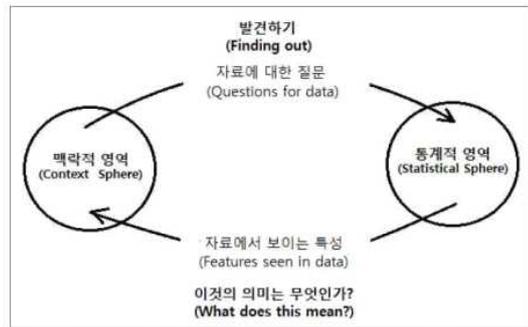
[그림 1] 초등학교 2-2 수학 교과서에 제시된 그래프 (교육부, 2017, p. 116)
 [Fig. 1] A graph in the Korean elementary mathematics textbook 2-2 (Ministry of Education, 2017, p. 116)

2. 초등학교 수학과 교육과정과 그래프

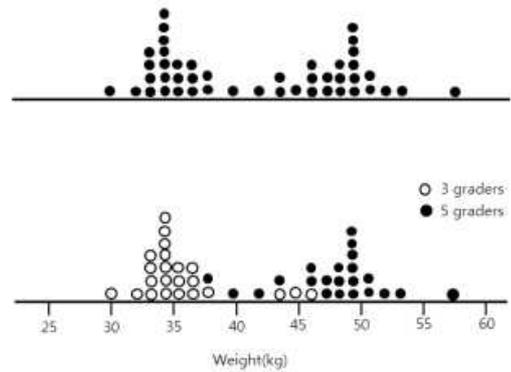
통계적 문제해결은 [그림 2]와 같이 통계적 영역과 맥락적 영역 사이의 끊임없는 상호작용 속에서 이루어진다. 이는 통계적 문제해결 과정에서 생성되는 통계 정보를 해석하는 데 문제해결의 맥락에 의존할 수밖에 없음을 뜻한다(탁병주, 김다빈, 2020, p. 9). 일단 그래프를 이용하여 분포를 시각화하게 되면, 통계적 영역에서는 이론적 분포 모델에 근사하여 수학적 분석 도구를 제공한다. 그러나 어떠한 분석이 이루어지더라도 이를 바탕으로 집단의 특성을 확인하여 현실 세계에서 의사결정이나 의사소통을 할 때는 조사가 이루어진 맥락에 의존할 수밖에 없다.

예를 들어, [그림 3]의 두 점그래프는 모두 동일한 자료를 바탕으로 정리하여 분포를 시각화한 것이지만, 실제 문제해결의 관점에서 비추어볼 때 위의 그래프

는 거의 쓸모가 없다고 볼 수 있다. 결과 해석 단계에서 의존할 만한 어떠한 맥락도 주어지지 않았기 때문이다. 위의 그래프에서 알 수 있는 것은 이 자료가 약 35와 50을 중심으로 쌍봉분포를 이룬다는 사실 뿐이다. 그러나 아래의 그래프에서는 무엇을 조사한 자료인지, 수치가 나타내는 것이 무엇인지뿐만 아니라, 왜 쌍봉분포를 이루는지까지도 가추적으로 판단할 수 있다.



[그림 2] 맥락적 영역과 통계적 영역의 관계(Wild & Pfankuch, 1999, p. 228)
 [Fig. 2] Interplay between context and statistical spheres (Wild & Pfankuch, 1999, p. 228)



[그림 3] 맥락 정보의 유무에 따른 점그래프 예시 (Ko, 2012, pp. 19, 21)
 [Fig. 3] Dot plots without and with context (Ko, 2012, pp. 19, 21)

그래프는 “어떠한 표현 목적을 가지고 그 표현하려는 바가 잘 드러나도록 간결하게 만든 시각적 도구

(이영하, 2014, p. 49)”이다. 이때, 표현하려는 바에 해당하는 것은 자료의 분포 그 자체라기보다는 자료의 분포를 통해 드러내고자 하는 ‘집단의 특성’이다. 그리고 집단의 특성은 자료의 분포와 문제해결의 맥락이 함께 주어져야만 비로소 그래프의 해석을 통해 추론해낼 수 있다. 이렇듯 그래프는 집단의 특성을 다른 사람에게 더 잘 드러내기 위한 목적에 따라 그리는 것이므로, 이 집단에서 수집한 자료가 어떤 것인지, 그리고 어떤 문제를 해결하기 위한 목적으로 수집된 자료인지에 따라 이러한 목적에 부합하는 데 더 용이한 그래프의 유형이 존재한다. 이러한 점을 반영하여, 2015 개정 초등학교 수학과 교육과정에서는 다음과 같은 성취기준이 새로이 제시되어 있다(교육부, 2015, pp. 20, 27).

[4수05-03] 여러 가지 자료를 수집, 분류, 정리하여 자료의 특성에 맞는 그래프로 나타내고, 그래프를 해석할 수 있다.

[6수05-04] 자료를 수집, 분류, 정리하여 목적에 맞는 그래프로 나타내고, 그래프를 해석할 수 있다.

[표 1] 우리나라 수학과 교육과정에서 그래프의 유형별 도입 시기

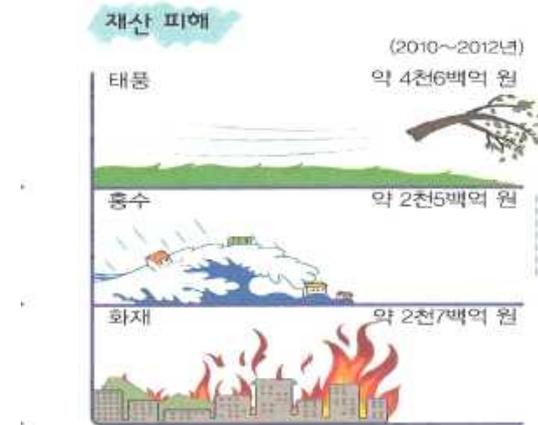
[Table 1] Introduction period by types of graphs in Korean mathematics curriculum

교육과정	교과서	그래프 유형
1~2 학년군	2학년 2학기	표
	2학년 2학기	O, X, /를 이용한 그래프
3~4 학년군	3학년 2학기	(간단한) 그림그래프
	4학년 1학기	막대그래프
	4학년 2학기	꺾은선그래프
5~6 학년군	6학년 1학기	(지도 형태의) 그림그래프
	6학년 1학기	띠그래프
	6학년 1학기	원그래프

초등학교 수학과 교육과정에서 다루는 그래프에는 그림그래프, 막대그래프, 꺾은선그래프, 띠그래프, 원그래프가 있다. 절대적인 원칙은 아니지만 그림그래프는 그림을 통해 조사 주제를 한눈에 드러내고자 할 때, 막대그래프는 범주 간 변량의 대소 관계를 한눈에 드러내고자 할 때, 꺾은선그래프는 시간에 따른 변량의 변화를 드러내고자 할 때, 그리고 띠그래프와 원그

래프는 각 범주의 변량이 전체 중 얼마만큼 차지하고 있는지를 드러낼 때 주로 사용된다. 현재 2015 개정 수학과 교육과정에 의해 초등학생들이 그래프의 각 유형을 학습하는 시기는 [표 1]과 같다.

위와 같이 초등학교 수학에서는 다양한 유형의 그래프를 적절한 순서에 따라 순차적으로 학습하도록 구성되어 있는데, 이는 자료의 확인과 결과의 해석이 쉬운 것에서부터 어려운 것으로 나아가도록 그래프를 서열화하여 학습 순서를 결정하여야 한다는 선행연구의 전통에 기인한 것으로 보인다(이경화, 지은정, 2008, p. 356). 그러나 이러한 지도 순서나 수학 교과에서의 도입 시기와 관계없이, 수학 교과에서 아직 다루지 않은 그래프가 타 교과에서 먼저 등장하는 경우가 간혹 존재한다(김상미, 2013; 이형근, 김동원, 탁병주, 2019). 특히, 타 교과에서는 그래프 자체가 학습 요소가 아니라 그래프를 통해 전달하고자 하는 통계 정보가 학습 요소인 경우가 많기에, 정보 전달의 효과를 극대화하는 과정에서 다양한 시각적 변이가 발생하는 경우가 잦다(이형근, 김동원, 탁병주, 2019, p. 134). 그러나 타 교과에서는 [그림 4]와 같이 그래프의 틀에 다양한 시각적 변이를 부여하는 경우가 많음에도 불구하고, 수학 교과서에 등장하는 그래프의 틀은 매우 정형화되어 있다.



출처: “2013 소방 방재 주요 통계”, 소방방재청(2013).

[그림 4] 초등학교 체육 교과서에 제시된 그래프(최예종 외, 2015, p. 31)

[Fig. 4] A graph in the Korean elementary physical education textbook (Choi et al., 2015, p. 31)

이에 본 연구에서는 타 교과나 일상에서의 그래프 처럼 수학 교과서에 등장하는 그래프의 틀을 다양하게 제시하자는 원론적인 주장을 하기에 앞서, 그래프의 틀이 지니는 의미와 역할을 그래프의 구성 요소에 비추어 살펴보고, 이에 따라 수학 교과서에서 그래프의 틀을 어떻게 제시하고 활용하는지에 대한 분석을 진행한다.²⁾

III. 그래프의 틀에 대한 교육적 고찰

1. 그래프의 구성 요소

초등학교 통계교육에서 다루는 자료는 크게 범주형 자료(categorical data)와 수치형 자료(numerical data)가 있다. 일반적으로 자료는 순서쌍으로 나타내면 (개체, 속성값)의 형태를 지니는데(이영하, 2014, p. 48), 범주형 자료의 경우는 속성값이 성별, 지역과 같은 질적인 형태로 나타나기 때문에 원자료(raw data) 그대로는 그래프로 표현하지 못한다. 그래서 초등학교 2학년 1학기에 다룬 ‘분류하기’를 통해 (범주, 빈도) 형태의 분포를 구성해야 범주별 빈도를 변량으로 하는 그래프를 그릴 수 있다. 반면, 수치형 자료의 경우는 속성값 자체가 키, 점수와 같이 양적인 형태를 지니므로 개체별 속성값을 변량으로 하는 그래프를 그릴 수 있다. 수치형 자료도 범주형 자료처럼 분류하기를 통해 분포를 구성하여 그래프로 나타낼 수 있으나, 이때 사용되는 그래프는 히스토그램, 도수분포다각형과 같이 중학교 수준의 것이다. 따라서 초등학교 수학과 교육과정에서 그래프를 사용하는 경우는 다음 두 가지라 할 수 있으며, 각각의 사례는 [그림 5]와 같다.

- (1) 범주형 자료를 분류하여 범주별 빈도를 변량으로 나타내는 경우
- (2) 수치형 자료의 개체별 속성값을 변량으로 나타내는 경우

2) 우리나라 초등학교 수학과 교육과정에서 다루는 그래프의 유형에는 그림그래프, 막대그래프, 꺾은선그래프, 띠그래프, 원그래프가 있다. 그러나 이중 띠그래프와 원그래프의 경우 그 틀이 ‘띠’와 ‘원’으로 명확하게 정형화되어 있어, 약간의 시각적인 효과를 제외하면 형태적 변이가 매우 작다. 이에 본고에서 다루는 그래프의 틀은 그림그래프, 막대그래프, 꺾은선그래프에 한하여 논의한다.



[그림 5] 초등학교 4-1 수학 교과서에 제시된 그래프 (교육부, 2018b, pp. 110, 119)

[Fig. 5] Graphs in the Korean elementary mathematics textbook 4-1 (Ministry of Education, 2018b, pp. 110, 119)

[그림 5]의 위 그래프에서는 항목이 개최지, 변량이 선수 수이며, (선수 이름, 참여한 올림픽 개최지) 형태의 자료를 개최지별로 분류하여 범주별 빈도를 나타낸 것이다. 반면, [그림 5]의 아래 그래프에서는 항목이 학생 이름, 변량이 달리기 기록이며, 관측을 통해 얻은 (학생 이름, 달리기 기록), (학생 이름, 줄넘기 기록)을 그대로 나타낸 것이다. 따라서 초등학교 수학 교과서에 등장하는 그래프는 (1), (2) 관계없이 자료의 분포를 드러내기 위한 항목과 변량으로 구성되어 있다. 실제로 그래프는 그 형태와 관계없이 항목, 변량, 그리고 맥락을 나타내는 요소로 구성되어 있다(탁병주, 김다빈, 2020, p. 9)³⁾. 초등학교 수학과 교육과정에서 다루는 각 유형의 그래프에서 항목, 변량, 맥락을 드러내는 요소는 [표 2]와 같다.

3) 원문에는 범주, 빈도, 맥락으로 되어 있으나, (2) 수치형 자료의 개체별 속성값을 변량으로 나타낸 경우를 포괄하면서 용어에 대한 혼동이 없도록 본고에서는 항목, 변량, 맥락으로 기재한다.

[표 2] 그래프의 유형별 구성 요소
[Table 2] Components by types of graphs

그래프	항목	변량	맥락
그림 그래프	그림 (위치)	그림 (단위)	그림(이미지), 제목, 단위, 출처 등
막대 그래프	막대	막대의 길이	제목, 단위, 출처 등
꺾은선 그래프	점의 x좌표	점의 y좌표	제목, 단위, 출처 등

2. 우리나라 초등학교 수학 교과서에 제시된 그래프들의 특징

그래프는 표현의 함목적성만 지켜진다면 독창적으로 선택될 수 있기 때문에(이영하, 2014, p. 55), 일상에서 사용되는 그래프는 정보를 매개로 한 의사소통을 최대한 극대화하는 방향으로 다양한 변이를 인정해왔다. 그러나 이러한 일상에서의 그래프와 달리, 우리나라 초등학교 수학 교과서에서는 그래프의 틀이 모두 정형화되어 있다. 그래프의 유형별로 살펴보면 다음과 같은 특징을 지니고 있다.

가. O, X, /를 사용하는 그래프

현행 수학과 교육과정에 따르면 학교수학에서 가장 먼저 도입되는 그래프는 2학년 2학기 ‘표와 그래프’ 단원에 등장하는 ‘O, X, / 등을 이용한 그래프’이다. [그림 6]과 같이 맨 아래 행을 가로축으로 삼아 항목를, 맨 왼쪽 열을 세로축으로 삼아 변량을 나타내며, 좌측 하단의 칸에는 대각선 표시와 함께 항목명과 변량의 의미를 적게 되어 있다. 표를 이루는 세로선이 항목간의 칸막이 역할을 하며, 가로선이 변량의 눈금 역할을 한다. 그리고 표의 빈칸에 O, X, /와 같은 기호를 변량의 크기만큼 개수를 정하여 기입하도록 되어 있는 것이 초등학생들이 가장 먼저 배우는 그래프이다.

이 단원에서 표 형태의 틀을 사용하는 이유는 변량이 이산량인 경우만을 다루어 변량의 크기에 해당하는 수만큼의 기호를 표에 채워넣을 수 있기 때문이다. 표는 때때로 교수학적 맥락에서 학생에게 빈칸을 채워야 한다는 신호를 주는 경향이 있다. 실제로 그래프 그리기 차시에는 빈칸에 항목, 변량 등을 채워넣어야 하는 과제가 제시된다. 빈칸에는 일반적으로 하나의

대상을 적게 되어 있는데, 이렇게 빈칸을 채워나감으로써 학생들은 이 단원에서 그래프의 구성 요소인 항목을 나타내는 요소, 변량을 나타내는 요소에 주목할 수 있게 안내받게 된다.

준기네 반 학생들이 좋아하는 간식별 학생 수

간식	학생 수(명)	1	2	3	4	5		

[그림 6] 초등학교 2-2 수학 교과서에 제시된 그래프의 틀(교육부, 2017, pp. 113)

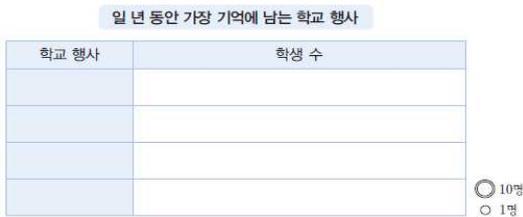
[Fig. 6] The frame of graphs in the Korean elementary mathematics textbook 2-2 (Ministry of Education, 2017, pp. 113)

나. 그림그래프

그림그래프는 그림을 이용하여 변량을 표현하는데, 일반적으로 이 그림은 사람들의 시선을 붙잡고 통계 정보를 시각화하여 효과적인 방식으로 전달하기 위한 목적에 의해 선택된다(Musser et al., 2013, p. 428). 일반적으로 그래프에서 맥락을 드러내는 요소는 제목, 항목명, 자료 출처와 같이 부수적인 것들로 한정되는데 반해, 그림그래프의 경우는 그림의 위치가 항목를, 그림의 크기와 개수가 변량을, 그림의 이미지가 맥락을 나타내는 요소로 기능한다. 그래서 많은 경우 그림 그래프는 막대그래프나 꺾은선그래프의 기본 형태 위에 이미지를 덧붙이거나 혹은 지도 위에 각 항목에 해당하는 영역을 지정하여 그 위에 그림을 그리는 방식으로 구현된다.

그러나 3학년 2학기 ‘자료의 정리’ 단원에서 다루는 그림그래프는 일상에서의 다양한 형태와 달리 [그림 7]과 같이 사실상 표의 숫자 부분을 그림으로 대체한 수준의 정형화된 틀을 사용한다. 그림그래프는 그림의 개수가 실제 변량의 크기에 비례하지 않기 때문에 항목별로 변량의 크기를 비교하기에는 표보다도 불편한 측면이 있다. 대신, 그림그래프는 그림을 이용하여 자료 조사의 맥락이 더 잘 드러나도록 한다는 장점이 있는데, 표와 거의 동일한 틀을 사용함으로써 그러한 장점이 돋보이지 않는다. 이러한 단점에도 불구하고

그림그래프 단원에서 표 형태의 틀을 사용하는 이유는 그래프의 구성 요소가 드러내는 항목, 변량, 맥락을 좀 더 일관된 틀 내에서 분석적으로 확인할 수 있도록 유도하기 위한 것으로 보인다. 아직 그래프를 학습하는 초기 단계이기 때문에, 그래프에서 통계 정보를 찾아 읽고 해석하기 위한 구성 요소의 분석적 접근이 그래프의 유형별 장점보다 더 중요하다는 저자들의 인식이 있었던 것으로 보인다.



[그림 7] 초등학교 3-2 수학 교과서에 제시된 그림그래프의 틀(교육부, 2018a, p. 133)
[Fig. 7] The frame of pictographs in the Korean elementary mathematics textbook 3-2 (Ministry of Education, 2018a, p. 133)

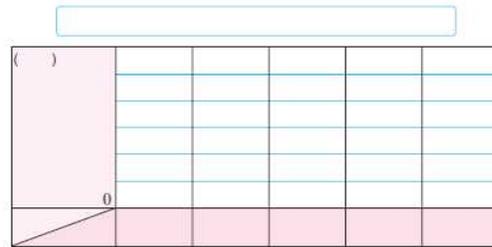


[그림 8] 초등학교 6-1 수학 교과서에 제시된 그림그래프의 틀(교육부, 2019, p. 95)
[Fig. 8] The frame of pictographs in the Korean elementary mathematics textbook 6-1 (Ministry of Education, 2019, p. 95)

실제로 6학년 1학기 ‘여러 가지 그래프’ 단원에서는 [그림 8]과 같이 조금 더 일상적으로 사용되는 유형에 가까운 그림그래프가 등장한다. 3~4학년군에서 일관된 그래프 틀을 사용함에 따라 그래프를 읽고 해석할 때 항목, 변량, 맥락을 나타내는 요소를 찾는 것이 우선임을 인식한 상태이기 때문에, 이러한 형태의 변이를 5~6학년군에서 부여한 것으로 추측된다.

다. 막대그래프

막대그래프는 항목마다 하나의 막대를 대응시키고 그 막대의 길이를 이용하여 변량의 크기를 표현하는 그래프이다. 이때, 각각의 막대가 어느 항목에 대응하는지를 나타내기 위해 하나의 축을 사용하고, 막대의 길이로 변량의 크기를 측정하기 위해 또 하나의 축을 사용한다. 일반적인 세로형 막대그래프에서는 항목을 나타내기 위해 가로축을, 변량의 크기를 측정하기 위해 세로축을 사용한다.



[그림 9] 초등학교 4-1 수학 교과서에 제시된 막대그래프의 틀(교육부, 2018b, p. 115)
[Fig. 9] The frame of bar graphs in the Korean elementary mathematics textbook 4-1 (Ministry of Education, 2018b, p. 115)

그러나 4학년 1학기 ‘막대그래프’ 단원에서는 반직선 형태의 축 대신 2학년 2학기 ‘표와 그래프’에서 사용한 바 있는 표와 거의 유사한 형태의 틀을 제시한다. 맨 왼쪽 열만 가로선이 제시되어 있지 않을 뿐, 기본적인 틀은 [그림 9]와 같이 O, X, / 등을 이용한 그래프의 틀과 동일하다고 볼 수 있다. 막대를 그리는 공간이 열로 구분되어 있을 뿐만 아니라, 항목명과 변량을 측정하기 위한 수를 적는 공간 역시 표의 빈칸을 채우는 형태로 되어 있다. 더욱이, 일반적인 막대그래프는 축에 살짝 나 있는 눈금을 가지고 막대의 길이를 눈대중으로 짐작하는 반면, 이 단원에서 제시

된 막대그래프의 틀에서는 막대가 있는 공간까지도 눈금 역할을 하는 가로선이 그어져 있다.

이 단원에서 막대그래프를 지도할 때 일상에서 쉽게 접하기 어려운 표 형태의 틀을 사용하는 이유는 막대그래프를 처음 도입하는 차시의 발문으로부터 미루어 짐작할 수 있다(교육부, 2018b, p. 111).

- 가로와 세로는 각각 무엇을 나타내나요?
- 막대의 길이는 무엇을 나타내나요?
- 세로 눈금 한 칸은 몇 명을 나타내나요?

위와 같이 가로축과 세로축이 나타내는 것이 무엇인지, 막대의 길이가 나타내는 것이 무엇인지, 눈금 한 칸이 나타내는 크기는 얼마인지 등을 물음으로써 그래프의 구성 요소에 대해 분석해보도록 안내하고 있다. 그리고 학생들이 이러한 발문에 제대로 답을 할 수 있도록 일부러 맨 아래 행과 맨 왼쪽 열이 음영 처리되어 있는 표를 제시하여 학생들의 주의가 그쪽으로 향하게끔 유도하고 있는 것이다. 즉, 실생활에서 접하기 어려운 그래프의 틀을 교과서에서 사용하는 이유는 학생들이 그래프의 구성 요소에 주목하여 분석해볼 수 있도록 유도하기 위한 교수학적인 조치라 할 수 있다.

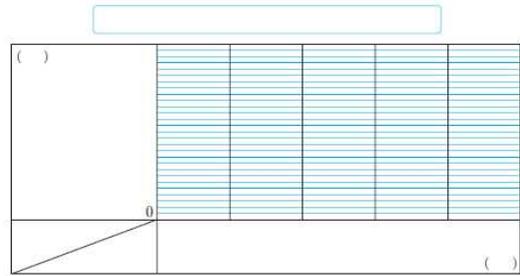
라. 꺾은선그래프

꺾은선그래프는 일반적으로 항목에 시간과 같은 등간척도가 제시되어 변량의 변화 경향을 살펴보기 위한 목적으로 사용된다. 막대그래프와 동일하게 일반적으로 서로 수직인 두 개의 반직선을 이용하여 꺾은선그래프의 축을 구성하는데, 이때 가로축은 항목(대체로 시간)을 기입하고, 세로축은 변량의 크기를 측정하기 위한 숫자와 눈금을 기입한다. 이때 세로축은 세로형 막대그래프와 마찬가지로 눈금이 균등하게 그어져 있어야 하는데, 꺾은선그래프는 가로축 또한 눈금이 반드시 항목에 비례한 등간격으로 나타나야 한다는 원칙이 있다(탁병주, 김다빈, 2020). 막대그래프는 일반적으로 항목명 사이의 간격이 크게 중요하지 않지만, 꺾은선그래프의 항목은 시간과 같은 등간척도이

4) 물론, 그럼에도 가능한 그래프 왜곡을 막기 위해 막대그래프를 그릴 때는 막대 사이의 간격이 일정해야 한다(탁병주, 김다빈, 2020, p. 12).

므로 반드시 간격을 균등하게 나타내어야 한다.

이러한 그래프 작성의 원칙은 우리나라 초등학교 수학 교과서에서 명시적으로 지도하고 있지 않다. 그러나 이로 인한 그래프 작성의 오류가 나타나지 않도록 [그림 10]과 같이 막대그래프 단원에서 제시된 것과 거의 동일한 표 형태의 틀을 4학년 2학기 ‘꺾은선그래프’ 단원에서도 사용하고 있다.



[그림 10] 초등학교 4-2 수학 교과서에 제시된 꺾은선그래프의 틀(교육부, 2018c, p. 107)

[Fig. 10] The frame of line graphs in the Korean elementary mathematics textbook 4-2 (Ministry of Education, 2018c, p. 107)

각각의 막대가 어느 항목에 대응하는지를 나타내기 위해 하나의 축을 사용하고, 막대의 길이로 변량의 크기를 측정하기 위해 또 하나의 축을 사용한다. 일반적인 세로형 막대그래프에서는 항목을 나타내기 위해 가로축을, 변량의 크기를 측정하기 위해 세로축을 사용한다. 다만 맨 아래 행은 세로선으로 구간을 나누지 않았는데, 막대그래프는 세로선 사이 구간에 막대를 그려서 자료를 표현하는 반면 꺾은선그래프는 세로선 위에 점을 찍어서 자료를 표현하기 때문인 것으로 보인다. 즉, 막대그래프는 항목명을 표의 칸 안에 적는 반면, 꺾은선그래프는 항목명을 세로선 하단에 적어야 한다.

지금까지 우리나라 초등학교 수학 교과서에서 O, X, /를 사용하는 그래프, 그림그래프, 막대그래프, 꺾은선그래프를 지도할 때 사용하는 틀에 대해 살펴보았다. 우리나라는 기본적으로 일상에서 흔히 찾아보기 어려운 표 형태의 그래프 틀이 교과서에 제시되어 있으며, 학년이 올라가면서 다른 유형의 그래프를 지도

할 때에도 그 틀은 거의 변하지 않는다. 초등학교 수학 교과서에서 제시되는 그래프의 틀이 교육적으로 어떠한 의미를 지니는지, 그리고 우리나라의 초등학교 수학 교과서에 제시되어 있는 그래프 틀은 이러한 의미를 어떻게 충족하고 있는지에 대해 다음과 같이 정리할 수 있다.

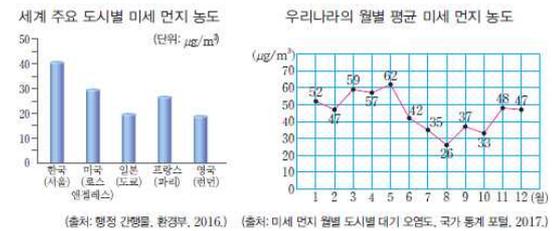
첫째, 초등학교 수학 교과서에서 제시되는 그래프의 틀은 그래프의 구성 요소에 주목하게 하고, 각 구성 요소가 자료의 분포를 나타내는 데 어떠한 역할을 하는지를 분석하도록 안내하는 역할을 한다. 이에 우리나라 초등학교 수학 교과서에서는 O, X, /를 이용한 그래프(2학년 2학기), 그림그래프(3학년 2학기), 막대그래프(4학년 1학기), 꺾은선그래프(4학년 2학기)에 이르기까지 거의 동일한 형태의 그래프 틀을 제시하였다. 이는 기존에 학습했던 유형의 그래프에서 그 틀을 보며 주목했던 구성 요소들을, 이후에 학습하는 유형의 그래프에서도 동일하게 찾아서 분석할 수 있도록 하기 위함이다.

둘째, 초등학교 수학 교과서에서 제시되는 그래프의 틀은 학생들이 직접 손으로 그래프를 쉽게 그릴 수 있도록 하는 보조적인 장치를 부여한다. 중학교 이후에는 공학도구를 이용하기 때문에 그래프를 손으로 그리는 경우가 거의 없으나, 초등학교 수준에서는 처음 학습하는 유형의 그래프를 익히기 위해 손으로 그려보는 활동이 포함되어 있다. 이때, 학생들이 통계 정보를 왜곡하는 오류를 범하지 않으면서 그래프를 손쉽게 그리도록 우리나라 초등학교 수학 교과서에서는 표 형태의 그래프 틀을 제시하고, 이를 2학년에서부터 4학년에 이르기까지 일관되게 사용한다.

셋째, 초등학교 수학 교과서에서 제시되는 그래프의 틀은 일상에서 접할 수 있는 다양한 그래프 틀과 구조적인 동형을 이룸으로써 수학 수업에서 학습한 그래프 관련 내용을 일상에 적용, 전이할 수 있도록 안내하는 역할을 한다. 전술한 바와 같이, 그래프는 항목, 변량, 맥락을 나타내는 요소를 공통적으로 갖추고 있으나, 이러한 구성 요소들은 목적에 따라 매우 다양한 형태적 변이를 지니게 된다. 생김새가 다양한 그래프를 시각적인 형태와 관계없이 보편적으로 구성 요소를 찾아 읽고 해석하기 위해서는 수학 교과서에 제시되는 그래프의 틀이 가장 기본적이고 단순한 형태를 지녀야 하는데, 우리나라 초등학교 수학 교과서

에서 사용하는 표 형태의 틀은 그러한 보편성이 다소 부족해 보인다.

6학년 1학기 ‘여러 가지 그래프’ 단원에서는 지도 형태의 그림그래프, 띠그래프, 원그래프를 다룬 후 3~4학년군에서 학습했던 막대그래프, 꺾은선그래프와 비교하는 차시가 구성되어 있다. 이때의 막대그래프와 꺾은선그래프의 틀은 [그림 11]과 같이 두 반직선이 수직으로 교차하는 형태를 지니고 있거나 항목명과 눈금이 나타내는 수가 격자 밖에 위치하는 등, 3~4학년군 교과서에서 제시된 표 형태의 틀과 괴리가 있다. 타 교과에서는 이미 3~4학년군에서 축 형태의 그래프 틀을 사용함으로써 동일 시기 수학 교과서에서 사용하는 표 형태의 그래프 틀과 간극이 존재한다. 즉, 표 형태의 그래프 틀은 그 교육적인 역할 못지않게 타 교과와의 횡적 연결성, 상위 학년과의 종적 연결성을 모두 확보하지 못했다고 볼 수 있다. 이에 대한 대안을 탐색하기 위해 본고에서는 연구 방법으로서 ‘교과서 내용 비교 연구’를 채택하였다(송상현 외, 2013, p. 88).



[그림 11] 초등학교 6-1 수학 교과서에 제시된 그래프의 예(교육부, 2019, p. 107)

[Fig. 11] Graphs in the Korean elementary mathematics textbook 6-1 (Ministry of Education, 2019, p. 107)

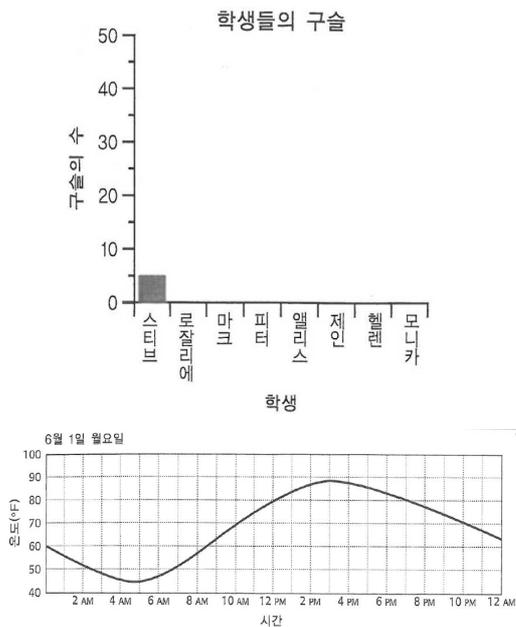
IV. 외국의 초등학교 수학 교과서에 제시된 그래프 틀 분석

1. MiC 교과서 분석

《Mathematics in Context(이하 MiC)》 교과서는 미국 위스콘신대학교 교육연구센터와 네덜란드 위트레흐트대학교 프로이덴탈연구소에서 협력하여 개발한 교과서이다. 현실 맥락에서부터 점진적으로 수학을

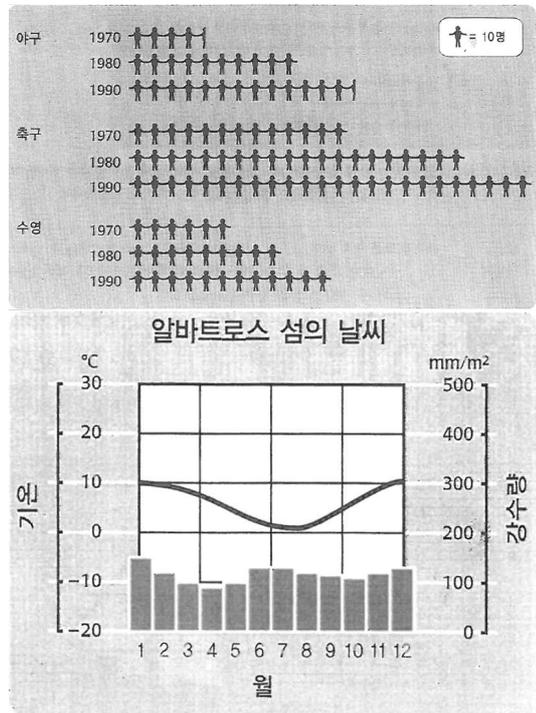
통해 수학 학습이 이루어져야 한다는 Hans Freudenthal의 현실주의의 수학교육 이론에 기반을 둔 대표적인 교과서이기에, 실생활 중심 통계교육의 한 사례로서 그동안 선행연구에서 꾸준히 분석되어 왔다(예를 들어, 이경화, 지은정, 2008; 최선희, 이대현, 2012). 본고는 우리나라 초등학교 수학 교과서에 제시된 그래프의 틀이 일상에서 접할 수 있는 것과 괴리가 있다는 문제 인식에서 시작하였기 때문에, 실생활 맥락을 강조하고 있는 대표적인 사례인 MiC 교과서에 제시된 그래프의 틀을 확인하는 것이 여전히 유의미할 것으로 보인다.

MiC 교과서 중 그래프를 소개하고 그려보게끔 안내하는 내용은 <수를 그린다(Picturing Numbers)> 교과서에서 다루고 있다. 이 교과서에서는 막대그래프와 꺾은선그래프를 소개할 때 [그림 12]와 같이 축, 격자와 같은 다양한 형태의 틀을 사용하고 있으며, 그래프를 그릴 때에도 다양한 형태의 틀 위에 그리도록 과제가 제시되어 있다.



[그림 12] MiC 교과서에 제시된 그래프의 틀 (WCER, 2004a, pp. 13, 42)
 [Fig. 12] The frame of graphs in the MiC textbook (WCER, 2004a, pp. 13, 42)

표 형태의 틀에 비해 초등학생들이 정확하게 그리기에는 다소 불편할 수도 있으나 실생활의 자료를 이용하여 일상에서 쉽게 접할 수 있는 형태의 그래프를 지도한다는 점에서, 현실 맥락에서부터 수학 학습이 시작되어야 한다는 MiC 교과서의 관점을 확인할 수 있다. 이와 같이 그래프의 유형을 익히고 직접 그려보는 경험을 마친 뒤, 다른 주제의 교과서에서는 [그림 13]과 같이 신문이나 잡지, 뉴스에서 접할 수 있는 형태의 그래프를 읽고 해석하는 내용으로 구성되어 있다. 즉, MiC 교과서는 그래프를 소개하고 그려보게 하고, 이를 해석하여 실생활 문제를 해결하는 데에 이르기까지 다양한 형태의 그래프 틀을 제시하고 있다.



[그림 13] MiC 교과서에 제시된 그래프의 예(WCER, 2004a, p. 45; WCER, 2004b, p. 10)
 [Fig. 13] Graphs in the MiC textbook (WCER, 2004a, p. 45; WCER, 2004b, p. 10)

우리나라 초등학교 수학 교과서는 학년별로 교과서가 구성되어 있고 각 학년별로 학습하는 그래프의 유형이 분산되어 있는 반면, MiC 교과서는 주제별로 교

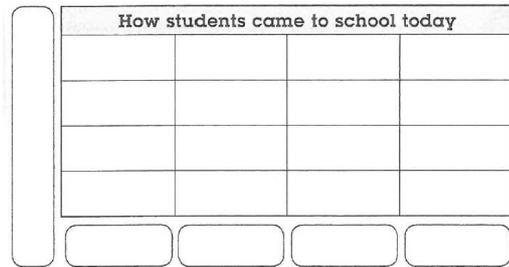
과서가 구성되어 있고 <수를 그린다?> 교과서에서 초등학교 수준의 주요 그래프를 간단히 익히고 그려본 다음, 다른 주제의 교과서에서는 일상의 통계적 문제해결 맥락에서 그래프를 이용해 자료를 분석하거나 결과를 해석하는 형태로 구성되어 있다. 즉, 우리나라 교과서가 그래프의 유형에 따라 단원을 나누었다면, MiC 교과서는 문제해결 과정 또는 주제별로 교과서를 나눔으로써 다양한 그래프를 연결지어 다루고 있기 때문에, 현재의 교육과정 체제 하에서는 MiC와 같이 여러 가지 형태의 그래프 틀을 저학년 때부터 고학년에 이르기까지 일관되게 제시하여 사용하기에는 다소 무리가 있다. 그러나 그래프가 수학 수업에서만 제한적으로 사용되는 인위적인 학습 요소가 아니라 실생활에서 통계적 소양 갖춘 시민으로서의 삶을 영위하는 데 필요한 것임을 고려할 때, 사실상 기본적인 그래프의 학습이 마무리되는 초등학교 수학과 교육과정 내에서는 이러한 축 형태의 틀을 사용하는 일상적인 그래프 유형을 접하고 이를 이용해 자료를 분석하거나 결과를 해석하는 통계적 문제해결 경험이 필요하다는 사실을 MiC 교과서로부터 확인할 수 있다.

2. 호주의 초등학교 수학 교과서 분석

호주는 뉴질랜드와 함께 통계교육의 개선을 위한 여러 선행연구에서 자주 인용되는 사례를 갖춘 국가이다. 특히, 호주의 수학과 교육과정 중 ‘통계와 확률’ 영역은 1학년부터 10학년까지 ‘가능성(chance)’, 그리고 ‘자료 표현과 해석’의 하위 영역으로 분류되어, 인위적인 자료를 이용한 이론 통계보다도 실제 자료를 이용하여 그래프나 통계량으로 표현하고 이를 맥락에 비추어 해석하는 통계적 소양 교육이 강조되고 있다(강현영 외, 2014, p. 66). 따라서 호주의 초등학교 수학 교과서를 분석함으로써 현재 다소 인위적인 틀을 교과서에서 제시하고 있는 우리나라의 초등학교 그래프 지도에 ‘실생활 중심의 통계적 소양 교육’이라는 측면에서 시사점을 도출할 수 있을 것으로 기대된다. 분석 대상으로 선정된 교과서는 Cambridge University Press에서 출판한 《Primary Maths》이다.

호주에서는 이미 1학년 때부터 연결큐브와 같은 구체물로 수집한 자료의 변량 크기를 표현하는 활동이 이루어진다. 하지만, 구체적으로 그래프를 지면에 그리

는 활동은 우리나라와 동일하게 2학년 때부터 이루어진다. [그림 14]와 같이 수집한 자료를 분류하여 변량의 크기만큼 표 형태의 틀에 나타내는 활동이 구성되어 있어, 우리나라의 2학년 2학기 ‘표와 그래프’ 단원에서 제시된 그래프의 틀과 매우 유사한 형태를 지닌다. 그러나 우리나라에서는 O, X, /와 같이 특정 기호를 지정하여 그 기호로 변량의 크기를 나타내게 하는 반면, 호주에서는 학생들이 자유롭게 자신만의 방식으로 표에 변량의 크기를 나타내도록 지도하고 있다.



[그림 14] 호주 2학년 수학 교과서에 제시된 그래프의 틀(Gillard & Weeks, 2012, p. 116)

[Fig. 14] The frame of graphs in the Australian elementary mathematics textbook 2 (Gillard & Weeks, 2012, p. 116)

Country	Number of times Brown Bear has visited each country
Argentina	10 bear icons
Canada	8 bear icons
Japan	5 bear icons
New Zealand	12 bear icons
Thailand	7 bear icons
Zambia	3 bear icons
Key = 1 visit	

[그림 15] 호주 3학년 수학 교과서에 제시된 그림그래프의 틀(Weeks, 2011, p. 129)

[Fig. 15] The frame of pictographs in the Australian elementary mathematics textbook 3 (Weeks, 2011, p. 129)

우리나라와 마찬가지로 호주에서도 3학년 수학 교과서에 그림그래프가 등장한다. 호주 역시 우리나라와 동일하게 [그림 15]와 같이 항목과 변량을 2차원 형태

로 명확히 표현되는 표 형태의 틀을 제시하였다. 다만, 우리나라는 각기 다른 크기를 나타내는 복수의 그림을 사용하여 그림의 개수와 실제 변량의 크기가 비례하지 않는 경우가 발생하는 데 반해, 호주에서는 하나의 그림만을 사용하여 시각적으로 보이는 그림의 개수만으로 항목 간 대소 관계를 가능하게 한다는 장점이 있다. 일상에서 사용되는 그림그래프는 표 형태의 틀을 사용하는 경우가 거의 존재하지 않지만, 대신 호주에서는 우리나라와 달리 그림그래프가 막대그래프를 도입하기 이전 발판으로서의 역할을 한다. 그림 그래프에서 그림을 직관적으로 단순화한 형태로서 막대그래프를 지도할 수 있기 때문이다.

10				
9				
8				
7				
6				
5				
4				
3				
2				
1				
	Qantas	Cathay Pacific	Thai Airways	Air New Zealand

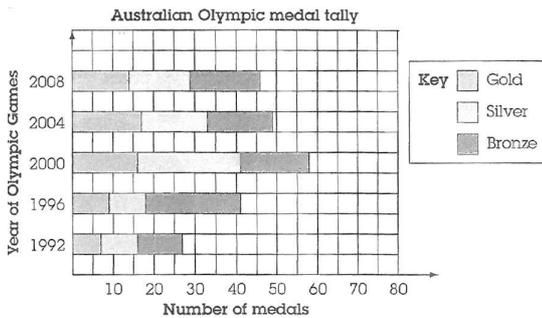
[그림 16] 호주 3학년 수학 교과서에 제시된 막대그래프의 틀(Weeks, 2011, p. 130)

[Fig. 16] The frame of bar graphs in the Australian elementary mathematics textbook 3 (Weeks, 2011, p. 130)

이러한 계열성을 고려하여 호주의 3학년 수학 교과서에서는 그림그래프와 막대그래프를 연달아 다루고 있다. 일상에서 막대그래프를 나타낼 때는 표 형태의 틀보다는 두 반직선이 수직으로 교차하는 축을 이용하는 경우가 많은데, 호주에서는 우리나라와 거의 유사한 표 형태의 틀을 사용하고 있다. 다만, 호주는 [그림 16]과 같이 표의 빈칸 내부 전체를 색칠한 형태로 막대그래프를 지도하고 있다. 즉, 이 시기에 지도하는 막대그래프는 초등학교 2학년에서 학생들이 자유롭게 그려보던 그래프에서 일상에서 사용하는 막대그래프로 나아가기 위한 중간 형태의 특성을 지닌다. 그리고 호주의 4학년 수학 교과서에서는 새로운 유형의 그래프를 도입하는 대신, 3학년 때까지 다루었던 그래프를

중심으로 자료를 수집, 정리, 표현, 분석하고 결과를 해석하는 통계적 문제해결 활동이 강조되는데, 이때에도 여전히 그래프의 틀로 표를 그대로 사용한다.

호주의 5학년 수학 교과서에는 우리나라 교육과정에서 다루지 않는 누적막대그래프가 등장하는데, 이 누적막대그래프의 틀은 [그림 16]과 유사하게 표 형태로 제시되어 있으나 표의 맨 왼쪽과 아래에 반직선이 겹쳐져 있고, 항목명과 눈금 수치가 표 밖에 제시되어 있다. 즉, 4학년까지의 그래프 틀이 ‘빈칸을 채워서 그리도록 안내하는’ 역할이었다면, 5학년부턴의 그래프 틀은 ‘눈금에 맞춰 아이콘을 그릴 수 있게 보조하는’ 역할인 셈이다. 반직선 형태의 축을 나타냄으로써 일상에서 사용되는 그래프와 거의 유사한 틀로 나아가고 있음을 보여주면서도, 아이콘을 그리는 공간에는 보조선 역할의 가로선과 세로선을 제시하여 이전에 경험했던 표 형태의 틀과 시각적 유사성을 유지하는 매개적인 역할의 틀을 사용하고 있는 것이다. 그리고 같은 학년에서 원그래프와 점그래프를 도입할 때 막대그래프도 함께 그려서 비교하도록 안내하고 있는데, 이때 막대그래프를 그리도록 제시되는 틀은 3학년 교과서에 등장했던 틀이 아니라 [그림 17]과 같이 누적 막대그래프에서 사용된 새로운 틀이다.



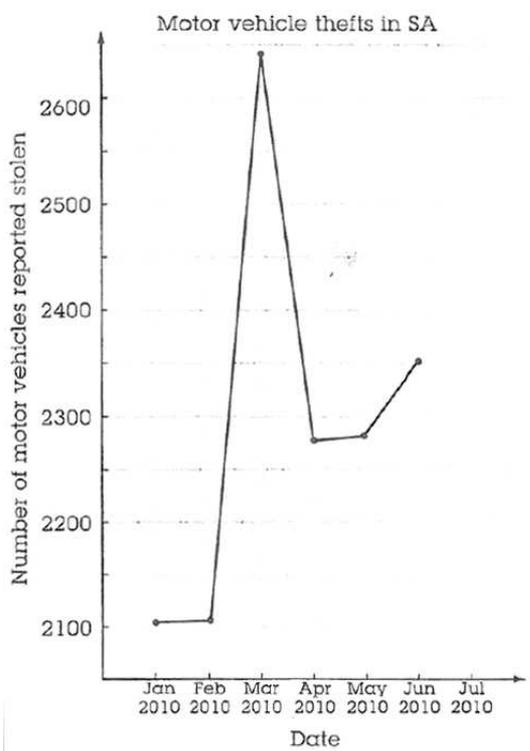
[그림 17] 호주 5학년 수학 교과서에 제시된 막대그래프의 틀(Carr, 2011a, p. 121)

[Fig. 17] The frame of bar graphs in the Australian elementary mathematics textbook 5 (Carr, 2011a, p. 121)

우리나라와 달리 호주에서는 꺾은선그래프가 6학년 수학 교과서에 등장하는데 이때 제시되는 그래프의 틀은 [그림 18]과 같다. 그래프를 그릴 때의 편의를 위해 표 형태와 유사한 가로선과 세로선을 제시하기

는 하였으나, 이를 열게 표현하고 대신 반직선 형태의 축만 진하게 남겨놓음으로써 사실상 일상에서 사용되는 축 형태의 그래프 틀을 제시한 것이다. 이렇게 호주의 수학 교과서에서는 처음 그래프를 도입할 때 우리나라와 유사한 표 형태의 틀을 사용하여 학생들이 표를 채워넣음으로써 그래프를 완성하도록 안내하였으나, 학년이 올라갈수록 이러한 표 형태의 틀을 점진적으로 변형하여 일상에서 사용하는 축 형태의 틀을 경험하도록 통계 영역이 구성되어 있다.

형태로 변환하여 사용해왔다면, MiC 교과서에서는 실생활 자료를 중심으로 현실 맥락에서 실제 그래프를 사용하는 상황을 고려하여 축 형태의 그래프 틀을 제시하였다. 그리고 호주의 초등학교 수학 교과서는 저학년 학생들이 간단하게 표를 채워서 그래프를 완성할 수 있도록 표 형태의 그래프 틀을 제시하다가, 학년이 올라갈수록 틀의 형태에 조금씩 변형을 가하여 고학년에서는 MiC 교과서와 같은 축 형태의 그래프 틀이 등장하도록 점진적인 변화를 추구하였다.



[그림 18] 호주 6학년 수학 교과서에 제시된 꺾은선 그래프(Carr, 2011b, p. 121)

[Fig. 18] The frame of line graphs in the Australian elementary mathematics textbook 6 (Carr, 2011b, p. 121)

지금까지 MiC 교과서와 호주의 초등학교 수학 교과서를 바탕으로 그래프의 틀이 어떻게 제시되는지를 살펴보면 이를 우리나라의 초등학교 수학 교과서와 비교하였다. 요컨대, 우리나라의 초등학교 수학 교과서가 교수-학습의 편의성 측면에서 그래프의 틀을 표

V. 논의 및 결론

Ⅲ장에서 확인한 바와 같이 초등학교 수학 교과서에서 제시되는 그래프의 틀은 다음과 같은 교육적인 의의를 지닌다고 요약할 수 있다.

1. 그래프의 구성 요소 및 자료의 분포를 나타내는데 각 구성 요소의 역할에 주목하도록 유도
2. 학생들이 그래프를 쉽게 그릴 수 있도록 하는 보조적 장치 제공
3. 일상에서 접하는 다양한 그래프와의 구조적 동형을 바탕으로 학습 내용을 실생활에 적용할 수 있도록 도움

그동안 우리나라의 초등학교 수학 교과서에서는 첫 번째, 두 번째 의의를 충실히 하기 위해 표 형태의 틀을 이용해왔다. 표는 학생들에게 빈칸을 채워야 한다는 암묵적인 신호를 보내면서, 표를 이루는 가로선과 세로선이 그래프를 손으로 그리기 쉽게 도와주기 때문이다. 더욱이, 여러 가지 유형의 그래프에 거의 동일한 그래프 틀을 제시하여, 유형이 바뀌어도 그래프의 구조적 유사성을 바탕으로 그래프가 공통적으로 나타내는 구성 요소에 주목하도록 안내한다는 측면이 있다.

그러나 일상에서 사용하는 그래프는 다양한 형태적 변이가 존재하기 때문에, 교과서에서 접하는 것과는 다른 모양의 그래프를 실생활에서 많이 접하게 된다. 그래서 막대그래프나 꺾은선그래프의 경우는 공통적으로 시각화되는 요소가 가로와 세로, 수직으로 교차하는 두 반직선 형태의 축 정도이다. 그래프는 기본적

으로 지면과 같은 평면 공간에 시각적으로 구현되는 도구이므로, 분포의 항목과 변량이라는 두 개의 요소를 2차원으로 표현하는 형태를 기본으로 한다. 이러한 시각적인 형태는 사실 좌표 위에 표현하는 함수 그래프와 매우 유사하지만, 그동안 통계 그래프와 함수 그래프는 거의 단절된 채 다루어져 왔다(Watson, 2013, p. 72). 따라서 MiC 교과서에서 사용되는 축 형태의 그래프 틀은 위에서 언급한 세 번째 의의를 충실히 구현하면서도 나아가 통계 영역에서 자료 정리의 도구로서 사용된 그래프가 함수 영역에서 현상을 모델링하는 그래프로 연결되는 데 의미를 지닐 수 있을 것으로 기대된다.

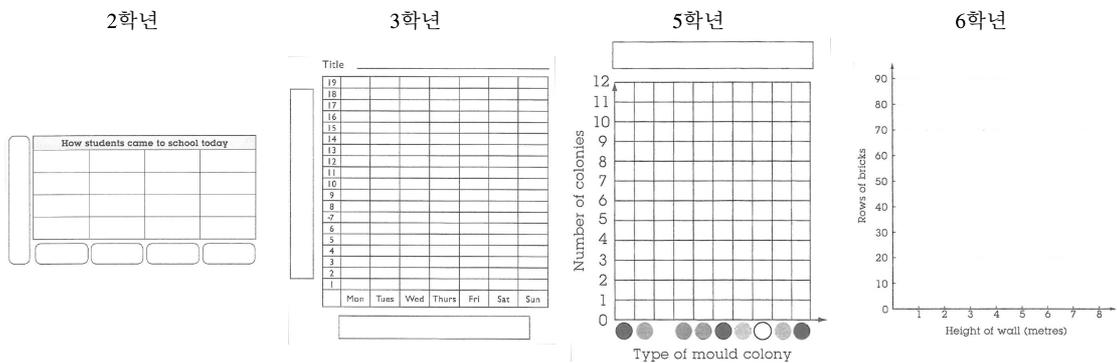
그러나 MiC 교과서에서 그래프를 지도하는 방식은 세 번째 의의를 구현하는 데에는 효과적이나 첫 번째, 두 번째 의의를 명시적으로 드러내는 데에는 한계가 있어 보인다. 우리나라의 초등학교 수학과 교육과정은 시기에 따라 순차적이고 선형적인 지도가 이루어지도록 학년군별로 구성되어 있고, 실제 현실은 교과서의 학년과 학기에 따라 단원 순서가 거의 정형화되어 있다. 그리고 이 중 통계 영역은 MiC 교과서처럼 통계적 문제해결 과정이 아니라 그래프의 유형별로 단원이 구성되어 있기 때문에, 각 그래프에서 1과 2 또한 명시적인 지도가 필요한 실정이다.

그런 점에서 호주의 초등학교 수학 교과서에서 제시하는 그래프의 틀은 우리나라에서 참고할 수 있는 좋은 대안이다. 처음에는 우리나라와 같이 표 형태로 시작하면서도 결국 MiC 교과서와 같은 축 형태로 나

아가기 때문이다. 우리나라 역시 [그림 11]에서 확인한 바와 같이, 축 형태의 그래프 틀이 등장하기는 하지만 이전까지 표 형태로만 제시되어 오다가 어떠한 중간 단계도 없이 갑작스레 등장한 것이기에 수학 교과서 내에서는 그 연결성이 다소 부자연스럽다. 그러나 호주의 초등학교 수학 교과서에서는 [그림 19]와 같이 학년이 올라갈수록 그래프 틀의 생김새를 점진적으로 변화시켜 학생들이 위화감없이 받아들일 수 있도록 구성되어 있다.

2015 개정 수학과 교육과정에서는 실생활 중심의 통계교육을 추구하면서 실생활 맥락에서 실제 접할 수 있는 통계적 문제해결 경험이 학교수학에서 강조되고 있다. 그러나 학문수학에서 학교수학으로 나아가는 과정이 그렇듯, 실생활 통계 역시 학교수학에서 다루어질 때에는 교수학적 변환의 대상이 된다. 그런 점에서 일상에서 접하는 다양한 형태의 그래프를 초등학교 수준에서 그대로 사용하는 것은 적절하지 않은 경우가 많다. 초등학교 수학 교과서에서 제시되는 그래프의 틀은 초등학생의 학습 수준, 교수학적인 안내와 같이 교수-학습이라는 맥락을 고려하여 변환되어야 하는 부분이 있으며, 현재 우리나라 교과서에서 제시하고 있는 표 형태의 그래프 틀 역시 그러한 과정을 거쳐 변형된 형태라 볼 수 있다.

그러나 통계교육의 목적이 ‘통계적 소양’으로 설정된 상황에서는 실생활에서 통계적 문제해결을 하기 위해 필요한 지식과 기능이 곧 교수학적 변환 과정에서도 파손되지 않아야 할 부분이라 할 수 있다. 즉,



[그림 19] 호주의 초등학교 수학 교과서에 제시된 그래프 틀의 변화
 [Fig. 19] The frames of graphs in the Australian elementary mathematics textbooks

초등학교 수학 교과서에서 등장하는 그래프의 틀이 일상에서 사용되는 그래프의 틀과 시각적으로 지나치게 큰 괴리가 존재한다면, 학교수학에서 학습한 그래프 관련 내용을 일상에서의 통계적 문제해결에 자연스럽게 적용하는 데 방해가 될 수도 있다. 따라서 그래프의 틀, 나아가 초·중·고 통계교육에서 다루는 여러 가지 학습 요소와 지식들은 교수학적인 의의와 함께 실용통계 관점에서의 의의가 모두 고려되어야 하며, 두 가지 측면을 모두 고려하는 것이 바람직한 ‘통계적 소양 교육’이라고 할 수 있다.

참 고 문 헌

- 강현영, 신보미, 고은성, 이동환, 심송용, 김정자, 구나영, 정인수, 최경식, 홍지예, 이상배(2014). 통계 교육 활성화를 위한 수학 교육과정 개선 방안 연구. 연구보고 2014A039, 한국과학창의재단.
- Kang, H. Y. et al. (2014). *Research on improvement of mathematics curriculum for activation of statistics education*. Report 2014A039, Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity.
- 고은성, 강현영, 신보미, 김은하, 정승호, 홍창섭, 지영명, 이자미, 하병수, 탁병주(2017). 실용통계교육을 위한 교사용 가이드북. 서울: 한국과학창의재단.
- Ko, E. S. et al., (2017). *Teachers' guidebook for practical statistics education*. Seoul: Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity.
- 고은성, 탁병주(2019). 점그래프와 상자그림의 교수학적 분석: 통계적 추리 지도를 위한 교육적 효용성 고찰. 수학교육학연구, 29(4), 577-605.
- Ko, E. S., & Tak, B. (2019). A study on didactical analysis of dot plots and box plots for developing students' informal statistical inference. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 29(4), 577-605.
- 교육부(2015). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 2015-74호 [별책8].
- Ministry of Education 2015). *Mathematics curriculum*. Notification of the Ministry of Education No. 2015-74. [Vol. 8]. Seoul: Author.
- 교육부(2017). 초등학교 수학 2-2. 서울: 천재교육.
- Ministry of Education (2017). *Mathematics textbook 2-2*. Seoul: Chunjae.
- 교육부(2018a). 초등학교 수학 3-2. 서울: 천재교육.
- Ministry of Education (2018a). *Mathematics textbook 3-2*. Seoul: Chunjae.
- 교육부(2018b). 초등학교 수학 4-1. 서울: 천재교육.
- Ministry of Education (2018b). *Mathematics textbook 4-1*. Seoul: Chunjae.
- 교육부(2018c). 초등학교 수학 4-2. 서울: 천재교육.
- Ministry of Education (2018c). *Mathematics textbook 4-2*. Seoul: Chunjae.
- 교육부(2019). 초등학교 수학 6-1. 서울: 천재교육.
- Ministry of Education (2019). *Mathematics textbook 6-1*. Seoul: Chunjae.
- 김상미(2013). 초등학교 수학과와 사회과의 교과서 분석을 통한 통계 그래프 관련 교육내용 비교 연구. 교원교육, 29(3), 363-392.
- Kim, S. M. (2013). Comparative analysis on statistical graphs of textbooks in elementary school mathematics and social studies. *Korean Journal of Teacher Education*, 29(3), 363-392.
- 김용환, 이석훈(2015). 통계와 확률 교육. 서울: 경문사.
- Kim, Y., & Lee, S. (2015). *Statistics and Probability Education*. Seoul: Kyungmoonsa.
- 박영희(1999). 신문의 통계 그래프 분석을 통한 지도 방법 탐색. 학교수학, 1(2), 451-459.
- Park, Y. H. (1999). The exploration of teaching through the analysis of statistics graphics in the newspaper. *School Mathematics*, 1(2), 451-459.
- 송상현, 방정숙, 임재훈, 강욱기, 강현영, 권나영, 김남희, 류성림, 박만구, 백석운, 송미영, 윤정호, 이영하, 장혜원, 정영옥, 최승현, 최중현, 최지영 (2013). 수학교육학 연구 방법. 서울: 경문사.
- Song, S. H., et al. (2013). *The Methodology of Research in Mathematics Education*. Seoul: Kyungmoonsa.
- 우정호(2017). 학교수학의 교육적 기초(하). 서울: 서울대학교출판문화원.
- Woo, J. H. (2017). *The educational foundation of school mathematics (Vol. 3)*. Seoul: Seoul National University Press.
- 이경화, 지은정(2008). 그래프의 교수학적 변환 방식 비교: 우리나라 교과서와 MiC 교과서의 초등 통계 내용을 중심으로. 수학교육학연구, 18(3), 353-372.
- Lee, K. H., & Ji, E. J. (2008). The study on didactic

- transposition for teaching statistical graphs: The comparison between the Korean and MiC's textbooks. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 18(3), 353-372.
- 이영하(2014). 인문학으로 풀어 쓴 통계교육 원론. 서울: 이화여자대학교출판부.
- Lee, Y. H. (2014). *Principles of statistics education in terms of humanities*. Seoul: Ewha Womans University Press.
- 이자미, 고은성(2019). 초등수학 교육과정에 따른 통계 그래프 지도 분석. 한국초등수학교육학회지, 23(2), 247-272.
- Lee, J., & Ko, E. S. (2019). Analysis of the teaching of statistical graphs according to elementary mathematics curriculum. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 23(2), 65-86.
- 이형근, 김동원, 탁병주(2019). 타 교과 통계 그래프 분석을 통한 초등학교 수학 수업에서의 그래프 지도 개선 방안 탐색. 한국초등수학교육학회지, 23(1), 119-141.
- Lee, H., Kim, D. W., & Tak, B. (2019). An analysis on statistical graphs in elementary textbooks of other subjects to improve teaching graphs in mathematics education. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 23(1), 119-141.
- 임지애, 강완(2003). 초등학교 수학 교과서에 나타난 통계 그래프 지도 방법 분석. 한국초등수학교육학회지, 7, 65-86.
- Lim, J. A., & Kang, W. (2003). An analysis of teaching statistical graphs in elementary school mathematics textbooks. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 7, 65-86.
- 최선희, 이대현(2012). 우리나라 초등 교과서와 MiC 교과서의 통계 단원 비교·분석. 초등수학교육, 15(1), 41-52.
- Choi, S. H., & Lee, D. H. (2012). A comparison analysis of the statistical sections between in the Korean elementary mathematics textbooks and the MiC textbooks. *Education of Primary School Mathematics*, 15(1), 41-52.
- 탁병주, 김다빈(2020). 통계적 소양 교육을 위한 그래프 오류 유형 분석: 자료 분석 단계에서의 통계 윤리 문제. 한국초등수학교육학회지, 24(1), 1-30.
- Tak, B., & Kim, D. (2020). An analysis on error types of graphs for statistical literacy education: Ethical problems at data analysis in the statistical problem solving. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 24(1), 1-30.
- 황현미, 방정숙(2007). 초등학교 6학년 학생들의 그래프 이해 능력 실태 조사. 학교수학, 9(1), 45-64.
- Hwang, H. M., & Pang, J. S. (2007). A survey on the comprehension of graphs of sixth graders. *School Mathematics*, 9(1), 45-64.
- Carr, D. (2011a). *Primary maths 5: Student activity book*. Melbourne: Cambridge University Press.
- Carr, D. (2011b). *Primary maths 6: Student activity book*. Melbourne: Cambridge University Press.
- Franklin, C. A., Kader, G. D., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). Guidelines for assessment and instruction in statistics education report. Alexandria: American Statistical Association.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gillard, N., & Weeks, M. (2012). *Primary maths 2: Student activity book*. Melbourne: Cambridge University Press.
- Ko, E. S. (2012). *A comparison of mathematically talented and non-talented students' levels of thinking with regard to statistical variability*. Ph. D. dissertation, Seoul National University, Seoul.
- Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (2013). *Mathematics for elementary teachers: A contemporary approach (10th edition)*. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical Literacy at School: Growth and Goals*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates. 박영희 역(2013). 학교에서 어떤 통계를 배워야 하지? 통계적 소양의 성장과 목표. 서울: 경문사.
- Weeks, G. (2011). *Primary maths 3: Student*

- activity book*. Melbourne: Cambridge University Press.
- Wild, C. (2006). The concept of distribution. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 10-26.
- Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Wisconsin Center for Education Research [WCER] (2003). *Picturing numbers*. New York: Holt MaDougal. 나은교육연구소 역(2004a). 수를 그린 다고? 서울: 나은교육연구소.
- Wisconsin Center for Education Research [WCER] (2003). *Statistics and the environment*. New York: Holt MaDougal. 나은교육연구소 역(2004b). 환경을 살리는 통계. 서울: 나은교육연구소.

A Study on the Frames of Statistical Graphs in the Elementary School Mathematics Textbooks

Tak, Byungjoo

Jeonju National University of Education
50, Seohak-ro, Wansan-gu, Jeonju-si, Jeollabuk-do, Korea, 55101
E-mail: bjtak@jnue.kr

Although there are various form of statistical graphs in the real world, the statistical graphs in elementary mathematics textbooks are very formalized by the pedagogical constraints. In this study, I examine the frames of statistical graphs and their educational importance, and analyze the frames in Korean, Australian, and MiC textbooks. As a result, the frames of statistical graphs in elementary mathematics textbooks (1) draws students' attention to the components of the graphs, (2) plays a supplementary role in students' drawing graphs by hands, and (3) helps to apply school mathematics to statistical problem solving in real life. The frames of statistical graphs in Korean textbooks is the form of tables focusing on (1) and (2), but these of MiC textbooks has various forms focusing on (3). On the other hand, Austalian textbooks introduced the table-form frames of statistical graphs at the lower graders, but gradually changed to the axis-form frames as the grade level increased. Based on this, a recommendation was drawn on how to deal with the frames of statistical graphs in elementary mathematics textbooks.

* ZDM Classification : U22

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

* Key Words : statistics education, frame of graphs, mathematics textbooks