

# A Study on the Low Frequency Oscillation Using PMU Measurement Data

## PMU 데이터를 이용한 저주파 진동분석 연구

Yonghak Kim, Suchul Nam, Baekkyeong Ko, Sunghum Kang, Kwansik Shim  
김용학, 남수철, 고백경, 강성범, 심관식

### Abstract

It is very important to evaluate on/off-line stability to operate the power system stably and economically. Until now, we have continuously secured the operation reliability of the power system through the evaluation of transient, voltage and small signal stability. This paper proposes that it is possible to operate in KWAMS by applying the multi-section analysis and subspace methods and verifying the reliability of the algorithms to directly estimate the dominant oscillation mode of the power system from the signal waveform acquired from the phasor measurement units. In addition, this paper shows that the dominant oscillation mode can be detected from real-time measurement data in power systems. Therefore, if we can monitor the state of the power system in real time, it is possible to avoid a large-scale power outage by knowing the possibility of the power system accident in advance.

*Keywords: Phasor Measurement Unit, Eigenvalue Analysis, Power System Oscillation, Prony, Discrete Fourier Transform*

### 1. Introduction

전력계통을 안정적이고 경제적으로 운영하기 위한 온-오프라인의 안정도 평가는 매우 중요하다. 특히, 오랫동안 개발된 전력계통에서는 과거부터 현재까지 과도안정도, 전압안정도 및 미소신호 안정도 평가를 통해서 지속적으로 신뢰도를 유지하고 있다. 일반적으로 과도안정도는 과도상태의 변이를 해석이므로 주로 시간영역 분석에 의존하지만, 미소신호안정도는 정상상태의 해석이므로 주파수 영역이나 고유치 분석을 통해 수행되고 있다. 전력계통에서 알려진 주요한 전력동요(진동)는 0.1-2.5 Hz 이하의 저주파 영역에서 발생하며, 광역모드(Interarea mode)는 1.0 Hz 미만에서 발생하는 반면에, 지역모드(Local mode)는 일부 지역의 발전기가 진동에 참여하고, 광역모드는 지역간 다수의 발전기가 동시에 참여하여 진동하는 특징을 갖는다 [1]. 그러므로 전력계통에 존재하는 저주파 진동모드를 정확히 검출하는 것은 전력계통을 안정적으로 운영하기 위해 매우 중요하기 때문에 지금까지 전력계통의 진동모드 해석은 수치해석 모델로부터 계통상태행렬의 고유치를 계산하여 안정도를 해석 및 평가하였다 [2].

고유치 해석법은 대규모 전력계통의 지배적인 진동모드를 정확하게 추정하고, 원인분석 및 제어기 설계 등에 활용할 수 있기 때문에 다수의 상업용 툴(Tool)이 출시되었다. 그러나, 선형화된 수

치해석 모델에 기반한 고유치 해석법은 전력계통의 환경변화를 정확히 반영하지 못하고, 다양한 전력설비에 대한 모델링 오류로 인해 부정확한 결과를 도출할 수도 있다. 미국의 WECC 사고(1996년)와 같이 전력동요는 전력계통의 안전성에 직접적인 영향을 미치는 주요한 인자가 될 수 있다. 즉, 전력계통에 잠재된 진동현상은 제어기를 포함한 전력계통 전체에 영향을 미치며, 정상상태에서는 충분히 극복할 수 있는 작은 외란에 대해서도 계통붕괴로 진전될 수 있다.

한편, 시각동기위상측정장치(PMU, Phasor Measurement Unit) 등과 같은 데이터 취득장치로부터 전력계통의 진동모드를 직접적으로 추정하고, 이를 전력계통의 안정도 해석 및 평가에 활용하려는 노력이 진행되고 있다 [3]-[6]. 전력계통에서 취득한 데이터(신호파형)에 포함된 정보를 추정하는 알고리즘으로는 파라미터법과 비파라미터법이 있으며, 파라미터법은 AR (Autoregressive), MA (Moving Average), ARMA (Autoregressive Moving Average) 등이 있고, 비파라미터법은 이산푸리에변환에 기반하고 있다. 지금까지는 알고리즘의 단순성과 속도성 측면에서 이산푸리에변환의 장점을 이용할 수 있는 비파라미터법이 대부분이었으나, 파라미터법은 상대적으로 정확성이 높아 전력계통의 해석에 적용한 다양한 사례가 보고되고 있다.

특히, 파라미터법 중에서 전력계통 해석에 가장 널리 적용되

### Article Information

Manuscript Received March 24, 2020, Revised April 8, 2020, Accepted April 9, 2020, Published online September 30, 2020

Y. Kim, S. Nam, B. Ko, and S. Kang are with KEPCO Research Institute, Korea Electric Power Corporation, 105 Munji-ro Yuseong-gu, Daejeon 34056, Republic of Korea.

K. Shim is with Department of Electrical Engineering, Chonnam National Univ., 77 Yongbong-ro Buk-gu, Gwangju 61186, Republic of Korea

Correspondence Author: Kwansik Shim (shimgong@ieee.org)

ORCID: 0000-0002-7602-4493 (S. Nam); 0000-0002-3953-3096 (K. Shim)



This paper is an open access article licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International Public License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0>  
This paper, color print of one or more figures in this paper, and/or supplementary information are available at <http://journal.kepc.co.kr>.

는 프로니법(Prony)이 대표적이며 [4], 과도응답과 같이 측정된 신호파형이 반복적이면서 진폭이 크고, 고장발생 후에도 진동이 지속되는 경우에 적합한 알고리즘이다. 아울러, 신호처리 기술의 발달로 인해 입/출력신호를 이용하여 전달함수나 상태행렬을 추정하는 SI (System Identification)도 활발히 연구되고 있으며, 부분공간법은 알고리즘이 복잡하여 연산시간이 많이 소요되는 단점은 있지만, 전력동요가 작거나 정상상태에서도 진동모드를 추정할 수 있다는 장점을 갖고 있다 [7]-[9].

그러므로 본 논문에서는 우리나라 전력계통에서 운전중인 PMU의 시각동기화된 신호파형으로부터 지배적인 진동모드를 다구간 및 부분공간 분석법을 적용하여 검출하고자 하며, 적용된 알고리즘의 신뢰성을 확인하여 KWAMS (KEPCO Wide Area Monitoring System)에서 지속적으로 운용하고자 한다.

## II. 전력계통과 고유치 해석

### A. 선형모델

전력계통에서 고유치 해석은 안정도 해석, 제어기 위치/설계 등 다양하게 적용되고 있지만, 대규모 전력계통은 상태행렬의 차수가 크기 때문에 QR법 등과 같은 일반적인 고유치 계산법을 적용하기 어려워 부분공간을 이용하는 계산기법이 도입되었다. 전력계통에서 고유치는 0.2-2.0 Hz의 전기·기계적 진동모드 중에서 복소평면의 허수축에 근접한 제동특성이 나쁜 고유치만을 선택적으로 계산해야 한다. 그러므로 제동특성이 나쁜 고유치의 크기가 커지도록 상태행렬을 변환해서 사용하고 있다. 지금까지 가장 널리 사용되고 있는 고유치 해석 프로그램은 캐나다 PowerTec의 SSAT (Small Signal Security Assessment Tool)이며 [2], 국내 고유치 해석 프로그램이 개발되어 사용되고 있다 [9].

전력계통에서 상태행렬의 고유치는 동작점에서 계통상태를 나타내며 전달함수인 특성방정식 해(解)이다. 그러므로 상태행렬의 고유치가 복소평면의 좌반평면에 존재하면 안정하지만, 우측평면에 존재하면 불안정하므로 전력계통에서 고유치 해석은 허수축 인근에 존재하는 제동특성이 취약한 주요 모드를 계산하고 있다. 전력계통에서 발전기를 포함하는 다양한 전력설비의 상태변수( $\mathbf{x}$ ), 입력변수( $\mathbf{u}$ ), 상태행렬( $\mathbf{A}$ ), 입력행렬( $\mathbf{B}$ ), 출력행렬( $\mathbf{C}$ )이라고 하면 선형화된 상태방정식과 출력방정식은 다음과 같다.

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}\Delta \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{C}\Delta \mathbf{x} \quad (2)$$

여기서, 상태행렬의 고유값  $\lambda$ 와 고유벡터  $\mathbf{v}$ 를 정의하고 상태변수간 연관성을 소거하기 위하여 새로운 상태변수  $\mathbf{z} = \mathbf{V}^{-1}\Delta \mathbf{x}$  정의할 수 있다. 따라서, 입력의 변화가 없다면 새로운 상태변수를 이용하여 선형상태방정식을  $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{z} = \mathbf{A}\mathbf{z}$ 로 다시 표현할 수 있다. 이와 같은 새로운 상태행렬은 대각선에 상태행렬  $\mathbf{A}$ 의 고유치를 갖는 대각행렬이기 때문에 입력을 무시하면 상태변수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \lambda_i \mathbf{z}_i \quad (3)$$

Eq. (3)에서 상태변수의 초기값을  $\mathbf{z}_i(0)$ 라 하면, 새로운 상태변수는 서로 독립적이므로  $i$ 번째 상태방정식의 해는  $\mathbf{z}_i(t) = \mathbf{z}_i(0)e^{\lambda_i t}$ 로 나타낼 수 있으며, 상태행렬의 右고유벡터를  $\mathbf{v}$ 와 역

행렬을 左고유벡터  $\mathbf{w}$ 라 하면,  $\mathbf{z}_i(0) = \mathbf{w}_i \Delta \mathbf{x}(0)$ 로 나타낼 수 있으므로 상태변수  $\Delta \mathbf{x}$ 는 Eq. (4)와 같다. 아울러, 右고유벡터 크기는 상태변수의 정도(비중), 위상은 상태변수간 관계를 나타내기 때문에 특정모드에 대한 모드형상(Mode Shape)이라 한다.

$$\Delta \mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n v_i k_i e^{\lambda_i t} \quad (4)$$

여기서, 상수  $k_i$ 는  $k_i = \mathbf{z}_i(0)$ 인 스칼라이고  $\mathbf{v}_i$ 는 벡터이기 때문에 고유치가 복소수라면 고유벡터도 복소수이고 공액복소수를 갖게 되므로 Eq. (4)에서  $i$ 번째 상태변수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta x_i(t) = v_{i1} k_1 e^{\lambda_1 t} + v_{i2} k_2 e^{\lambda_2 t} + \dots + v_{in} k_n e^{\lambda_n t} = \sum_{j=1}^n R_{ij} e^{\lambda_j t} \quad (5)$$

여기서,  $R_{ij}$ 는  $i$ 번째 상태변수의  $j$ 번째 고유치에 대응하는 유수(Residue)로 다음과 같다.

$$R_{ij} = \mathbf{V}_{ij} \mathbf{k}_j = \mathbf{v}_{ij} \mathbf{w}_j \Delta \mathbf{x}(0) \quad (6)$$

그러므로 Eq. (6)은 각 상태변수의 초기조건에 따라  $j$ 번째 모드가 상태변수  $\mathbf{x}_i(t)$ 의 변화에 참여하는 정도를 나타내고 있다. 한편, 출력방정식은 상태변수와 출력행렬의 곱으로 표현되기 때문에 출력신호의 작은(미소) 변화도 Eq. (4)와 같이 지수함수로 표현할 수 있다.

$$\Delta \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{M}_{i1} e^{\lambda_1 t} + \mathbf{M}_{i2} e^{\lambda_2 t} + \dots + \mathbf{M}_{in} e^{\lambda_n t} \quad (7)$$

여기서,  $\mathbf{M}_{ij}$ 는 출력신호 미소변화에 대한 유수로, 각 상태변수에서  $j$ 번째 모드의 유수에 출력행렬을 곱하여 합한 값이다. 즉,  $c_{ij}$ 를  $i$ 번째 출력벡터의  $j$ 번째 요소라면 출력신호의 유수는 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_{ik} = \sum_{j=1}^n c_{ij} \mathbf{R}_{jk} \quad (8)$$

그러므로 출력신호  $\mathbf{y}_i(t)$ 는 지수함수와 유수로 Eq. (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y}_i(t) = \mathbf{y}_i(t_0) + \Delta \mathbf{y}_i(t) \quad (9)$$

즉, 전력계통에서 취득하는 임의의 출력신호는 복소모드와 이에 상응하는 유수로서 표현할 수 있음을 알려주며, 다음과 같이 감쇄 지수함수와 정현함수의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$y_t = \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i e^{\alpha_i t} \cos(\omega_t + \phi_i) \quad (10)$$

여기서,  $\mathbf{A}_i$ 는  $i$ 번째 정현함수의 진폭이고,  $\alpha$ 는 감쇠정수이다. 그러므로 복소모드  $z_i = e^{\lambda_i}$ 라 하면, Eq. (10)을 복소 지수함수 형태로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{y}_t = \sum_{i=1}^m \mathbf{B}_i \mathbf{Z}_i^t, \mathbf{B}_i = \frac{1}{2} \mathbf{A}_i e^{j\phi_i} \quad (11)$$

Eq. (11)은 이산데이터에서 각 데이터의 복소모드  $\mathbf{Z}_i$ 함으로

표현될 수 있음을 의미한다. 복소모드의  $\mathbf{B}_i$ 는 복소모드  $\mathbf{z}_i$ 에 대응하는 유수이다. 복소모드의 유수  $B_i = a_i + jb_i$ 가 복소수이므로 시간영역에서 각 모드에 대응하는 크기와 위상각은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{A}_i = 2|\mathbf{B}_i|, \phi_i = \tan^{-1} \frac{b_i}{a_i} \quad (12)$$

## B. 측정신호와 진동모드

전력계통에서 임의의 출력변화는 Eq. (7)과 같이 쏘계통에 존재하는 모드의 합으로 나타나며 초기조건의 영향이 낮으면 유수는 작은 값을 갖는다. 그러므로 전력계통의 지배적인 진동모드에서 고유치의 실수부가 허수축 인근에 존재할지라도 특정한 발전기 출력에 대해서 유수 값이 작으면, 출력에 미치는 영향이 낮기 때문에 추정된 계통정수는 제외될 수 있다. 즉, 취득된 신호파형에서 추정한 유수를 비교함으로써 주요한 진동모드 뿐만 아니라, 동일한 지역의 진동모드 일지라도 중요도를 계산할 수 있다.

지역모드는 1개 지역의 발전기가 자체적으로 진동하는 것으로 발전기 제어시스템의 영향으로 발생하며, 선형해석시 右고유벡터가 그 지역모드에 대해 매우 큰 값을 갖기 때문에 지배적인 진동모드에 대응하는 발전기를 파악할 수 있다. 즉, Eq. (7)에서  $k$ 번째 모드  $\lambda_k$ 에 대응하는 유수  $\mathbf{M}_{ik}$ 가 상대적으로 다른 모드의 유수보다 크면  $k$ 번째 모드가 출력변화를 지배하고 있다고 한다.

$$y_i(t) \cong y_i(t_0) + \mathbf{M}_{ik} e^{\lambda_k t} \quad (13)$$

반면에, 광역모드는 1개 지역의 발전기가 다른 지역의 발전기와 일정한 위상차를 갖고 진동하며, 발전기 제어시스템의 영향보다는 전력조류가 불일치하여 발생하는 것으로 알려져 있다. 선형해석시 광역모드(지역간)에 대한 고유벡터는 모드에 참여하고 있는 발전기의 고유벡터 크기가 유사하면서 180도의 위상차를 갖는다. 또한, 광역모드에 크게 영향을 미치는 발전기는 속도참여율 계산함으로써 알 수 있고, 취득한 신호 파형으로부터 추정한 계통정수로도 저주파 진동의 광역모드를 검출할 수 있다.

만약, 출력신호 파형에서  $k$ 번째 모드  $\lambda_k$ 가 광역모드라고 가정하면, 각 출력신호 파형의  $\mathbf{M}_{ik}$ 를 서로 비교함으로써 광역모드를 구분할 수 있다. 즉,  $\lambda_k$ 가 출력신호 파형의 진동에 지배적으로 참여하고 유수의 위상차가 180°라면, 신호 파형은 반대의 위상으로 진동한다. 그러나, 출력신호 파형의 유수는 전력계통의 초기조건을 포함하고 외란의 종류와 크기에 따라 가관측성(Observability)이 변하기 때문에, 선형해석시 右고유벡터에 의한 광역모드와는 다소 상이할 수 있다.

## C. 계통정수 추정법

우리나라는 광역계통 감시를 위해 전력과 정보기술을 접목한 KWAMS를 개발하고, 시각동기위상측정장치인 PMU를 수도권의 주요 345 kV급 이상 변전소에 설치하여 전력계통의 상태를 실시간으로 감시하고 있다. 현재까지 일반적으로 전력계통에서 발생하는 저주파 진동은 고유치와 고유벡터 계산을 통해서 분석하였으나, PMU에서 취득한 동기위상측정신호 파형으로부터 추정한 계통정수를 활용하여 저주파 진동을 분석하는 방법이 최근에 제안되고 있다 [7]-[13]. 이러한 방법은 통계적 신호처리에 기반하는 알고리즘으로써 파라미터법과 비파라미터법으로 분류할 수 있다.

비파라미터법은 푸리에변환에 기반하여 계통정수를 추정하기 때문에 연산시간이 빠르고 알고리즘이 단순한 반면에, 파라미터법은 이산데이터를 자동회귀이동평균 모델로 변환하고 복소수지수함수를 통해 계통정수를 추정하기 때문에 비파라미터법에 비해 비교적 정확성은 높으나 연산시간이 많이 소요되는 단점이 있다. 본 논문에서는 전력계통에서 발생한 외란에 대해 PMU 측정신호 파형을 파라미터법인 다구간 파라미터 추정법을 적용하여 주요한 계통정수를 추정하였다.

### 1) 다구간 계통정수 추정법

신호처리 또는 시스템 인식분야를 중심으로 측정신호 파형으로부터 수학적 모델 또는 중요 계통정수를 추정하는 많은 알고리즘이 개발되었다. 측정기술이 발달함에 따라 전력분야 역시 다양한 알고리즘이 개발되고 있으며 확장 프로니법(Extended Prony Method)이 대표적이다 [7]. 확장 프로니법은 임의의 신호를 복소모드의 선형결합을 통해 적합함으로써 측정신호 파형에 포함된 주요한 계통정수를 추정한다. 즉, 이산신호 파형의 선형 예측방정식에서 미지수를 계산하고 미지수를 상수로 하는 Eq. (14)과 같은 선형 예측다항식의 해를 계산함으로써, 이산신호 파형의 극점( $\mathbf{z}$ )과 중요모드( $\lambda$ )를 계산하고, 복소모드  $\mathbf{z}_i$ 로 구성된 방데르몽드(Vandermonde) 행렬을  $\mathbf{V}_m$ 이라고 할 때, 각 모드에 대응하는 유수의 크기와 위상은 다음과 같이 계산한다.

$$\mathbf{A}(z) = \sum_{i=1}^{p-1} a_i z^{-i} = 0, a_0 = 1 \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{V}_m \mathbf{B} \quad (15)$$

그러나 확장 프로니법 등과 같은 파라미터법은 데이터에 잡음이 없는 경우는 정확하게 중요모드를 추정하지만, 잡음이 있는 경우는 부정확한 다항식 상수를 인하여 극점의 위치가 매우 민감하게 변하고, 또한 신호파형의 변화가 작은 경우는 샘플링에 따라 계통정수가 민감하게 변하는 것으로 알려져 있다 [14][15].

임의의 신호파형에서 정확한 계통정수를 추정하기 위해서는 현재 다양한 샘플링 구간에 대한 분석과 많은 경험을 요구하고 있으며, 아울러 계통정수 추정 결과에 영향을 미치는 중요한 요소로는 미지수의 개수( $p$ )와 샘플링 구간( $T$ ), 시간구간 크기( $T_0$ ), 데이터 개수( $M$ )가 있다.

한편, 시간구간  $T_0$ 에서 신호가 WSS (Wide Sense Stationary) 이고, 시간구간  $T_1$ 과  $T_2$ 에 동일모드  $z_0$ 가 포함되면, 시간구간  $T_1$ 에 대한 예측 오차다항식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{A}_1(z) = \left( \sum_{i=1}^{p-1} a_i z^{-i} \right) (1 - z_0 z^{-1}) = 0 \quad (16)$$

$$a_0 + \sum_{i=1}^{p-1} (a_i - a_{i-1} z_0) z^{-i} = 0, a_0 = 1, a_p = 0 \quad (17)$$

여기서,  $p$ 는 미지수이고  $\mathbf{A}_1(z)$ 는 시간구간  $T_1$ 에 대응하는 예측 오차다항식이며, 시간구간  $T_2$ 에 대한 예측 오차다항식은 다음과 같다.

$$\mathbf{A}_2(z) = \left( \sum_{i=1}^{p-1} b_i z^{-i} \right) (1 - z_0 z^{-1}) = 0 \quad (18)$$

$$b_0 + \sum_{i=1}^p (b_i - b_{i-1} z_0) z^{-i} = 0, b_0 = 1, b_p = 0 \quad (19)$$

차수가 동일한 다수의 다항식에 동일한 근이 포함되면, 각 다항식의 상수를 합한 새로운 다항식에도 동일한 근이 포함된다. 그러므로 Eq. (17)과 Eq. (19)의 동류항 상수를 합한 새로운 오차 다항식에도 모드  $z_0$ 가 포함되기 때문에, 2개의 예측 오차다항식의 상수를 합한 새로운 예측 오차다항식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_2(z) = a_0 + b_0 + \sum_{i=1}^p [(a_i + b_i) - (a_{i-1} + b_{i-1})z^{-1}] = 0 \quad (20)$$

여기서,  $a_0 + b_0 = 2$ ,  $a_p + b_p = 0$ 이고, Eq. (20)는 동일모드가 존재하는 2개의 시간구간에 대한 예측 오차다항식이며, 각각의 시간구간에 대한 예측 오차다항식의 상수를 모두 합하면 새로운 오차다항식을 얻을 수 있다. 즉,  $n$ 개 시간구간을 동시에 고려할 수 있는 다구간 예측 오차다항식의 일반화된 수식을 유도할 수 있으며, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{M}_n(z) = m_0 + \sum_{i=1}^p (m_i - m_{i-1} z_0) z^{-i} = 0 \quad (21)$$

여기서,  $m_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$ ,  $m_0 = n$ ,  $m_p = 0$ 이고, Eq. (21)에서  $m_i$ 는 각각의 시간구간에 대한 예측 오차다항식의  $i$ 번째 상수의 합이기 때문에,  $n=1$ 이라고 한다면 전체 시간구간에 대한 예측 오차다항식이 된다. 다구간 예측 오차다항식의 해를 계산하면 중요한 모드를 추정할 수 있으며, 또한 각각의 모드에 대응하는 유수의 크기와 위상은 방데르몽드 행렬로 나타낸 모드 방정식으로부터 계산할 수 있다. 다구간 예측 오차다항식은 동일한 샘플링과 시간구간을 갖는 다수의 신호파형에 대하여 1개의 예측 오차다항식으로 나타낼 수 있다. 즉, 1개의 지배적인 진동모드가 다수의 신호파형에 포함되었다면, 다수의 신호파형에 대한 다구간 예측 오차다항식을 구성함으로써 주요한 계통정수를 추정할 수 있다.

## 2) 정상상태 계통정수 추정법

추정한 신호파형에서 시스템의 전달함수나 상태행렬을 구성할 수 있다면, 특성방정식의 해 또는 고유치를 계산함으로써 중요 모드를 추정할 수 있기 때문에, 전달함수와 상태방정식을 추정법을 기술하고 있다 [2][9]. 시스템의 입력과 출력을 각  $u(t)$ 와  $y(t)$ 라 하면, 자동회귀분석(ARX, Auto Regression with Extra Input) 모델은 다음과 같다. Eq. (22)에서 신호와 상수를 분리하여 벡터로 표현하면 다음과 같다.

$$y(t) = - \sum_{p=1}^n a_p y(t-p) + \sum_{q=1}^m b_q u(t-q) \quad (22)$$

$$\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{\Phi}^T(t) \boldsymbol{\theta} \quad (23)$$

여기서,

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = [-y(t-p), u(t-q)]^T \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [a_p, b_q]^T \quad (25)$$

a) 예측오차법 (PEM, Predictor Error identification Method)  
현재의 신호파형  $y(t)$ 는 이전의 신호파형  $\phi(t)$ 와 모델정수  $\theta$ 를 이용하여 나타낼 수 있으며, 이와 같이 추정된 신호파형  $\hat{y}(t)$ 은 다음과 같다.

$$\hat{y}(t) = \boldsymbol{\Phi}^T(t) \boldsymbol{\theta} \quad (26)$$

여기서,  $\boldsymbol{\Phi}(t)$ 는 ARX 또는 ARMA 등과 같이 신호파형 모델에 따라 달라질 수 있다. 예측오차는 측정된 신호파형과 추정된 신호파형간의 편차이므로 모델정수를 이용하면 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\epsilon}(t, \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t) - \boldsymbol{\Phi}^T(t) \boldsymbol{\theta} \quad (27)$$

여기서, 만약 최소자승오차를  $V(\boldsymbol{\theta})$ 라고 한다면,

$$V(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^n [\mathbf{y}(t) - \boldsymbol{\Phi}^T(t) \boldsymbol{\theta}]^2 \quad (28)$$

추정한 신호파형이 원래의 신호파형을 정확하게 추정한다면, 최소자승오차는 최소가 되므로 모델정수  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 는 최소자승오차가 최소가 되도록 정수를 결정하며, 최소자승오차의 최소값은  $V(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ 로부터 계산한다.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \operatorname{argmin} V(\boldsymbol{\theta}) \quad (29)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi})^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{y} \quad (30)$$

이와 같이, 최소자승오차를 이용하여 모델정수를 추정하는 방법을 예측오차법이라 하며, 이를 위하여 모델정수  $\theta$ 의 함수로 ARX, ARMAX 등과 같은 모델구조를 결정한다. 그리고 시스템과 잡음 모델을  $G(q|\boldsymbol{\theta})$ 와  $H(q|\boldsymbol{\theta})$ , 모델정수 벡터를  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 라 하면, 일반적인 신호파형 모델은 다음과 같다. 이동연산자를  $q^{-1}$ 로 나타내면 선형 예측모델의 일반적인 수식은 다음과 같다.

$$y(t) = G(q|\boldsymbol{\theta})u(t) + H(q|\boldsymbol{\theta})e(t) \quad (31)$$

$$\hat{y}(r|\boldsymbol{\theta}) = M(q^{-1}|\boldsymbol{\theta})u(t) + L(q^{-1}|\boldsymbol{\theta})y(t) \quad (32)$$

모델구조를 결정하면 예측필터  $L$ 과  $M$ 을 결정하고 평균자승오차나 가중평균자승오차 등과 같은 판별기준을 결정하여 만족하는 모델정수  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 를 추정함으로써, Eq. (32)를 만족하도록 시스템 모델을 결정한다.

## b) 부분공간법

추정한 입력신호와 출력신호 파형에 대한 상사변환을 통하여 상태행렬을 추정하는 방법이다. 특히, 선형모델과 유사한 모델을 얻기 위하여 입력의 영향을 배제하고 가관측성을 크게 함으로써, 출력행렬을 입력행렬의 부분공간에 투영하기 때문에 부분공간법이라 한다. 부분공간법은 입력과 출력신호 파형으로부터 확장 관측행렬을 계산하여  $\mathbf{A}$ 와  $\mathbf{C}$ 행렬을 예측하고, 행렬  $\mathbf{A}$ 와  $\mathbf{C}$ 가 결정되면 최소자승법을 통해서  $\mathbf{B}$ 와  $\mathbf{D}$ 행렬을 추정한다.

이와 같은 방법으로 행렬  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ 가 결정되면 예측값과 측정값의 편차를 계산하고 잡음 공분산행렬의 예측값을 결정한다. 부분공간법에서는 부분공간에서 연산을 수행하기 위한 직교 및 경사 투영이 요구된다. 즉, 벡터  $x=v+w$ , 부분공간을 각  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{W}$ 라 한다면,

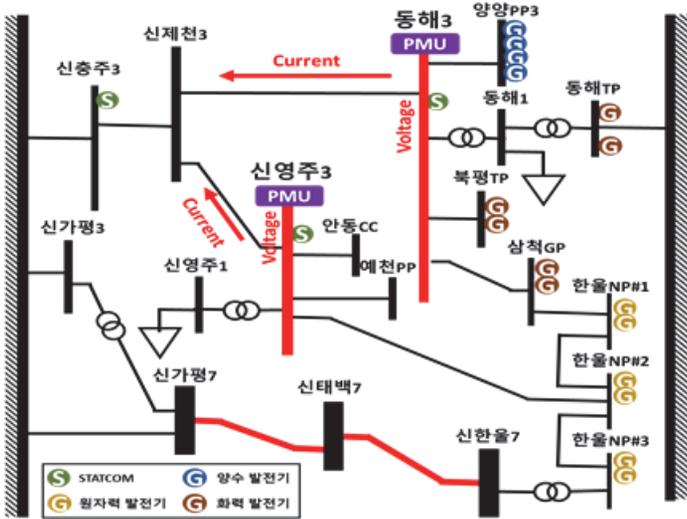


Fig. 1. 영동권 전력망.

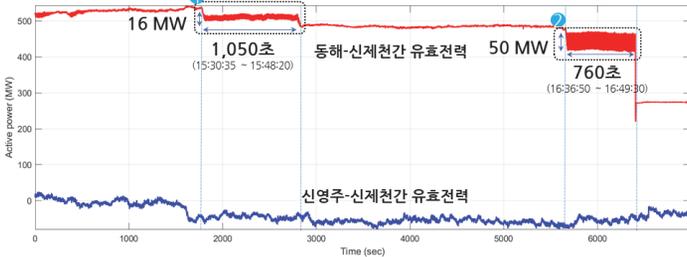


Fig. 2. PMU 측정 데이터(유효전력).

벡터  $v$ 는 부분공간  $V$ 에 포함되고, 벡터  $w$ 는 부분공간  $W$ 에 포함된다. 만약, 부분공간  $V$ 와  $W$ 가 직교하면 벡터  $v$ 는 부분공간  $V$ 위로 벡터  $x$ 를 투영하고, 벡터  $w$ 는 부분공간  $V$ 에 직교하는 공간  $W$ 위로 투영한다.

상태행렬을  $A, B, C, D$ 라고 하면, 선형시불변 시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + w(t) \quad (33)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t) \quad (34)$$

여기서,  $x(t), y(t)$ 는 각각의 상태벡터와 출력벡터,  $u(t)$ 는 입력 벡터를 나타낸다. 그리고  $v(t), w(t)$ 는 각각 평균이 영(zero)인 측정 잡음을 나타내고 있다. 이러한 잡음을 무시하고 출력을 시간에 따라 순차적으로 누적하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Y_k = \Gamma_k X + \Phi_k U_k \quad (35)$$

$$X = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T \quad (36)$$

여기서,  $U_k, Y_k$ 는 각각  $k$ 개의 블록을 갖는 입력과 출력행렬 (Hankel) 행렬이고,  $\Gamma_k$ 는 입력과 출력행렬로부터 구성할 수 있는 가관측 행렬이며, 블록 테플리츠 (Block Toeplitz) 행렬  $\Phi_k$ 는 다음과 같다.

$$Y_k = [C, CA, \dots, CA^{k-1}]^T \quad (37)$$

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} D & C & \dots & 0 \\ CB & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ CA^{k-2}B & \dots & \dots & CBD \end{bmatrix} \quad (38)$$

입력과 관련된 성분을 제거하기 위해 입/출력행렬 행렬을 LQ 분해하여 출력행렬을 입력행렬의 영(zero) 공간으로 투영한다.

$$\begin{bmatrix} U_k \\ Y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

여기서,  $L_{11}, L_{22}$ 는 하부삼각행렬(Lower Triangular Matrix),  $Q_1, Q_2$ 는 직교하기 때문에 다음과 같이 재표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_k \\ Y_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \end{bmatrix} \quad (40)$$

출력행렬  $Q_2$ 는 입력행렬과 관계가 없으며, 출력행렬의 투영을 통해 다음과 같이 표현할 수 있다. Eq. (41)은  $Y_k$ 를 직교벡터의 합으로 표현할 수 있으므로,

$$Y_k = \Gamma_k X + \Phi_k L_{11} Q_1^T = L_{21} Q_1^T + L_{22} Q_2^T \quad (41)$$

$$\Gamma_k X Q_2 = L_{22} \quad (42)$$

행렬  $L_{22}$ 를 특이점 분해하면 가관측행렬  $\Gamma_k$ 를 추정할 수 있고, 행렬  $A, C$ 를 계산할 수 있으며, 행렬  $B, D$ 를 미지수로 하는 선형방정식을 구성하여 최소자승법을 통해 계산할 수 있고, 행렬  $A$ 의 고유치를 계산하여 모드를 추정하고 복소평면 모드로 변환함으로써 중요모드를 결정한다.

### III. 실계통 진동모드 분석사례

본 논문에서는 실계통 345 kV 변전소인 동해와 신영주의 PMU로부터 2019년 11월 취득한 데이터(외란)에 대해 개발된 알고리즘을 적용하여 진동모드를 분석하였다. 당시에 측정된(120 샘플/초) 외란의 규모는 동해-신제천간 송전선로에서 16 MW (1,050 초), 50 MW (760 초) 발생하였다.

#### A. MODEST 분석결과

다구간 계통정수 추정법(MODEST)을 이용하여 전체 신호파형에 대해 중요 진동모드를 연속적으로 추정한 결과는 그림 3과 같다. Fig. 3에서 보여주는 바와 같이, 약 2.1 Hz 부근에서 지배적으로 제동비(Damping Ratio)가 작은 모드가 집중되어 있고, 아울러 0.7 Hz 인근에서 광역모드가 존재하고 있음을 알 수 있다.

주파수가 2.1 Hz 진동모드는 지금까지 우리나라 전력계통에서 발생하지 않은 모드로써, 계통 주파수와 연동되는 전력설비(기기)가 투입되면서 발생한 것으로 추정되지만, 정확한 원인은 당시의 계통운영 상황에 적합한 상세분석이 필요하다. 본 논문에서 분석한 결과, 현재의 상태에서는 2.1 Hz를 유발하는 전력설비(기기)와 시스템의 구조가 문제이며, 또한 0.7 Hz에서 진동하는 광역모드는 크기가 작기 때문에 크게 문제가 되지 않을 것으로 생각된다. 즉, 전력계통의 진동현상(2.1 Hz)이 지역적인 문제이므로 전체 계통의 안정도와 운영에는 큰 영향은 없다. 그러나, 주파수가 0.7 Hz

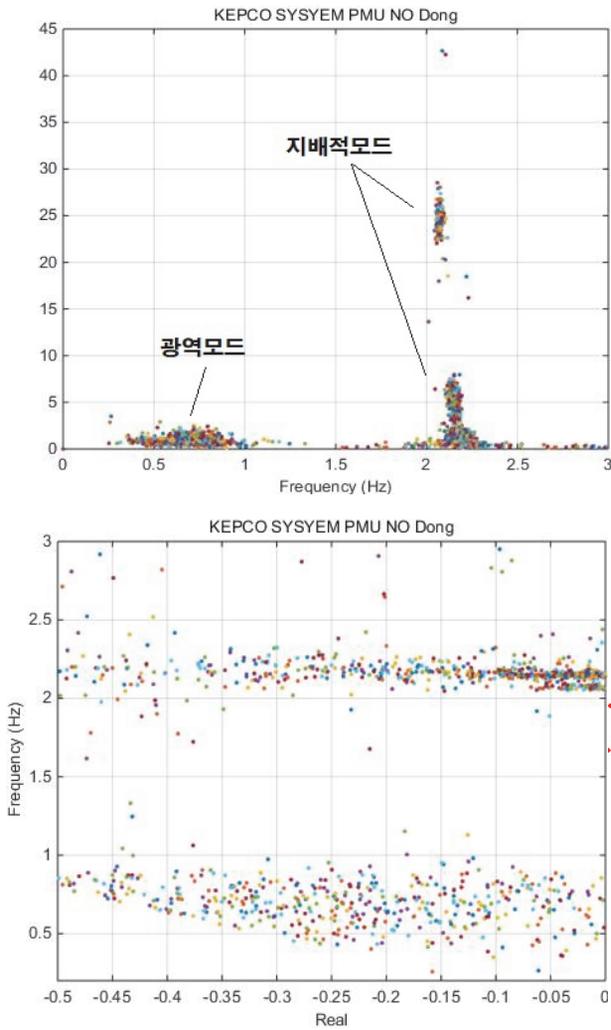


Fig. 3. MODEST 분석결과.

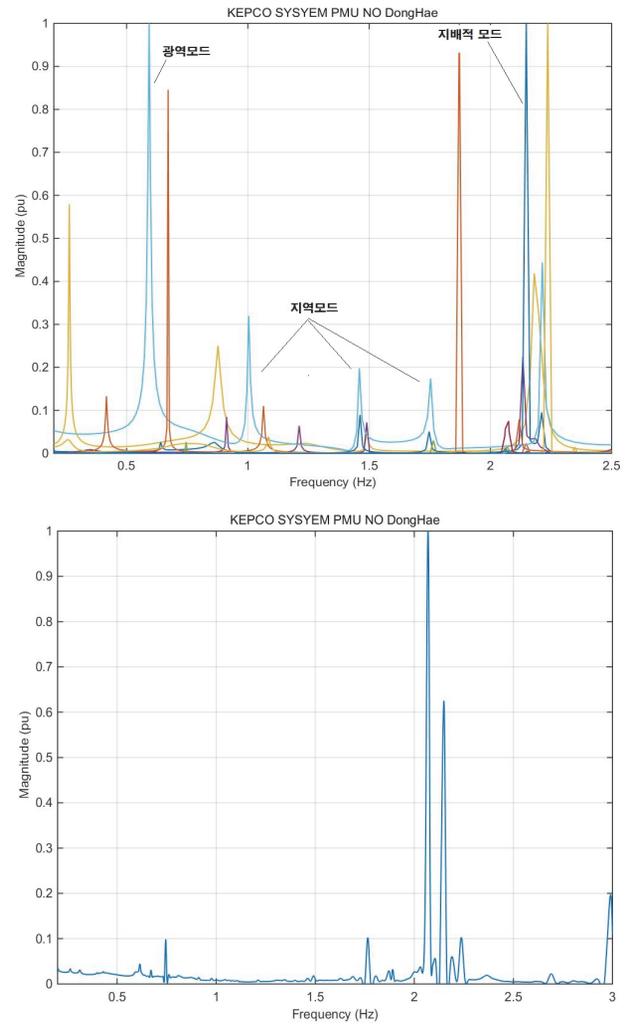


Fig. 4. ADAM 분석결과.

인 광역모드가 우리나라 전력망에 잠재하고 있다는 사실이며, 만약 2.1 Hz 진동모드가 지속적으로 진동하면서 특정한 시스템이나 제어기의 고장을 유발한다면 일련의 고장파급 과정을 통해서 광역모드가 심각하게 활성화될 수 있다.

### B. ADAM 분석결과

부분공간법(ADAM)을 이용하여 전체 신호파형에 대해 중요 진동모드를 추정하였고, MODEST 분석결과와 비교함으로써 개발된 알고리즘 분석결과와 정확성을 상호간에 검증하였다.

Fig. 4에서 보는 바와 같이, MODEST와 유사한 결과를 도출하였으며, 광역모드, 지역모드 및 주어진 신호파형을 지배하는 2.1 Hz 모드를 정확하게 도출할 수 있었다. Fig. 4의 ADAM 분석결과는 상대적으로 크기로 인하여 광역모드와 지역모드가 모두 크게 분석되었기 때문에 스펙트럼이 집중되어 발생하고 있다는 사실이 중요하다.

### C. DFT 분석결과

동해 345 kV 변전소 측정데이터를 시계열 분석법을 이용하여 전체 신호파형에 대해 연속적으로 계통정수를 도출하고 MODEST

와 ADAM 분석결과와 상호간 비교하였다. 분석결과, 그림 5에서 보여주는 바와 같이, MODEST와 ADAM 분석결과와 유사하게 약 2.1 Hz 근처에서 침투값이 발생하고 있다.

### D. 저주파 진동 원인분석

PMU 측정데이터를 이용하여 저주파 진동의 원인분석을 위해서는, 계통사고를 포함하여 전력시스템의 이상현상이 발생하는 시점에서 정확한 계통운영의 정보를 확보해야 사후분석 및 원인규명에 어려움을 경험하지 않는다. 반면에, 정보가 없으면 전력시스템의 운영상태를 정확히 파악할 수 없어 저주파 진동의 원인을 규명하기가 어렵다.

다만, 지금까지 우리나라 계통에서 약 2.1 Hz의 저주파 진동은 관찰되지 않았기 때문에, 새로운 전력설비의 운영에 따른 영향으로 발생한 것으로 추정된다. 특히, 해당 송전선로에 연계된 주파수가 높은 전력전자 기반의 장치나 설비 등이 진동을 유발할 수 있다. 즉, 만약에 새로운 전력설비의 운영 또는 제어기의 신-증설 등이 없었다면, 울진과 동해지역의 인근 발전설비의 여자기 혹은 조속기 등 제어기의 동작특성을 재검토할 필요가 있다(2.1 Hz는 지역모드).

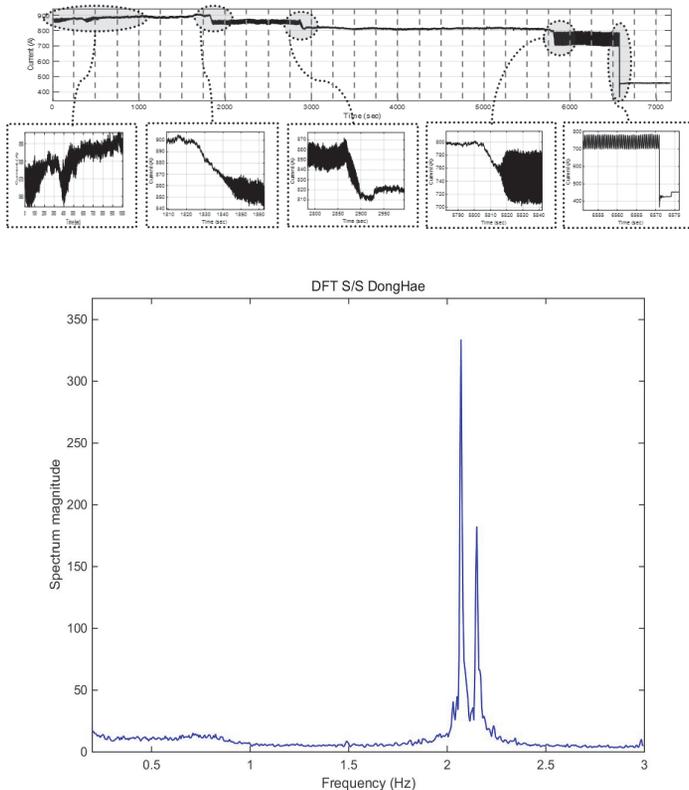


Fig. 5. DFT 분석결과.

그러므로 PMU 기반의 KWAMS를 통하여 실시간으로 전력계통을 감시함으로써 고장발생의 가능성을 사전에 인지하여 전력계통의 안정운전을 도모하고, 고장이 발생하면 정확한 전력계통의 운영정보와 수학적 모델을 기반으로 비실시간 계통해석 툴을 사용함으로써 상세분석을 통해 전력계통의 문제를 해소할 필요가 있다.

#### IV. Conclusion

본 논문은 우리 계통에 설치된 PMU에서 취득한 데이터로부터 중요 진동모드를 추정하고, 그 결과를 기술하고 있다. 기존의 선형해석에서 고유치, 고유벡터 및 유수는 계통해석과 제어기 설계 등 다양한 분야에 적용되고 있으며, 전력계통에서 취득한 신호파형으로부터 기존의 해석기법과 유사하게 계통정수를 실시간으로 정확하게 추출하는 것이 필요하다. 따라서, 본 논문에서는 취득한 신호파형에서 추정된 모드와 고유치, 유수 및 고유벡터의 관계를 제시하였다.

본 논문은 전력계통에서 취득한 신호파형에서 저주파 진동을 검출하기 위하여, 다구간 파라미터 추정법을 제안하였다. 즉, 취득한 신호파형에서 다른 시간구간에 동일한 모드가 존재한다면, 각각의 시간구간에 대한 예측오차다항식의 계수를 합하여 새로운 다구간 예측오차다항식을 구성할 수 있다. 다구간 예측오차다항식의 해에는 각각의 시간구간에 포함된 중요 모드가 있기 때문에, 한번의 미지수 계산에서 다수의 시간구간에 포함된 중요 파라미터를 추정할 수 있으며, 정확성과 신뢰성 측면에서 매우 효율적이므로 저주파 진동해석에 적합하다.

그리고 본 논문에서는 정상상태에서 취득한 신호파형에서 예측오차법과 부분공간법을 적용하여 중요 계통정수를 추정하는 방법에 대해 기술하였다. 부분공간법을 독립적으로 적용해도 비교적 정확하게 계통정수를 추정하였다. 본 논문은 개발된 계통정수 추정 알고리즘을 실제계에 적용한 결과, 정확하게 중요 계통정수를 추정할 수 있었다.

우리나라 계통에 잠재해 있는 중요 진동모드로 주파수 0.7 Hz, 2.1 Hz 인근의 모드를 추정하였다. 주파수가 2.1 Hz 진동모드는 지금까지 우리나라 전력계통에서 발생하지 않은 모드로써, 계통 주파수와 연동되는 전력설비(기기)가 투입되면서 발생한 것으로 추정되지만, 정확한 원인은 당시의 계통운영 상황에 적합한 상세분석이 필요하다. 또한 주파수가 0.7 Hz에서 진동하는 광역모드는 상대적으로 크기가 작기 때문에 문제가 되지 않을 것으로 생각된다. 즉, 전력계통의 진동현상이 지역적인 문제이므로 전계통의 안정도와 운영에는 큰 영향은 없다.

그러나, 실제계통 PMU 신호파형에서 검출한 저주파 진동모드 대역을 상시에 감시한다면 보다 안정적인 계통운영이 가능할 것으로 판단되며, 향후는 효과적인 전력계통 실시간 감시시스템(KWAMS)을 운영할 것인가를 검토할 예정이다.

#### References

- [1] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill, Inc., New York, 1994.
- [2] SSAT, Available at: <http://www.dsatools.com/ssat/>
- [3] J. F. Hauer, W. A. Mittelstadt, K. E. Martin, J. W. Burns, H. Lee, J. W. Pierre, D. J. Trudnowski, "Use of the WECC WAMS in Wide-Area Probing Tests for Validation of System Performance and Modeling WECC Disturbance Monitoring Work Group," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 24, No. 1, pp. 250-257, Feb. 2009.
- [4] J. F. Hauer, C. J. Demeure, L. L. Scharf, "Initial Results in Prony Analysis of Power System Response Signals," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 5, pp. 80-89, Feb. 1990.
- [5] D. J. Trudnowski, J. M. Johnson, J. F. Hauer, "Making Prony Analysis More Accurate using Multiple Signals," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 14, pp. 226-231, Feb. 1999.
- [6] I. Kamwa, R. Grondin, "PMU Configuration for System Dynamic Performance Measurement in Large Multiarea Power Systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 17, No. 2, pp. 385-394, 2002.
- [7] K. S. Shim, S. T. Kim, J. H. Choi, H. K. Nam, S. J. Ahn, "A Parameter Estimation Method of Multiple Time Interval for Low Frequency Oscillation Analysis," *The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers*, Vol. 63, No. 7, pp. 875-882, Jul. 2014.
- [8] J. H. Choi, K. S. Shim, H. K. Nam, Y. C. Lim and S. R. Nam, "Parameter Estimation Method of Low-Frequency Oscillating Signals Using Discrete Fourier Transforms," *Journal of Electrical Engineering & Technology*, Vol. 7, No. 2, pp. 163-170, Jul. 2012.
- [9] K. S. Shim, S. T. Kim, H. K. Nam, J. H. Choi, "Initial Results of Low Frequency Oscillation Analysis based on PMU in KEPCO System," *The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers*, Vol. 63, No. 1, pp. 1-9, 2014.
- [10] Peter O'Shea, "The Use of Sliding Spectral Windows for Parameter Estimation in Power System Disturbance Monitoring," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 15, No 4, pp. 1261-1267, Nov. 2000.
- [11] P. Van Overschee, B. De Moor, "N4SID: Subspace Algorithms for the Identification of Combined Deterministic-Stochastic Systems," *Automatica*, 30(1), 1994, pp. 75-93.
- [12] R. W. Wies, J. W. Pierre, and D. J. Trudnowski, "Use of ARMA Block Processing for Estimating Stationary Lowfrequency Electromechanical Modes of Power Systems," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 18, No. 1, pp. 167-173, Feb. 2003.

- [13] J. De La Ree, V. Centeno, J. S. Thorp, A. G. Phadke, "Synchronized Phasor Measurement Applications in Power Systems," IEEE Trans. on Smart Grid, Vol. 1, No. 1, pp. 250-257, June 2010.
- [14] J. F. Hauer, C.J. demeure, L.L. Scharf, "initial Results in Prony Analysis of Power System Resoponse signals," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 5, pp. 80-89, Feb. 1990
- [15] L.L. Scharf, Statistical Signal Processing: Detection, Estimation and Time Series Analysis, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1991.
- [16] C. E. Grund, J. J. Paserba, J. F. Hauer, S. Nilsson, "Comparison of Prony and Eigenanalysis for Power System Control Design," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, Aug. 1993.