

카스틸리아노 정리를 이용한 개선된 메카넘 휠의 롤러 축의 처짐에 대한 연구

황희건*, 정원지*[#], 김대영*

*창원대학교

A Study on the Deflection of Roller Axis of an Improved Mecanum Wheel Using the Castigliano Theorem

Hui-Geon Hwang*, Won-Jee Chung*[#], Dae-Young Kim*

*Changwon National University

(Received 6 April 2020; received in revised form 1 May 2020; accepted 10 May 2020)

ABSTRACT

For simple and repetitive transport tasks in limited spaces such as in factories, it is more efficient to use mobile robots instead of human workers. For this reason, the reliance on mobile robots is increasing due to the increased implementation of smart factories. Currently, the structural design of the Mecanum wheel is required to ensure the stability of the moving robot since it is used for the transport of not only small products but also large products. In this paper, to improve the stability and durability of the Mecanum wheel, ways to improve the structure of the Mecanum wheel are presented. Then, using the Castigliano theorem, the structural stability is reviewed through the deflection on existing and improved structures.

Key Words : Mecanum Wheel(메카넘 휠), Castigliano Theorem(카스틸리아노 정리), Deflection(처짐), Structure Analysis(구조 해석), Guide Roller(가이드 롤러)

1. 서 론

산업 현장에서 생산되는 제품을 사람이 직접 이송하는 것은 비효율적이다. 공장과 같은 한정된 공간에서의 단순하고 반복적인 이송 작업은 사람 대신 이동 로봇을 사용하는 것이 효율적이며, 스마트 팩토리(Smart Factory)를 구현하기 위해서 이동 로봇의 의존도가 높아지고 있다. 현재는 소형 제품뿐만 아니라 대형 제품의 운반에도 사용되던

서 이동 로봇의 안정성을 보장할 수 있는 메카넘 휠의 구조 설계가 요구되어진다^[1].

메카넘 휠을 적용한 이동 로봇이 전 방향성을 가질 수 있는 이유는 메카넘 휠의 구조적 특성에 있으며, Fig. 1과 같다. 메카넘 휠은 모터의 구동 토크가 전달되는 림 휠(Rim wheel)과 가장자리에 림 휠 축과 특정 각도 θ 를 이루면서 림 휠에 부착되는 롤러(Roller)들로 구성되며, 이러한 구조를 가진 메카넘 휠이 이동로봇에 4개 이상 부착되어 독립적으로 움직인다. 각각의 바퀴에서 롤러가 지면과 접촉하여 발생하는 힘 성분들이 조합되어 만들어진 최종적인 힘 벡터의 방향으로 로봇이 이동하게 된다^[2].

Corresponding Author : wjchung@changwon.ac.kr

Tel: +82-55-213-3624, Fax: +82-55-263-5221

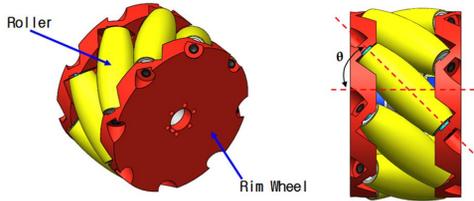


Fig. 1 Structure of mecanum wheel

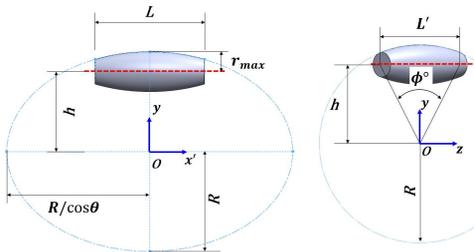


Fig. 2 Roller variables

Fig. 2와 같이 메카넘 휠의 형상을 결정하기 위한 설계 요소는 메카넘 휠의 반지름(R), 롤러의 개수(N), 림 휠의 축과 롤러 축이 이루는 각도 (θ), 림 휠 축과 롤러 축의 거리(h), 롤러 축의 외경(d_o), 롤러 축의 내경(d_i)으로 구성된다^[3].

본 연구에서는 기존 메카넘 휠의 구조에서 가장 취약한 부분인 롤러 축(Roller Axis)의 구조적 개선에 대한 연구를 할 것이다. 기존 구조는 롤러 축 양 끝에 베어링이 지지하고 축 가운데에 하중이 부여되어 큰 굽힘 응력과 처짐이 발생하고, 이러한 구조를 개선하기 위하여 축 가운데의 하중을 보상할 수 있는 가이드 롤러를 활용하여 과도한 처짐과 굽힘 하중의 영향을 줄일 수 있는 메카넘 휠의 개선된 구조를 구축하고 이를 카스틸리아노 정리와 유한요소해석을 통해 검증할 것이다.

2. 기존 구조와 처짐

Fig. 3와 같이 기존 일체형 메카넘 휠은 롤러 축 양 끝에 베어링이 지지하고 축 가운데에 하중이 부여되어 큰 굽힘 응력과 처짐이 발생하는 구조이다. 이러한 구조는 하중에 의한 과도한 처짐 및 변형이 축 뿐만 아니라 베어링 등의 파손을 유

발할 수 있으며, 회전체의 불평형으로 인한 진동이 발생할 수 있다. 또한 하중 조건에서 회전하게 되면 롤러 축은 교번 굽힘모멘트로 인해 피로 파손으로 이어질 수 있다^[4].

롤러 축 양 끝에 베어링이 지지하고 축 가운데에 하중이 부여되는 구조는 Fig. 4과 같이 중앙 집중 하중 F 을 받는 단면이 중공인 단순 지지보로 표현할 수 있다. 롤러 축의 길이 L , 롤러 축의 외경 d_o , 롤러 축의 내경 d_i 인 중공 축은 집중 하중 F 에 의해 임의의 점 x 에서 굽힘 모멘트 M_e 와 전단력 V_e 을 받는다.

$$M_e = \frac{F}{2}x \quad \text{and} \quad V_e = \frac{F}{2} \quad (1)$$

식 (1)을 통해 카스틸리아노 정리에 의한 에너지식은 다음과 같은 두 개의 항을 가진다^[5].

$$U_e = 2 \int_0^{L/2} \frac{M_e^2}{2EI_z} dx + \int_0^L \frac{3V_e^2}{5GA_e} dx \quad (2)$$

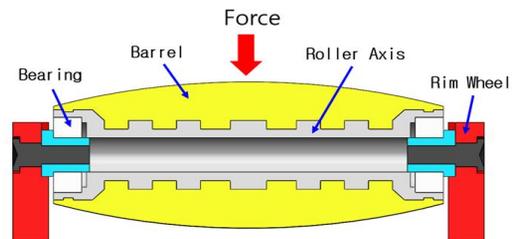


Fig. 3 Structure and condition of existing mecanum wheel

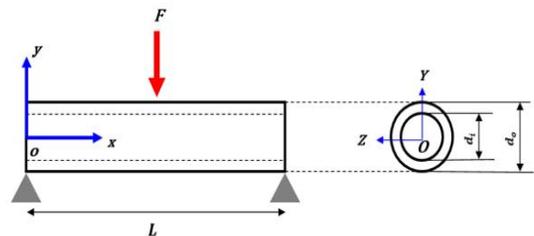


Fig. 4 Boundary condition of simplified roller shaft

I_z 는 단면 2차 관성 모멘트이며, 롤러 축의 외경 d_o , 롤러 축의 내경 d_i 인 원형 단면일 때 다음과 같다^[6].

$$I_z = \frac{\pi}{64}(d_o^4 - d_i^4) \quad (3)$$

A_e 는 중공 축의 원형 단면의 넓이이다.

$$A_e = \frac{\pi}{4}(d_o^2 - d_i^2) \quad (4)$$

식 (2)에 식 (1)을 대입하면 기존 메카넘 휠의 롤러 축의 에너지는 다음과 같이 정리된다.

$$U_e = \frac{F^2 L^3}{96EI_z} + \frac{3F^2 L}{20GA_e} \quad (5)$$

에너지식 U_e 의 편미분을 통해 처짐 δ_e 를 구할 수 있다^[5].

$$\delta_e = \frac{\partial U_e}{\partial F} = \frac{FL^3}{48EI_z} + \frac{3FL}{10GA_e} \quad (6)$$

3. 개선된 메카넘 휠의 구조와 처짐

기존 구조에서 발생하는 롤러 축에 대한 굽힘 모멘트를 보상할 수 있는 구조를 설계하기 위해서 롤러가 지면과 접하면서 회전할 때 롤러와 같이 회전하는 가이드 롤러(Guide Roller)를 적용하였고, Fig. 5에 나타내었다. 가이드 롤러는 림 휠의 구동 축과 베어링으로 조립되므로 모터에 의해 림 휠이 회전할 때 가이드 롤러는 자유 상태가 되고, 림 휠의 회전에 의해 지면과 접촉하는 롤러가 회전하면서 가이드 롤러가 회전하게 된다. 메카넘 휠의 구조는 집중 하중 F 는 가이드 롤러에 의해 x 방향에 대한 굽힘 모멘트 M 와 전단력 V 이 0이 된

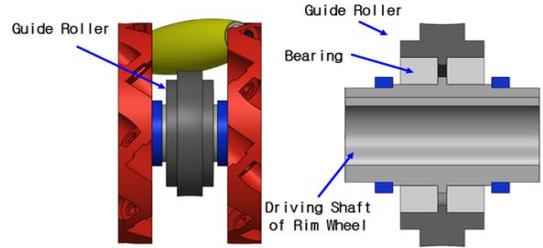


Fig. 5 Improved mecanum wheel structure with guide roller

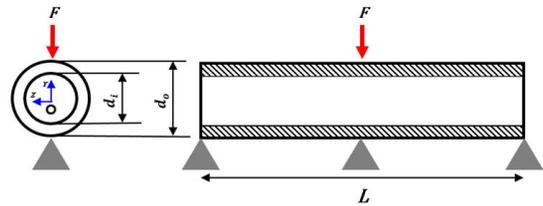


Fig. 6 Roller axis under the compression force

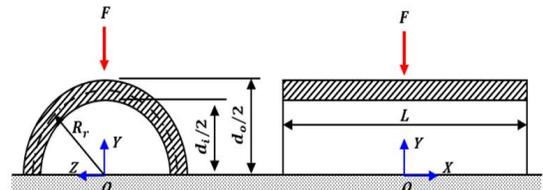


Fig. 7 Dimensions of half hollow circle

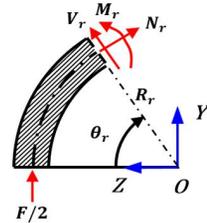


Fig. 8 A Part of free body diagram

다. 하지만 Fig. 6과 같이 yz 평면으로 보게 되면 롤러 축은 링(Ring)이 압축력을 받으면서 y 방향으로의 처짐이 발생하는 현상과 비슷함을 알 수 있다. 이에 대한 처짐을 얻기 위해 Fig. 7과 같이 압축력 F 을 받는 단면이 사각형인 반원의 링으로 치환하여 처짐을 구할 것이다. Fig. 7과 같은 조건

에서 각 θ_r 로 제한되는 특정 부분을 자유물체도로 나타내면 처짐에 대하여 세 성분을 가지게 된다.

즉 굽힘 모멘트 M_r , 축 하중 N_r , 횡전단력 V_r 에 의해 처짐이 발생하며, Fig. 8에 나타내었고, 결과식은 다음과 같다.

$$R_r = d_o/4 + d_i/4 \quad (7)$$

$$M_r = FR_r(1 - \cos\theta_r) \quad (8)$$

$$N_r = F\cos\theta_r \quad (9)$$

$$V_r = F\sin\theta_r \quad (10)$$

식 (8) ~ (10)은 θ_r 가 0부터 π 까지 유효하며, 이 범위에서 적분을 통해 에너지 U_i 를 얻는다. 하지만 식 (8)은 압축력에 대해 대칭이고, 왼쪽 반과 오른쪽 반이 받는 에너지가 동일함으로 θ_r 가 0부터 $\pi/2$ 사이에서 적분한 뒤 2배를 취한다. 카스틸리아노 정리에 의한 에너지식은 다음과 같은 세 개의 항을 가진다.

$$U_i = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{M_r^2}{2EI_x} R_i d\theta + \int_0^{\pi} \frac{N_r^2}{2EA_i} R_i d\theta + \int_0^{\pi} \frac{3V_r^2}{5GA_i} R_i d\theta \quad (11)$$

여기서 A_i 는 롤러 축의 길이 방향 절단 단면의 넓이이고, I_x 는 이 단면에 의한 2차 관성 모멘트이다.

$$A_i = \frac{L(d_o - d_i)}{2} \quad (12)$$

$$I_x = \frac{L(d_o - d_i)^3}{12} \quad (13)$$

식 (11)에 식 (8) ~ (10)를 대입하면 개선된 메

카넘 휠의 롤러 축의 에너지식은 다음과 같이 정리된다.

$$U_i = \frac{F^2 R_r^3}{EI_x} \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \right) + \frac{\pi F^2 R_r}{16EA_i} + \frac{3\pi F^2 R_r}{40GA_i} \quad (14)$$

식 (14)에 2배를 취한 에너지식 $2U_i$ 의 편미분을 통해 처짐 δ_i 를 구할 수 있다^[5].

$$\delta_i = \frac{\partial 2U_i}{\partial F} = \frac{FR_r^3}{EI_x} (3\pi - 8) + \frac{\pi FR_r}{4EA_i} + \frac{3\pi FR_r}{10GA_i} \quad (15)$$

4. 결과 분석 및 검토

가이드 롤러의 유무에 따른 메카넘 휠의 롤러 축에 대한 구조적 안정성을 검토를 하기 위해 Table 1과 같이 강성적으로 안정한 메카넘 휠의 형상설계제원을 선정하였다. 또한 이론식 및 FE 해석을 위한 해석 제원을 Table 2에 나타내었다.

Table 1 Shape design parameters of mecanum wheel

Design parameter	Values	Unit
N	8	-
θ	45	Deg
R	150	mm
h	116	mm
d_o	32	mm
d_i	21	mm
L	160	mm

Table 2 Analysis parameters of mecanum wheel

Design parameter		Values	Unit
Material properties	E	207	GPa
	G	79	GPa
I_z		41,925	mm ⁴
I_x		2,218	mm ⁴
F		10,000	N

Table 1과 Table 2에 주어진 메카넘 휠의 설계 및 해석 제원을 바탕으로 카스틸리아노 정리의 처짐 식 (6)에 대입하여 기존 구조의 롤러 축의 탄성 처짐 δ_e 을 얻고, 이론값을 검증하기 위해 FE 해석 결과를 확인하였다. Fig. 8에 FE 해석 결과를 나타내었으며, 두 결과값을 비교하기 위해 Table 3에 작성하였다. 동일한 방법으로 개선된 구조의 롤러 축의 탄성 처짐 δ_i 의 이론값을 얻기 위해 카스틸리아노 정리의 식 (3.15)에 대입하고, 이론값을 검증하기 위해 FE 해석 결과를 확인하였다. Fig. 9에 FE 해석 결과를 나타내었으며, 두 결과값을 비교하기 위해 Table 4에 작성하였다.

Table 3 Results of roller axis of existing structure

Deflection δ_e	Values	Unit
FE Analysis Result	0.1124	mm
Theoretical Result	0.1116	mm
Error Factor	0.72	%

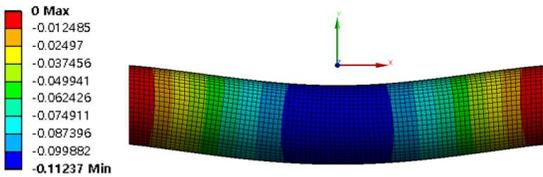


Fig. 9 FE analysis results of roller axis of existing structure

Table 4 Results of roller axis of improved structure

Deflection δ_i	Values	Unit
FE Analysis Result	0.0736	mm
Theoretical Result	0.0745	mm
Error Factor	1.21	%

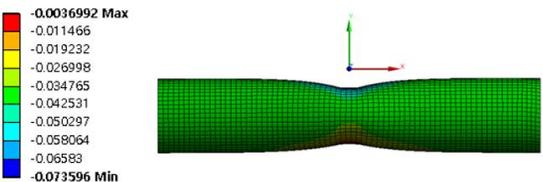


Fig. 10 FE analysis results of roller axis of improved structure

이론값과 FE 해석 결과값의 오차율은 약 1%이고, 개선된 구조의 롤러 축의 처짐이 적게 발생하는 것을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 기존 메카넘 휠의 구조에서 지면과 직접적으로 접촉하여 하중을 받는 가장 취약한 부분인 롤러의 구조적 개선에 대한 연구를 진행하였다. 기존 구조는 롤러 축 양 끝에 베어링이 지지하고 축 가운데에 하중이 부여되어 큰 굽힘 응력과 처짐이 발생하여, 과도한 처짐 및 변형은 축 뿐만 아니라 베어링 등의 파손을 유발할 수 있는 문제점이 존재하였다.

이러한 구조를 개선하기 위하여 축 가운데의 하중을 보상할 수 있는 가이드 롤러를 활용하여 과도한 처짐과 굽힘 하중의 영향을 줄일 수 있는 메카넘 휠의 개선된 구조를 설계 및 구축하였고, 이를 검증하였다. 카스틸리아노 정리를 사용하여 롤러 축에 발생하는 탄성 처짐을 검토하기 위해서 기존과 개선된 구조에서 메카넘 휠의 롤러 축에 발생하는 각각의 힘들을 파악하고, 이를 카스틸리아노 정리에 적용하였다.

롤러 축의 처짐을 검토하기 위해서 구조적으로 간섭이 없고, 원활히 회전할 수 있으며, 롤러 축에 발생하는 굽힘 응력이 안전하다고 판단되어지는 메카넘 휠을 선정하였고, 이를 카스틸리아노 정리를 통해 이론적으로 검토하였다. 또한 이론값을 검증하기 위해서 ANSYS Workbench[®]를 활용하여 유한 요소 해석을 진행하였고, 이를 카스틸리아노 정리에 의해 구한 이론 값과 비교하였다.

기존 메카넘 휠 구조에서 롤러 축의 처짐은 이론 값인 0.1116mm와 해석 값인 0.1124mm으로 약 0.72%의 오차를 보이며, 개선된 구조에서 롤러 축의 처짐은 이론 값인 0.0745mm와 해석 값인 0.0736mm으로 1.21%의 오차를 보였다. 이론식과 유한 요소 해석을 통해 기존 메카넘 휠 구조보다 가이드 롤러를 사용한 개선된 메카넘 휠 구조가 더 구조적으로 안정하다고 판단할 수 있으며, 본 연구를 통해 설계자가 개선된 메카넘 휠을 설계할 때 쉽게 활용할 수 있는 이론식을 도출하였다.

후 기

“이 논문은 2020년도 창원대학교 교내 연구지원사업 지원에 의하여 연구되었음.”

REFERENCES

1. Jeong, J. U., Kwon, S. J., Chu, B. S., Park, J. Y., “Unified-type Design and Structural Analysis for Mecanum Wheel Performance Improvement”, Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 13, No. 2, pp. 117-123, 2014.
2. Chu, B. S., Sung, Y. W., “Development of Educational Robot Platform Based on Omni-directional Mobile Mechanism”, Journal of the Korean Society for Precision Engineering, Vol. 30, No. 11, pp. 1161-1169, 2013.
3. Shin, D. H., Lee, I. T., “Geometry Design of Omni-directional Mecanum Wheel”, Journal of the Korean Society for Precision Engineering, Vol. 15, No. 3, pp. 11-17, 2004.
4. Budynas, R. G., Nisbett, J. K., Shigley's Mechanical Engineering Design, McGraw-Hill Koera, pp. 312-324, 2013.
5. Juvinall, R. C., Marshek, K. M., Fundamentals of Machine Component Design, Wiley, pp. 203-231, 2016.
6. Lardner, T. J., Archer, R. R., Mechanics of Solids, McGraw-Hill, pp. 255-292, 1994.