



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 48(8), 611-620(2020)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2020.48.8.611

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

하이브리드 모델을 이용한 홀 추력기의 방전 전압과 플라즈마 특성 관계 연구

정관용¹, 성홍계²

A Study on Relationship Between Discharge Voltage and Plasma Characteristics of Hall Thruster Using a Hybrid Model

Gwanyong Jung¹ and Hong-Gye Sung²Department of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University¹School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University²

ABSTRACT

The effect of discharge voltage on electron mean energy, electric potential, ionization rate, neutral and ion density of Hall thruster was analyzed using a two-dimensional axisymmetric hybrid model. The results of the code developed for this study such as discharge current, thrust, and plasma distribution according to discharge voltage of SPT-100ML Hall thruster were compared by experiments and calculations of other researchers for validation. The results show that the electron mean energy, the ionization rate, and the ion density are increased while the neutral density is decreased as the discharge voltage is increased. The thrust and the discharge current are proportional to the discharge voltage.

초 록

이차원 축대칭 하이브리드 모델을 이용하여 홀 추력기의 플라즈마 방전 전압이 전자 평균 에너지, 전위, 이온화율 그리고 중성종 및 이온의 밀도에 미치는 영향을 분석하였다. 본 연구에서 개발된 코드의 검증은 위하여 홀 추력기 SPT-100ML의 방전 전압의 변화에 따른 방전 전류와 추력 및 플라즈마 분포 결과를, 타 연구자들의 실험과 계산 결과와 비교하였다. 결과는 방전 전압이 증가할 수록 전자 평균 에너지, 이온화율, 이온의 밀도가 증가하는 반면에 중성종의 밀도가 감소함을 나타내었다. 방전 전압과 추력, 방전 전류는 서로 비례하는 관계를 나타내었다.

Key Words : Hall Thruster(홀 추력기), Electric Thruster(전기 추력기), Hybrid Model(하이브리드 모델), Particle-In-Cell(PIC)

1. 서 론

홀 추력기(Hall thruster)는 고리 또는 원통 형태의 공동을 갖는 정전기적 추력기(electrostatic thruster)이다. 추력기 내 반지름 방향의 강한 자기장과 축 방향 전기장은, 전자를 E×B 표류(E-cross-B drift)를 통

하여 추력기 내에 효율적으로 구속한다. 구속된 전자는 양극에서 방출된 중성 기체를 이온화하고, 이온은 전기장 하에 가속되어 추력기에 추력을 제공한다.

현재 1-10kW급 홀 추력기는 주로 인공위성의 위치 유지, 궤도변화에 사용되고 있으며, 1kW급 이하의 홀 추력기는 소형 인공위성 및 편대비행으로의 응용

† Received : May 4, 2020 Revised : July 21, 2020 Accepted : July 27, 2020

¹ Graduate student, ² Professor

² Corresponding author, E-mail : hgsung@kau.ac.kr, ORCID 0000-0003-1970-5441

© 2020 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

Nomenclature

\vec{B} : Magnetic field vector \vec{E} : Electric field vector F : Thrust I : Current K : Bohm parameter W : Wall collision energy loss rate M : Macroparticle weight N : Local coordinate, number S : Surface T : Temperature U : Electron energy loss parameter V : Electric potential da : Area element dv : Volume element c : Integration coefficient e : Elementary charge k : Reaction rate m : Mass \dot{m} : Mass flow rate n : Number density n_0 : Reference electron density p : Pressure q : Charge t : Time v : Speed \vec{v} : Velocity vector z, r : Cylindrical coordinate Δ : Difference $\vec{\Gamma}$: Flux vector Ω : Node volume α : Anomalous transport parameter α_ϵ : Anomalous energy loss parameter α_w : Accommodation coefficient	ϵ : Electron mean energy $\bar{\epsilon}$: Threshold energy κ : Particle collision energy loss rate λ : Magnetic stream function μ : Mobility ν_{ref} : Frequency σ : Collision cross section
	Superscripts
	c : Classical l : Time index i : Cell index
	Subscripts
	a : Anode c : Cathode d : Discharge e : Electron ex : Excitation i : Ion inj : Injection k : Node index m : Cylindrical coordinate n : Neutral w : Wall α : Species index β : Reaction index γ : Particle index \perp : Perpendicular to magnetic field line \parallel : Parallel to magnetic field line

을 위한 연구개발이 진행 중이다[1,2]. 국내에서는 특히 저전력 홀 추력기에 관한 연구가 진행되고 있는데, 추력기 크기에 따른 성능 예측을 위한 스케일링(scaling) 방법, 자기장 재단(tailoring)에 따른 추력기 성능 향상 등 실험적 연구가 활발히 진행되고 있다[3,4].

홀 추력기의 방전 영역 내에서는 전자-벽면 상호작용에 따른 전력 손실, 자기력선 형태에 따른 플라즈마 상태의 변화, 이온-벽면 충돌에 따른 벽면 침식 등 다양한 현상들이 발생한다[5-7]. 이러한 현상들의 실험적 측정을 통한 연구는 한계가 있다. 그러므로 시뮬레이션을 통한 홀 추력기 해석의 필요성은 일찍이 인식되었다[8]. 국내에서는 PIC(particle-in-cell) 시뮬레이션을 이용하여, 홀 추력기 내 하전 입자의 거동해석 및 전자 사이클로트론 불안정성(electron cyclotron

instability)에 관한 연구가 진행되었으며, 일차원 유체 모델을 이용하여 홀 추력기 내 플라즈마 분포 및 성능해석 연구가 진행된 바 있다[9-11].

홀 추력기의 시뮬레이션 기법은 플라즈마 구성 물질에 대한 모델링 방식에 따라 운동학적 모델, 유체 모델, 하이브리드 모델(hybrid model)로 구분된다. 이 중 하이브리드 모델은, 주로 전자를 유체로, 이온 및 중성 원자를 입자로 묘사하는 방식이다. 이 방식은 전자 거동에 대한 계산 시간 단축과 이온 및 중성 원자 거동에 대한 계산 정확성에 이점이 있다. 특히 이차원 축대칭 하이브리드 모델은 홀 추력기의 기하학적 특징을 직접적으로 반영한다. 이와 같은 이점으로 인하여 이차원 축대칭 하이브리드 모델은, 다수의 연구진에 의하여 홀 추력기의 수치 해법적 연구에 사용되고 있다[12-17].

본 연구의 목적은, 이차원 축대칭 하이브리드 모델 시뮬레이션 코드를 개발하여 타 연구자의 실험, 시뮬레이션 결과와 비교 및 검증하는 것이다[15]. 상호비교는 방전 전압의 변화에 따른 성능 변화와 추력기 채널 내 전자 평균 에너지, 이온화율, 전위, 제논(xenon) 이온과 중성 제논 밀도의 공간분포를 비교함으로써 이루어졌다. 또한, 방전 전압에 따른 홀 추력기 내 플라즈마의 특성 변화에 대하여 논하였다. 이를 통하여 개발된 코드의 적합성을 살펴보았다.

II. 본 론

2.1 지배방정식 및 수치기법

개발된 코드에 사용된 전자의 수치적 모델은 Hagelaar 등과 Bareilles 등의 모델을 기반으로 정립되었다[15-17]. 이온 및 중성종은 PIC 방법으로 모사되었으며, 중성종 주입과 벽면과의 상호작용 수치 기법은 Koo와 Mazouffre 등의 방법을 이용하였다[18-20]. 이에 대한 설명을 아래에 기술하였다.

2.1.1 전자

전자의 지배방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\Gamma}_e = \vec{\nabla} \cdot \vec{\Gamma}_i \quad (1)$$

$$\Gamma_{e,\perp} = -\mu_{e,\perp} \left[\nabla_{\perp} \left(\frac{2n_e \epsilon}{3e} \right) + n_e E_{\perp} \right] \quad (2)$$

$$0 = \frac{2\epsilon}{3e} \nabla_{\parallel} n_e + n_e E_{\parallel} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(n_e \epsilon)}{\partial t} + \frac{5}{3} \nabla_{\perp} (\epsilon \Gamma_{e,\perp}) - \frac{10}{9e} \nabla_{\perp} (\mu_{e,\perp} n_e \epsilon \nabla_{\perp} \epsilon) = \quad (4)$$

$$-e \Gamma_{e,\perp} E_{\perp} - n_n n_e \kappa - n_e W$$

식 (1)은 이온의 연속 방정식을 결합한 전자의 연속 방정식이다. 이 식은 플라즈마의 준-중성(quasi-neutrality) 가정으로부터 도출되었다. 그러므로 전자의 밀도는 PIC 시뮬레이션에서 이온의 밀도를 계산함으로써 얻을 수 있다.

식 (2)는 전자의 자기장-수직 방향 운동량 방정식, 식 (3)은 전자의 자기장-평행 방향 운동량 방정식이다. 식 (3)에는 압력과 정전기적 힘이 Boltzmann 평형을 이룬다는 가정이 사용되었다.

식 (4)는 전자의 에너지 방정식이다. 식 (4)의 좌변은 전자 평균 에너지의 시간 변화, 대류, 열전달로 구성된다. 우변은 전자의 Joule 가열, 비탄성 충돌로 인한 에너지 손실, 벽면 충돌로 인한 에너지 손실을 포함한다.

전자의 이동도(mobility)는 다음과 같이 표현된다.

$$\mu_{e,\perp} = \begin{cases} \mu_{e,\perp}^c + \mu_{e,w} & (in) \\ \mu_{e,\perp}^c + \mu_{e,B} & (out) \end{cases} \quad (5)$$

$$\mu_{e,\perp}^c = \frac{m_e \nu_m}{e B^2}, \quad \mu_{e,w} = \alpha \frac{m_e \nu_{ref}}{e B^2}, \quad \mu_{e,B} = \frac{K}{16B} \quad (6)$$

식 (5)에서 $\mu_{e,\perp}^c$ 는 전자의 고전적인 수직 방향 이동도, $\mu_{e,w}$ 는 전자-벽면 충돌 이동도이며, $\mu_{e,B}$ 는 Bohm 이동도이다. 식 (6)의 기준 주파수 ν_{ref} 는 $10^7 Hz$ 가 사용되었다. Bareilles 등은 전자의 비정상 수송 계수(anomalous transport coefficient) α 와 K 를 각각 1과 0.2로 설정하였다. 그러나 개발된 코드는 선행 연구자와 다른 충돌 단면적 데이터를 사용한다. 이에 따라 경험 상수는, Bareilles 등이 사용한 수와 근접하면서, 300V의 방전 전압하의 실험값과 유사한 결과를 도출하는 수로 설정하였다. 그러므로 α 는 1.2로 설정하였고, K 는 0.2로 Bareilles 등과 같은 값을 사용하였다.

전자와 제논 원자의 탄성 충돌 및 여기(excitation) 충돌 단면적은 Hayashi의 데이터를 사용하였다[21]. 제논의 이온화 단면적은 Kobayashi 등의 데이터를 이용하였다[22]. 본 연구에서는 다가 이온의 발생은 고려하지 않았다. 반응률과 에너지 손실률은, 전자의 속도 분포가 Maxwell 속도 분포를 따른다는 가정 하에 다음과 같은 식으로 표현된다[23].

$$k_{\beta} = \sqrt{\frac{27}{m_e \pi}} \left[\frac{1}{e^{3/2}} \int_0^{\infty} \sigma_{\beta}(E) E \exp\left(-\frac{3E}{2\epsilon}\right) dE \right] \quad (7)$$

$$\kappa = \sum_{\beta} k_{ex,\beta} \bar{\epsilon}_{ex,\beta} + k_i \bar{\epsilon}_i \quad (8)$$

전자-벽면 충돌로 인한 에너지 손실은 다음과 같이 표현된다.

$$W = \alpha_e \nu_{ref} \epsilon \exp(-U/\epsilon) \quad (9)$$

식 (9)에서 U 는 20eV이다. Bareilles 등은 α_e 를 0.7로 사용하였으나, 본 연구에서는 0.85를 사용하였다.

개발된 코드는 자기력선 사이 공간에 대하여 유한체적법(finite volume method)에 지수 도식(exponential scheme)과 생성항 선형화(source term linearization)를 적용하여 식 (4)에 제시된 전자의 평균 에너지 방정식을 차별화 한다[24,25]. 아래는 전자의 차별화된 에너지 방정식이다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} (c_{4,k}^{l+1} \epsilon_k^{l+1} - c_{4,k}^l \epsilon_k^l) + \frac{5}{3} \Delta \left[\epsilon^l \left(c_1^{l+1} - \frac{I_d^{l+1}}{e} \right) \right]_{k \pm \frac{1}{2}} \\ & - \frac{10}{9e} \Delta \left[\epsilon^l \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \lambda} \right)^{l+1} c_2^{l+1} \right]_{k \pm \frac{1}{2}} = \quad (10) \\ & - \frac{5}{3} c_{7,k}^{l+1} \epsilon_k^{l+1} + c_{6,k} - \left[\kappa_k^l + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon} \right)_k^l (\epsilon_k^{l+1} - \epsilon_k^l) \right] c_{5,k} \\ & - \left[W_k^l + \left(\frac{\partial W}{\partial \epsilon} \right)_k^l (\epsilon_k^{l+1} - \epsilon_k^l) \right] c_{4,k} \end{aligned}$$

식 (10)에서 Δ 는 각각 $k+1/2$ 와 $k-1/2$ 자기력선 격자에서의 차이를 의미한다. 방전 전류는 식 (1)을 자기력선 위에서 면적분 취하여 구할 수 있다. 전자 유체 격자 상의 전위는, 식 (2)와 식 (3)을 자기력선에 대하여 선적분 취하여 구할 수 있다. 식 (10)에는 방전 전압과 전자 평균 에너지 경계 조건이 주어져야 한다. 경계 조건은 양극 자기력선과 음극 자기력선 상에 주어진다. 이를 2.2절에 자세히 기술하였다.

2.1.2 중성종 및 이온

중성종과 이온은 시뮬레이션 상에서 거시입자 (macroparticle)로 표현된다. 거시입자의 거동은 운동 방정식의 수치적 해를 구하여 모사한다.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (11)$$

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v} \quad (12)$$

식 (11)과 식 (12)는 이차 정확도를 갖는 leap-frog 도식과 Boris의 기법을 이용하여 차분화 하였다. 시간간격 Δt 는 Bareilles 등과 같은 20ns를 사용하였다.

자기장은 모든 추력기 시뮬레이션 영역 내에서 시간에 대하여 일정하다고 가정하였다[13,17]. 중성종과 이온의 충돌에 따른 전하 교환 충돌(charge exchange collision)은 고려하지 않았다. 중성 거시입자의 운동량 변화는 오직 벽면 충돌을 통하여 발생한다. 이온 거시입자의 운동량 변화는 전기장 및 자기장과의 상호작용 및 벽면 충돌로 발생한다.

벽면과 충돌한 이온 거시입자는 벽면의 전자를 얻어 중성 거시입자로 재결합(recombination)된다.

이온 거시입자는 0에서 1 사이의 무작위 실수가 $\dot{n}_i/\max(\dot{n}_i)$ 보다 작은 값을 가질 때 셀 안에서 확률적으로 생성된다. 여기서 \dot{n}_i 은 $\dot{n}_i = k_i n_e n_n$ 로 정의되는 이온화율이며 $\max(\dot{n}_i)$ 는 모든 PIC 셀에서 계산된 이온화율 중 최댓값을 의미한다.

이온화에 따른 중성종의 개수 감소는, 중성 거시입자의 가중치(weight)를 감소함으로써 모사된다. Δt 시간 동안 중성 거시입자의 가중치 감소는 Hagelaar 등의 방법을 이용하였다.

$$M_n^{l+1} = M_n^l \exp(-k_i n_e \Delta t) \quad (13)$$

중성종과 이온의 벽면 충돌 시 충돌 전과 후 속력 관계는 Mazouffre 등의 방법을 이용하였다.

$$v^{l+1} = \sqrt{\alpha_w v_w^2 + (1 - \alpha_w)(v^l)^2} \quad (14)$$

식 (14)의 v_w 는, 벽면과 충돌하는 α -종의 질량과 벽면 온도 T_w 에 대한 Maxwell 속력 분포의 최빈값

인 $\sqrt{2T_w/m_\alpha}$ 이다. 본 연구에서 α_w 는 Bareilles 등과 같은 1, 벽면 온도는 500K으로 택하였다.

중성 거시입자와 이온 거시입자의 입자-격자 보간(interpolation)은 비정렬 격자(unstructured mesh) 내에서 이루어진다. 다음 식은 비정렬 격자 내에서의 밀도, 플럭스, 속도, 압력 그리고 온도의 입자-격자 보간법이다[26].

$$n_{\alpha,k} = \frac{1}{\Omega_k} \sum_i \left(\sum_{\gamma=1}^{N_i^k} M_{\alpha,\gamma} N_{k,\gamma}^i \right) \quad (15)$$

$$\vec{\Gamma}_{\alpha,k} = \frac{1}{\Omega_k} \sum_i \left(\sum_{\gamma=1}^{N_i^k} M_{\alpha,\gamma} \vec{v}_{\alpha,\gamma} N_{k,\gamma}^i \right) \quad (16)$$

$$\vec{u}_{\alpha,k} = \vec{\Gamma}_{\alpha,k} / n_{\alpha,k} \quad (17)$$

$$p_{\alpha,k} = \frac{1}{\Omega_k} \sum_i \left[\sum_{\gamma=1}^{N_i^k} \frac{1}{3} m_\alpha M_{\alpha,\gamma} (\vec{v}_{\alpha,\gamma} - \vec{u}_{\alpha,k})^2 N_{k,\gamma}^i \right] \quad (18)$$

$$T_{\alpha,k} = p_{\alpha,k} / n_{\alpha,k} \quad (19)$$

전기장과 자기장의 격자-입자 보간은 다음의 식을 이용한다.

$$\vec{E}_\gamma = \sum_{k=1}^3 \vec{E}_k^i N_{k,\gamma}^i \quad (20)$$

$$\vec{B}_\gamma = \sum_{k=1}^3 \vec{B}_k^i N_{k,\gamma}^i \quad (21)$$

\vec{E}_k^i 와 \vec{B}_k^i 는 각각 i -번째 셀 k -번째 격자점에서의 전기장과 자기장이다.

2.2 계산 조건

Figure 1은 본 연구의 계산에 사용된 추력기 형상 및 격자의 형태를 나타낸 것이다. 추력기의 형상은 SPT-100ML로, 안쪽 반지름은 34.5mm, 바깥쪽 반지름은 50mm, 채널 길이는 25mm이다[15]. 추력기 채널 출구 중심부에서 자기장 크기는 약 150G이다.

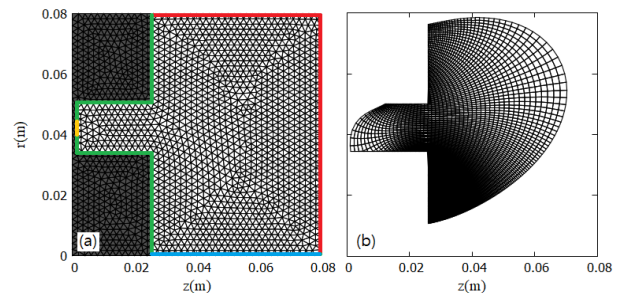


Fig. 1. (a) Unstructured PIC mesh for heavy particles. (b) Structured, magnetic aligned mesh for electron fluid.

Table 1. Simulation conditions.

V_d (V)	\dot{m}_n (mg)	T_{inj} (K)	T_w (K)	ϵ_a (eV)	ϵ_c (eV)
150~450	5	500	500	2	5
α_w	α	α_ϵ	K	Δt (ns)	
1	1.2	0.85	0.2	20	

Figure 1(a)는 이온 및 중성 거시입자의 거동 및 입자-격자/격자-입자 보간 계산을 위한 비정렬 PIC 격자이다. 녹색 실선은 추력기 벽면, 적색 실선은 시뮬레이션 경계, 청색 실선은 대칭축, 황색 실선은 중성종 주입구를 나타낸다. 주입 추진제는 중성 제논이며, 중성 거시입자 주입은 Koo의 방법을 이용하였다. 중성 거시입자는 5mg/s의 질량 유량, 500K 온도에 대한 semi-Maxwellian 속도 분포로 주입구에 생성된다. 중성 제논의 배압(backpressure)은 고려하지 않았다. 시뮬레이션 경계를 벗어나는 모든 입자는 삭제된다.

Figure 1(b)는 전자 유체 격자이다. 방전 전압 및 전자 평균 에너지에 대한 경계 조건은, 좌측으로부터 첫 번째 자기력선인 가상 양극(virtual anode)과 좌측으로부터 마지막 자기력선인 가상 음극(virtual cathode)에서 주어진다. 양극에서의 방전 전압은 150~450V로 주어지며, 음극에서의 방전 전압은 0V로 고정된다. 전자 평균 에너지는 양극에서 2eV, 음극에서 5eV로 주어지며, 이는 선행 연구자의 경계 조건과 같다[15]. 이온은 전자 유체 격자 영역 내에서만 발생한다. 본 연구에서 사용된 시뮬레이션 조건을 Table 1에 요약하였다.

2.3 결과

2.3.1 검증

개발된 코드의 방전 전압 조건을 150V부터 450V까지 50V 간격으로 변화를 주었다. 방전 전류와 추력의 변동을 계산하고, Bareilles 등의 계산 및 PIVOINE 시설에서의 실험 결과와 비교하였다. 또한, 방전 전압 200V에서 전자의 비정상 수송 계수를 수정함으로써 실험값과 유사한 결과를 산출하는 것을 보였고, 이에 대하여 분석하였다. 기술한 모든 계산 결과는 4ms 시간 동안 평균을 취하여 산출된 것이다.

Figure 2는 방전 전압에 따른 방전 전류 및 추력 관계 계산 결과(적색 실선)를 Bareilles 등의 계산 결과(청색 실선) 및 PIVOINE 실험 결과(흑색 실선)와 비교하여 나타낸 그림이다[15]. Table 2는 Fig. 2의 계산 결과(적색 실선)를 표로 나타낸 것이다.

Figure 2(a)의 전류-전압 계산 결과는 Bareilles 등의 계산 결과와 전체 구간에 대하여 유사하며, 실험과는 300V에서 400V 구간까지 약 3%의 오차를 보인다. 그러나 저전압 영역에서 계산된 방전 전류는 실험 결과보다 작은 값을 가졌다. 이는 저전압 영역에서의 전자의 수송이 시뮬레이션과는 다른 양상을 보인다는 것을 의미한다.

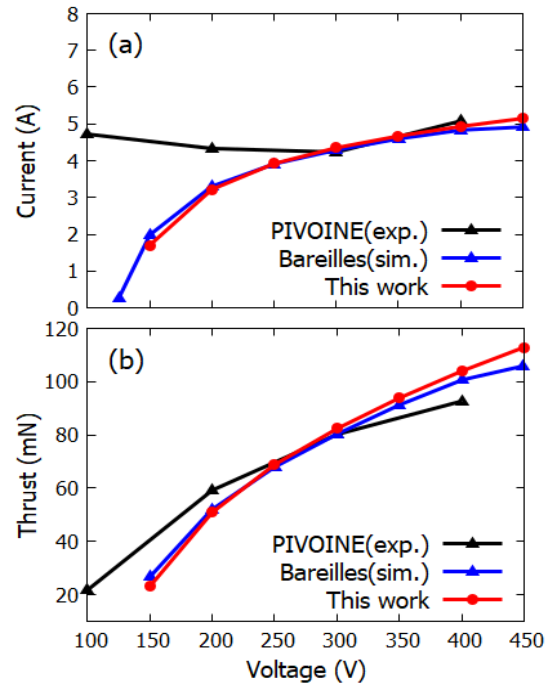


Fig. 2. Comparisons of performance-discharge voltage relations. (a) Discharge current (A). (b) Thrust (mN).

Table 2. Calculated discharge current (A) and thrust (mN) for discharge voltages 150V to 450V.

V_d (V)	I_d (A)	F (mN)
150	1.7	23
200	3.2	51
250	3.9	69
300	4.4	82
350	4.7	94
400	4.9	104
450	5.2	113

Figure 2(b)의 추력-전압 관계에서, 본 연구 결과와 Bareilles 등의 계산 및 PIVOINE 실험 모두 추력은 방전 전압에 비례하는 경향을 보였다. 그러나 추력은 300V 이외의 방전 전압 영역에서 대체로 실험값에 대하여 벗어나는 경향을 보인다. 특히, 방전 전압이 300V 이하인 영역에서 시뮬레이션은, 방전 전류와 추력 모두 실험 결과보다 작게 예측하였다.

방전 전압이 200V인 경우만을 살펴보면, 측정된 방전 전류는 4.3A이고, 추력은 59mN이나, 계산된 방전 전류는 3.2A, 추력은 51mN이었다. 방전 전류와 추력에 대한 계산과 실험 결과의 차이는 전자의 비정상 수송 계수를 조정함으로써 줄일 수 있다. 비정상

수송 계수가 $\alpha=2$, $K=0.32$ 인 경우(Case 1)와 $\alpha=1.2$, $K=0.2$ 인 경우(Case 2)에서 계산된 방전 전류, 이온 전류, 전자 전류, 추력을 Table 3에 제시하였다. 이온 전류와 전자 전류는 가상 음극에서 계산되었다. 비정상 수송 계수 수정 후 이온 전류와 전자 전류, 추력은 각각 0.4A, 0.7A, 9mN 증가된 값으로 계산되었다. 그 결과, Case 1의 방전 전류와 추력은 실험값과 매우 근접한 결과를 주었다.

그러므로 300V의 방전 전압 조건에서 사용된 비정상 수송 계수는, 200V의 방전 전압 조건에 사용되기 에 작다는 것을 알 수 있다. 또한, 만약 이 수송 계수가 200V의 방전 전압 조건에 그대로 적용될 시, 코드는 이온 전류, 전자 전류 그리고 추력을 작게 예측할 수 있다.

추력을 작게 예측한 원인을 분석하기 위하여 에너지 방정식 우변 각 항의 자기력선상 크기를, Fig. 3에 Case 1과 Case 2로 나누어 나타내었다. Fig. 3의 모든 데이터는 각 자기력선 위에서 평균을 취한 것이다. 또한, Fig. 4에 Case 1과 Case 2에 대한 추력기 중심선 위에서의 전자 평균 에너지(적색/흑색 삼각 실선), 이온 밀도(청색/흑색 역삼각 실선), 그리고 이온화율(녹색/흑색 마름모 실선) 분포를 나타내었다.

Table 3. Corrected(Case 1; $\alpha=2$, $K=0.32$), and uncorrected(Case 2; $\alpha=1.2$, $K=0.2$) discharge current (A), ion current (A), electron current (A), and thrust (mN) for discharge voltage 200V.

Case	I_d (A)	I_i (A)	I_e (A)	F (mN)
1	4.3	3.0	1.3	60
2	3.2	2.6	0.6	51

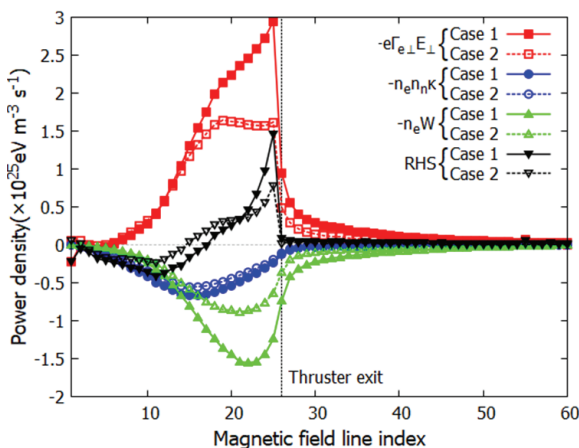


Fig. 3. Comparisons of energy source terms on the right hand side of equation (4) for Case 1($\alpha=1.2$, $K=0.2$) and Case 2($\alpha=2$, $K=0.32$) on the magnetic field lines. $V_d=200V$.

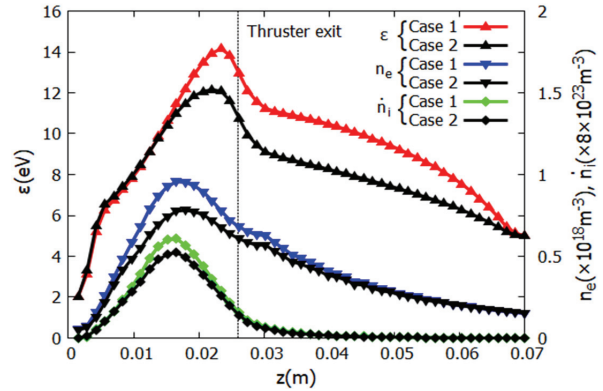


Fig. 4. Axial distribution of electron mean energy (eV), ion density ($10^{18}m^{-3}$), and ionization rate ($8 \times 10^{23}m^{-3}s^{-1}$) for Case 1($\alpha=1.2$, $K=0.2$) and Case 2($\alpha=2$, $K=0.32$) along the thruster centerline. $V_d=200V$.

Figure 3에서 Joule 가열(적색 실선/점선)은 15번 자기력선(약 15mm에 위치) 이후 영역에 대하여 Case 1이 Case 2보다 더 높았다. 전자-중성종 비탄성 충돌로 인한 에너지 손실(청색 실선/점선)은 모든 영역에서 Case 1이 Case 2보다 더 크나 그 차이는 다른 항들에 비하여 작았다. 또한, Case 1은 Case 2에 비하여 높은 전자 에너지와 이온 밀도로 인하여 더 큰 전자-벽면 손실(녹색 실선/점선)이 발생하였다. 전자 에너지와 이온 밀도 분포의 크기 차이는 Fig. 4를 통하여 알 수 있다.

Figure 3의 RHS(흑색 실선/점선)는 우변 모든 항을 합한 값이다. 추력기 출구 근처($z=25mm$)에서 Case 1의 RHS는 Case 2의 RHS에 비하여 약 1.9배 더 큰 값을 가졌다. 그로 인하여 Fig. 4의 Case 1의 축 방향 전자 평균 에너지의 최댓값(14eV)은 Case 2의 전자 평균 에너지의 최댓값(12eV)보다 크게 계산되었다. 더 높은 전자 평균 에너지에 의하여 Case 1이 Case 2보다 약 1.3배 더 큰 이온화율 최댓값을 가졌으며, Case 1의 이온 밀도 최댓값은 Case 2의 값보다 약 1.2배 더 높았다. 따라서 Case 1의 추력은 Case 2의 추력보다 더 큰 값을 갖게 되어 실험값에 근접하게 되었다.

그러므로 Case 2에서는 Joule 가열을 작게 예측하여 전자의 평균 에너지를 작게 예측하였다. 이에 따라 이온화율이 작아지게 되어 Case 2의 추력이 실험값보다 작은 값으로 산출되는 것으로 보인다.

Figure 5는 (a) 중성 제논 밀도, (b) 제논 이온 밀도, (c) 전위, (d) 전자 평균 에너지의 공간분포를 나타낸 것이다. Bareilles 등의 계산 결과는 자주색 등고선(실선/점선)으로 표현되었고, 본 연구 결과는 히트맵(heat map)과 흑색 등고선으로 표현되었다. 각 등고선은, 중성 제논 밀도의 경우 $2.6 \times 10^{17}m^{-3}$ 부터 $1.3 \times 10^{20}m^{-3}$ 까지 7개 구간을 갖는 로그 등밀도선을,

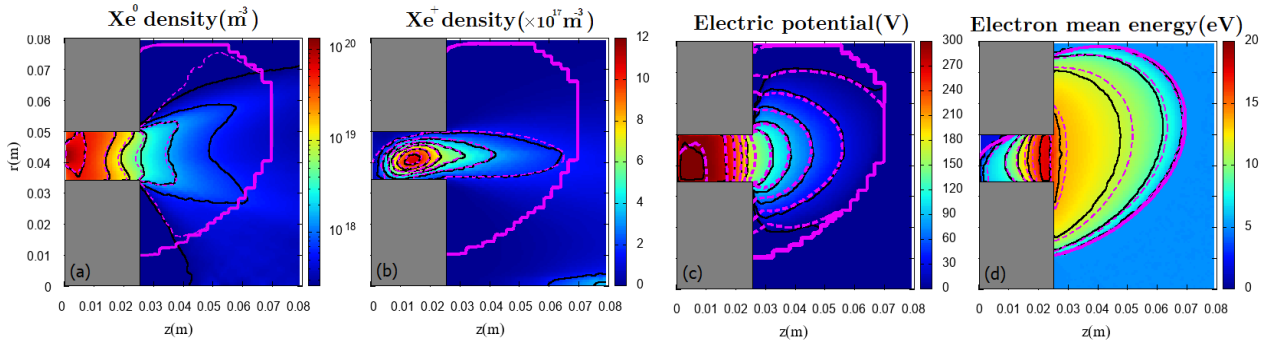


Fig. 5. Comparisons of the calculated spatial distribution(black line contours filled with pseudocolor) of (a) xenon gas density (m^{-3}), (b) xenon ion density ($10^{17}m^{-3}$), (c) electric potential (V), and (d) electron mean energy (eV) with calculated results of Bareilles et al. [15](purple solid lines: simulation boundary; purple dashed lines: contours). $V_d=300V$.

제논 이온의 밀도의 경우 $1.2 \times 10^{18} m^{-3}$ 를 7개 구간으로 균등하게 나눈 등밀도선을, 방전 전압의 경우 30V 단위의 등전위선을, 전자 평균 에너지의 경우 20eV를 7개 구간으로 균등하게 나눈 등에너지선을 의미한다.

Figure 5(a)와 (b)에서 중성 제논과 제논 이온의 밀도 분포 계산 결과는 Bareilles 등의 계산과 유사한 결과를 나타내었다. 그러나 중성 제논의 근-플룸(near plume) 밀도는 $z=50mm$ 부근에서 약 $10^{17} m^{-3}$ 의 차이가 있었다. Bareilles 등은 2.5mPa의 배압을 고려하였지만, 본 연구에서는 이를 고려하지 않았기 때문에 발생한 차이로 보인다.

Figure 5(c)의 전위의 경우, 추력기 벽면을 제외한 영역에서 Bareilles 등과 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 외부 벽면 근처에서의 전위가 낮은 이유는, 이온 거시입자가 추력기에서 방출될 때, 대칭축에 대하여 80° 이상으로 방출되는 이온 거시입자의 수가 적으므로 통계적 오차가 발생하기 때문이다. 이를 해결하기 위하여 이온의 최대 밀도 약 $10^{18} m^{-3}$ 에 비하여 무시할 수 있을 정도의 작은 밀도(약 $10^{15} m^{-3}$)를 시뮬레이션 상 최소 밀도로 입력하면 이 현상을 줄일 수 있다[13]. 그러나 본 연구에서는 이와 같은 가상의 밀도를 이용한 전위의 수정은 고려하지 않았다.

2.3.2 플라즈마-방전 전압 관계

Figure 6(a)~(e)는 (a) 전위, (b) 전자 평균 에너지, (c) 이온화율, (d) 중성 제논 밀도, (e) 제논 이온 밀도의 공간분포이다. Fig. 6의 시뮬레이션 조건은 방전 전압을 제외하고 Fig. 5의 조건과 같다. 방전 전압은 각각 200V(Fig. 6 첫 번째 행), 300V(Fig. 6 두 번째 행), 400V(Fig. 6 세 번째 행)로 주어졌다.

Figure 7(a)~(d)는 Fig. 6의 결과를 추력기 채널의 반지름 중심에서 축 방향을 따라 나타낸 그림으로, (a) 전자 평균 에너지, (b) 이온화율, (c) 중성 제논 밀도, 그리고 (d) 제논 이온 밀도로 구성된다.

Figure 6(a)에서 전위가 급격히 변하는 구간은 z-축

에 대하여 약 22mm~24mm 위치로, 추력기 채널 끝 부분에 위치하였다.

Figure 6(b)와 Fig. 7(a)에서 전자 평균 에너지는, 200V에서 100V 간격으로 400V까지 방전 전압이 증가함에 따라 최댓값이 약 12eV, 18eV, 23eV로 증가하였다. 그러므로 전자의 평균 에너지는 방전 전압과 비례하는 관계를 보였다. 전자는 전기장에 가속되어, 양극 방향으로 진행함에 따라 평균 에너지가 증가하였다. 전자 평균 에너지의 최댓값 위치는, 전자-중성 종 비탄성 충돌 및 벽면 충돌로 인하여 전자의 평균 에너지가 감소하여, 약 24mm~26mm의 위치에 형성되었다.

Figure 6(c)와 Fig. 7(b)에서 이온화율 최댓값은 약 13mm~15mm에서 발생하였다. 방전 전압 200V에서 100V 간격으로 400V까지 이온화율 최댓값은 약 $4.2 \times 10^{23} m^{-3} s^{-1}$, $5.7 \times 10^{23} m^{-3} s^{-1}$, $6.5 \times 10^{23} m^{-3} s^{-1}$ 로 방전 전압이 증가함에 따라 함께 증가하였다. 이온화율의 공간분포는 전압이 증가함에 따라 양극 방향으로 후퇴하는 경향을 보였다.

Figure 6(d)와 Fig. 7(c)에서 중성 제논의 채널 끝 중심부의 밀도는 방전 전압 200V에서 100V 간격으로 400V까지 약 $10^{19} m^{-3}$, $6 \times 10^{18} m^{-3}$, $2 \times 10^{18} m^{-3}$ 로 계산되었다. 중성 제논의 밀도는 방전 전압이 증가함에 따라 추력기 채널 끝과 근-플룸 영역에서 감소하였다.

Figure 6(e)와 Fig. 7(d)에서 제논 이온의 밀도는 중성 제논의 밀도와 반대로 방전 전압과 비례하여 최대 밀도가 증가하였다. 최대 밀도는 $8 \times 10^{17} m^{-3}$, $1.1 \times 10^{18} m^{-3}$, $1.4 \times 10^{18} m^{-3}$ 로 계산되었다. 이온 밀도의 최댓값 위치는 방전 전압이 높아짐에 따라 이온화율의 최댓값 위치와 함께 양극 방향으로 이동하였다. 최대 이온 밀도의 축 방향 위치는 200V에서 100V 간격으로 400V까지 약 18mm, 15mm, 14mm로 계산되었다. 그러므로 약 15mm 부근의 이온화 영역에서 발생한 이온은, 약 24mm 부근의 가속 영역을 지나 추력기 외부로 방출되는 것을 알 수 있다.

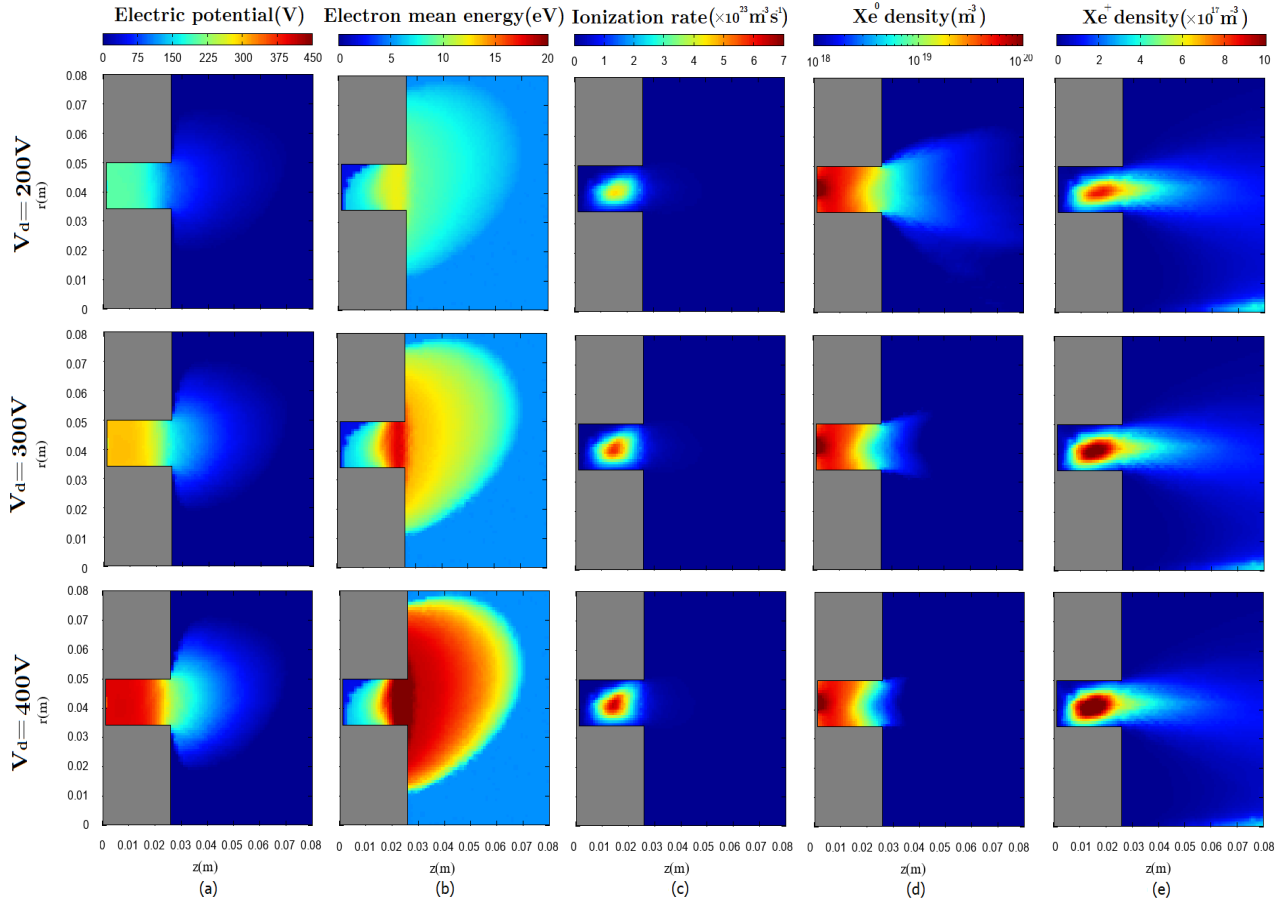


Fig. 6. Calculated results of spatial distribution of (a) electric potential (V), (b) electron mean energy (eV), (c) ionization rate ($10^{23}\text{m}^{-3}\text{s}^{-1}$), (d) xenon gas density (m^{-3}), and (e) xenon ion density (10^{17}m^{-3}) for discharge voltages 200V(top), 300V(middle), and 400V(bottom).

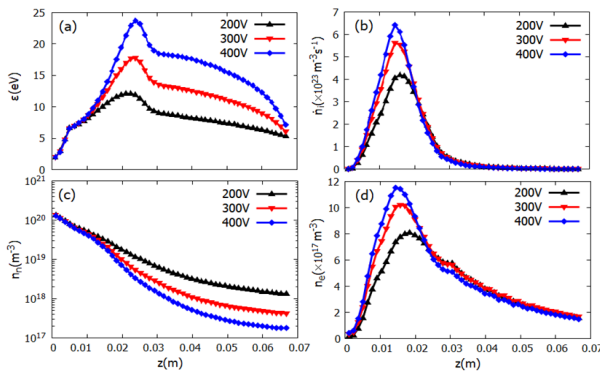


Fig. 7. Axial distribution of (a) electron mean energy (eV), (b) ionization rate ($10^{23}\text{m}^{-3}\text{s}^{-1}$), (c) neutral xenon density (m^{-3}), and (d) ion density (10^{17}m^{-3}) along the thruster centerline.

III. 결론

홀 추력기 해석을 위한 이차원 축대칭 하이브리드

모델 시뮬레이션 코드를 개발하여, 타 연구진의 실험 및 계산 결과의 비교를 통하여 코드를 검증하였다. 또한, 방전 전압에 따른 홀 추력기 플라즈마 특성에 대하여 분석하였다.

계산 결과는 선행 연구자의 수치해석 결과와 유사하였으나, 저전압 영역에서 실험 결과와 다소 차이가 있었다. 실험 및 계산 결과의 차이는 비정상 전자 수송 계수를 조정함으로써 줄일 수 있었다. 200V의 방전 전압의 경우 전자의 비정상 수송 계수를 $\alpha=2$, $K=0.32$ 로 변경하였을 때, $\alpha=1.2$, $K=0.2$ 의 경우에 비하여 실험 결과와 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 이는 200V에서의 전자의 비정상 수송이 300V의 방전 전압의 경우에 비하여 증가하였음을 의미한다.

입력된 방전 전압이 증가함에 따라 제논 이온 밀도, 전자 평균 에너지, 이온화율 최댓값 계산 결과는 증가하였다. 반면, 중성 제논의 밀도는 방전 전압이 증가할수록 감소하는 경향을 보였다.

실험 결과와 차이를 보인 저전압 영역에서의 전자의 이동도와 방전 전압의 관계, 전자의 비정상 수송의 물리적 모델에 대하여 지속적으로 연구할 계획이다.

후 기

본 연구는 과학기술정보통신부 우주핵심기술개발사업(NRF-2018M1A3A3A0206587813)의 지원으로 수행되었습니다.

References

- 1) Mazouffre, S., Hallouin, T., Inchingolo, M., Gurciullo, A., Lascombes, P. and Maria, J.-L., "Characterization of Miniature Hall Thruster Plume in the 50 - 200 W Power Range," *Proceeding of 8th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS)*, July 2019, pp. 1~12.
- 2) Kim, H. L., Kim, S. K. and Won, S. H., "Current Status and Trends of Research and Development on Electric Thruster, Part I: Overseas," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 23, No. 6, 2019, pp. 95~108.
- 3) Lee, E., Kim, Y., Lee, H., Kim, H., Doh, G., Lee, D. and Choe, W., "Scaling Approach for Sub-kilowatt Hall-Effect Thrusters," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 35, No. 6, 2019, pp. 1073~1079.
- 4) Lee, S., Kim, H. and Choe, W., "Tailoring of Magnetic Field for Performance Improvement in a Small Hall Thruster Plasma," *IEEE Transactions on Plasma Science*, Vol. 47, No. 10, 2019, pp. 4670~4676.
- 5) Mikellides, I. G., Katz, I., Hofer, R. R., Goebel, D. M., De Grys, K. and Mathers, A., "Magnetic Shielding of the Channel Walls in a Hall Plasma Accelerator," *Physics of Plasmas*, Vol. 18, No. 3, 2011, pp. 033501.
- 6) Garrigues, L., Hagelaar, G. J. M., Boniface, C. and Boeuf, J. P., "Anomalous Conductivity and Secondary Electron Emission in Hall Effect Thrusters," *Journal of Applied Physics*, Vol. 100, No. 12, 2006, pp. 123301.
- 7) Cheng, S. Y. and Martínez-Sánchez, M., "Hybrid Particle-in-Cell Erosion Modeling of Two Hall Thrusters," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 24, No. 5, 2008, pp. 988~998.
- 8) Komurasaki, K. and Arakawa, Y., "Hall Thruster Performance and Plasma Acceleration Process," *Aeronautical and Space Sciences Japan*, Vol. 40, No. 465, 1992, pp. 46~53.
- 9) Han, D. H., Joe, M. K., Shin, J., Sung, H. G. and Kim, S. K., "Numerical Analysis on Plasma Particles inside Electro-magnetic Field Using Particle-in-cell Method," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 45, No. 11, 2017, pp. 932~938.
- 10) Cheon, C., "Particle-in-Cell Simulations of Shear-Current-Driven Instability of Ionization Region in Hall Thrusters," Master thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, Pusan National University, 2019.
- 11) Cho, M. G., Jung, G. and Sung, H.-G., "Performance Parameter Analysis of a Hall Effect Thruster with Modified Bohm Parameter Model," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 20, No. 2, 2019, pp. 415~422.
- 12) Garrigues, L., Santhosh, S., Grimaud, L. and Mazouffre, S., "Operation of a Low-Power Hall Thruster: Comparison between Magnetically Unshielded and Shielded Configuration," *Plasma Sources Science and Technology*, Vol. 28, No. 3, 2019, pp. 034003.
- 13) Fife, J. M., "Hybrid-PIC Modeling and Electrostatic Probe Survey of Hall Thrusters," Ph.D. thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, 1999.
- 14) Parra, F. I., Ahedo, E., Fife, J. M. and Martínez-Sánchez, M., "A Two-Dimensional Hybrid Model of the Hall Thruster Discharge," *Journal of Applied Physics*, Vol. 100, No. 2, 2006, pp. 023304.
- 15) Bareilles, J., Hagelaar, G. J. M., Garrigues, L., Boniface, C., Boeuf, J. P. and Gascon, N., "Critical assessment of a two-dimensional hybrid Hall thruster model: Comparisons with experiments," *Physics of Plasmas* Vol. 11, No. 6, 2004, pp. 3035~3046.
- 16) Bareilles, J., "Modélisation 2D Hybrid d'un Propulseur à Effet Hall pour Satellites," Ph.D. thesis, Centre de Physique des Plasmas et de leurs Applications de Toulouse, Université Paul Sabatier, 2002.
- 17) Hagelaar, G. J. M., Bareilles, J., Garrigues, L. and Boeuf, J. -P., "Two-dimensional model of a stationary plasma thruster," *Journal of Applied Physics*, Vol. 91, No. 9, 2002, pp. 5592~5598.
- 18) Birdsall, C. K. and Langdon, A. B., *Plasma Physics via Computer Simulation*, 1st Ed., McGraw Hill, New York, 1985, pp. 12~15.
- 19) Mazouffre, S., Bourgeois, G., Garrigues, L. and Pawelec, E., "A Comprehensive study on the atom flow in the cross-field discharge of a Hall Thruster," *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 44, No. 10, 2011, pp. 105203.

- 20) Koo, J., "Hybrid PIC-MCC Computational Modeling of Hall Thrusters," Ph.D. thesis, Aerospace Engineering and Scientific Computing, The University of Michigan, 2005.
- 21) Hayashi, M., "Bibliography of Electron and Photon Cross Sections with Atoms and Molecules Published in the 20th Century. Xenon," No. NIFS-DATA-079, National Inst. for Fusion Science, 2003.
- 22) Kobayashi, A., Fujiki, G., Okaji, A. and Masuoka, T., "Ionization Cross Section Ratios of Rare-Gas Atoms (Ne, Ar, Kr and Xe) by electron impact from threshold to 1keV," *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, Vol. 35, No. 9, pp. 2087.
- 23) Boeuf, J. P. and Garrigues, L., "Low Frequency Oscillations in a Stationary Plasma Thruster," *Journal of Applied Physics*, Vol. 84, No. 7, 1998, pp. 3541~3554.
- 24) Scharfetter, D. L. and Gummel, H. K., "Large-Signal Analysis of a Silicon Read Diode Oscillator," *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 16, No. 1, 1969, pp. 64~77.
- 25) Hagelaar, G. J. M. and Kroesen, G. M. W., "Speeding Up Fluid Models for Gas Discharges by Implicit Treatment of the Electron Energy Source Term," *Journal of Computational Physics*, Vol. 159, No. 1, 2000, pp. 1~12.
- 26) Grigoryev, Yu. N., Vshivkov, V. A. and Fedoruk, M. P., *Numerical "Particle-in-Cell" Methods: Theory and Applications*, Walter de Gruyter, Zeist, 2012, pp. 58~64.