

압력용기로부터 압력방출장치를 통한 가스 방출에 관한 포괄적 고찰

정창복*†

Comprehensive Consideration on the Discharge of Gases from Pressurized Vessels through Pressure Relief Devices

Chang-Bock Chung*†

†Corresponding Author

Chang-Bock Chung
Tel : +82-62-530-1884
E-mail : chungcb@jnu.ac.kr

Received : September 2, 2020

Revised : October 20, 2020

Accepted : December 18, 2020

Abstract : The problem of determining the discharge rates of gases from pressurized vessels through pressure relief devices was dealt with comprehensively. First, starting from basic fluid flow equations, detailed modeling procedures were presented for isentropic nozzle flows and frictional flows in a pipe, respectively. Meanwhile, physical explanations were given to choking phenomena in terms of the acoustic velocity, elucidating the widespread use of Mach numbers in gas flow models. Frictional flows in a pipe were classified into adiabatic, isothermal, and general flows according to the heat transfer situation around the pipe, but the adiabatic flow model was recommended suitable for gas discharge through pressure relief devices. Next, for the isentropic nozzle flow followed by adiabatic frictional flow in the pipe, two equations were established for two unknowns that consist of the Mach numbers at the inlet and outlet of the pipe, respectively. The relationship among the ratio of downstream reservoir pressure to upstream pressure, mass flux, and total frictional loss coefficient was shown in various forms of MATLAB 2-D plot, 3-D surface plot and contour plot. Then, the profiles of gas properties and velocity in the pipe section were traced. A method to quantify the relationship among the pressure head, velocity head, and total friction loss was presented, and was used in inferring that the rapid increase in gas velocity in the region approaching the choked flow at the pipe outlet is attributed to the conversion of internal energy to kinetic energy. Finally, the Levenspiel chart reproduced in this work was compared with the Lapple chart used in API 521 Standard.

Key Words : pressurized vessel, pressure relief device, gas discharge, choked flow, Mach number, isentropic nozzle flow, frictional pipe flow

Copyright©2020 by The Korean Society of Safety All right reserved.

1. 서론

안전밸브나 파열판 등과 같은 압력방출장치(Pressure relief device, PRD)는 다양한 원인으로 발생할 수 있는 과압으로부터 압력용기를 보호하기 위한 중요한 안전 장치이다. PRD가 작동할 때 고압가스는 대개 노즐(nozzle)을 통해 토출 배관에 유입된 후 대기로 방출되거나 플레어 시스템으로 보내진다. 이때 노즐 및 배관을 통한 가스 방출 흐름의 속도의 정확한 예측은 누출 사고시의 누출량 산정, PRD의 설계나 방호 성능 평가,

플레어 헤더 설계 등 다방면의 공정 안전관리 활동의 기초를 이루는 중요한 사안이다^{1,2)}.

Fig. 1은 이와 같은 가스 방출 상황을 개략적으로 나타낸 것이다. 가스 흐름은 전단 저장용기(Upstream reservoir)로부터 배관 입구까지의 노즐 흐름과 배관 내 흐름의 두 부분으로 이루어진다. 노즐 흐름 문제는 기본적으로 전단 용기의 조건과 노즐 출구 압력 P_1 이 주어질 때 질량 유속 \dot{m} 을 구하는 문제이고,

$$\dot{m} = f_{nozzle}(P_1) \quad (1)$$

배관 흐름의 경우 배관의 입구 조건과 출구 압력 P_2 가 주어질 때 질량 유속을 구하는 것이다.

$$\dot{m} = f_{pipe}(P_2) \quad (2)$$

따라서 두 흐름이 결합된 전체 흐름 문제는 단순히 전단 용기의 조건과 배관 출구 압력 P_2 가 주어질 때 (1) 식과 (2)식을 연립하여 풀어 두 미지수 \dot{m} 과 P_1 을 구하는 문제라고 할 수 있다.

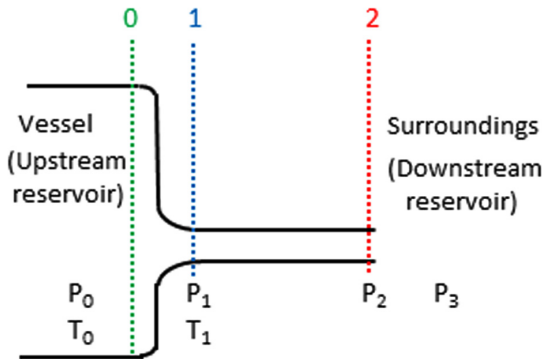


Fig. 1. Schematic of gas discharge from a large vessel through a nozzle and pipe.

그러나 (1)과 (2)식에서 각 문제를 풀기 위한 공식 또는 절차에 해당하는 f_{nozzle} 과 f_{pipe} 가 잘 알려져 있음에도 불구하고 노즐에 이은 배관 흐름 문제에 대한 대부분의 화공안전 분야 엔지니어의 이해도는 미흡한 형편이다. 그 첫 번째 이유로서, 실제 흐름 문제에서는 (1) 또는 (2)식에서 경로 말단에서의 압력 P_1 이나 P_2 대신 가스가 방출되는 후단 저장용기(Downstream reservoir) 또는 그에 해당하는 주위(surroundings)의 압력 P_3 가 주어지는데, 이때 후단 압력 P_3 가 낮아짐에 따라 질량 유속 \dot{m} 가 늘어나다 특정 압력 이하에서는 더 이상 증가하지 않는 이른바 초킹(choking) 현상이 일어나 현상 자체의 난해성에 더해 흐름식의 풀이 절차가 복잡해지기 때문이다. 두 번째 이유로는 (2)식의 유도 과정이 매우 복잡해 화공안전 분야 엔지니어가 쉽게 접할 수 있는 텍스트에서 과정이 생략되어 있는 경우가 많으므로^{3,4)}, 모델식에 대한 충분한 이해 없이 단순히 수치를 대입하여 계산하는 수준에 머물러 있기 때문인 것으로 짐작된다. 이런 정황으로 인해 산업안전보건공단에서 사고결과 분석(Consequence Analysis, CA) 용으로 개발하고 있는 전산 소프트웨어인 e-CA⁵⁾에서도 현재 이 흐름 문제를 풀기 위한 프로그램이 마련되어 있지 않은 상태이다.

이 연구에서는 압력용기로부터 압력방출장치를 통한

가스 방출 문제를 풀기 위한 해법을 제시함과 아울러 관련 사안들을 폭넓게 고찰하고자 한다. 이를 위해 먼저 유체 흐름 기본식으로부터 출발하여 노즐 흐름과 배관 흐름 각각에 대한 모델 도출 과정과 초킹 현상에 대한 물리적 설명을 제시한다. 이어 두 흐름을 결합한 전체 흐름에 대하여 풀이 과정을 제시하고, 흐름 특성에 관한 다양한 분석을 시도한다. 이를 통해 주제와 관련된 전산 소프트웨어 개발자나 압력방출장치의 설계 및 평가 업무를 담당하는 이들에게 도움이 될 것으로 기대한다.

2. 유체 흐름 기본식

유체의 1차원 정상 흐름 경로 상의 두 지점 a 와 b 사이에는 다음 4가지 기본 관계식이 성립한다.

- 1) 질량 수지(Material balance)

$$\rho_b u_b S_b - \rho_a u_a S_a = 0 \quad (3)$$

- 2) 역학적 에너지 수지(Mechanical energy balance)

$$\int_{P_a}^{P_b} \frac{dP}{\rho} + g(z_b - z_a) + \frac{1}{2}(u_b^2 - u_a^2) + h_f - W_s = 0 \quad (4)$$

- 3) 총에너지 수지(Total energy balance)

$$H_b - H_a + g(z_b - z_a) + \frac{1}{2}(u_b^2 - u_a^2) - Q - W_s = 0 \quad (5)$$

- 4) 상태방정식(Equation of state)

$$\rho = \rho(P, T) \quad (6)$$

이 식들에서 ρ 는 유체의 밀도, u 는 선속도, S 는 흐름 단면적, P 는 압력, g 는 중력 가속도, z 는 지표면으로부터의 높이, h_f 는 흐름 경로 상의 마찰 손실(Friction loss), W_s 는 축일(Shaft work), H 는 엔탈피, Q 는 열입력(Heat input), T 는 온도를 각각 나타낸다. 3개의 수지식은 모두 유체가 흐름 단면에 걸쳐 균일한 속도 분포를 갖는다는 가정 하에 a 와 b 사이의 공간으로 설정된 시스템에 대해 “Out - In = 0”의 형태로 정리하였다.

밀도가 압력에 무관한 비압축성 유체 (Incompressible fluid)로 간주되는 액체 흐름의 경우 온도 변화를 무시할 수 있을 때 밀도 ρ 가 상수가 되어 (3)과 (4)식만으로 간단하게 해를 구할 수 있다. 반면 압축성 유체인 가스 흐름의 경우 압력 및 온도 변화에 따른 밀도의 변화를 표현하는 상태방정식이 필요한데, 이상 기체(Ideal gas) 거동을 가정하면 (6)식은 다음과 같이 된다.

$$\rho = \frac{PM_w}{RT} \quad (7)$$

이 식에서 M_w 는 분자량, R 은 기체 상수를 각각 나타낸다. 또 정압 비열 C_p 가 일정하다고 가정할 때 (5)식 내의 엔탈피항은 다음과 같이 대체할 수 있다.

$$H_b - H_a = C_p(T_b - T_a) \quad (8)$$

3. 노즐을 통한 등엔트로피 가스 흐름

Fig. 1에서 노즐을 통한 가스 흐름이 주위로 바로 방출되는 경우로서 흐름 기본식 (3)-(5)에서 a 는 전단 저장용기, b 는 노즐 출구에 해당한다. 두 지점 간 높이 차가 없고($z_0 = z_1$), 축일이 없으며($W_s = 0$), 단열($Q=0$) 및 마찰 손실이 없는($h_f = 0$) 등엔트로피(isentropic) 흐름을 가정할 경우 (4), (5)식은 다음과 같이 단순해진다.

$$\int_{P_0}^{P_1} \frac{dP}{\rho} + \frac{1}{2}u_1^2 = 0 \quad (9)$$

$$C_p(T_1 - T_0) + \frac{1}{2}u_1^2 = 0 \quad (10)$$

한편 등엔트로피 변화과정에서 이상 기체의 압력, 온도, 밀도 사이에는 기체의 정압/정적 비열 비 k 를 매개로 다음의 관계식이 성립한다.

$$k \equiv \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_p - R/M_w} \quad (11)$$

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (12)$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{k}} \quad (13)$$

(13)식을 (9)식에 대입한 후 적분을 수행하면 노즐에서의 선속도와 질량 유속을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_1^2 &= -2 \int_{P_0}^{P_1} \frac{dP}{\rho} \quad (14) \\ &= -2 \int_{P_0}^{P_1} \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{P}{P_0}\right)^{-\frac{1}{k}} dP \\ &= 2 \frac{kP_0}{(k-1)\rho_0} \left[1 - \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \end{aligned}$$

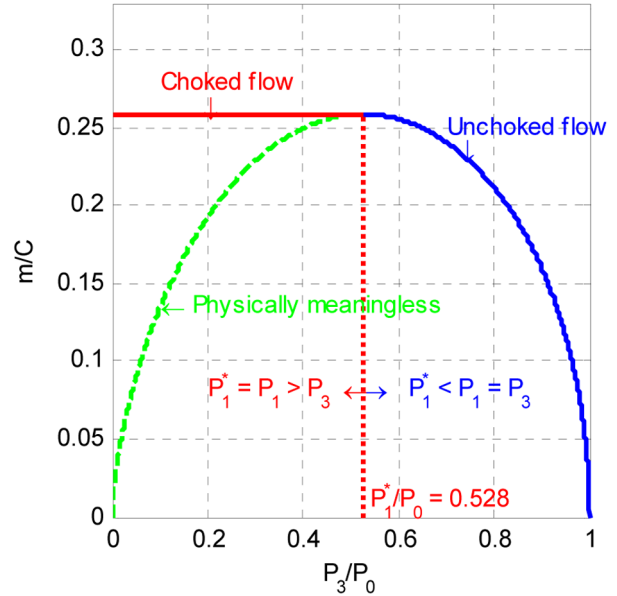


Fig. 2. Mass flow rate vs. P_3/P_0 in the nozzle flow for $k = 1.4$.

$$\dot{m} = \rho_1 u_1 S_1 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} &= \rho_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1}{k}} S_1 \sqrt{\frac{2kP_0}{(k-1)\rho_0} \left[1 - \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \\ &= S_1 \sqrt{\frac{2k\rho_0 P_0}{k-1}} \sqrt{\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{k+1}{k}}} \\ &= C \sqrt{\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{k+1}{k}}} \end{aligned}$$

(15)식의 마지막 줄로부터 전단 조건이 고정된 상태에서의 질량 유속은 압력비(P_1/P_0)에만 의존함을 알 수 있다. 양변을 상수 C 로 나눈 후 좌/우변 간 관계를 그래프로 그리면 Fig. 2에 보인 곡선이 된다. 방출되는 가스를 받아들이는 후단 저장용기의 압력 P_3 를 P_0 에서 시작하여 점차 낮추어 감에 따라 질량 유속은 파란색 곡선을 따라 증가하다가 특정 압력비에서 최대값에 도달한다. 이때까지는 노즐 출구의 압력 P_1 과 주위의 압력 P_3 이 서로 같다. 질량 유속이 최대값에 이르는 압력 비를 임계 압력비(Critical pressure ratio)라고 부르는데, 이 값은 (15)식을 (P_1/P_0) 에 관해 미분하여 얻는 도함수를 0으로 놓는 방정식을 풀어 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^* = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{-\frac{k}{k-1}} \quad (16)$$

$k = 1.4$ 인 공기의 경우 임계 압력비는 0.528이다.

이후 P_3 가 더 낮아지면 (15)식으로는 질량 유속이 떨어지는 모습을 보이지만, 실제로는 최대값을 계속 유지한다. 따라서 녹색으로 나타낸 곡선은 물리적으로 의미가 없는 수학적 해에 불과하다. 이처럼 후단 압력이 더 낮아져도 질량 유속이 변하지 않는 현상을 초킹이라고 부른다. 초킹 현상은 임계 압력비에서 노즐 출구에서의 가스의 선속도 u_1 이 음속(Acoustic velocity)에 도달하여, 후단의 압력 변화가 전단으로 전파되는 속도인 음속이 반대 방향의 유체 속도에 의해 상쇄되어 전달되지 않기 때문에 발생한다. 이런 초킹 현상은 노즐뿐만 아니라 밸브, 누출공 등의 전후 압력비가 임계 압력비 이하일 경우에 흔히 발생하며, 배관 말단에서 기체 속도가 음속에 접근할 때에도 일어난다. 초크 흐름 조건에서 노즐 출구의 압력 P_1 은 임계 압력 P_1^* 로 유지되며 주위 압력 보다 크므로 출구 주변에서 압력이 떨어지는 희박 파동(Rarefaction wave) 현상이 수반된다⁶⁾.

위에서 설명한 바와 같이 초킹은 음속에 직접적으로 연관되어 있으므로 가스 흐름 현상을 모델링할 때 가스의 유속 u 대 음속 a 의 비로 정의되는 무차원수인 Mach수를 사용하며,

$$M \equiv \frac{u}{a} \quad (17)$$

$M < 1$ 이면 아음속(subsonic), $M = 1$ 이면 음속(sonic), $M > 1$ 이면 초음속(supersonic)으로 구분한다. 음속은 매우 작은 압축-희박 파동(Compression-rarefaction wave)으로 이루어지는 압력파가 매질 속을 단열적으로 마찰 없이 전파해 가는 속도로서 다음 식으로 구한다⁴⁾.

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s} \quad (18)$$

이상 기체의 경우 다음 관계식에서 보듯이 절대온도만의 함수가 된다.

$$a = \sqrt{\frac{kP}{\rho}} = \sqrt{\frac{kRT}{M_w}} \quad (19)$$

이상 기체의 등엔트로피 흐름에서 특정 지점의 온도, 압력, 밀도는 해당 지점에서의 Mach수를 알면 결정할 수 있다. (11)식으로부터 다음 관계식을 구한 후

$$C_P = \frac{k}{k-1} \frac{R}{M_w} \quad (20)$$

(10)식에 대입하고 (19)식을 이용하면 노즐 출구 온도 T_1 과 전단 온도 T_0 의 비를 Mach수 M_1 의 함수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} \frac{u_1^2 M_w}{kRT_1}} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)^{-1} \quad (21)$$

이제 (21)식을 (12)식과 (13)식에 차례로 대입하면 압력비와 밀도비에 대해서도 비슷한 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{P_1}{P_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)^{-\frac{k}{k-1}} \quad (22)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)^{-\frac{1}{k-1}} \quad (23)$$

이제 (22)식에서 M_1 에 1을 대입하면 (16)식과 같아지므로 임계 압력비에서 기체 유속이 음속이 됨을 확인할 수 있다.

전형적인 노즐 흐름 문제는 전단 저장용기의 조건 P_0 , T_0 와 주위의 압력 P_3 가 주어질 때 노즐을 통한 질량 플럭스 $G = \dot{m}/S_1$ 를 구하는 문제인데, 이를 푸는 절차는 다음과 같이 정리할 수 있다.

1) (16)식으로 임계 압력비를 계산

2) $P_3 \leq P_1^*$ 이면 초크 흐름

$$P_1 = P_1^*$$

$$M_1 = 1$$

그렇지 않으면 아음속 흐름

$$P_1 = P_3$$

(22)식에서 M_1 결정

3) (15)식에서 직접 또는 물성 대 Mach수 관계를 반영한 변형식으로부터 G 계산

$$G = \rho_1 u_1 \quad (24)$$

$$= P_1 M_1 \sqrt{\frac{k M_w}{RT}}$$

$$= P_0 M_1 \sqrt{\frac{k M_w}{RT_0} \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)^{-\frac{k+1}{k-1}}}$$

4. 배관 내 마찰 흐름

Fig. 1에서 노즐 이후의 배관 내의 이상 기체 흐름으로서 흐름 기본식 (3)-(5)에서 a 는 배관 입구(단면 1), b 는 배관 출구(단면 2)에 해당한다. 두 지점 간 높이 차이가 없고($z_1 = z_2$), 축일이 없다고($W_s = 0$) 가정한다. 직경 D , 길이 L 인 배관에서의 마찰 손실은 Fanning의 마찰인자(Friction factor) f 를 이용하여 다음과 같이 나타낸다⁴⁾.

$$h_f = \frac{4fL}{D} \left(\frac{u^2}{2} \right) \quad (25)$$

이 마찰 손실로 인해 흐름 방향으로 압력이 떨어져 밀도가 감소하기 때문에 가스의 팽창 및 선속도 증가를 야기하게 된다. 이때 선속도 u 가 이동 거리에 따라 변하여 (25)식에서 h_f 를 바로 구할 수 없으므로, 흐름 기본식을 흐름 방향의 미소한 거리 dL 을 기반으로 하는 미분형(d-form) 식으로 변환할 필요가 있다.

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{u} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{dP}{\rho} + udu + \frac{u^2}{2} \left(\frac{4f}{D} dL \right) = 0 \quad (27)$$

$$C_p dT + udu - dQ = 0 \quad (28)$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{P} - \frac{dT}{T} \quad (29)$$

연립 미분방정식에 해당하는 (26)-(29)식을 적분하여 얻는 해의 유용한 형태는 (25)식에서 마찰 손실 h_f 를 속도 높이압(Velocity head) $u^2/2$ 로 나눈 마찰 손실 계수(Friction loss coefficient) $4fL/D$ 를 다음과 같이 배관 입구 및 출구에서의 Mach수의 함수로 나타내는 것이다.

$$\frac{4fL}{D} = g(M_1, M_2) \quad (30)$$

(30)식을 도출하기 위한 과정의 첫 번째 단계로서 (27)식을 다음과 같이 정리한 후,

$$\frac{4f}{D} dL = - \frac{2}{\rho u^2} dP - 2 \frac{du}{u} \quad (31)$$

우변의 항들을 M 을 담은 항들로 변환한다. 이를 위해 (17)식과 (19)식을 결합하여 다음 관계식을 얻은 후,

$$M^2 = \frac{\rho u^2}{kP} \quad (32)$$

$$M^2 = \frac{M_w u^2}{kRT} \quad (33)$$

(32)식을 (31)식에 대입하여 일단 다음의 중간 결과를 얻는다.

$$\frac{4f}{D} dL = - \frac{2}{kM^2} \frac{dP}{P} - 2 \frac{du}{u} \quad (34)$$

이후의 유도 과정은 배관으로의 열입력 유형에 따라 다르게 전개된다.

4.1 단열 흐름

(28)식에서 dQ 가 0일 경우이다. 먼저, (32)식의 양변에 \log 를 취한 후 미분하는 대수(logarithmic) 미분형으로 나타낸 다음 (26)식을 대입한다.

$$\begin{aligned} 2 \frac{dM}{M} &= \frac{d\rho}{\rho} + 2 \frac{du}{u} - \frac{dP}{P} \\ &= \frac{du}{u} - \frac{dP}{P} \end{aligned} \quad (35)$$

마찬가지 방식으로 (33)식을 대수 미분형으로 바꾼 후 (28)식을 대입하고, 이어 (17), (19), (33), (20)식의 관계를 이용하여 다음과 같이 수식을 전개한 후,

$$\begin{aligned} 2 \frac{dM}{M} &= 2 \frac{du}{u} - \frac{dT}{T} \\ &= \left(2 + \frac{u^2}{C_p T} \right) \frac{du}{u} \\ &= \left(2 + \frac{kRM^2}{C_p M_w} \right) \frac{du}{u} \\ &= [2 + (k-1)M^2] \frac{du}{u} \end{aligned} \quad (36)$$

du/u 에 관해 정리한다.

$$\frac{du}{u} = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \frac{dM}{M} \quad (37)$$

다음, (37)식을 (35)식에 대입하여 dP/P 에 관해 정리한다.

$$\frac{dP}{P} = -\frac{1+(k-1)M^2}{1+\frac{k-1}{2}M^2} \frac{dM}{M} \quad (38)$$

마지막으로, (37)과 (38)식을 (34)식에 대입하고 적분이 용이한 형태로 정리한 후,

$$\begin{aligned} \frac{4f}{D}dL &= \frac{2(1-M^2)}{k\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)M^2} \frac{dM}{M} \\ &= \frac{1-M^2}{k\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)M^4} dM^2 \end{aligned} \quad (39)$$

(39)식의 우변을 부분분수 전개하여 적분하면 (30)식 형태의 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{4fL}{D} &= \frac{1}{k} \left(\frac{1}{M_1^2} - \frac{1}{M_2^2} \right) \\ &+ \frac{k+1}{2k} \ln \left[\frac{M_1^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2 \right)}{M_2^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)} \right] \end{aligned} \quad (40)$$

배관계에 밸브, 엘보 등의 연결부(fittings)가 있을 경우 그에 따른 마찰 손실은 대개 속도 높이압의 배수에 해당하는 손실 계수 K_f 를 사용하여 반영하므로^{4,7)}, 다음과 같이 총(total) 마찰 손실 계수를 정의한 후,

$$N = \frac{4fL}{D} + \sum_i K_{f_i} \quad (41)$$

(40)식의 좌변을 대체할 수 있다.

$$\begin{aligned} N &= \frac{1}{k} \left(\frac{1}{M_1^2} - \frac{1}{M_2^2} \right) \\ &+ \frac{k+1}{2k} \ln \left[\frac{M_1^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2 \right)}{M_2^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)} \right] \end{aligned} \quad (42)$$

배관 입구와 출구에서의 Mach수를 알면 두 지점 사이의 물성비도 알 수 있다. 선속도 u 로 흐르는 기체 흐름을 단열적으로 마찰 없이 정지시켰을 경우의 상태를 정지 조건(Stagnation condition)이라고 부르는데, (5)와 (8)식으로부터 두 상태의 온도 사이에는 다음 관계가 성립한다.

$$T_s = T + \frac{u^2}{2C_p} \quad (43)$$

이어 (17), (19), (20)식을 이용하면 두 온도 간 비를 Mach수의 함수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{T}{T_s} = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2}M^2} \quad (44)$$

(44)와 (21)식은 동일한 관계를 표현하고 있음을 알 수 있는데, 이는 등엔트로피 노즐 흐름에서의 정지 조건이란 정의 상 전단 저장용기의 조건과 같기 때문이다. 배관 내 단열 흐름에서 입구와 출구에서의 정지조건은 서로 같으므로($T_{1s} = T_{2s}$), (44)식을 양쪽에 모두 적용하여 비를 취함으로써 다음 관계식을 얻는다.

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{k-1}{2}M_1^2}{1 + \frac{k-1}{2}M_2^2} \quad (45)$$

압력비의 경우 (38)식을 직접 적분하여 얻으며,

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{1 + \frac{k-1}{2}M_1^2}{1 + \frac{k-1}{2}M_2^2}} \quad (46)$$

밀도비는 상태방정식을 이용하여 구한다.

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2 T_1}{P_1 T_2} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{1 + \frac{k-1}{2}M_2^2}{1 + \frac{k-1}{2}M_1^2}} \quad (47)$$

배관에서의 질량 플럭스는 입구나 출구 또는 어느 지점에서나 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} G &= \rho u \\ &= PM \sqrt{\frac{kM_w}{RT}} \\ &= P_s M \sqrt{\frac{kM_w}{RT_s} \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2 \right)^{-\frac{k+1}{k-1}}} \end{aligned} \quad (48)$$

흐름식 (42)와 (48)식을 Mach수 대신 배관 입출구에서의 온도 및 압력으로 나타내려면 (45)와 (46)식을 M_1

과 M_2 에 관해 푼 후 각 식에 대입하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$N = \frac{k-1}{2k} \left(\frac{P_1^2 T_2^2 - P_2^2 T_1^2}{T_2 - T_1} \right) \left(\frac{1}{P_1^2 T_2 - P_2^2 T_1} \right) + \frac{k+1}{2} \ln \left(\frac{P_2 T_1}{P_1 T_2} \right) \quad (49)$$

$$G = \sqrt{\frac{2M_w}{R} \frac{k}{k-1} \frac{T_2 - T_1}{\left(\frac{T_1}{P_1}\right)^2 - \left(\frac{T_2}{P_2}\right)^2}} \quad (50)$$

그러나 Mach수로 나타낸 흐름식에 비해 별다른 통찰력을 제공하지 못할 뿐만 아니라, 이후 방정식의 수치해를 구하는 과정도 더 복잡하여 잘 쓰이지 않는다.

배관 흐름에서도 노즐 흐름에서와 같이 초킹 현상이 발생할 수 있다. 배관 길이에 따라 Mach수가 꾸준히 증가하여 출구에서 1에 도달하면($M_2 = 1$) 음속 흐름이 되어, 주위의 압력이 더 떨어지더라도 질량 플럭스가 증가하지 않는다. 일단 배관 입구에서의 Mach수 M_1 이 주어지면 질량 플럭스 G 의 값은 고정되나, 이 값을 유지할 수 있는 총마찰 손실 계수 N 의 최대값이 존재하게 된다. (42)식을 M_2 에 관해 미분하여 얻은 도함수를 0으로 놓는 방정식을 풀면 $M_2 = 1$ 에서 최대값이 나타남을 쉽게 확인할 수 있다. 따라서 주어진 M_1 에서 배관의 최대 총마찰 손실 계수는 (42)식에서 M_2 에 1을 대입하여 얻는 다음 값이다.

$$N_{\max} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{M_1^2} - 1 \right) + \frac{k+1}{2k} \ln \left[\frac{(k+1)M_1^2}{2+(k-1)M_1^2} \right] \quad (51)$$

만일 N 이 N_{\max} 보다 커지면 G 가 감소하여 M_1 이 줄어든 상태에서 초크 흐름이 나타날 것이다.

배관의 입구 조건 P_1 , T_1 과 총마찰 손실 계수 N 및 주위의 압력 P_3 가 주어질 때 질량 플럭스 G 를 구하는 전형적인 문제를 푸는 절차는 다음과 같다.

- 1) 초크 흐름($M_2 = 1$)을 가정하여 (42)식에서 M_1 결정
- 2) (46)식으로 P_{2c} 계산
- 3) $P_3 \leq P_{2c}$ 이면 초크 흐름
 $P_2 = P_{2c}$
 그렇지 않으면 아음속 흐름
 $P_2 = P_3$

(42)와 (46)식을 연립하여 풀어 M_1 과 M_2 결정
 4) (48)식으로 G 계산

4.2 등온 흐름

이 흐름에서는 배관 입출구의 온도가 모두 T 로 일정하여 총에너지 수지식 (28)이 불필요하다. (33)식의 대수 미분형은 다음과 같이 단순해지며,

$$\frac{du}{u} = \frac{dM}{M} \quad (52)$$

이 식을 (35)식에 대입하여 얻는 식도 간단하다.

$$\frac{dP}{P} = -\frac{dM}{M} \quad (53)$$

이제 (52)와 (53)식을 (34)식에 대입하고 적분하여 다음 식을 얻은 다음,

$$\frac{4fL}{D} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{M_1^2} - \frac{1}{M_2^2} \right) + 2 \ln \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \quad (54)$$

단열 흐름에서와 같이 좌변항을 (41)식의 총 마찰 손실 계수로 대체하면 다음과 같다.

$$N = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{M_1^2} - \frac{1}{M_2^2} \right) + 2 \ln \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \quad (55)$$

배관 입구와 출구에서의 압력비와 밀도비도 단순히 Mach수와 역비례 관계로 표현된다.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{M_1}{M_2} \quad (56)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_1}{M_2} \quad (57)$$

질량 플럭스 G 도 (48)식으로 계산하거나, Mach수 대신 온도와 압력으로 나타낸 다음 식으로 직접 구할 수 있다.

$$N = \frac{M_w}{G^2 RT} (P_1^2 - P_2^2) - 2 \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \quad (58)$$

등온 흐름에서도 초킹 현상이 발생하나, 단열 흐름

때와는 달리 아음속 조건에서 일어난다. M_1 이 고정된 상태에서 N 의 최대값을 구하기 위해 (55)식을 M_2 에 관해 미분하여 얻는 도함수를 0으로 놓는 다음 방정식의

$$\frac{dN}{dM_2} = \frac{2}{kM_2^3} - \frac{2}{M_2} = 0 \quad (59)$$

근을 구하면 1보다 작은 값을 갖는다.

$$M_{2,max} = M_{2c} = \frac{1}{\sqrt{k}} < 1 \quad (60)$$

등온 흐름의 전형적인 문제를 푸는 절차는 다음과 같이 정리할 수 있다.

- 1) 초크 흐름($M_2 = 1/\sqrt{k}$)을 가정하여 (55)식에서 M_1 결정
- 2) (56)식으로 P_{2c} 계산
- 3) $P_3 \leq P_{2c}$ 이면 초크 흐름
 $P_2 = P_{2c}$
 그렇지 않으면 비초크 흐름
 $P_2 = P_3$
 (55)와 (56)식을 연립하여 풀어 M_1 과 M_2 결정
- 4) (48)식으로 G 계산

4.3 일반 흐름

4.1절의 단열 흐름과 4.2절의 등온 흐름은 실제 흐름을 단순화시킨 두 가지 흐름 모델이다. 단열 흐름 모델은 배관 외부에 설치된 보온재 등에 의해 열전달이 차단된 상황에 적합하고, 등온 흐름 모델은 외부로부터의 열입력에 의해 일정 온도로 유지되는 상황에 적합하다고 할 수 있다.

그러나 단열 흐름 모델의 계산 결과를 놓고 등온 조건을 유지하기 위해 배관의 미소 구간 dL 에서 필요한 열입력량 dQ 를 (28)식을 이용하여 역으로 구하면 다음과 같은데,

$$dQ = udu \quad (61)$$

초크 흐름에 근접하는 배관 말단 구간에서는 거의 무한히 큰 열전달이 요구되어 현실적으로 등온 조건을 달성하기 어렵다^{8,9)}. 등온 흐름 모델이 적합한 예외 상황으로서 지하에 매설된 장거리 천연가스 수송 배관을 들 수 있지만, 이 경우 실제 천연가스 산업에서 채택하고 있는 전형적인 경제속도는 대략 6 m/s이어서 초크

흐름과는 크게 동떨어진 흐름 영역에 있기 때문에 등온 조건이 성립할 수 있을 뿐이다⁶⁾.

따라서 압력방출장치의 토출 배관에서의 가스 흐름에는 두 흐름 모델 중 단열 흐름 모델이 더 적합하다고 볼 수 있다. 비교적 짧은 배관($L = 130 \sim 220$ D)을 통한 공기의 대기 방출 실험 결과 단열 흐름에 가깝다는 보고도 있다¹⁰⁾.

흔히 동일한 입구 조건에서 실제 흐름의 질량 유속은 단열 흐름 모델 예측값보다 작고 등온 흐름 모델 예측값보다 크다고 알려져 있지만³⁾, 이는 사실이 아니며 실제로는 배관 주변의 열전달 상황에 따라 양자의 경계를 어느 쪽으로나 넘어설 수 있다¹¹⁾. (28)식에 열전달항 dQ 가 포함된 일반 흐름의 경우 해석적인 수식 전개가 어렵지만 수치해를 구할 수는 있다. 이 연구에서는 배관 주변으로부터 대류 열전달항 dQ 가 입력될 때 미분형 흐름식 (26)-(29)에서 dL 을 배관 길이의 작은 증분으로 설정한 다음, dp , du , dP , dT 를 미지벡터의 원소들로 간주하여 연립 대수방정식을 풀어 나감으로써 수치해를 구할 수 있었으나, 초크 흐름에 근접하는 영역에서는 수치해의 거동이 매우 불안정해짐을 볼 수 있었다.

5. 등엔트로피 노즐에 이은 단열 마찰 배관 흐름

이제 마지막으로 전단의 저장용기로부터 노즐을 통한 등엔트로피 흐름이 배관에 유입되어 단열 마찰 흐름으로 이어지는 Fig. 1의 전체 상황(단면 0과 단면 2 사이)을 다룬다. 이 전체 흐름의 모델은 개념적으로 (1)과 (2)식의 연립방정식으로 이루어지지만, 초킹 현상을 효과적으로 다루기 위해 배관 입구와 출구에서의 Mach수 M_1 , M_2 를 미지수로 삼는 두 개의 방정식이 필요하다. 첫 번째 방정식은 배관에서의 총마찰 손실 계수에 관한 (42)식이고, 두 번째는 압력비 P_2/P_0 에 관한 식으로서 (22)와 (46)식을 결합하여 다음과 같이 구성한다.

$$\begin{aligned} \frac{P_2}{P_0} &= \frac{P_1}{P_0} \frac{P_2}{P_1} & (62) \\ &= \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)^{-\frac{k}{k-1}} \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_2^2}} \end{aligned}$$

이 흐름과 관련된 전형적 문제로서 전단 저장용기의 압력 P_0 , 온도 T_0 와 배관의 총마찰 손실계수 N 및 후단 압력 P_3 가 주어질 때 질량 플럭스 G 를 구하는

절차는 다음과 같다.

- 1) 배관 끝에서의 초크 흐름($M_2 = 1$)을 가정하여 (42)식에서 M_1 결정
- 2) (62)식으로 P_{2c} 계산
- 3) $P_3 \leq P_{2c}$ 이면 초크 흐름

$$P_2 = P_{2c}$$
 그렇지 않으면 비초크 흐름

$$P_2 = P_3$$
 (42)와 (62)식을 연립하여 풀어 M_1, M_2 결정
- 4) G 계산

$$G = P_0 M_1 \sqrt{\frac{k M_w}{R T_0} \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)^{-\frac{k+1}{k-1}}} \quad (63)$$

배관 입구에서의 온도 T_1 , 압력 P_1 , 밀도 ρ_1 은 (21)-(23)식으로 각각 구할 수 있으며, 출구에서의 온도 T_2 와 밀도 ρ_2 는 (62)식에서와 마찬가지로 계산할 수 있다.

$$T_2 = T_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2\right)^{-1} \quad (64)$$

$$\rho_2 = \rho_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)^{-\frac{1}{k-1}} \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{1 + \frac{k-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}} \quad (65)$$

Fig. 3은 총마찰 손실 계수 N 과 비열비 k 를 파라미터로 삼아 전후단 압력비 P_3/P_0 대 질량 플럭스비 G/G^* 를 도시한 차트(chart)이고, Fig. 4는 N 과 G/G^* 의 역할을 바꾸어 재구성한 차트이다. 여기서 G^* 는 노즐만 있을 때($N=0$) 초크 흐름의 질량 플럭스로서 (63)식에서 $M_1 = 1$ 을 대입하여 얻는 값이다.

$$G^* = P_0 \sqrt{\frac{k M_w}{R T_0} \left(\frac{k+1}{2}\right)^{-\frac{k+1}{k-1}}} \quad (66)$$

두 차트 모두 하부에 초크 흐름 영역이 나타나며, 배관의 저항이 클수록 그 영역이 축소되면서 방출 속도가 줄어드는 것을 볼 수 있다. 한편 가스의 정압/정적 비열비가 커질수록 같은 배관에서 압력 강하가 더 크게 일어나면서 방출 속도가 줄어들고 초크 영역도 축소된다.

이 두 차트는 일찍이 Levenspiel⁹⁾이 제시했던 차트를 재현한 것으로서 주어진 압력방출장치에서의 방출 속

도나 지정된 방출 속도를 얻기 위해 필요한 배관 저항을 추정하는 데 사용할 수 있다. 그러나 지정되지 않은 파라미터값에 해당하는 곡선의 위치를 내삽하여 추정하기 힘들고, 표시된 곡선 상의 점도 축값을 읽어내기 쉽지 않아 정확한 수치가 요구될 때는 효용성에 한계가 있다.

Fig. 5는 Fig. 3과 Fig. 4의 차트를 결합하여 하나의 곡면으로 나타낸 MATLAB 3차원 곡면 도표이고, Fig. 6은 이 곡면을 다양한 높이의 수평면으로 절단할 때 보이는 교선을 나타내는 등고선 도표(Contour plot)이다. Fig. 5에서 곡면 옆 부분을 따라 내려가는 곡선이 초킹 경계이고, 이 곡선 밑으로 드리워진 커튼 모습의 곡면이 초크 흐름 영역이다. Fig. 6의 각 곡선은 특정 압력비 P_3/P_0 가 주어질 때 가스 흐름이 가능한 G/G^* 와 N 의 조합을 나타낸다. 압력비 0에 해당하는 초킹

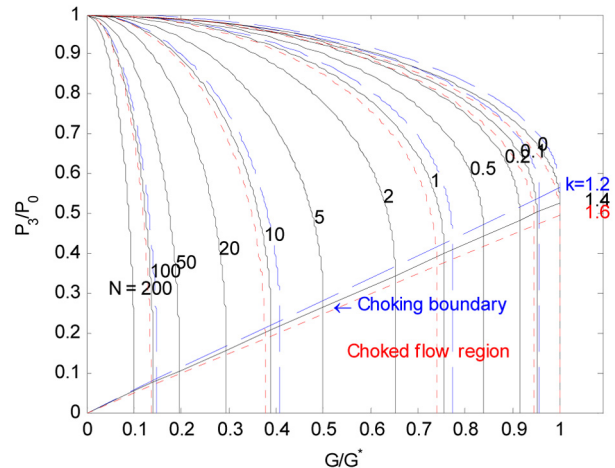


Fig. 3. Pressure vs. mass flux relationship for various total friction loss coefficients and heat capacity ratios.

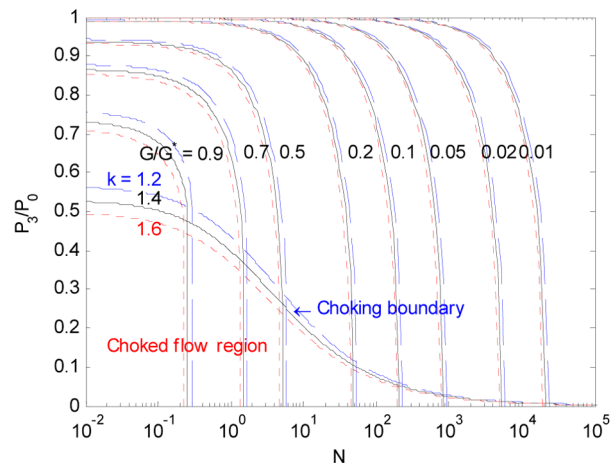


Fig. 4. Pressure vs. total friction loss coefficient relationship for various mass fluxes and heat capacity ratios.

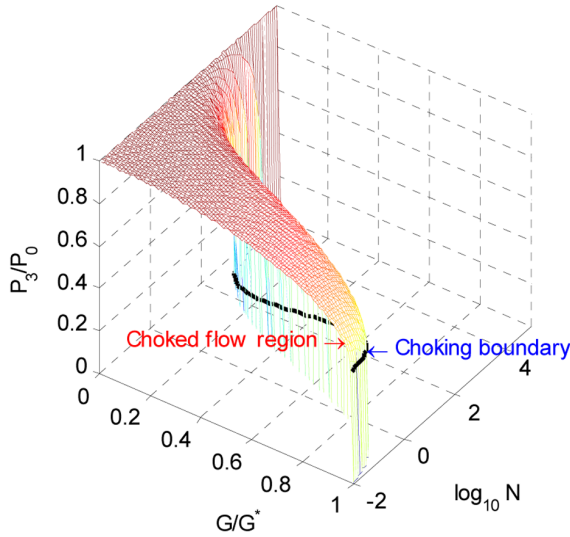


Fig. 5. 3-dimensional plot combining Fig. 3 and Fig. 4.

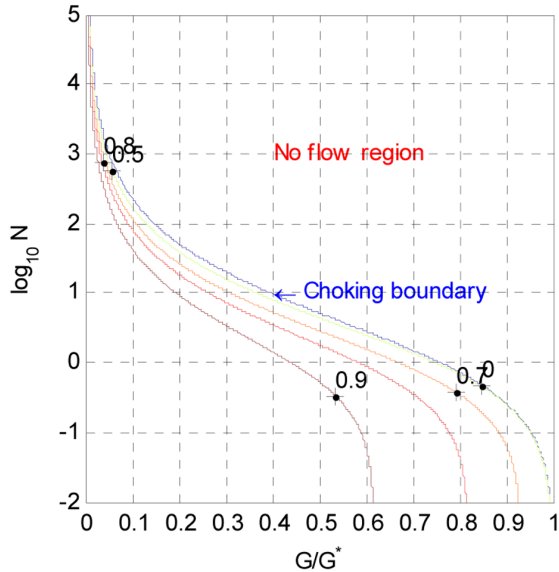


Fig. 6. Contour plot for the surface shown in Fig. 5.

경계는 Fig. 5의 곡면을 위에서 투사했을 때 바닥면에 투영되는 그림자의 바깥 가장자리에 해당하므로, 그 바깥 부분은 어떠한 압력비로도 흐름이 성립할 수 없는 영역을 나타낸다. 이 영역상의 한 점에서는 G 를 줄여 왼쪽으로 이동하거나 N 을 줄여 아래쪽으로 이동하여야만 해당 압력비에 맞는 흐름이 성립할 수 있다.

Fig. 4의 각 곡선은 배관 입구로부터의 거리에 따라 압력이 변하는 모습을 보여주는 종단면도(profile)에 해당하는데, $G/G^* = 0.5$ 일 때 압력 외에 밀도, 온도, 선속도 및 Mach수의 변화를 함께 보여주는 도표가 Fig. 7이다. Table 1은 전단 용기에서 지정된 물성값과 배관 입구 및 출구에서 계산된 물성값을 보여주고 있다. 노

즐을 통해 압력이 6.3% 감소하면서 Mach 0.306이라는 상당히 빠른 속도로 배관에 진입한 가스 흐름의 압력과 밀도는 이후 거의 비슷한 모습으로 꾸준히 떨어지는데 반해 온도의 감소율은 비교적 작다가 배관 끝 부분에서 초크 흐름에 근접하면서 급격히 커짐을 볼 수 있다. 반면 선속도와 Mach수는 완만한 증가를 보이다가 끝 부분에서 급격히 상승하고 있다.

역학적 에너지 수지식 (4)는 두 지점 간 높이 차가 없고($z_1 = z_2$), 축일이 없다고($W_s = 0$) 가정할 때 압력 높이압(Pressure head), 속도 높이압 및 ((41)식을 감안하여) 총 마찰 손실의 합이 0임을 밝히고 있다. 따라서 각 항을 $u^2/2$ 로 나누어 얻는 무차원 계수를 각각 압력 높이압 계수 N_p , 속도 높이압 계수 N_u , 총 마찰 손실 계수 N 이라고 하면 다음 식이 성립한다.

$$N_p + N_u + N = 0 \tag{67}$$

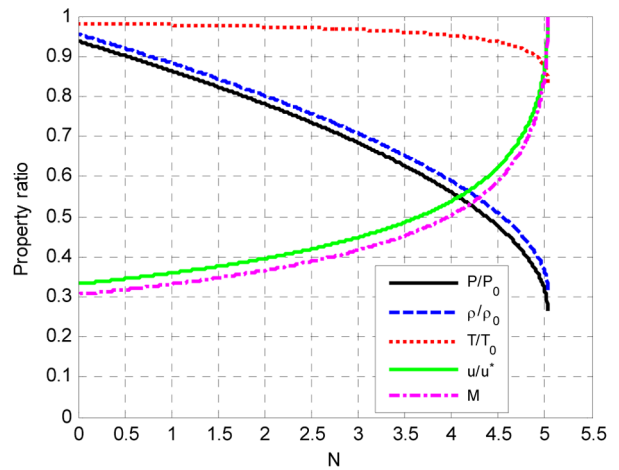


Fig. 7. Property profiles in the pipe section for $G/G^* = 0.5$.

Table 1. Calculated results for the flow shown in Fig. 7

| Location | 0 | 1 | 2 |
|--|-------|-------|-------|
| Pressure, $P \times 10^5$ | 20 | 18.74 | 5.28 |
| Stagnation pressure, $P_s \times 10^5$ | 20 | 20 | 9.99 |
| Temperature, T | 555.6 | 545.4 | 463.0 |
| Stagnation temperature, T_s | 555.6 | 555.6 | 555.6 |
| Density, ρ | 12.56 | 11.99 | 3.98 |
| Mach number, M | 0 | 0.306 | 1.000 |
| Velocity, u | 0 | 143.1 | 431.1 |
| Total friction loss coefficient, N | | | 5.03 |
| Pressure head coefficient, N_p | | | -7.23 |
| Velocity head coefficient, N_u | | | 2.20 |
| Enthalpy coefficient, N_H | | | -2.20 |
| Internal energy coefficient, N_U | | | -1.57 |
| Flow work coefficient, $N_{P/\rho}$ | | | -0.63 |

N 을 얻기 위한 과정에서 자연스럽게 N_p 와 N_u 도 도출할 수 있는데, (34), (38), (36)식으로부터 다음 식들을 얻은 후,

$$dN_p = \frac{2}{kM^2} \frac{dP}{P} \quad (68)$$

$$= -\frac{2}{kM^2} \frac{1+(k-1)M^2}{1+\frac{k-1}{2}M^2} \frac{dM}{M}$$

$$dN_u = 2 \frac{du}{u} \quad (69)$$

$$= \frac{2}{1+\frac{k-1}{2}M^2} \frac{dM}{M}$$

적분하면 다음 결과를 얻는다.

$$N_p = -\frac{1}{k} \left(\frac{1}{M_1^2} - \frac{1}{M_2^2} \right) \quad (70)$$

$$+ \frac{k-1}{2k} \ln \left[\frac{M_1^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2 \right)}{M_2^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)} \right]$$

$$N_u = -\ln \left[\frac{M_1^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2 \right)}{M_2^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)} \right] \quad (71)$$

Table 1은 (42), (70), (71)식으로 구한 각 계수의 값을 수록하고 있다. 무차원 계수 대신 실제 높이압이나 마찰 손실을 구하려면, 속도 높이압과 그 계수 사이의 관계를 이용하여 다음 식으로부터 계수 단위값 당 평균 속도 높이압 $u_{avg}^2/2$ 을 계산한 후 각 계수에 곱하여 구할 수 있다.

$$\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = N_u \left(\frac{u_{avg}^2}{2} \right) \quad (72)$$

Table 1에 수록된 계수 값으로부터 압력 높이압의 약 70%가 마찰로 손실되었고 나머지 30%는 속도 높이압으로 전환되었음을 알 수 있다.

한편 열에너지(Thermal energy) 관점에서 볼 때 총에너지 수지식 (5)로부터 운동 에너지의 증가분은 엔탈피 감소분과 같으므로 엔탈피 계수 N_H 는 $-N_u$ 가 된다. 나아가 엔탈피의 정의($H \equiv U + P/\rho$)에 따라 내부 에너지 U 와 흐름일(Flow work) P/ρ 의 감소에 따른 기여분을 각각 계산할 수 있다. Table 1에 수록된 계산 결과로부

터 운동 에너지 증가분의 약 71%가 내부 에너지의 변환에 따른 것임을 알 수 있다.

Fig. 8은 $G/G^* = 0.05$ 일 때 단열 흐름이 일어나는 배관 섹션에서의 물성 변화를 보인 것이고, Table 2는 흐름 계산의 결과를 수록한 것이다. Fig. 7에 비해 질량 유속이 1/10로 줄어들어 따라 노즐 전후의 물성 변화가 극히 미미하고 Mach수도 0.029라는 낮은 값에 머물렀다. 긴 배관에 걸쳐 온도가 거의 변하지 않다가 끝 부분에서 초크 흐름에 근접할 때에만 급격한 변화가 일어나기 때문에 압력과 밀도 곡선이 거의 겹친 상태로 꾸준히 떨어지는 모습을 보인다. 반면 선속도와 Mach수는 아주 느린 증가를 보이다가 끝 부분에서 급격히 상승하고 있다. 배관이 매우 길어 압력 높이압 계

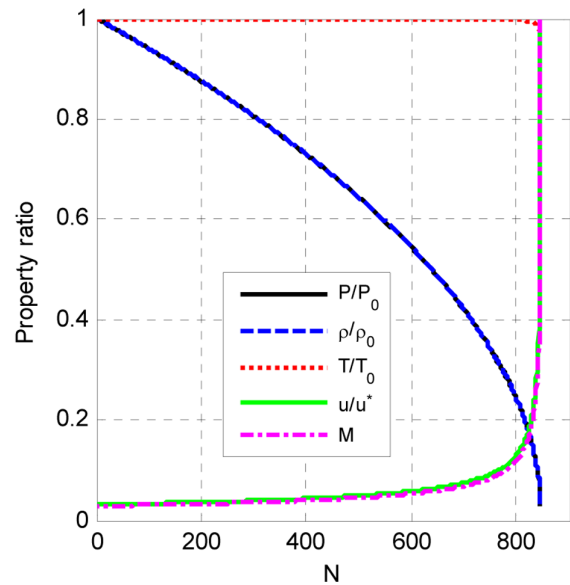


Fig. 8. Property profiles in the pipe section for $G/G^* = 0.05$.

Table 2. Calculated results for the flow shown in Fig. 9

| Location | 0 | 1 | 2 |
|--|-------|-------|---------|
| Pressure, $P \times 10^5$ | 20 | 19.99 | 0.528 |
| Stagnation pressure, $P_s \times 10^5$ | 20 | 20 | 0.999 |
| Temperature, T | 555.6 | 555.5 | 463.0 |
| Stagnation temperature, T_s | 555.6 | 555.6 | 555.6 |
| Density, ρ | 12.56 | 12.56 | 0.398 |
| Mach number, M | 0 | 0.029 | 1.000 |
| Velocity, u | 0 | 13.7 | 431.1 |
| Total friction loss coefficient, N | | | 845.65 |
| Pressure head coefficient, N_p | | | -852.55 |
| Velocity head coefficient, N_u | | | 6.90 |
| Enthalpy coefficient, N_H | | | -6.90 |
| Internal energy coefficient, N_U | | | -4.93 |
| Flow work coefficient, $N_{P/\rho}$ | | | -1.97 |

수 N_p 는 -852.55라는 큰 변화를 보였지만 99% 이상 마찰 손실을 극복하는 데 쓰였고, 속도 높이압 계수 N_u 는 6.90 증가에 그쳤다. 다만 배관 끝 부분에서 일어난 이 운동 에너지 증가분의 약 71%는 앞서와 마찬가지로 내부 에너지의 변환에 기인하였다.

마지막 고찰 사항으로서, API Standard 521⁷⁾에서는 Fig. 1의 흐름 상황에서 사용할 수 있는 그래픽 해로서 유명한 Lapple chart¹²⁾를 제시하면서 이를 바탕으로 플레어 헤더 배관을 설계하도록 권장하고 있다. Lapple chart는 Fig. 3과 유사하지만 배관에서의 등온 흐름 모델에 기반하고 있는데, 다만 등온 흐름을 비열비 k 가 1인 가스의 단열 흐름으로 간주하고 있어 개념상의 혼란을 초래하고 있다. Levenspiel⁹⁾은 Lapple이 음속이 흐름 상황에 의존하며 등온 흐름에서는 다음 식으로 주어진다는

$$a = \sqrt{\frac{RT}{M_w}} \quad (73)$$

잘못된 가정을 택하였기 때문에 오류가 발생하였음을 지적하고, Lapple chart 대신 Fig. 3을 Fig. 1 상황에 적합한 그래픽 해로 제시하였다. 그럼에도 불구하고 API Standard 521을 비롯해 여러 문헌에서 Lapple chart가 여전히 인용되고 있는 실정이다¹³⁾.

Fig. 9는 Fig. 3에 보인 Levenspiel chart의 일부 곡선을 Lapple chart의 해당 곡선과 비교한 것이다. 두 chart 모두 가로축을 질량 플럭스비 G/G^* 로 설정하고 있지만, (66)식으로 얻는 G^* 의 값이 다음 식에서 보듯이 약 12.9% 차이가 나므로 더 큰 값을 갖는 $G_{Levenspiel}^*$ 을 기준으로 삼았다.

$$\begin{aligned} \frac{G_{Levenspiel}^*}{G_{Lapple}^*} &= \frac{\left[\sqrt{k \left(\frac{k+1}{2} \right)^{-\frac{k+1}{k-1}}} \right]_{k=1.4}}{\lim_{k \rightarrow 1} \sqrt{k \left(\frac{k+1}{2} \right)^{-\frac{k+1}{k-1}}} } \quad (74) \\ &= \frac{0.6847}{\sqrt{e^{-1}}} \\ &= 1.1289 \end{aligned}$$

동일한 배관 및 압력비에서 Lapple chart의 G 값이 Levenspiel chart보다 작게 나타나지만, 배관이 길수록 그 차이가 줄어드는 것을 볼 수 있다.

구체적인 사례 연구로서 API 520 Annex E¹⁴⁾에 수록된 압력 용기(분출 압력 $P_0 = 8.60 \times 10^5$ Pa, 온도 $T_0 = 366.7$ K)로부터 파열판 및 토출 배관($D = 0.78$ m, L

$= 4.572$ m, $f = 0.0045$)을 통한 대기로의 가스 질량 플럭스를 구하였다. API 521 Table 9에 제시된 파열판 자체의 마찰 손실 계수 1.5와 Table 10에 제시된 용기로부터 PRD로의 유로 면적 축소에 따르는 마찰 손실 계수 0.5를 사용하면⁷⁾ 배관의 총 마찰 손실 계수 N 은 (41)식을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$N = \frac{4(0.00445)(4.572)}{0.078} + 1.5 + 0.5 = 3.04 \quad (75)$$

이런 흐름 조건에서 나타나는 질량 플럭스 G 는 Levenspiel과 Lapple의 방법을 사용할 때 880.2와 839.2 $\text{kg/m}^2 \text{ s}$ 로 구해져 전자가 후자에 비해 약 5% 더 컸다.

6. 결론

압력용기로부터 압력방출장치를 통한 가스 방출 속도를 구하는 문제를 포괄적으로 다루기 위해 먼저 유체 흐름 기본식으로부터 출발하여 등엔트로피 노즐 흐름과 이후의 배관 흐름을 따로따로 구분하여 흐름 모델식을 도출하는 과정을 상세하게 제시하였다. 이 과정에서 후단의 압력이 떨어져도 질량 유속이 늘어나지 않는 초킹 현상이 음속과 연관됨을 설명하였고, 따라서 흐름 모델에서 Mach수가 유용한 변수가 된다는 것을 밝혔다. 배관 흐름을 주변의 열전달 상황에 따라 단열, 등온, 일반 흐름으로 구분하여 다루었지만, 압력방출장치를 통한 가스 방출 문제의 경우 단열 흐름 모델을 더 적합한 모델로서 제시하였다. 다음, 노즐 흐름과

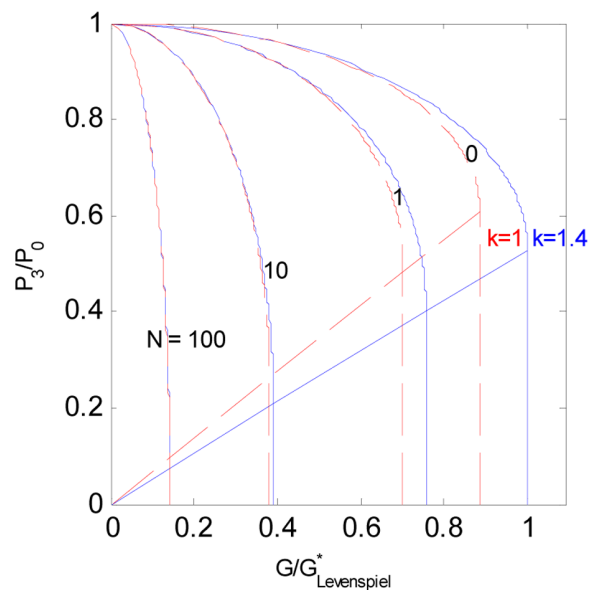


Fig. 9. Levenspiel chart ($k = 1.4$) versus Lapple chart ($k = 1$).

단열 배관 흐름을 결합하여 배관 입구와 출구에서의 Mach수 M_1 , M_2 에 관한 연립 방정식을 정립하였다. Fig. 1의 흐름 상황에서 전후단 압력비 P_3/P_0 , 질량 플럭스비 G/G^* , 배관의 총마찰 손실 계수 N 사이의 관계를 표현하는 그래픽 해를 MATLAB의 2차원 도표, 3차원 곡면 도표 및 등고선 도표로 제시하였다. 이어, 배관 섹션에서의 물성 변화를 추적하였고, 압력 높이, 속도 높이, 총마찰 손실 간의 관계를 정량적으로 파악하는 방법을 제시하였으며, 이를 사용하여 배관 말단의 초크 흐름에 근접하는 영역에서 가스 유속의 급격한 증가가 내부 에너지의 운동에너지로의 변환에 따른 것임을 밝혔다. 마지막으로 이 논문에서 재현된 Levenspiel chart를 API 521 Standard에서 사용되는 Lapple chart와 비교하였다.

Nomenclature

| | |
|--------------|--------------------------------|
| a | 음속, [m/s] |
| C_p | 정압 비열, [J/kg K] |
| C_v | 정적 비열, [J/kg K] |
| D | 관 직경, [m] |
| f | 마찰 인자, [-] |
| G | 질량 플럭스, [kg/m ² .s] |
| g | 중력 가속도, [m/s ²] |
| H | 엔탈피, [J/kg] |
| h_f | 마찰 손실, [J/kg] |
| K_f | 배관 연결부 마찰 손실 계수, [-] |
| k | 정압/정적 비열 비, C_p/C_v , [-] |
| L | 관 길이, [m] |
| M | Mach 수, [-] |
| M_w | 분자량, [kg/kg-mol] |
| \dot{m} | 질량 유속 [kg/s] |
| N | 총 마찰 손실 계수, [-] |
| N_H | 엔탈피 계수, [-] |
| N_P | 압력 높이압 계수, [-] |
| $N_{P/\rho}$ | 흐름일 계수, [-] |
| N_U | 내부 에너지 계수, [-] |
| N_u | 속도 높이압 계수, [-] |
| P | 압력, [Pa] |
| Q | 열입력, [J/kg] |
| R | 기체 상수, 8,314 [J/kg-mol K] |
| S | 흐름 단면적, [m ²] |
| S | 엔트로피(entropy), [J/kg K] |
| T | 온도, [K] |

| | |
|-------|----------------|
| U | 내부 에너지, [J/kg] |
| u | 선속도, [m/s] |
| W_s | 축일, [J/kg] |
| z | 높이, [m] |

Greek letters

| | |
|--------|--------------------------|
| ρ | 밀도, [kg/m ³] |
|--------|--------------------------|

하첨자/상첨자

| | |
|-----|----------------------------------|
| 0 | 용기(vessel) |
| 1 | 노즐 출구/배관 입구 |
| 2 | 배관 출구 |
| a | 전단(upstream) |
| avg | 평균(average) |
| b | 후단(downstream) |
| c | 초크 상태(choked) |
| s | 정지 조건(Stagnation condition) |
| * | 마찰 없는 초크 상태(Choked frictionless) |

Acknowledgements: 이 논문은 전남대학교 학술연구비 (과제번호: 2016-2511) 지원에 의하여 연구되었음.

References

- 1) K. -W. Lee, "A Methodology for Assessing Risk from Released Hydrocarbon", J. Korea Soc. Saf., Vol. 13, pp. 170-180, 1998.
- 2) Y. H. Kim, J. B. Baek and J. W. Ko, "A Comparative Study on the Method of Consequence Estimation for Release of Toxicant Substances", J. Korea Soc. Saf., Vol. 9, pp. 89-94, 1994.
- 3) D. A. Crowl and J. F. Louvar, "Chemical Process Safety, Fundamentals with Applications", 3rd ed., Prentice Hall, pp. 146-158, 2011.
- 4) W. L. McCabe, J. C. Smith and P. Harriott, "Unit Operations of Chemical Engineering", 6th ed., McGraw-Hill, pp. 94-146, 2001.
- 5) Safetia Company, "Performance Improvement of Consequence Analysis Software e_CA", Final Report to Korea Occupational Safety and Health Agency, November, 2019.
- 6) N. Nevers, "Fluid Mechanics for Chemical Engineers", 3rd ed., McGraw Hill, pp. 311-331, 2005.
- 7) API Standard 521, Pressure-relieving and Depressuring Systems, 6th ed., American Petroleum Institute, pp. 90-93, 2014.

- 8) A. H. Shapiro, The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow, Ronald Press, New York, 1958.
- 9) O. Levenspiel, "The Discharge of Gases from a Reservoir through a Pipe", American Institute of Chemical Engineers Journal, Vol. 23, No. 3, pp. 402-403, 1977.
- 10) Crane Company, Flow of Fluids through Valves, Fittings and Pipes, Crane Valve, 1986.
- 11) T. Walters, "Gas-flow Calculations: Don't Choke", Chemical Engineering, Cover Story, 2000.
- 12) C. E. Lapple, "Isothermal and Adiabatic Flow of Compressible Fluids", Transactions of the American Institute of Chemical Engineers, Vol. 39, pp. 385-432, 1943.
- 13) F. Teng, P. Medina and M. Heigold, "Compressible Fluid Flow Calculation Methods", Chemical Engineering, pp. 32-41, February, 2014.
- 14) API Standard 520, Sizing, Selection and Installation of Pressure-relieving Devices, Part I – Sizing and Selection, 9th ed., American Petroleum Institute, pp. 137-142, 2014.