

# 비대칭 초기 조건을 갖는 얇은 아치의 동적 불안정과 순시 주파수 변화

## Dynamic Instability and Instantaneous Frequency of a Shallow Arch With Asymmetric Initial Conditions

손수덕\*  
Shon, Sudeok

하준홍\*\*  
Ha, Junhong

### Abstract

This paper examined the dynamic instability of a shallow arch according to the response characteristics when nearing critical loads. The frequency changing features of the time-domain increasing the loads are analyzed using Fast Fourier Transformation (FFT), while the response signal around the critical loads are analyzed using Hilbert-Huang Transformation (HHT). This study reveals that the models with an arch shape of  $h = 3$  or higher exhibit buckling, which is very sensitive to the asymmetric initial conditions. Also, the critical buckling load increases as the shape increases, with its feather varying depending on the asymmetric initial conditions. Decomposition results show the decrease in predominant frequency before the threshold as the load increases, and the predominant period doubles at the critical level. In the vicinity of the critical level, sections rapidly manifest the displacement increase, with the changes in Instantaneous Frequency (IF) and Instant Energy (IE) becoming apparent.

**Keywords :** *Shallow arches, Dynamic instability, Asymmetric mode, Initial condition, Imperfection, Empirical mode decomposition, Instantaneous frequency*

### 1. 서론

아치나 구형 셸(Spherical shell)의 형상은 편평한 판보다 지붕을 더 얇게 덮을 수 있기 때문에 장스팬 지붕 구조에 적합하다. 이는 중력 하중을 면내 내력으로 저항하는 구조 특성으로 설명할 수 있다. 그러나 이러한 메커니즘에는 예상치 못한 불안정 현상도 동반하게 된다. 특히 얇은 아치(Shallow arch)는 아름답고 가벼우나 이러한 현상의 경계를 잘 알아야만 안전하게 설계할 수 있으며, 이를 위해 지금까지 많은 연구가 진행되고 있다.

일반적으로 아치의 동적 불안정의 분류는 직접 좌굴(Direct buckling)과 간접 좌굴(Indirect buckling)로 설명되고 있으며, 대칭모드와 비대칭모드에 대한 민감한 거동으로 분류된다. 초기 조건의 불완전성

(Imperfection)이나 비대칭성은 민감한 거동 특성의 원인이 되었다. 관련 연구들은 1950년대부터 지금까지 이어지고 있으며<sup>1,2)</sup> 초창기 연구<sup>1-4)</sup>를 바탕으로 카오스 현상, 전역적 좌굴, 공진, 이동 하중의 고려, 스펙트럼 특성 등의 주제로 연구가 확장되었다<sup>5-8)</sup>. 최근에는 아치의 연구에서 시스템 파라미터의 동정(Identification)과 안정성, 민감성, 해석적 정해도 연구되었으며, 초기치 문제나 경계치 문제에 대한 다양한 공학적 연구 주제들이 새롭게 등장하고 있다<sup>9),10)</sup>.

아치의 좌굴에 대한 임계 하중은 시계열 응답의 위상 공간을 관찰하거나 미세한 파라미터의 변화에 대한 과도한 반응을 관찰하여 결정한다. 이러한 까닭에 지배방정식의 해석적 정해나 수치적 해를 얻는 것<sup>10),11)</sup>과 더불어 응답 특성을 분석하는 것이 중요하다. 특히 시계열 응답의 주파수를 분석하는 것은 불안정 특성을 알아보는 한 방법으로 사용되며, 임계 전과 후의 특성을 잘 설명하고 있다. 그러나 임계 근방의 응답과 특징들은 파라미터에 따라 민감하게 반응하며 다양한 특성을 보인다. 주로 비대칭성에 의한 간접 좌굴의 경우 미소한 비대칭

\* 정회원, 한국기술교육대학교 건축공학과 연구교수, 공학박사  
Dept. of Architectural Eng., Koreatech University  
\*\* 교신저자, 정회원, 한국기술교육대학교 교양학부 교수, 이학박사  
School of Liberal Arts, Koreatech University  
Tel: 041-640-8612 Fax: 041-640-7217  
E-mail: hjh@koreatech.ac.kr

변위 성분의 연성(Coupling) 작용으로 말미암아 아치가 스냅핑(Snapping) 현상과 같은 좌굴이 발생하며, 이는 파라미터의 크기나 조건에 영향을 받는다. 이와 같은 현상에 대해서 다양한 각도에서 주파수와 에너지를 관찰할 필요가 있다.

응답 신호의 주파수 변화는 푸리에 변환을 통해서 접근할 수 있다. 주파수 영역에서 탁월 주파수의 증가와 감소 그리고 임계 전후의 복잡한 주파수 성분의 분포로 특성을 설명할 수 있다. 또한 임계 근방의 복잡한 거동은 국부적인 해석으로 더욱 다양하게 관찰할 수 있다. 특히 힐베르트-후앙 변환(Hilbert-Huang Transformation; HHT)<sup>12,13</sup>을 이용하는 경우 경험적 모드 분해(Empirical Mode Decomposition; EMD)를 통해서 고유 모드 함수(Intrinsic Mode Function; IMF)로 분해하여 주파수와 에너지 변화를 관찰할 수 있으므로 매우 유익하다<sup>14,15</sup>. 따라서 다양한 방향에서 분석하는 것은 아치의 동적 특성을 이해하고 설명하는 데 있어서 중요한 역할을 한다.

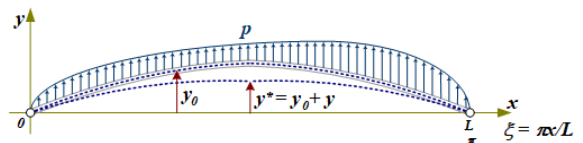
본 연구에서는 얇은 아치의 동적 좌굴 임계 하중과 임계 전후의 다양한 변화를 시계열 응답과 주파수 영역에서 나타나는 특성으로 설명하고자 한다. 이러한 연구를 위해서 변위 응답을 관찰하여 임계 좌굴 하중을 산정하고, 비대칭 초기 조건을 고려하여 동적 좌굴 하중의 변화와 그 특성을 살펴보도록 한다. 여기서, 하중의 증가에 따른 시계열 응답의 주파수 변화 특성을 고속 푸리에 변환(Fast Fourier Transformation; FFT)을 통하여 분석하도록 하며, 임계 근방의 민감한 신호에 대해서는 HHT를 통해서 순시 주파수(Instantaneous Frequency; IF)와 순시 에너지(Instantaneous Energy; IE)의 변화를 관찰하도록 한다. 특히 본 연구에서 적용되는 HHT는 응답 신호를 IMF로 분해하여 힐베르트 변환한 것으로 응답 신호가 비선형·비정상 신호에 매우 유리한 로컬 해석이다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 아치 지배방정식을 유도하고, 3장에서 시계열 응답과 임계 하중 및 임계 전후의 주파수 변화를 살펴본다. 4장에서는 임계 근방의 특성을 다루고, 결론을 5장에서 제시한다.

## 2. 아치의 지배방정식

얇은 아치의 기초방정식은 에너지 원리를 이용하여 식 (1)과 같이 유도할 수 있으며, <Fig. 1>과 같은 형상과 파라미터로 나타난다<sup>10</sup>.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \left[ \frac{EA}{2L} \int_0^L \left\{ \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial y_0}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial x} \right\} dx \right] \cdot \left( \frac{\partial^2 y_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + c \frac{\partial y}{\partial t} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - p = 0 \quad (1)$$



<Fig. 1> Shallow arch and parameters

아치의 양단은 힌지, 거리  $L$ , 원형상  $y_0(x)$ , 변위  $y(x,t)$ , 하중  $p(x,t)$ 이다. 질량은  $\rho$ , 영계수  $E$ , 단면적  $A$ , 단면 이차모멘트  $I$ 로 일정하다.

무차원화 시스템을 위해 다음과 같은 파라미터를 도입한다.

$$\eta_0 = \frac{y_0}{k}, \eta = \frac{y}{k}, q = \frac{p}{EI k} \left( \frac{L}{\pi} \right)^4, \tau = \omega_0 t, \quad (2)$$

$$\omega_0 = \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \left( \frac{EI}{\rho A} \right)^{\frac{1}{2}}, \gamma = \frac{c}{\rho A \omega_0}$$

여기서  $k$ 는 단면 2차 반경이고, 식 (1)에서  $\xi$ 로 표현된 무차원화 시스템은 식 (3)과 같다.

$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} - \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left\{ \left( \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right)^2 + 2 \frac{\partial \eta_0}{\partial \xi} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right\} d\xi \right] \cdot \left( \frac{\partial^2 \eta_0}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \right) + \gamma \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - q = 0 \quad (3)$$

여기서  $\eta_0, \eta, q$ 는 각각 아치의 초기 형상, 변위 및 하중이고, 각각의 기저는 다음 식과 같다.

$$\eta_0 = h \sin \xi, \eta = \sum_{i=0}^N Y_i \sin(i\xi), q = A \sin \xi \quad (4)$$

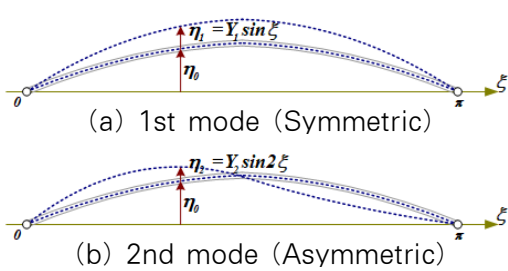
$\eta$ 는 변형된 형상에서의 경계 조건을 만족하도록

$y(0) = y(L) = 0, y''(0) = y''(L) = 0$ 로 가정하였다. 따라서 식 (4)를 식 (3)에 대입하여 정리하면 변위 함수의 계수  $Y_n$ 에 대한 상태방정식으로 나타난다. 여기서,  $\delta_{ij}$ 는 크로네커 델타이다.

$$\ddot{Y}_j = \Lambda \delta_{1j} - \gamma \dot{Y}_j - j^4 Y_j - \frac{1}{4} \left( \sum_{i=1}^N i^2 Y_i^2 + 2h Y_1 \right) (h \delta_{1j} + j^2 Y_j) \quad (5)$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

위 방정식으로 변위 성분별 아치의 거동을 관찰할 수 있으며, <Fig. 2>에서 보는 바와 같이 대칭 성분  $Y_1$ 과 비대칭 성분  $Y_2$ 에 대해서 불안정 현상을 다루도록 한다<sup>10)</sup>.



<Fig. 2> Shallow arch and the modes

식 (5)를 이용해 2차 비대칭 변위 성분까지 고려한  $N=2$ 의 지배방정식을 구하면 다음과 같다.

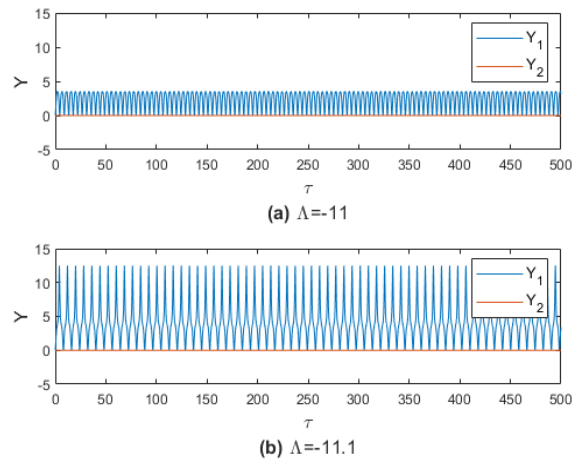
$$\ddot{Y}_1 + \gamma \dot{Y}_1 + Y_1 + \frac{1}{4} (Y_1^2 + 4Y_2^2 + 2h Y_1) (h + Y_1) = \Lambda \quad (6)$$

$$\ddot{Y}_2 + \gamma \dot{Y}_2 + 16 Y_2 + (Y_1^2 + 2 Y_2^2 + 2h Y_1) Y_2 = 0$$

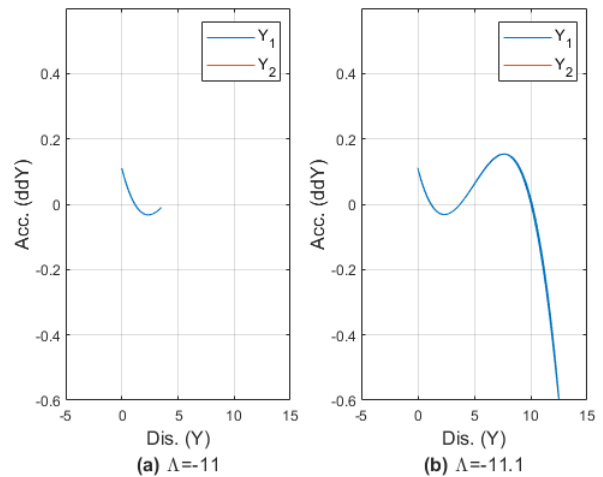
이상과 같이 유도된 식 (6)은 가장 낮은 차수의 대칭 변위와 비대칭 변위 성분으로 구성된 얇은 아치의 지배 방정식이다. 따라서 본 연구에서는 유도된 식을 이용하여 시계열 변위 응답을 얻도록 한다. 해석 방법으로는 4차 룽게-쿠타법을 이용하며, 본 연구에서는 감쇠항을 고려하지 않는다.

### 3. 비대칭 초기 조건에 관한 동적 좌굴

먼저 아치의 대칭 변위 성분의 동적 좌굴을 살펴본다. 식 (6)에서 초기치 문제인  $Y_1(0) = \dot{Y}_1(0) = 0, Y_2(0) = \dot{Y}_2(0) = 0$ 의 경우는  $Y_2(t) = 0$ 이다. 따라서 동적 좌굴은 <Fig. 3>과 같이  $Y_1(t)$ 에 의해 판단된다. <Fig. 3>에서 (a)의 진폭은  $\Lambda$ 의 작은 변화에 (b)와 같이 커지며, 좌굴 임계임을 판단할 수 있다. 위상 공간의 특징도 <Fig. 4>와 같이 뚜렷이 구별된다.



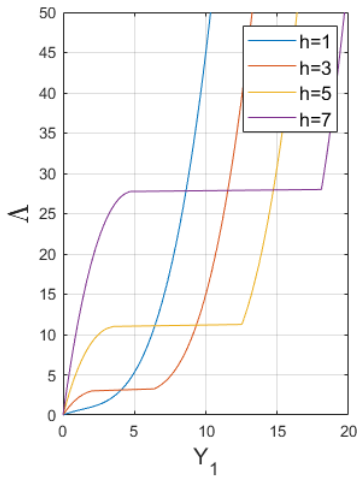
<Fig. 3> Time-Displacement responses ( $h = 5, Y_2(0) = 0.0$ )



<Fig. 4> Phase space ( $h = 5, Y_2(0) = 0.0$ )

<Table 1> Dynamic buckling load level  $\Lambda_{cr}$

$h$	3	5	7
$\Lambda_{cr}$	3.25	11.25	28.0
$Y_1$ at $\Lambda_{cr}$	6.38	12.52	18.09

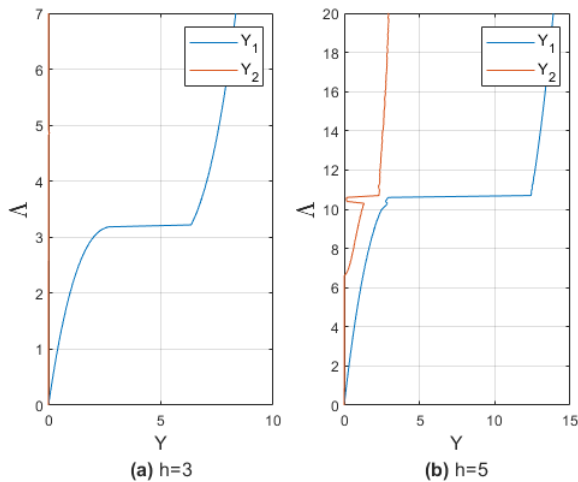


〈Fig. 5〉 Dynamic buckling load

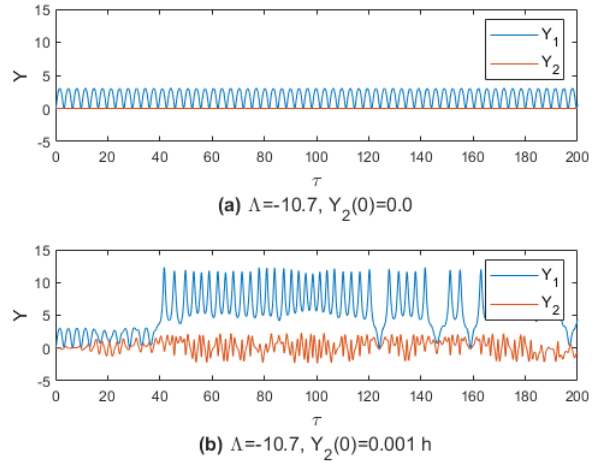
이러한  $\Delta$ 의 변화에 대해서 급격히 변하는 변위 응답은 형상  $h$ 에 따라 달라지며, 〈Fig. 5〉에서 보는 바와 같다. 또한 각각의 값을 〈Table 1〉에 기술하였고, 그림에서 보는 바와 같이  $h = 1$ 에서는 동적 좌굴이 나타나지 않는다<sup>(7),8,10)</sup>.

다음으로 비대칭 초기 조건의 동적 좌굴을 알아보기 위해 초기치  $Y_2(0) = 0.001h$ 로 변경하여 해석하였고, 임계 하중은 〈Fig. 6〉과 같다.  $h = 3$ 에서는 그 영향이 나타나지 않지만  $h = 5$ 에서는 초기 조건의 영향을 쉽게 관찰할 수 있다.

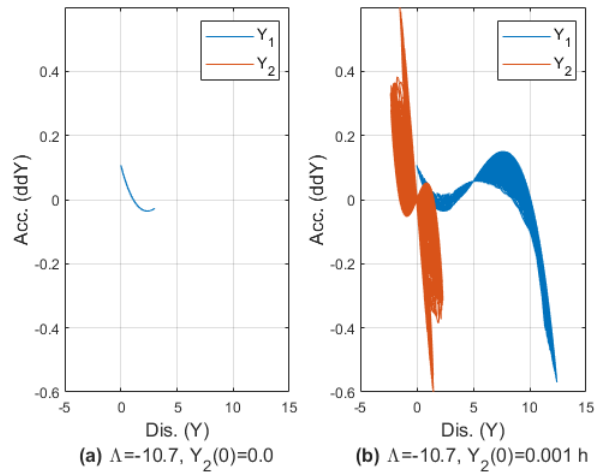
〈Fig. 6 (b)〉의 임계 하중에 대한 특성을 〈Fig. 7〉에서 살펴보면 〈Fig. 7 (a)〉의  $Y_2(0) = 0.0$  응답과는 달리  $Y_2(0) = 0.001h$ 의 초기 조건은 비대칭 성분  $Y_2$ 가 증가하고, 이어서  $Y_1$ 이 과도하게 증가하여 구조물이 불



〈Fig. 6〉 Dynamic buckling load ( $Y_2(0) = 0.001h$ )



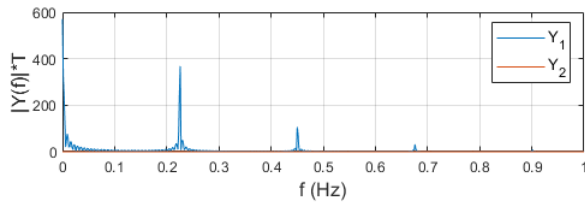
〈Fig. 7〉 Time-Displacement responses ( $h = 5, \Delta = -10.7$ )



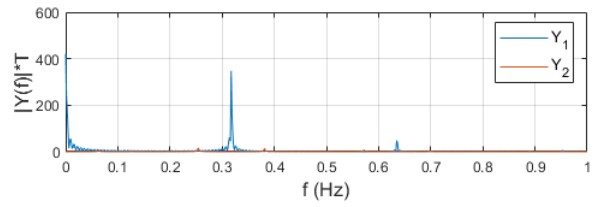
〈Fig. 8〉 Phase space ( $h = 5, Y_2(0) = 0.001h$ )

안정하게 된다〈Fig. 7 (b)〉. 이는 〈Fig. 8〉의 위상 공간에서도 명확하게 구분된다. 이러한 현상은 비대칭 초기 조건에 따라 나타나는 것으로서  $Y_2$ 의 작은 간섭이  $Y_1$ 을 증가시킨다.

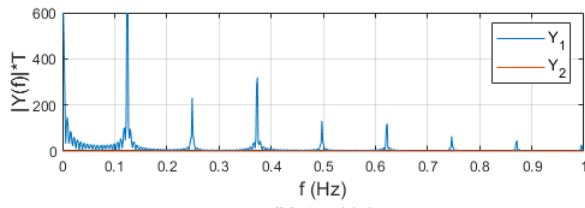
주파수 변화를 관찰하기 위해 〈Fig. 3〉의 FFT 분해를 〈Fig. 9〉에 나타내었다. 그림에서 임계 전의 탁월 주파수는 임계 후 그 값이 감소였고, 주파수 분포도 다르게 나타난다.  $\Delta$ 의 변화는 〈Fig. 10〉과 같으며, 그림에서 보는 바와 같이 임계 하중 이후의 주파수 성분의 변화를 쉽게 관찰할 수 있다.



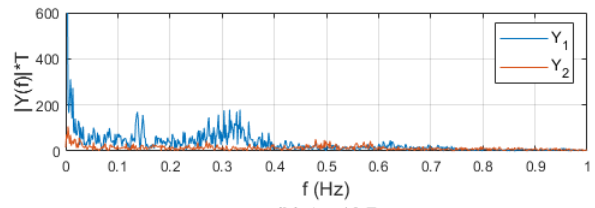
(a)  $\Lambda = -11$



(a)  $\Lambda = -10.6$



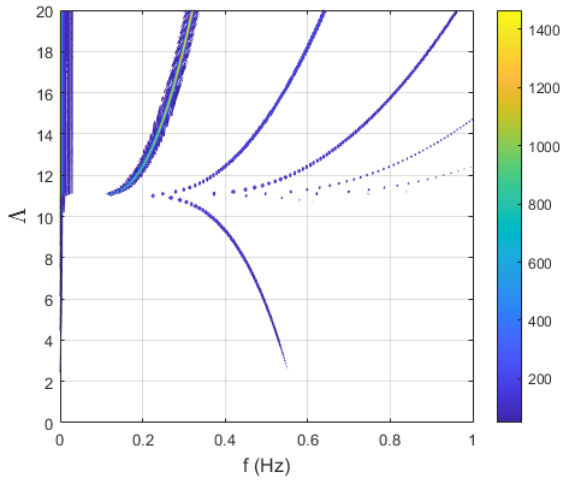
(b)  $\Lambda = -11.1$



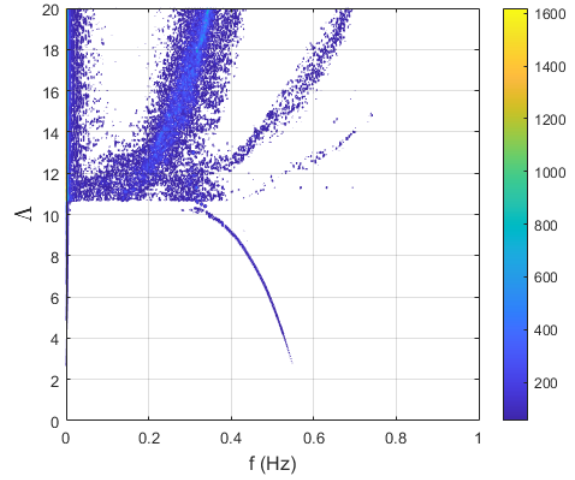
(b)  $\Lambda = -10.7$

〈Fig. 9〉 FFT analysis  
( $h = 5, Y_2(0) = 0.0$ )

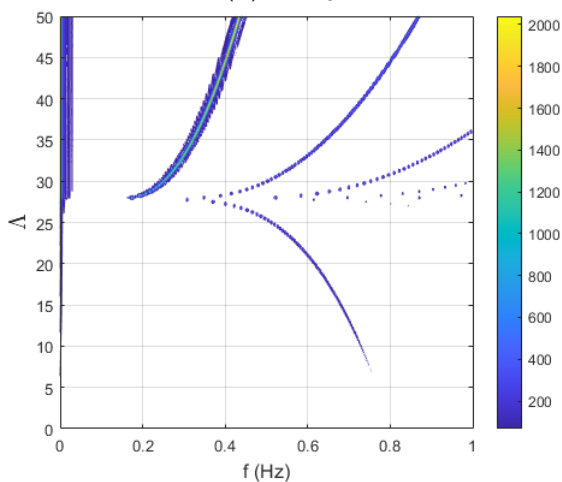
〈Fig. 11〉 FFT analysis  
( $h = 5, Y_2(0) = 0.001h$ )



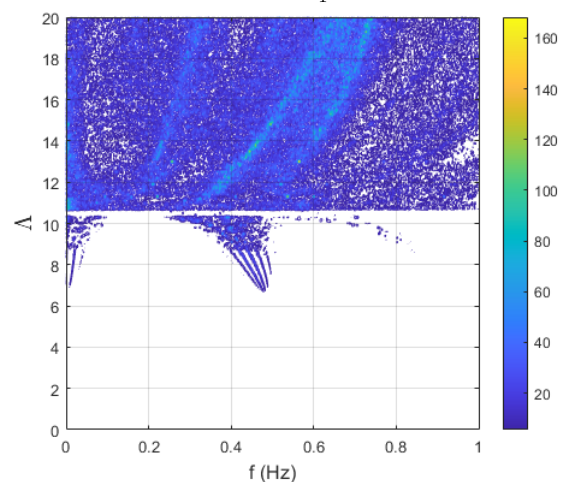
(a)  $h = 5$



(a)  $Y_1$



(b)  $h = 7$



(b)  $Y_2$

〈Fig. 10〉 Dynamic response spectrum  
( $Y_2(0) = 0.0$ )

〈Fig. 12〉 Dynamic response spectrum  
( $Y_2(0) = 0.001h$ )

다음으로 비대칭 조건에 대한 동적 특성을 관찰하기 위해서 아치의 형상  $h = 5$ ,  $Y_2(0) = 0.001h$ 일 때의 임계 전후 주파수 변화를 <Fig. 11>에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 임계 전후의 주파수 성분 분포가 달라지는 것을 분명히 알 수 있다. 또한 하중 레벨  $\Lambda$ 에 따른 변화인 <Fig. 12>의 특성도 명확하게 관찰할 수 있다. 이 그림에서  $Y_1$ ,  $Y_2$ 가 임계 이후 더욱 다양한 주파수 성분으로 구성되며, 특히  $Y_2$ 가 임계 이후 다양한 분포를 보이고 있다.

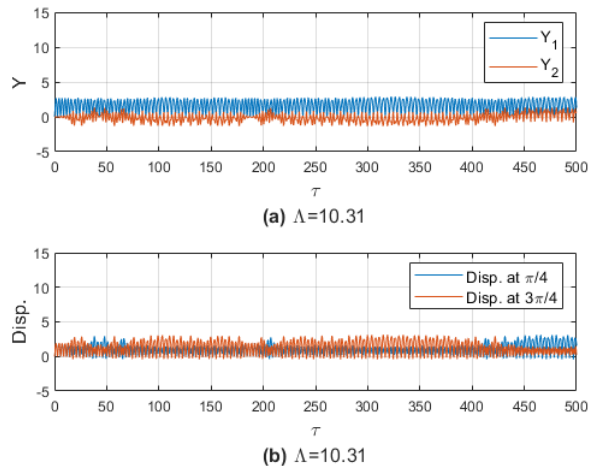
이상과 같이 임계 전후의 주파수 변화는 명확하게 나타난다. 그러나 임계 근방에서 나타나는 다양한 진동의 변화를 설명하기 위해서는 순시 주파수나 순시 에너지와 같은 로컬 해석을 통한 주기의 변화를 살펴볼 필요가 있다.

#### 4. 임계경계의 순시 주파수 변화

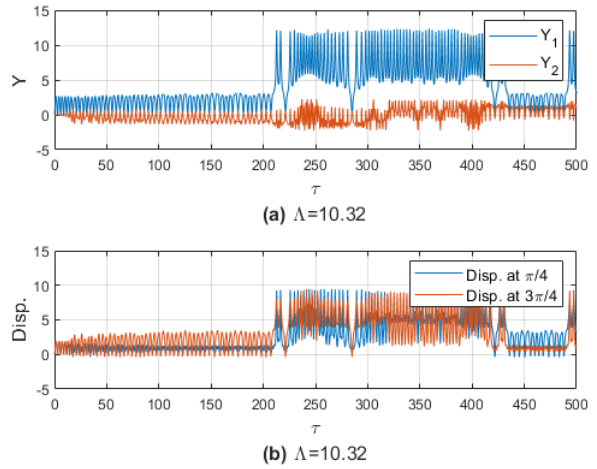
임계의 경계에서 나타나는 응답은 비대칭 성분의 영향으로 대칭 성분이 갑자기 증가한다. 이러한 변화를  $h = 5$  모델의 <Fig. 13>과 <Fig. 14>에서 살펴본다. 각 그림에서 (a)는 대칭 및 비대칭 변위 성분  $Y_1$ ,  $Y_2$ 의 값이고, (b)는 각각의 성분들을 이용해서 구한  $\pi/4$ 와  $3\pi/4$  위치의 변위이다. (b)의 경우 두 성분의 특성을 하나의 신호로 알아볼 수 있는 장점이 있다.

아치의 형상이  $h = 5$ 일 때의 해석 결과로 볼 때  $\Lambda = 10.31$ 은 좌굴 현상이 나타나지 않으며  $Y_2$ 로 인한  $Y_1$ 의 큰 변화를 감지할 수 없다. 그러나  $\Lambda = 10.32$ 의 결과에서는 뚜렷하게 나타난다. 특히 <Fig. 14 (b)>에서 나타나는 신호는 두 성분에 의한 증폭된 변위의 특성을 쉽게 관찰할 수 있다.

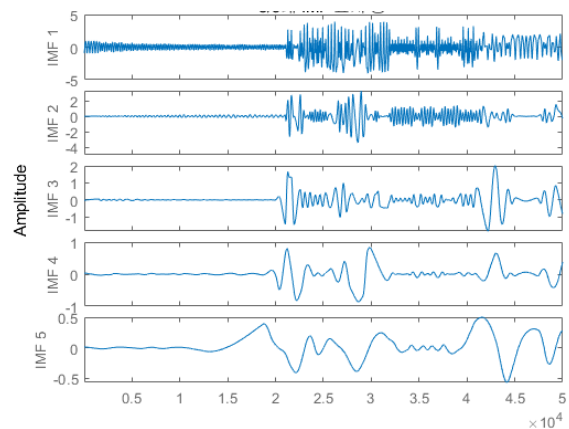
이러한 성분의 주파수 변화를 살펴보기 위해서 EMD를 이용해 IMF를 분해하였으며, 1~5차 IMF는 <Fig. 15>에서 보는 바와 같다. 각각의 IMF의 특성이 진동 패턴에 따라 최대치와 진동의 양상이 다르게 나타난다. 특히 임계점 근처에서 비대칭 변위 성분으로 인한 변위의 큰 증가는 분해된 IMF에서도 잘 나타나고 있다.



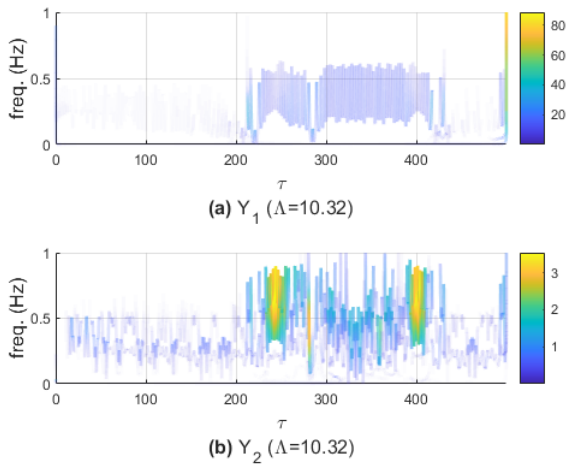
<Fig. 13> Time-Displacement responses ( $h = 5, Y_2(0) = 0.001h, \Lambda = 10.31$ )



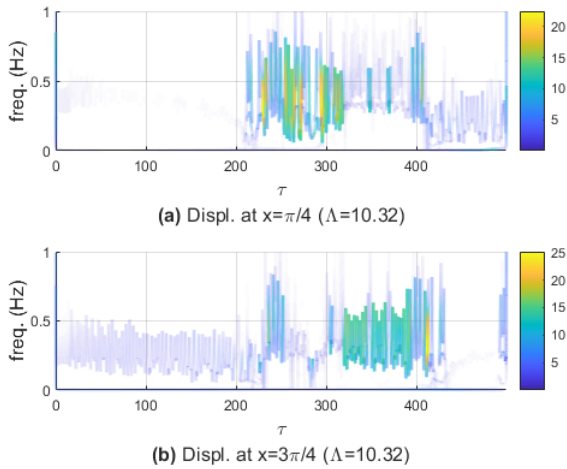
<Fig. 14> Time-Displacement responses ( $h = 5, Y_2(0) = 0.001h, \Lambda = 10.32$ )



<Fig. 15> Intrinsic mode functions of displacement response at  $x = \pi/4$  ( $h = 5, Y_2(0) = 0.001h, \Lambda = 10.32$ )



〈Fig. 16〉 Instantaneous frequency  
( $h = 5, Y_2(0) = 0.001 h, \Lambda = 10.32$ )

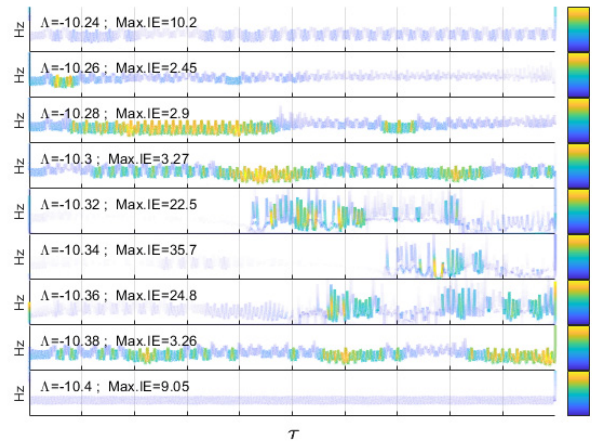


〈Fig. 17〉 Instantaneous frequency of displacement response at  $x = \pi/4$   
( $h = 5, Y_2(0) = 0.001 h, \Lambda = 10.32$ )

〈Fig. 16〉과 〈Fig. 17〉은 각 신호의 HHT 해석을 수행한 결과이며, 신호마다 순시 주파수(IF)와 순시 에너지(IE)의 범위 및 최대치에 차이가 있다. 여기서 순시 주파수는 FFT 해석에서 살펴보았던 주파수 영역인 0~1Hz의 범위에서 관찰하였고, 순시 에너지는 각 IMF의 순시 진폭(Instantaneous Amplitude; IA)을 이용하여 계산하였다.

〈Fig. 16〉의 경우 (b)에서 보는 바와 같이  $Y_2$ 의 특성이 좌굴이 발생하는 시점과 같은 시점에서 최대치를 보인다. 또한 〈Fig. 17〉은 위치에 따른 진폭의 변화가 잘 나타나고 있으며, (a)와 (b)의 진폭 변화가 비대칭 모드에 의해 반전되고 있는 것을 알 수 있다. 이 결과에 대

해서  $\Lambda$ 의 증가에 따른 순시 주파수와 순시 에너지의 최대값 max. IE를 〈Fig. 18〉에 나타내었다.  $\Lambda = 10.32 \sim 10.38$  구간에서 max. IE의 값이 다른 구간에 비해 크게 나타난다. 이는 임계 전후의 구간과 임계 근방에서 순시 주파수와 최대 순시 에너지의 패턴이 달라지는 것을 설명하고 있다. 즉, 임계 근방을 넘어선 영역에서 좌굴 현상은 하중에 의한  $Y_1$ 의 성분에 의해 발생한다.



〈Fig. 18〉 Instantaneous frequency and energy in accordance with  $\Lambda$   
( $h = 5, Y_2(0) = 0.001 h, x = \pi/4$ )

## 5. 결론

본 논문은 얇은 아치의 동적 불안정 현상과 임계 하중 근방의 응답 특성에 관해서 연구하였다. 이를 위해 대칭 및 비대칭 변위 성분을 고려하여 동적 불안정 현상을 살펴보았으며, 외력에 따른 응답의 주파수를 분석하였다. 또한 임계 근방과 전후의 힐베르트 스펙트럼 해석을 통해 순시 주파수와 에너지를 분석하여 다음과 같은 결론을 도출하였다.

- 1) 아치 형상은  $h = 3$  이상에서 동적 좌굴 현상이 나타나며,  $h = 5$  이상에서 비대칭 초기 조건에 대한 좌굴이 나타난다. 임계 좌굴 하중은 형상이 증가함에 따라 증가하며, 초기 조건에 따라서 좌굴 임계 하중이 달라진다.
- 2) 상수 하중에 대한 변위 응답에서 임계 이전의 탁월 주파수는 하중이 높아질수록 낮아지며, 임계점을 지나면서 다시 증가한다. 특히 임계 레벨을 넘어서면 탁월 주기는 배로 증가한다.

3) 임계 레벨 근처에서는 일정한 시간이 지나면 비대칭 변위 성분으로 인해 대칭 변위 성분이 급격하게 증가한다. 이는 아치의  $\pi/4$ 와  $3\pi/4$  위치에서 진폭이 달라지는 것으로 알 수 있으며, 순시 주파수 IF의 변화에서도 나타난다. 최대 순시 에너지 max. IE 값 또한 급격히 증가한다. 여기서 순시 에너지는 IMF의 순시 진폭을 이용해 계산되었다.

이상과 같이 얇은 아치의 거동을 다양한 변환 방법으로 관찰할 수 있었으며, 고차 모드에 관한 추가 연구가 필요하다고 판단된다.

### 감사의 글

이 논문은 2017년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(NRF-2017R1D1A1B03031451). 또한, 이 논문은 2019학년도 한국기술교육대학교 교수 교육연구진흥과제 지원에 의하여 연구되었음.

### References

- Hoff, N. J., & Bruce, V. G., "Dynamic Analysis of the Buckling of Laterally Loaded Flat Arches", *Journal of Mathematics and Physics*, Vol.32, No.1-4, pp.276~288, 1953, doi: 10.1002/sapm1953321276
- Riff, R., & Simitzes, G. J. (1987). The dynamic aspects of thermo-elasto-viscoplastic snap-through and creep buckling phenomena (Report No. NAS 1.26:181411). USA: National Aeronautics and Space Administration, Lewis Research Center.
- Budiansky, B., & Roth, R., "Axisymmetric Dynamic Buckling of Clamped Shallow Spherical Shells", NASA TN D-1510, pp.597~606, 1962
- Humphreys, J. S., "On Dynamic Snap Buckling of Shallow Arches", *AIAA Journal*, Vol.4, No.5, pp.878~886, 1966, doi: 10.2514/3.3561
- Levitas, J., Singer, J., & Weller, T., "Global dynamic stability of a shallow arch by poincaré-like simple cell mapping", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol.32, No.2, pp.411~424, 1997, doi: 10.1016/S0020-7462(96)00046-7
- Bi, Q., & Dai, H. H., "Analysis of non-linear dynamics and bifurcations of a shallow arch subjected to periodic excitation with internal resonance", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.233, No.4, pp.553~567, 2000, doi: 10.1006/jsvi.1999.2813
- Ha, J., Gutman, S., Shon, S., & Lee, S., "Stability of shallow arches under constant load", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol.58, pp.120~127, 2014, doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2013.08.004
- Pokhrel, B. P., Shon, S., Ha, J., & Lee, S., "Dynamic Stability and Semi-Analytical Taylor Solution of Arch With Symmetric Mode", *Journal of Korean Association for Spatial Structures*, Vol.18, No.3, pp.83~91, 2018, doi: 10.9712/KASS.2018.18.3.83
- Virgin, L. N., Wiebe, R., Spottswood, S. M., & Eason, T. G., "Sensitivity in the structural behavior of shallow arches", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol.58, pp.212~221, 2014, doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2013.10.003
- Shon, S., Ahn, S., Lee, S., & Ha, J., "A Semianalytical Approach for Nonlinear Dynamic System of Shallow Arches Using Higher Order Multistep Taylor Method", *Mathematical Problems in Engineering*, Vol.2018, No.4, pp.1~17, 2018, doi: 10.1155/2018/9567619
- Shon, S., Ha, J., Lee, S., & Kim, J. J., "Application of Multistage Homotopy Perturbation Method to the Nonlinear Space Truss Model", *International Journal*



- of Steel Structures, Vol.15, No.2, pp.335~346, 2015, doi: 10.1007/s13296-015-6006-5
12. Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., Wu, M. C., Shih, H. H., Zheng, Q., ... Liu, H. H. (1998). The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences*, Vol.454, No.1971, pp.903~995, doi: 10.1098/rspa.1998.0193
13. Huang, N. E., & Wu, Z., "A review on Hilbert-Huang transform: Method and its applications to geophysical studies", *Reviews of Geophysics*, Vol.46, No.2, pp.1~23, 2008, doi: 10.1029/2007RG000228
14. Nunes, J. C., & DELÉCHELLE, É., "Empirical Mode Decomposition: Applications on Signal And Image Processing", *Advances in Adaptive Data Analysis*, Vol.01, No.01, pp.125~175, 2009, doi: 10.1142/S1793536909000059
15. Shon, S., Ha, J., Pokhrel, B. P., & Lee, S., "Intrinsic Mode Function and its Orthogonality of the Ensemble Empirical Mode Decomposition Using Orthogonalization Method", *Journal of Korean Association for Spatial Structures*, Vol.19, No.2, pp.101~108, 2019, doi: 10.9712/KASS.2019.19.2.101

- Received : April 16, 2020
- Revised : April 30, 2020
- Accepted : April 30, 2020