



# 반복제어기의 기본 원리와 주요 이슈

필자가 석사과정을 하던 시절 연구실에서 진행하는 UPS(Uninterruptible Power Supply) 개발과제의 보조 연구원으로 근무할 때의 일이었다. 당시 지도교수이신 설승기 교수님께서 “UPS는 비선형 부하에서도 전압제어가 잘 되어야 한다. 그래서 요즘 많이 연구하는 것 중 하나가 반복제어기(Repetitive controller)인데 반복제어기를 한번 연구해봐라.”라는 지령을 내리셨다. PI(Proportional Integral) 제어가 만능인 줄 알았던 필자는 석사학위 심사를 3개월 앞두고 능동 뎀핑 제어를 부가한 반복제어기에 관한 연구를 시작하여 겨우 결과를 얻고 졸업할 수 있었다. 석사 졸업 후 약 5년 6개월의 회사 생활을 마치고 박사과정을 시작하였는데, 당시 Virginia Tech에는 제어와 모델링 분야에서 활발한 연구활동을 하시던 Paolo Mattavelli 교수님(現 University of Padova 재직 중)이 CPES 소속으로 재직 중이었다. 지도교수는 아니었지만 수려한(?) 외모와 화려한 강의력에 빠져 Mattavelli 교수님의 수업은 전부 수강을 하였는데, 그 수업들에서 다시 반복제어기를 만나게 되었고, 매도 맞아본 출가 잘 맞는다고 (혹은 publish or perish...) 열심히 반복제어기 연구를 진행하여 IEEE Trans. Power Electron.에 논문을 게재하였다. 이를 계기로 반복제어기는 다시 필자의 연구분야 중 하나로 들어오게 되었다. 한편, 세월이 흐르면서 반복제어기에 관한 연구들도 과거보다는 훨씬 더 다양한 주제들과 결합되었고 다수의 연구자들에 의해 순수한 제어 이론(Theory) 뿐만 아니라 실용적인 제어 기법(Technique)으로도 많은 연구들이 진행되었다.

본 기고문에서는 이러한 반복제어기의 기본원리와, 현 시점에서의 주요 이슈들에 관하여 소개하고자 한다. 가장 기초적인 IMP(Internal Model Principle)부터 시작하여 전통적인 고정 주파수 반복제어기, 홀수/짝수 고조파 반복제어기, 그리고 주파수가 변하더라도 반복제어 동작을 수행할 수 있는 최신의 반복제어기 이론들을 살펴보고자 한다.

# 1. 서론

1980년대 초, IMP에 근거하여 T. Inoue에 의해 처음 소개된 반복제어기는 오차 모델인 주기 신호 발생기를 이용하여 제어 시스템의 주기적인 오차를 제거하기 위해 사용된다<sup>[1][2]</sup>. 1990년대 이후 디지털 컨트롤러를 적용한 전력전자 기술의 발전과 더불어 UPS, 능동 전력 필터, 전동기 구동 분야 등과 같은 다양한 전력변환 시스템에서의 반복제어기 연구가 진행되어 왔다. 최근에는 신·재생 에너지를 활용한 분산형 전원의 증가와 관리·운영 문제가 지속적으로 대두됨에 따라 전력계통 신뢰도 향상을 목적으로 주파수 관련 규정이 제·개정되고 있으며, 이에 적용 가능한 주파수 적응형 반복제어기에 관한 연구가 진행되고 있다. 반복제어기의 연구동향을 연대별로 정리하면 그림 1과 같다.

## 2. Internal Model Principle

IMP는 어떠한 페루프 시스템의 제어기가 그 페루프 시스템의 동적 모델을 포함하면 정상상태 오차가 0이 된다는 원리를 말한다<sup>[1][2]</sup>. 예를 들어 어떤 시스템의 입력이 단위 계단 입력이라고 하자. 단위 계단 입력의 라플라스 영역 전달함수는  $1/s$  즉 적분기이므로 제어기가 적분기를 포함하고 있다면 시스템의 출력이 포화되지 않는 한 단위 계단 입력에 대한 이 시스템의 정상상태 오차는 0이 된다. 동기좌표계 dq축에서 제어하는 계통연계형 인버터나 전동기 구동 시스템에서 PI(Proportional-Integral) 제어를 사용하여 정상상태 오차를 제거하는 것 또한 IMP에 근거한다고 할 수 있겠다. 단상 인버터를 정좌표계에서 제어할 때 공진 제어를 사용하여 정상상태 오차를 제거하는 것도 마찬가지로 원리이다. 즉, 각주

파수가  $\omega$ 인 정현파 입력에 대해서  $\cos$  성분 전달함수이자 대역통과필터의 역할을 하는  $s/(s^2 + \omega^2)$ 가 제어기에 포함되어 있다면, 이 역시 IMP에 의해 정상상태 오차가 제거되는 것이다. ( $\sin$  함수의 라플라스 영역 전달함수는 90도의 위상차를 가져오며 저주파 영역의 제거 특성이 좋지 않으므로 사용하지 않는다.) 한편 단상 인버터를 가상 dq축 동기좌표계에서 제어할 때에는 직류 성분들로 제어하므로 이때에는 PI제어를 사용하여 정상상태 오차를 제거할 수 있다.

이제 어떠한 시스템에 주기적으로 반복되는 기본파 및 고조파 오차가 있다고 가정해보자. 이 오차는 전체 제어 시스템의 동특성에 의해 결정되므로 이 오차를 일종의 동적 모델로 간주할 있다. 만일 시스템의 제어기가 이 오차 모델을 포함한다면 IMP에 의해 제어 시스템의 정상상태 오차는 0으로 수렴할 것이다. 반복제어기는 이러한 IMP의 기본 원리를 이용하여 주기적으로 반복되는 임의의 입력에 대해 정상상태 오차를 0으로 만들기 위한 제어기이다. 다음 섹션에서는 이러한 반복제어기의 실제 구현에 관하여 좀더 자세히 살펴보자.

## 3. 반복제어기(고정 주파수)

반복제어기에서 중요한 부분은 오차 모델을 생성하고 이를 제어기에 포함시키는 것인데, 이를 위한 방법의 하나가(사실 거의 모든 반복제어기가 채택하는) 바로 디지털 메모리에 반복되는 한 주기의 오차를 저장했다가(오차 모델의 생성) 이를 제어기의 연산과정에서 시간의 흐름에 따라 출력하면서(제어기에 포함) 제어 동작을 수행하는 것이다. 이러한 과정을 용이하게 하기 위하여 반복제어기는 거의 대부분 디지털 제어기로 구현한다.

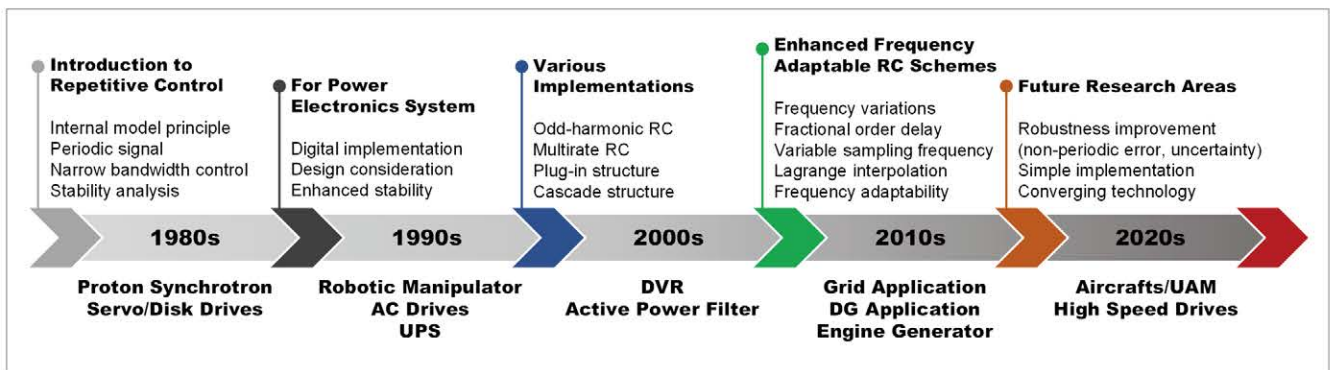


그림 1 반복제어기의 연구동향

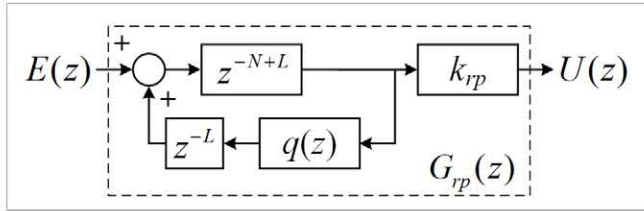


그림 2 일반적인 반복제어기 블록도

### 3.1 고정 주파수 반복제어기

반복제어기의 구현을 오차 모델의 주파수 측면에서 살펴보면 고정 주파수와 가변 주파수 방식 두 가지로 나눌 수 있다. 그림 2는 고정 주파수 방식의 일반적인 반복제어기 구조를 나타낸다. 여기서  $N$ ,  $L$ ,  $q(z)$ ,  $k_{rp}$ 는 각각 오차 모델인 주기 신호 발생기의 메모리 개수, 시스템의 시지연 보상을 위한 메모리 개수, 안정화 필터, 그리고 반복제어기 이득을 의미한다.

반복제어기의 주기 신호 발생기를 위한  $N$ 은 샘플링 주파수  $f_s$ 와 오차 모델의 기본 주파수  $f_o$ 를 이용하여 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$N = \text{floor}(f_s/f_o) \quad (1)$$

여기서  $\text{floor}(x)$ 는  $x$ 보다 작거나 같은 가장 큰 정수를 반환한다.

디지털 제어기와 PWM으로 인한 시지연( $1.5T_{\text{samp}}$ ,  $T_{\text{samp}}$ : 샘플링 주기)을 고려하여  $L$ 값은 2로 선정할 수 있으며, 안정화 필터  $q(z)$ 는 고주파 영역에서 반복제어기의 높은 이득과 시스템의 공진점을 상쇄하기 위하여 1보다 작은 상수나, 아래와 같은 zero-phase delay 저역통과 필터로 구성할 수 있다.

$$q(z) = (z + 2 + z^{-1})/4 \quad (2)$$

반복제어기의 안정성이나 성능 면에서는 상수로 설정하는 것보다는 (2)와 같은 zero-phase delay 저역통과 필터를 사용하는 것이 훨씬 우수하다. 한편, (2)를 자세히 살펴보면  $z/4$  항이 있고 이는 미래의 입력이므로 구현이 불가능한 비인과(Noncausal) 전달함수라 할 수 있다. 그럼에도 불구하고 반복제어기에서  $q(z)$ 를 구현할 수 있는 까닭은 오차가 반복된다는 가정하에 한 주기 전의 일종의 미래의 입력으로 사용할 수 있기 때문이다. 즉 (2) 자체만으로는 실제 구현이 불가능하지만, 반복제어기의 전체 전달함수를 풀어보면 인과(Causal) 전달함수로 표현되고 이를 코드로 쉽게 구현할 수 있다.

$N$ ,  $L$ ,  $q(z)$ 의 선정은 위와 같이 일반화할 수 있기 때문에 반복

제어기 이득( $k_{rp}$ )을 선정하는 것이 곧 반복제어기의 설계 과정이라고 할 수 있다. 일반적인 선형 제어기와 마찬가지로 큰 이득을 선정할수록 높은 보상 성능을 기대할 수 있으나 안정성을 보장할 수 없으므로 small gain theorem에 근거한 안정도 분석을 통해 적절한 이득을 선정한다.

### 3.2 홀수/짝수 고조파 반복제어기

일반적인 반복제어기는 주기 신호의 모든 차수에 대해 동작하는 반면, 응용 분야에 따라 홀수 또는 짝수 고조파 반복제어기를 적용할 수 있다. 그림 3은 홀수 고조파 반복제어기를 나타내는데 그림 2의 일반적인 반복제어기 구조와 비교하여 절반의 메모리 개수( $N/2$ )가 필요하며 음성 피드백 방식으로 구성되어 있다<sup>[3]</sup>.

각각의 반복제어기 입출력 전달함수  $G_{rp}(z)$ 와  $G_{rpo}(z)$ 의 주파수 응답을 나타내면 그림 4와 같다. 여기서 확인할 수 있듯이 일반적인 반복제어기는 기본 주파수 60Hz의 배수에 해당하는 모든 주파수 영역에서 높은 제어 이득을 가지는 반면, 홀수 고조파 반복제어기는 60Hz의 홀수배에 해당하는 주파수 영역에서 높은 제어 이득을 나타낸다. 이는 고조파의 대부분이 홀수 고조파로 발생하는 UPS, PFC(Power Factor Correction) 컨버터 등의 응용 분야에 적용되어 불필요한 메모리 사용을 절반으로 줄일 수 있다는 장점이 있다. 또한 제어 구조나 오차 모델에 따라 기본 주파수의 짝수배를 갖는 2차(예: 순환 전류 제어, 단상PFC 컨버터), 6차(예: dq제어) 등의 짝수 고조파 반복제어기가 사용되기도 한다<sup>[4]</sup>.

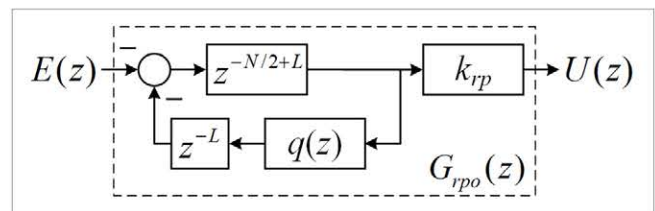


그림 3 홀수 고조파 반복제어기 블록도

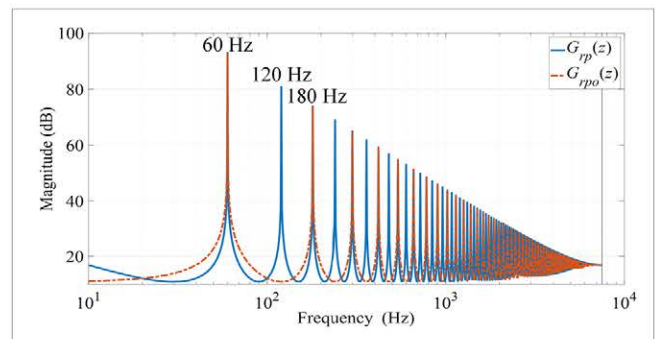


그림 4  $G_{rp}(z)$ 와  $G_{rpo}(z)$ 의 주파수 응답

## 4. 반복제어기(가변 주파수)

한편, 최근에는 오차 모델의 주파수 변동을 고려한 주파수 적응형 반복제어기 연구가 진행되고 있다. 앞서 살펴본 바와 같이, 고정 주파수 방식의 주기 신호 발생기를 갖는 반복제어기는 오차 모델의 주파수 변동이 있는 경우 해당 주기 신호를 생성할 수 없다. 이는 IMP의 기본 원리를 만족할 수 없음을 의미하므로 반복제어기의 보상 성능을 기대하기 어렵다. 따라서 이와 같은 문제를 해결하기 위해 제안된 대표적인 세 가지 방식을 살펴보면 다음과 같다.

### 4.1 라그랑주 보간법을 이용한 반복제어기

실제 주기 신호 발생기를 위한  $f/f_0$ 는 오차 모델 주파수에 따라 다음 식 (3)과 같이 실수형 값을 가져야 하지만 디지털 제어기의 한계로 인해 정수형 값으로 적용되어 왔다.

$$N + F = \frac{f}{f_0}, \quad (0 \leq F < 1) \quad (3)$$

이러한 문제를 Fractional order problem이라 지칭하며, 이를 보상하기 위해 라그랑주 보간법(Lagrange interpolation)을 이용한 반복제어기가 제안되었다. 다음 식 (4)는 라그랑주 보간을 위한 다항식을 나타내고 각각의 계수 연산과 메모리 용량을 고려하여 3차 미만의 다항식을 이용한 보간 방식이 주로 사용되고 있다.

$$z^{-F} \approx \sum_{k=0}^n A_k z^{-k} \quad \text{with } A_k = \prod_{i=0, i \neq k}^n \frac{F-i}{k-i}; \quad k, i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

그림 5는 라그랑주 보간법을 이용하여 주기 신호를 생성한 경우와 그렇지 않은 경우의  $G_{rp}(z)$  주파수 응답을 나타낸다. 라그랑주 보간법을 적용하지 않은 경우 120Hz 대역에서 약 21dB의 이득 감소가 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이와 같은 보간 방식을 이용할 경우 주파수 변동에 따라 반복제어기가

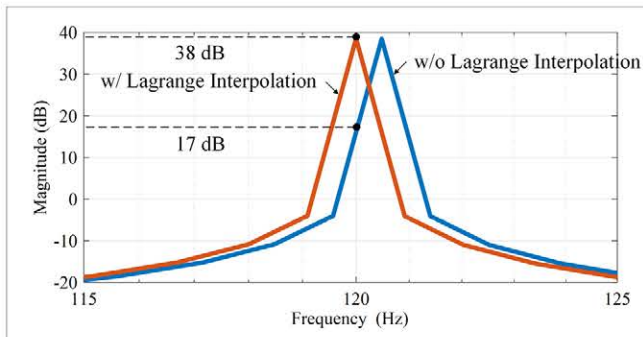


그림 5 라그랑주보간법을 이용한  $G_{rp}(z)$ 의 주파수 응답

최대 이득을 가질 수 있으나 샘플링 주파수에 따라 주파수 변동 범위가 크게 제한된다는 한계가 있다.

### 4.2 가변 샘플링 방식 반복제어기

두 번째로는 오차 모델의 주파수 변동에 따라 메모리 개수  $N$  값이 고정된 정수형 값을 가질 수 있도록 가변 샘플링 주파수를 이용한 반복제어기 방식으로 제어기 구성은 그림 6과 같다. 이는 기존에 보고된 Fractional order delay로 인한 문제도 해결할 수 있으므로 반복제어기가 가장 큰 이득을 갖는 주파수 대역에서 동작할 수 있다는 장점이 있다. 한편, 가변 샘플링 방식은 전체 제어 시스템의 샘플링 주파수 또한 가변시킴으로 안정도를 고려한 제어 이득 선정이 중요하며 디지털 제어기를 구성하는 DSP 또는 FPGA의 성능에 따라 구현이 제한된다는 한계가 있다.

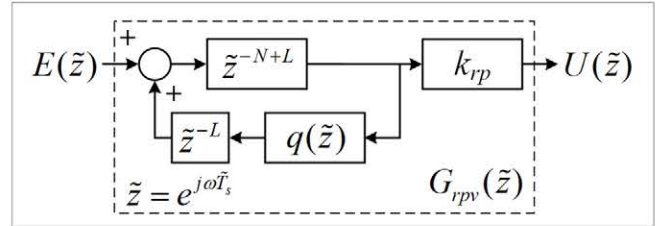


그림 6 가변 샘플링 방식의 반복제어기 블록도

### 4.3 위상각 기반 반복제어기

세 번째로는 평균화된 주기 신호 발생기를 이용하여 고정된 샘플링 주파수를 이용하는 경우에도 주파수 변동 대응이 가능한 위상각 기반 반복제어기 방식이다<sup>[5],[6]</sup>. 그림 7은 위상각 기반 반복제어기의 블록도를 나타낸다. 이 방식은 샘플링 주기마다 오차를 저장하는 종래의 반복제어기와 달리 주파수 정보를 포함하는 위상각을 이용하여 반복제어기의 오차 저장 시점을 결정한다. 이 과정에서 발생하는 시지연 특성은 주파수

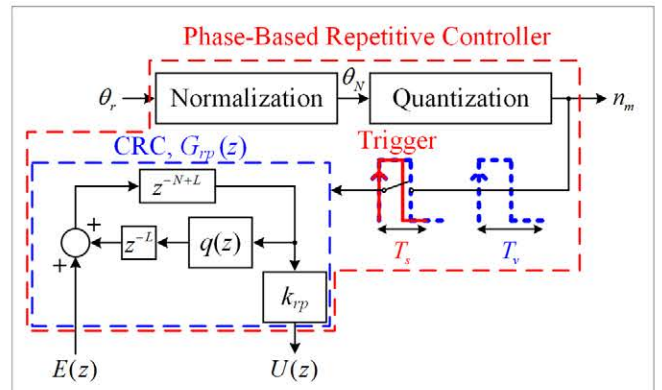


그림 7 위상각 기반 반복제어기 블록도

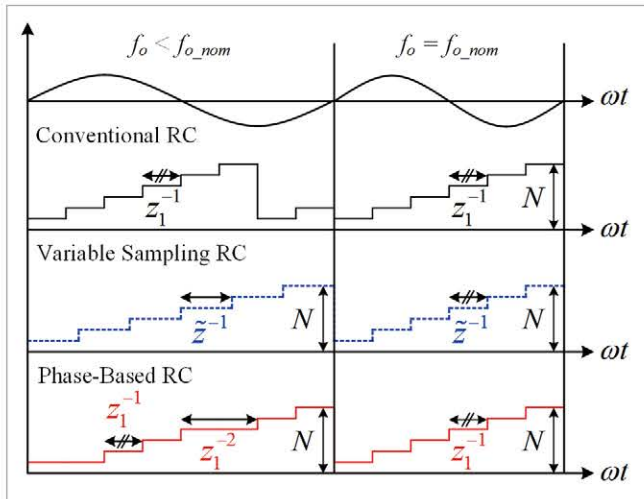


그림 8 주파수 변동이 있는 경우 기존 반복제어기와 주파수 적응형 반복제어기의 메모리 저장 방식 비교

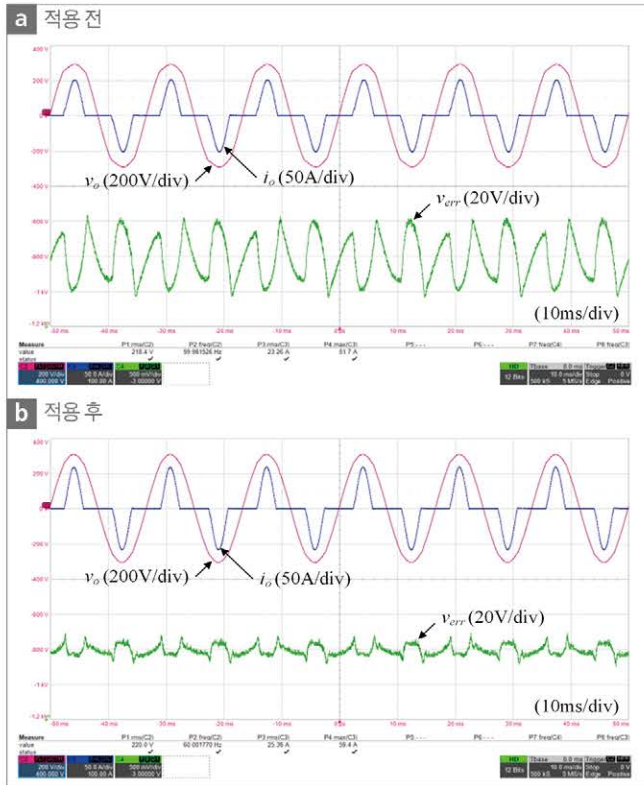


그림 9 단상 220V/10kVA급 UPS의 위상각 기반 반복 제어기 적용 전·후 실험 결과

변동에 따라 평균화된 주기 신호 생성이 가능케 한다. 이는 별도의 복잡한 계산과 제어 구조의 변경이 필요치 않아 기존 시스템으로의 적용이 용이하고 주파수 변동 범위에 따라 추가적인 메모리 사용량 저감이 가능하다는 장점이 있으나 고정된 샘플링 주파수로 인해 Fractional order delay를 갖는 다소의 한계가 있다.

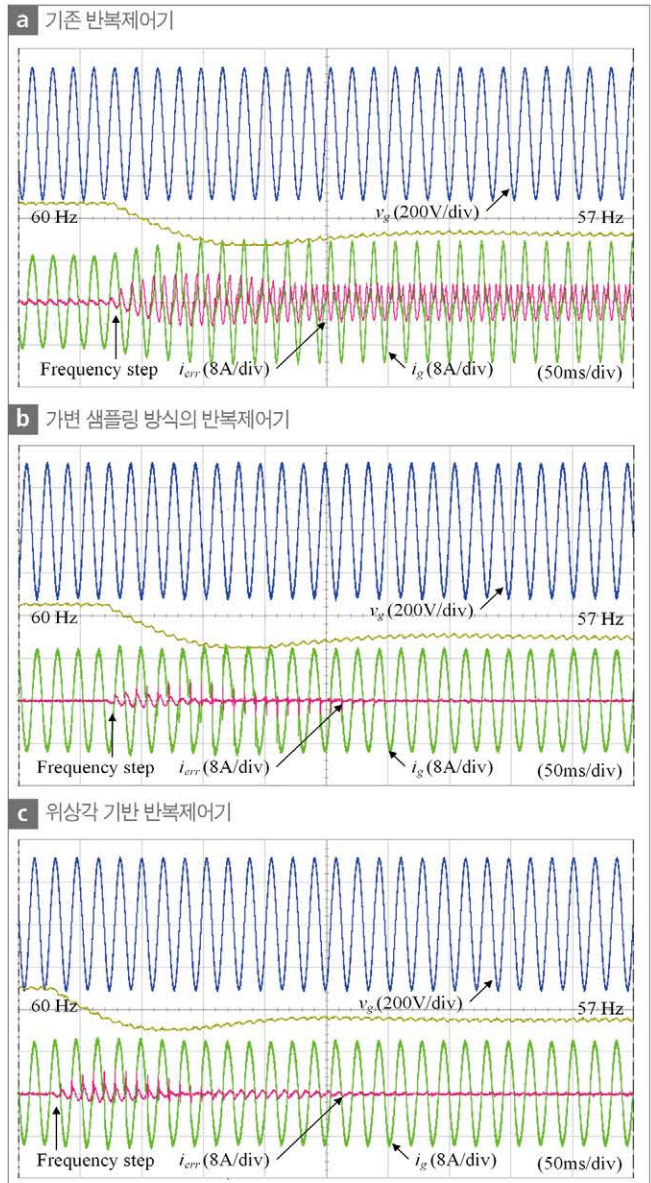


그림 10 반복제어기 구성 방식에 따른 단상 PFC 컨버터 실험 결과

앞서 살펴본 바와 같이 반복제어기 구현 방식에 따라 주파수 변동이 있는 경우의 주기 신호 생성을 위한 메모리 저장 방식을 나타내면 그림 8과 같다. 일반적인 반복제어기는 주파수가 변동하는 경우 오차 모델에 해당하는 주기 신호를 생성하지 못하는 반면, 가변 샘플링 방식은 주파수 변동에 따라 샘플링 주파수를 변경하여 주기 신호를 생성한다. 위상각 기반 반복 제어방식 또한 오차 저장 과정에서 발생하는 시지연 특성을 이용하여 평균화된 주기 신호를 생성한다.

그림 9는 단상 220V/10kVA급 UPS에 위상각 기반 반복제어기 적용 전/후 실험 결과를 나타낸다. 여기서 출력 전류  $i_o$ 의 파고율은 약 2.3:1이다. 위상각 기반 반복제어기를 적용하지 않은 경우, 출력 상전압  $v_o$ 의 실효값 및 전고조파 왜율은 각각



218.4V, 5.8%의 출력 특성을 나타낸다. 반면, 반복제어기를 적용한 경우에는 출력전압 오차  $v_{err}$ 도 적용 전에 비해 크게 감소하였음을 확인할 수 있고, 출력 상전압의 실효값과 전고조파 왜율은 각각 220V, 1.1%로 비선형 부하 조건에서도 반복제어기의 높은 고조파 보상 성능 덕분에 양질의 전원 공급이 가능함을 확인할 수 있다.

그림 10은 반복제어기 구성 방식에 따른 단상 PFC 컨버터 실험 결과를 나타낸다. 여기서 주파수변동에 따른 제어기 성능을 확인하기 위해 계통 전원  $v_g$ 의 주파수는 임의의 시점에 60Hz에서 57Hz로 변동시켰다. 그림 10(a)와 같이, 동작 주파수 60Hz만을 고려하여 설계된 기존 고정주파수 반복제어기는 60Hz의 동작 주파수에서 정상상태 전류 오차  $i_{err}$ 를 0에 수렴하도록 제어할 수 있으나 57Hz로의 주파수 변동이 있는 경우에는 제어 성능을 기대하기 어렵다. 반면, 그림 10(b), (c)와 같이, 가변 샘플링 주파수 방식과 위상각 기반 반복제어기를 적용한 경우에는 전원 주파수에 관계없이 고품질의 전류 제어 성능을 확인할 수 있다.

## 5. 결론

과거와 달리 현재는 모든 분야에 있어서 다양한 정보들이 공개되고 있다. 전력전자분야도 마찬가지이다. 누구나 쉽게 인터넷을 통해 전 세계 연구자들의 연구 결과물들을 검색할 수 있고 제어, 하드웨어, 소프트웨어, 통신 등 모든 분야에서 과거보다 훨씬 쉽고 빠르게 관련 지식을 습득할 수 있게 되었다. 과거 석사 학위 논문 수준의 연구 결과물들은 일부 마이크로컨트롤러 제조사들의 응용 노트 수준으로 제공될 정도로 기술 수준이 크게 향상되었고, 또 기술의 평균화가 이루어졌다. 이러한 시대에 무엇인가 새로운 결과물을 만들어내는 것은 어쩌면 과거보다는 훨씬 어려운 일인지도 모르겠다. 그럼에도 불구하고 많은 연구자들의 노력에 의해 기술은 조금씩 발달하고 그러한 시간의 축적으로 인류는 발전해 나간다. 본 기고문에서 기술하였듯이 20여 년 전의 고정 주파수 반복제어기에 관련된 연구들과 현재의 가변 주파수 반복제어기 연구들의 경향을 보면 이러한 원리가 확연히 눈에 들어온다. 그렇다면 향후 이 분야의 연구 트렌드는 어떻게 될까? 그것은 아마도 AI(Artificial Intelligence) 응용 알고리즘의 결합, 초고속 샘플링 기반 가변주파수 제어와 같이 보다 고성능의 하드웨어를 충분히 활용하는 것들이 되지 않을까 예측해본다. 아무쪼록 본 기고문이 이 분야의 연구를 시작하는 분께는 길잡

이가, 그리고 이미 연구를 진행 중이신 분께는 배경 지식과 현재의 연구 경향을 대략적으로 파악할 수 있는 작은 도움이 되었으면 하는 바람이다. 🙏

## 참고문헌

- [1] B. A. Francis and W. M. Wonham, "The internal model principle for linear multivariable regulators," *Appl. Math. Opt.*, Vol. 2, pp. 170-194, 1975.
- [2] T. Inoue, M. Nakano, and S. Iwai, "High accuracy control of a proton synchrotron magnet power supply", *Proc. 8th IFAC World Congr.*, pp. 216-221, 1981.
- [3] S. Baek, Y. Cho, and S. Yeo, "Improved voltage control scheme for single-phase UPS inverter with repetitive current controller," in *Proc. IEEE Energy Convers. Congr. Expo.*, pp. 1482-1487, Sep. 2019.
- [4] Y. Cho and J. S. Lai, "Digital plug-in repetitive controller for single-phase bridgeless PFC converters," *IEEE Trans. Power Electron.*, Vol. 28, No. 1, pp. 165-175, Jan. 2013.
- [5] S. Baek, Y. Cho, and J. S. Lai, "Average periodic delay-based frequency adaptable repetitive control with a fixed sampling rate and memory of single-phase PFC converters," *IEEE Power Electron.*, Early Access, 2020.
- [6] S. Baek, "Phase-based frequency adaptable repetitive control scheme with a fixed sampling frequency and memory for power quality improvement," Ph.D. Dissertation, Konkuk University, 2021. 2, To be conferred.