

논문 2020-15-17

3 자유도 비행체 시스템의 이벤트 트리거 기반의 H_2 자세 제어기 설계

(Event-Triggered H_2 Attitude Controller Design for 3 DOF Hover Systems)

정혜인, 한승용, 이상문*

(Hyein Jung, Seungyong Han, Sangmoon Lee)

Abstract : This paper is concerned with the H_2 attitude controller design for 3 degree of freedom (DOF) Hover systems with an event-triggered mechanism. The 3 DOF Hover system is an embedded platform for unmanned aerial vehicle (UAV) provided by Quanser. The mathematical model of this system is obtained by a linearization around operating points and it is represented as a linear parameter-varying (LPV) model. To save communication network resources, the event-triggered mechanism (ETM) is considered and the performance of the system is guaranteed by the H_2 controller. The stabilization condition is obtained by using Lyapunov-Krasovskii functionals (LKFs) and some useful lemmas. The effectiveness of the proposed method is shown by simulation and experimental results.

Keywords : 3 DOF Hover embedded platform, LPV Model, ETM, H_2 Attitude controller, LKFs.

1. 서론

무인항공기 (unmanned aerial vehicle, UAV)의 종류 중 하나인 쿼드로터는 군사용, 감시용, 그리고 운송용 등으로 다양하게 이용되고 있다 [1-4]. 쿼드로터 시스템은 네 개의 로터로 마주 보는 두 개

*Corresponding Author (moony@knu.ac.kr)

Received: May 15, 2020, Revised: Jun. 4, 2020,

Accepted: Jun. 8, 2020.

H.I. Jung: Kyungpook National University (M.S. Course Student)

S.Y. Han: Kyungpook National University (Ph.D. Course Student)

S.M. Lee: Kyungpook National University (Assoc. Prof.)

※ 이 논문은 2020년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. NRF-2019R111A3A01060151).

※ 본 연구는 산림청(한국임업진흥원) 산림과학기술 연구개발사업(FTIS 2019149B10-2023-0301)'의 지원에 의하여 이루어진 것입니다.

의 로터끼리는 같은 방향으로 회전하고, 인접한 로터는 반대 방향으로 회전하여 기체의 중심을 잡는다. 일반적으로 쿼드로터 시스템은 비선형성을 가지고 있어, 다양한 선형 제어이론을 적용하기 어렵다. 최근에는 비선형시스템의 평형점 (equilibrium point)에서 선형화한 선형모델에 제어이론을 적용하는 연구가 많이 진행되었다 [5, 6].

쿼드로터 시스템에서 상태변수들은 센서를 통하여 측정되고, 네트워크를 통하여 제어기로 전송된다. 이와 같은 네트워크 시스템에서는 샘플링 과정 후에 0차 홀드 (zero-order hold, ZOH)와 같은 디지털 장비가 이산적인 신호를 연속적인 신호로 만들어준다. 샘플링된 데이터를 이용하여 제어하는 방법을 샘플드 데이터 제어 방법이라고 하며, 기존에는 일정한 샘플링 시간을 고려하여 Euler 근사로 제어기를 설계하였다 [7]. 하지만, 네트워크 상태에 따라서 샘플링 시간이 변화할 수 있어 Euler 근사 방법은 시스템의 안정성을 보장하기 어렵다. 변화하는 샘플링 시간을 가지는 시스템을 제어하기 위해, Lyapunov-Krasovskii functionals (LKFs)을 이용한 제어기 설계방법이 제안되었다 [8]. 이 방법은

제어 입력을 시간 지연된 값으로 고려하여 제어기를 설계하는 방법이다. 최근까지도 다양한 샘플 데이터 제어시스템에 LKF 방법이 적용되어왔으며, 특히 논문 [9]에서와 같이 H_2 샘플드 데이터 제어기 설계방법을 제안하여 시스템의 안정성과 성능을 보장하는 연구도 많이 진행되었다.

네트워크 시스템의 제어 입력을 업데이트하는 방법은 크게 2가지로 나뉜다. 첫 번째는 시간 트리거 방법이며, 이는 특정 시간마다 일정하게 제어 입력을 업데이트하는 것이다 [10]. 두 번째는 이벤트 트리거 방법이며, 이는 설계자가 고려한 특정 이벤트가 발생하는 경우 제어 입력을 업데이트하는 것이다 [11]. 일반적으로 이벤트 트리거 메커니즘(event-triggered mechanism, ETM)은 이전 샘플링 신호와 최신 샘플링 신호의 차이가 특정 값보다 크면 입력 신호를 업데이트하는 것이다. 이러한 ETM 기반의 제어기는 네트워크 시스템의 통신 채널을 효율적으로 사용할 수 있는 장점이 있다.

현재까지 3 DOF Hover 시스템을 위한 ETM 기반의 H_2 제어기 설계방법을 제안하고 실험에 적용한 논문은 거의 없는 실정이다. 따라서, 본 논문에서는 3 DOF Hover 샘플드 데이터 제어시스템을 선형 파라미터 변화(linear parameter-varying, LPV) 모델로 표현하고, LKF 방법을 이용하여 ETM 기반 제어기 계인을 설계하는 조건을 제안한다. 제어기 계인을 설계하는 조건에서, 시스템의 성능을 보장하기 위해서 H_2 성능을 고려한다.

논문의 내용 순서는 다음과 같다. 2장에서는 UAV 시스템의 LPV 모델 표현방법과 ETM을 고려한 페루프 시스템의 상태변수 방정식을 설명한다. 3장에서는 ETM 기반의 H_2 자세 제어기의 계인을 설계하는 조건을 유도하고, 4장에서는 시뮬레이션 및 실험을 통하여 제안된 설계방법의 효율성을 입증한다.

II. 문제 제기

1. 3 DOF Hover 시스템 모델링

뉴턴-오일러 공식을 이용하여 3 DOF Hover 시스템의 동역학 모델은 아래와 같이 표현된다 [1].

$$J\dot{\Omega} = -\Omega \times J\Omega + T_u - T_g, \quad (1)$$

3 DOF Hover 시스템은 병진운동이 제한되어 있기 때문에, 식 (1)과 같이 회전운동만 고려하였으며,

이 논문에서는 공기마찰은 무시한다. 식 (1)에서,

$$J = \begin{bmatrix} J_\phi & 0 & 0 \\ 0 & J_\theta & 0 \\ 0 & 0 & J_\psi \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \cos(\theta)\sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix},$$

$$T_u = \begin{bmatrix} lK_f(V_r - V_l) \\ lK_f(V_f - V_b) \\ K_t(V_r + V_l) - K_t(V_f + V_b) \end{bmatrix},$$

$$T_g = \Omega \times J_r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Omega_w = w_r + w_l - w_f - w_b,$$

이며, J_ϕ , J_θ , J_ψ 는 ϕ (roll), θ (pitch), ψ (yaw) 축의 회전 관성을 의미하고, Ω 는 body fixed frame에서의 각속도 $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ 를 의미한다. T_u 는 각 모터의 가해지는 입력 토크를 나타내고, T_g 는 자이로 효과(gyroscopic effect)에 의한 토크를 의미한다. l , K_f , K_t , V_r , V_l , V_f , V_b , J_r 은 중심축과 각 모터 사이의 거리, 모터의 force-thrust 상수, 모터의 torque-thrust 상수, 오른쪽 모터 전압, 왼쪽 모터 전압, 앞 모터 전압, 뒤 모터 전압, 로터(rotor)의 관성 모멘트를 의미한다. 식 (1)은 아래와 같이 표현될 수 있으며,

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{J_\phi} [(J_\theta - J_\psi)\dot{\psi}\dot{\theta} - J_r\dot{\Omega}_w\dot{\theta} + lK_f(V_r - V_l)],$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_\theta} [(J_\psi - J_\phi)\dot{\psi}\dot{\phi} + J_r\dot{\Omega}_w\dot{\phi} + lK_f(V_f - V_b)],$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_\psi} [(J_\phi - J_\theta)\dot{\phi}\dot{\theta} + K_t(V_r + V_l) - K_t(V_f + V_b)],$$

이를 ϕ , θ , ψ 의 각도 변화가 거의 0에 가깝다고 가정하고, $\dot{\phi} = \dot{\theta} = \dot{\psi} = 0$ 에 대해서 선형화하면 아래와 같은 선형 파라미터 변화(LPVP: linear parameter varying) 모델을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 v_i(t) [(A_0 + A_i)x(t) + Bu(t)], \quad (2)$$

여기에서

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{J_r}{J_\phi}\widehat{\Omega}_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{J_r}{J_\theta}\widehat{\Omega}_w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{J_r}{J_\phi} \tilde{\Omega}_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{J_r}{J_\theta} \tilde{\Omega}_w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{lK_f}{J_\phi} & 0 & -\frac{lK_f}{J_\phi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{lK_f}{J_\theta} & 0 & -\frac{lK_f}{J_\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_t}{J_\psi} & -\frac{K_t}{J_\psi} & \frac{K_t}{J_\psi} & -\frac{K_t}{J_\psi} \end{bmatrix},$$

이때 $x(t) = [\phi(t), \dot{\phi}(t), \theta(t), \dot{\theta}(t), \psi(t), \dot{\psi}(t)]^T$, $u(t) = [V_r(t), V_f(t), V_l(t), V_b(t)]^T$ 는 상태변수와 입력을 의미한다. 여기에서 주목할 점은 Ω_w 가 시간에 따라 변화하는 로터의 각속도에 종속적이기 때문에, 각속도가 변화할 수 있는 범위를 제한하여 $\tilde{\Omega}_w, \tilde{\Omega}_w$ 를 고려하였다. 파라미터 $v_1(t), v_2(t)$ 는

$$v_1(t) = \frac{\Omega_w(t) - \tilde{\Omega}_w}{\tilde{\Omega}_w - \tilde{\Omega}_w}, \quad v_2(t) = 1 - v_1(t),$$

로 정의되며 $\tilde{\Omega}_w, \tilde{\Omega}_w$ 은 Ω_w 의 최대, 최소값들을 의미한다.

2. 3 DOF Hover 시스템을 위한 ETM

네트워크 채널로 이루어진 3 DOF Hover 시스템을 위하여 ETM 기반의 효율적인 제어 방법을 제안한다. 센서로부터 측정된 상태들은 특정 샘플링 시간을 가지며 이는 아래와 같이 정의된다.

$$0 = t_0 < t_1 < \dots < t_k < t_{k+1} < \dots < \lim_{k \rightarrow \infty} t_k = \infty.$$

h 는 센서의 샘플링 주기라고 하면, 센서에서 측정되는 상태들은 $x(t_0h), x(t_1h), \dots, x(t_kh)$ 의 값을 갖는다. 센서에서 측정된 상태 정보는 제어기/구동기에서 이용되는데, 데이터가 전송되는 과정에서 시간 지연이 발생하게 된다. 이를 수식적으로 표현하기 위해서 아래와 같이 변수들을 정의한다.

$$[t_k h + \tau_k, t_{k+1} h + \tau_{k+1}) = \cup_{i=0}^s T_i,$$

여기에서 T_i 는 아래의 값을 만족한다.

$$T_0 = [t_k h + \tau_k, t_k h + h + \tau_M),$$

$$T_1 = [t_k h + ih + \tau_M, t_k h + ih + h + \tau_M),$$

$$T_s = [t_k h + sh + \tau_M, t_{k+1} h + \tau_{k+1}).$$

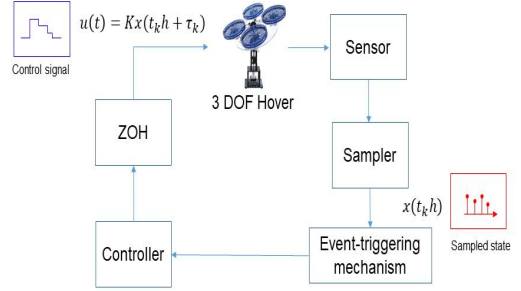


그림 1. 3 DOF Hover 제어 시스템 구성도
Fig. 1 Block diagram in 3 DOF Hover control system

이제 시간 지연 $\tau(t)$ 를 아래와 같이 정의한다.

$$\tau(t) = \begin{cases} t - t_k h, & t \in T_0, \\ t - t_k h - ih, & t \in T_i, \quad i = 1, 2, \dots, s-1, \\ t - t_k h - sh, & t \in T_s. \end{cases}$$

위의 정의된 변수들을 이용하여 시간 지연 $\tau(t)$ 는 아래와 같은 부등식을 만족시킨다.

$$\tau_m \leq \tau_k \leq \tau(t) \leq h + \tau_M := \bar{\tau},$$

$$t \in [t_k h + \tau_k, t_{k+1} h + \tau_{k+1}).$$

집합 T_i 에 따른 시간 지연을 고려한 샘플링 된 상태들의 차이는 아래와 같이 정의된다.

$$e_k(t) = \begin{cases} x(t_k h) - x(t_k h), & t \in T_0, \\ x(t_k h) - x(t_k h + ih), & t \in T_i, \quad i = 1, 2, \dots, s-1, \\ x(t_k h) - x(t_k h + sh), & t \in T_s. \end{cases}$$

위와 같이 정의된 변수들을 이용하여, 제어기는

$$u(t) = Kx(t), \quad t \in [t_k h + \tau_k, t_{k+1} h + \tau_{k+1}),$$

ETM은

$$t_{k+1} h = t_k h + i_k h,$$

$$i_k = \min_s \text{shl} \|\Omega^{1/2} [x(t_k h + sh) - x(t_k h)]\|_2 > \delta \|\Omega^{1/2} x(t_k h)\|_2, \quad (3)$$

으로 고려된다. Ω 는 가중치 행렬이며 양의 정부호 행렬이다. δ 는 0에서 1사이의 주어진 스칼라이며, s 는 자연수의 값이다. 식 (3)에 의하면 δ 와 곱해진 $t_k h$ 시간의 상태가 $t_k h + lh$ 시간에서의 상태와 $t_k h$ 시간에서의 상태의 차보다 작을 때 입력을 업데이트 하게 된다. 3 DOF Hover 모델과 ETM 기반의 제어를 고려하여 아래와 같은 모델을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}(t) = A(v(t))x(t) + Bu(t), \quad (4)$$

$$u(t) = Kx(t - \tau(t)) + K e_k(t), \quad (5)$$

$$t \in [t_k h + \tau_k, t_{k+1} h + \tau_{k+1}).$$

여기에서 $A(v(t))=A_0+v_1(t)A_1+v_2(t)A_2$ 이고, K 는 제어기 게인을 의미한다. 그림 1은 ETM을 고려한 3 DOF Hover 제어 시스템 구성도를 나타낸다.

센서로부터 얻은 3 DOF Hover의 상태 정보는 일정한 샘플링 시간을 가지며, $x(t_k h)$ 로 표현된다. 샘플링된 신호는 ETM에서 다음 업데이트할 샘플링을 판단하기 위해 사용된다. 제어기에서 샘플링된 신호를 이용하여 계산된 입력신호는 ZOH를 통하여 연속적인 신호로 Hover를 제어한다. 이때, 제어입력은 네트워크 시간 지연 (τ_k)이 고려되었다.

3. 유용한 보조정리 및 정의

보조정리 1 (Jensens' inequality) [12] : 양의 정부호 행렬 $Z \geq 0$ 와 스칼라 $0 \leq \tau_m \leq \bar{\tau}$ 에 대하여 아래와 같은 적분 부등식이 성립된다.

$$-(\bar{\tau}-\tau_m) \int_{t-\bar{\tau}}^{t-\tau_m} x^T(s) Z \dot{x}(s) ds - \begin{bmatrix} x(t-\tau_m) \\ x(t-\bar{\tau}) \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} Z & -Z \\ -Z^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t-\tau_m) \\ x(t-\bar{\tau}) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

보조정리 2 [13] : 아래와 같은 조건을 만족하는 대칭행렬 $R=R^T$ 그리고 행렬 S , 스칼라 $0 \leq \tau_m \leq \tau(t) \leq \bar{\tau}$ 에 대하여 아래와 같은 적분 부등식이 성립한다.

$$\begin{bmatrix} R & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \geq 0, \quad (7)$$

$$-(\bar{\tau}-\tau_m) \int_{t-\bar{\tau}}^{t-\tau_m} x^T(s) R \dot{x}(s) ds - [x(t-\tau_m) - x(t-\tau(t))]^T R [x(t-\tau_m) - x(t-\tau(t))] - [x(t-\tau(t)) - x(t-\bar{\tau})]^T R [x(t-\tau(t)) - x(t-\bar{\tau})] - [x(t-\tau_m) - x(t-\tau(t))]^T S^T [x(t-\tau(t)) - x(t-\bar{\tau})] - [x(t-\tau(t)) - x(t-\bar{\tau})]^T S [x(t-\tau_m) - x(t-\tau(t))]. \quad (8)$$

정의 1 : 시스템의 H_2 성능을 고려하기 위해서 아래와 같은 비용함수를 고려한다.

$$J = \int_0^\infty [x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)] dt,$$

여기에서 가중행렬 Q 와 R 은 양의 정부호 행렬이다. 본 논문에서는 시스템 (4)~(5)에 대하여 비용함수를 최소화하는 제어기의 게인을 찾는다.

III. 본론

이번 장에서는 2장에서 얻은 3 DOF Hover 시스템을 위한 LPV모델에 대하여 보조정리 (1~2)를 이용하여 ETM 기반의 H_2 제어기 설계조건을 유도한다. 조건을 유도하기 위해서 아래와 같은 변수들을 정의한다.

$$r_i(t) = [0_{n \times (i-1)}, I_n, 0_{n \times (6-i)n}],$$

$$\zeta(t) = [x^T(t), x^T(t-\tau(t)), x^T(t-\tau_m), x^T(t-\tau_M), \dot{x}^T(t), e_k(t)]^T.$$

주요정리 1 : 주어진 파라미터 $\tau_m, \bar{\tau}, \delta, \rho, a$ 와 양의 정부호 행렬 $Q \geq 0, R \geq 0$ 에 대하여 만약 아래와 같은 조건을 만족하는 스칼라 γ 와 양의 정부호 행렬 $M > 0, P > 0, Q_i > 0, \bar{R}_i > 0, \bar{\Omega} > 0 (i=1,2)$ 그리고 행렬 \bar{S} 가 존재한다면

$$\begin{bmatrix} \min \gamma, \\ x^T(0) \\ x(0) \begin{bmatrix} \bar{M}^T + \bar{M} - (\bar{P} + \tau_m \bar{Q}_1 + (\bar{\tau} - \tau_m) \bar{Q}_2) \end{bmatrix} \end{bmatrix} > 0, \quad (9)$$

$$\hat{\Sigma} := \begin{bmatrix} \bar{\Sigma} & e_1^T(t) & e_2^T(t) F^T & e_6^T(t) F^T \\ * & -Q^{-1} & 0 & 0 \\ * & 0 & -R^{-1} & 0 \\ * & 0 & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} \bar{R}_2 & \bar{S}^T \\ \bar{S} & \bar{R}_2 \end{bmatrix} \cong 0,$$

$$t \in [t_k h + \tau_k, t_{k+1} h + \tau_{k+1}),$$

여기에서

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma} = & e_5(t)^T P e_1(t) + e_1(t)^T P e_5(t) + e_1(t)^T Q_1 e_1(t) \\ & + e_3^T(t) (Q_2 - Q_1) e_3(t) - e_4^T(t) Q_2 e_4(t) \\ & - [e_1(t) - e_3(t)]^T \bar{R}_1 [e_1(t) - e_3(t)] \\ & - [e_3(t) - e_2(t)]^T \bar{R}_2 [e_3(t) - e_2(t)] \\ & - 2[e_3(t) - e_2(t)]^T \bar{S}^T [e_2(t) - e_4(t)] \\ & + \text{Sym}[(e_1(t) + a e_5(t))^T (-M e_5(t) + A(v) M e_1(t) \\ & + B F e_2(t) + B F e_6(t))] \\ & [e_6(t) + e_2(t)]^T \delta \bar{\Omega} [e_6(t) + e_2(t)] - e_6(t)^T \bar{\Omega} e_6(t), \end{aligned}$$

3 DOF Hover 시스템은 게인 $K = F M^{-1}$ 을 가지는 제어기와 $\Omega = M^{-T} \bar{\Omega} M^{-1}$ 을 가지는 ETM에 대하여 점근적으로 안정화 된다.

증명 : 아래와 같은 Lyapunov-Krasovskii functionals (LKF)을 고려한다.

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t), \quad (10)$$

$$V_1(t) = x^T(t)M^{-T}PM^{-1}x(t),$$

$$V_2(t) = \int_{t-\tau_m}^t x(s)^T M^{-T} Q_1 M^{-1} x(s) ds + \int_{t-\bar{\tau}}^{t-\tau_m} x(s)^T M^{-T} Q_2 M^{-1} x(s) ds,$$

$$V_3(t) = \tau_m \int_{-\tau_m}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}(s)^T R_1 \dot{x}(s) ds d\theta + (\bar{\tau} - \tau_m) \int_{-\bar{\tau}}^{-\tau_m} \int_{t+\theta}^t \dot{x}(s)^T R_2 \dot{x}(s) ds d\theta,$$

여기에서 M , P , Q_i , R_i 는 $i=1,2$ 에 대해서 양의 정부호 행렬이다. LKF (10)을 미분하면 아래와 같이 얻어진다.

$$\dot{V}_1(t) = \dot{x}(t)^T M^{-T} P M^{-1} x(t) + x(t)^T \times M^{-T} P M^{-1} \dot{x}(t), \quad (11)$$

$$\dot{V}_2(t) = x(t)^T M^{-T} Q_1 M^{-1} x(t) + x^T(t-\tau_m) \times M^{-T}(Q_2 - Q_1)M^{-1}x(t-\tau_m) - x^T(t-\bar{\tau})M^{-T}Q_2M^{-1}x(t-\bar{\tau}), \quad (12)$$

$$\dot{V}_3(t) = -\tau_m \int_{t-\tau_m}^t \dot{x}^T(b)R_1\dot{x}(s)ds + (\bar{\tau} - \tau_m) \int_{t-\bar{\tau}}^{t-\tau_m} x^T(s)R_2\dot{x}(s)ds + \dot{x}^T(t)[\tau_m^2 R_1 + (\bar{\tau} - \tau_m)^2 R_2] \dot{x}(t). \quad (13)$$

보조정리 1에 의하면, 아래와 같은 적분 부등식이 성립한다.

$$-\tau_m \int_{t-\tau_m}^t \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s)ds \leq -[x(t) - x(t-\tau_m)]^T \times R_1 [x(t) - x(t-\tau_m)]. \quad (14)$$

만약 아래와 같은 부등식이 성립한다면,

$$\begin{bmatrix} R_2 & S^T \\ S & R_2 \end{bmatrix} \geq 0, \quad (15)$$

보조 정리2에 의하여 아래와 같은 적분 부등식이 성립한다.

$$-(\bar{\tau} - \tau_m) \int_{t-\bar{\tau}}^{t-\tau_m} \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds \leq -[x(t-\tau_m) - x(t-\tau(t))]^T R_2 [x(t-\tau_m) - x(t-\tau(t))] - [x(t-\tau(t) - x(t-\bar{\tau}))]^T R_2 [x(t-\tau(t)) - x(t-\bar{\tau})] - 2[x(t-\tau_m) - x(t-\tau(t))]^T S^T \times [x(t-\tau(t)) - x(t-\bar{\tau})]. \quad (16)$$

3 DOF Hover 시스템을 위한 모델 (4)를 이용하여 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$2(x(t) + a\dot{x}(t))^T M^{-T}(-\dot{x}(t) + A(v(t)) + BKx(t-\tau(t)) + BK_e e_k(t)) = 0, \quad (17)$$

여기에서 a 는 양의 스칼라이며, M 은 양의 정부호 행렬이다. ETM 조건 (3)을 고려하면, 아래와 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$[e_k(t) + x(t-\tau(t))]^T \delta \Omega [e_k(t) + x(t-\tau(t))] - e_k(t)^T \Omega e_k(t) > 0, \quad (18)$$

여기에서 δ 는 0에서 1사이의 스칼라이다. 식 (11)~(18)을 고려하면 아래와 같은 부등식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \zeta^T \Sigma \zeta \\ \Sigma &= e_5(t)^T M^{-T} P M^{-1} e_1(t) + e_1(t)^T \times M^{-T} P M^{-1} e_5(t) + e_1(t)^T M^{-T} Q_1 M^{-1} e_1(t) + e_3(t)^T M^{-T}(Q_2 - Q_1)M^{-1}e_3(t) - e_4(t)^T M^{-T} Q_2 M^{-1} e_4(t) - [e_1(t) - e_3(t)]^T R_1 [e_1(t) - e_3(t)] - [e_3(t) - e_2(t)]^T R_2 [e_3(t) - e_2(t)] - 2[e_3(t) - e_2(t)]^T S^T [e_2(t) - e_4(t)] + Sym[(e_1(t) + a e_5(t))^T M^{-T}(-e_5(t) + A(v(t)) + BK e_2(t) + BK_e e_6(t))] [e_6(t) + e_2(t)]^T \delta \Omega [e_6(t) + e_2(t)] - e_6(t)^T \Omega e_6(t). \end{aligned} \quad (19)$$

시스템의 H_2 성능을 고려하기 위해서 주어진 Q 와 R 에 대하여 아래와 같은 식을 정의한다.

$$\mathcal{J}(t) = \int_0^\infty (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t))dt. \quad (20)$$

식 (20)을 고려하여, 아래와 같은 부등식이 성립한

다고 가정한다.

$$\begin{aligned} & \zeta^T [\Sigma + e_1^T(t) Q e_1(t) + (e_2(t) + e_6(t))^T K^T \\ & \quad \times R K (e_2(t) + e_6(t))] \zeta < 0, \end{aligned} \quad (21)$$

조건 (21)의 왼쪽에 $\text{diag}[M^T, M^T, M^T, M^T, M^T, M^T]$ 그리고 오른쪽에 $\text{diag}[M, M, M, M, M, M]$ 을 곱하면, 다음과 같은 조건을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \zeta^T [\bar{\Sigma} + e_1^T(t) M^T Q M e_1(t) + (e_2(t) + e_6(t))^T F^T \\ & \quad \times R F (e_2(t) + e_6(t))] \zeta < 0, \end{aligned} \quad (22)$$

여기에서

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma} = & e_5(t)^T P e_1(t) + e_1(t)^T P e_5(t) + e_1(t)^T Q_1 e_1(t) \\ & + e_3^T(t) (Q_2 - Q_1) e_3(t) - e_4^T(t) Q_2 e_4(t) \\ & - [e_1(t) - e_3(t)]^T \bar{R}_1 [e_1(t) - e_3(t)] \\ & - [e_3(t) - e_2(t)]^T \bar{R}_2 [e_3(t) - e_2(t)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma} = & e_5(t)^T P e_1(t) + e_1(t)^T P e_5(t) + e_1(t)^T Q_1 e_1(t) \\ & + e_3^T(t) (Q_2 - Q_1) e_3(t) - e_4^T(t) Q_2 e_4(t) \\ & - [e_1(t) - e_3(t)]^T \bar{R}_1 [e_1(t) - e_3(t)] \\ & - [e_3(t) - e_2(t)]^T \bar{R}_2 [e_3(t) - e_2(t)] \\ & - 2[e_3(t) - e_2(t)]^T \bar{S}^T [e_2(t) - e_4(t)] \\ & + \text{Sym}[(e_1(t) + a e_5(t))^T (-M e_5(t) + A(v) M e_1(t) \\ & \quad + B F e_2(t) + B F e_6(t))] \end{aligned}$$

$$[e_6(t) + e_2(t)]^T \delta \bar{\Omega} [e_6(t) + e_2(t)] - e_6(t)^T \bar{\Omega} e_6(t),$$

그리고 $i=1,2$ 에 대하여 $F=KM$, $\bar{R}_i=M^T R_i M$, $\bar{\Omega}=M^T \Omega M$ 으로 정의한다.

조건 (22)에 대하여 Schur complement를 적용하면 아래와 같은 조건을 얻을 수 있다.

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \bar{\Sigma} & e_1^T(t) & e_2^T(t) F^T & e_6^T(t) F^T \\ * & -Q^{-1} & 0 & 0 \\ * & 0 & -R^{-1} & 0 \\ * & 0 & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (23)$$

상태변수의 초기값 $x(0)$ 와 $V(\infty)=0$ 을 고려하면, 다음과 같은 조건을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty (x^T(t) Q x(t) + x^T(t) K^T R K x(t)) dt \\ & \leq V(0) < \gamma, \end{aligned} \quad (24)$$

여기에서 γ 는 스칼라이다.

조건 (24)의

$$\begin{aligned} & x^T(0) [M^T P M^{-1} + \tau_m M^{-T} Q_1 M^{-1} \\ & \quad + (\bar{\tau} - \tau_m) M^{-T} Q_2 M^{-1}] x(0) < \gamma, \end{aligned} \quad (25)$$

에 Schur complement를 적용하면 아래와 같은 조건을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \gamma & x^T(0) \\ x(0) & M^T (P + \tau_m Q_1 + (\bar{\tau} - \tau_m) Q_2)^{-1} M \end{bmatrix} > 0. \quad (26)$$

조건 (26)은

$$\begin{aligned} & M^T (P + \tau_m Q_1 + (\bar{\tau} - \tau_m) Q_2)^{-1} M \succeq M^T + M \\ & \quad - (P + \tau_m Q_1 + (\bar{\tau} - \tau_m) Q_2), \end{aligned} \quad (27)$$

에 의하여 아래와 같이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \gamma & x^T(0) \\ x(0) & M^T + M - (P + \tau_m Q_1 + (\bar{\tau} - \tau_m) Q_2) \end{bmatrix} > 0. \quad (28)$$

따라서, 주요정리 1의 조건 (9)을 얻을 수 있다.

IV. 시뮬레이션 및 실험 결과

1. MATLAB 시뮬레이션 결과

논문 [1, 14]와 같이 3 DOF Hover 시스템 파라미터 $J_\phi = 0.0552$, $J_\theta = 0.0552$, $J_\psi = 0.11$, $l = 0.197$, $K_f = 0.0036$, $K_t = 0.119$, $\hat{\Omega}_w = 1$, $\check{\Omega}_w = 1$ 에 대하여 모델 (4)와 (5)를 아래와 같이 고려하고,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(v(t))x(t) + Bu(t), \\ u(t) &= Kx(t - \tau(t)) + K\hat{e}_k(t), \\ t &\in [t_k h + \tau_k, t_{k+1} h + \tau_{k+1}), \end{aligned}$$

여기에서

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.1522 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.1522 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.1522 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.1522 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3.5688 & 0 & -3.5688 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.5688 & 0 & -3.5688 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9.0909 & -9.0909 & 9.0909 & -9.0909 \end{bmatrix}.$$

제어기와 ETM의 계인을 구하기 위해서, $\tau_m = 0.02$, $\bar{\tau} = 0.05$, $\tau_M = 0.03$, $h = 0.02$, $\delta = 0.3$, $\rho = 1$, $a = 0.1$, $Q = I_6$, $R = I_4$ 을 고려하였으며, 제어기의 계인은

$$K = \begin{bmatrix} -0.3468 & -0.5201 & -0.0506 & 0.1057 & -0.1015 & -0.1257 \\ 0.0860 & -0.0987 & -0.3259 & -0.5199 & 0.0954 & 0.1109 \\ 0.3589 & 0.5207 & 0.0317 & -0.1155 & -0.0643 & -0.0965 \\ -0.0981 & 0.0981 & 0.3448 & 0.5297 & 0.0704 & 0.1114 \end{bmatrix}$$

ETM의 계인

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0.4959 & -0.8048 & -0.1021 & 0.1050 & -0.0468 & -0.6502 \\ -0.8048 & 9.1925 & -0.2598 & 0.4190 & 0.1957 & 3.6427 \\ -0.1021 & -0.2598 & 0.4655 & -0.6835 & -0.1119 & 0.0611 \\ 0.1050 & 0.4190 & -0.6835 & 8.4222 & 0.2564 & -1.3734 \\ -0.0468 & 0.1957 & -0.1119 & 0.2564 & 0.0579 & -0.5974 \\ -0.6502 & 3.6427 & 0.0611 & -1.3734 & -0.5974 & 24.8972 \end{bmatrix}$$

그리고 성능지수 $\gamma = 0.0497$ 를 얻을 수 있다. 시뮬레이션 2~5는 위에서 얻은 계인을 이용하여 3 DOF Hover 시스템의 비선형 모델 (1)에 적용한 시뮬레이션한 결과이다. 얻은 제어기와 ETM의 계인을 이용하여, 3 DOF Hover 시스템의 상태변수들이 점근적으로 안정화 되는 것을 그림 2, 그림 3을 통하여 알 수 있다. 상태변수 roll, pitch, yaw의 초기 값은 0.5236, 0.5236, 0.5236이며 각속도들은 0이다. 그림 4는 ETM기반의 제어 입력 신호를 나타내며 0으로 수렴되는 것을 확인할 수 있다. 그림 5에서는 샘플링된 신호들을 보여주며, 총 40초 동안 총 77번의 제어 입력이 업데이트되었다. 최대 샘플링 주기는 2.43초이며, 시간 트리거 기반의 제어시스템은 $h = 0.02$ 초인 시간 트리거 방법보다 3.85% 더 적은 트리거 횟수를 가진다.

2. 3 DOF Hover 실험 결과

Quanser사의 3 DOF Hover 실험 장비를 사용하여 제안된 제어기법의 효율성을 검증했다. 3 DOF Hover는 x, y, z 축 상으로 고정되어 있으며, 4개의 프로펠러는 roll, pitch, yaw 각도를 직접 제어하는데 사용된다. Quanser사에서 제공해준 QUARC Real-Time Control 소프트웨어를 사용하였으며, MATLAB 2015b 환경에서 실행하였다. 제어시스템에서 플랜트의 센서는 일정한 시간 주기마다 플랜트의 출력을 샘플링 한다. 서버는 플랜트로부터 전달받은 신호 값들을 TCP/IP방식을 통해 클라이언트에 전달하게 되고, 신호를 전달받은 클라이언트는 MATLAB을 통해서 제어 신호를 계산하게 되고 다시 서버에 전달한다. MATLAB의 Simulink에서 비행체의 6개 상태 정보를 실시간으로 얻을 수 있으며, 제어 입력 신호도 생성할 수 있다. 실험에서 고려된 계인과 ETM의 계인은 시뮬레이션 실

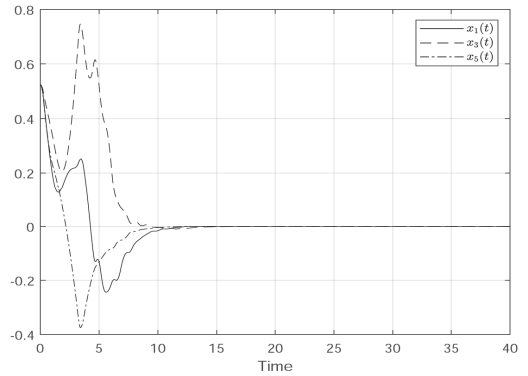


그림 2. 시간에 따른 상태변수(ϕ, θ, ψ)들의 응답
Fig. 2 Time response of state variables(ϕ, θ, ψ)

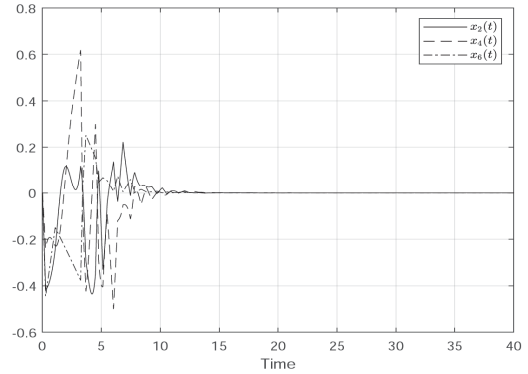


그림 3. 시간에 따른 상태변수($\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$)들의 응답
Fig. 3 Time response of state variables($\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$)

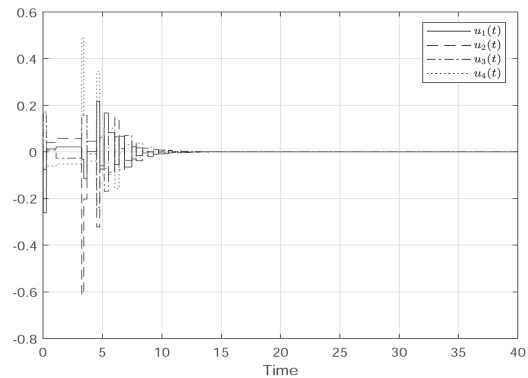


그림 4. ETM기반의 제어 입력 신호
Fig. 4 Control input signal based on ETM

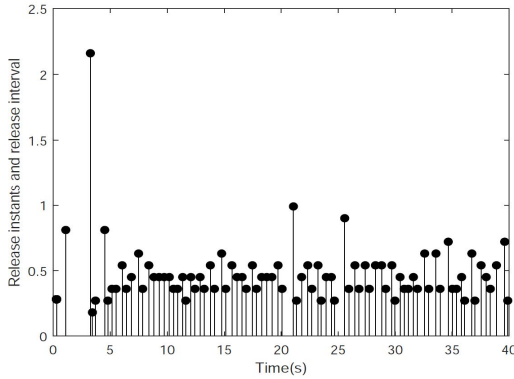


그림 5. 트리거된 샘플링 및 최대 샘플링 주기
Fig. 5 Triggered sampling and maximum sampling intervals

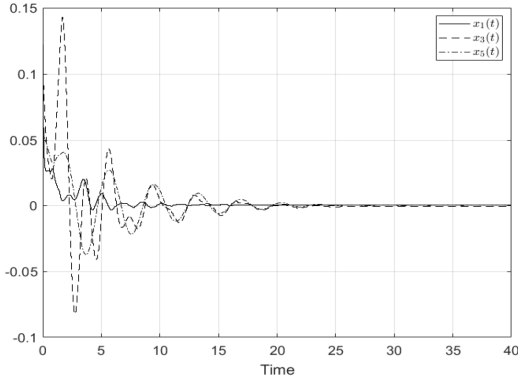


그림 6. 실험을 통하여 얻은 시간에 따른 상태변수(ϕ , θ , ψ)들의 응답
Fig. 6 Experimental result of state variables(ϕ , θ , ψ)

험에서 사용된 것과 동일하다. 비행체의 초기 모든 상태는 0에서 실험하였다. 실험에서 측정되는 샘플링 시간은 0.01초이고, 제어기에서 발생하는 시간 지연은 평균적으로 0.02초 미만이다. 상태가 측정되는 샘플링 시간과 제어기의 시간 지연의 합이 0.05초 미만이므로 시뮬레이션에서 얻은 계인들은 시스템의 안정성을 보장한다. 그림 6에서와 같이 3 DOF Hover 시스템의 상태변수들이 안정화되는 것을 확인할 수 있다. 그림 7에서는 제안된 제어기의 샘플링된 입력 신호들을 보여준다. 입력 신호 $u_3(t)$ 는 다른 입력 신호들에 비하여 비교적 작은 값으로도 제어 가능하다는 것을 알 수 있다. 그림 8에서는 입력 신호가 업데이트되는 이벤트 시간을 나타내며,

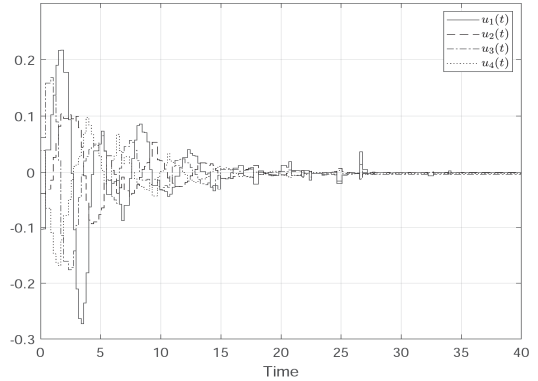


그림 7. 실험을 통하여 얻은 ETM기반의 제어 입력 신호
Fig. 7 Experimental result of control input signal based on ETM

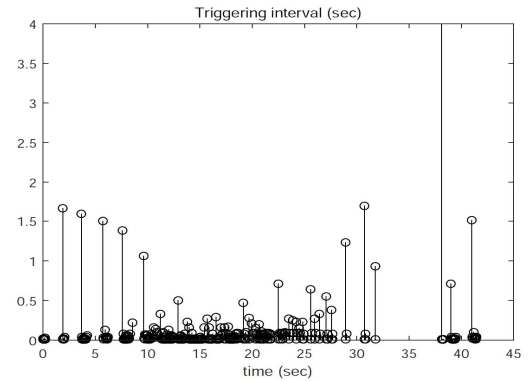


그림 8. 실험을 통하여 얻은 트리거 발생 시간
Fig. 8 Experimental results of triggered sampling and maximum sampling intervals

1인 경우 신호가 업데이트된 경우이고, 0인 경우 이전 신호를 사용하는 경우이다. 40초 동안 총 이벤트 발생 횟수는 480회로 시간 트리거 기반 제어 기법보다 더 적은 트리거 횟수를 가지는 것을 확인하였다.

V. 결론

본 논문에서는 3 DOF Hover 시스템의 자세 제어를 위하여 이벤트 트리거 메커니즘기반의 H_2 성능 보장 제어기 설계방법을 제안하였다. 기존의 연구된 3 DOF Hover 모델과 달리, 비행체의 각속도에 중속적인 파라미터를 고려하여 선형 파라미터

변화 모델을 얻을 수 있었다. 얻어진 모델에 대하여 제안한 이벤트 기반의 제어를 시뮬레이션과 실험에서 적용하였다. 시간 트리거 기반의 제어 방법보다 적은 트리거를 이용하여 시스템을 제어할 수 있음을 확인하였고, 이는 제안한 방법이 네트워크 자원을 효율적으로 이용할 수 있음을 의미한다. 본 논문에서는 네트워크 채널로 이루어진 비행체 시스템의 네트워크 지연 문제를 다루었다. 다음 연구로는 네트워크 비행체 시스템에서 발생하는 양자화 및 입력제한 문제에 관하여 연구할 것이다.

References

- [1] H. Yang, B. Jiang, K. Zhang. "Direct Self-repairing Control for Quadrotor Helicopter Attitude Systems," *Mathematical Problems in Engineering*, 2014.
- [2] A. Jaimes, S. Kota, J. Gomez, "An Approach to Surveillance an Area Using Swarm of Fixed Wing and Quad-rotor Unmanned Aerial Vehicles UAV(s)," 2018 IEEE International Conference on System of Systems Engineering, 2008.
- [3] Junghwan Kim, Shik Kim, "Autonomous-flight Drone Algorithm use Computer Vision and GPS," *IEMEK J. Embed. Sys. Appl.*, Vol. 11, No. 3, pp. 193-200, 2016.
- [4] Byung-Rak Son, Chang-Seup Han, Hyun Lee, Dong-Ha Lee, "An Obstacle Avoidance Technique of Quadrotor Using Immune Algorithm," *IEMEK J. Embed. Sys. Appl.*, Vol. 9, No. 5, pp. 269-276, 2014.
- [5] A. Prach, E. Kayacan, D. S. Bernstein, "An Experimental Evaluation of the Forward Propagating Riccati Equation to Nonlinear Control of the Quanser 3 DOF Hover Testbed," 2016 American Control Conference (ACC), 2016.
- [6] M. Kahouadji, M. Mokhtari, A. Choukchou-Braham, B. Cherki, "Real-time Attitude Control of 3 DOF Quadrotor UAV Using Modified Super Twisting algorithm," *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 357, No. 5, pp. 2681-2695, 2020.
- [7] D. Nešić, A. R. Teel, P. V. Kokotović, "Sufficient Conditions for Stabilization of Sampled-data Nonlinear Systems Via Discrete-time Approximations," *Systems & Control Letters*, Vol. 38, No. 4-5, pp. 259-270, 1999.
- [8] K. Liu, E. Fridman, "Wirtinger's Inequality and Lyapunov-based Sampled-data Stabilization," *Automatica*, Vol. 48, No. 1, pp. 102-108, 2012.
- [9] G. S. Deaecto, P. Bolzern, L. Galbusera, J. C. Geromel, " H_2 and H_∞ Control of Time-varying Delay Switched Linear Systems with Application to Sampled-data Control," *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, Vol. 22, pp. 43-54, 2016.
- [10] G. Leen, D. Heffernan, "TTCAN: A New Time-triggered Controller Area Network," *Microprocessors and Microsystems*, Vol. 26, No. 2, pp. 77-94, 2002.
- [11] D. Yue, E. Tian, Q. Han, "A Delay System Method for Designing Event-Triggered Controllers of Networked Control Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 58, No. 2, pp. 475-481, 2013.
- [12] G. Keqin, J. Chen, V. L. Kharitonov, "Stability of Time-delay Systems," Springer Science & Business Media, 2003.
- [13] C. Peng, M. R. Fei, "An Improved Result on the Stability of Uncertain T-S Fuzzy Systems with Interval Time-varying Delay," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 212 pp. 97-109, 2013.
- [14] 3-DOF Hover Reference Manual, Quanser Consulting Inc.

Hyein Jung (정혜인)

She is currently studying toward the M.S degree in Robot & Smart System Engineering from Kyungpook National University, Republic of Korea.

E-mail : hyeinjung@knu.ac.kr

Seungyong Han (한승용)

In 2016, he received his B.S degree in Physics from Yeungnam University, Gyeongsan, Republic of Korea. In 2019, M.S degrees in Electronics Engineering

from Kyungpook National University, Republic of Korea. He is currently working toward the Ph.D degree in Electronics Engineering from Kyungpook National University.

E-mail : seungyong@knu.ac.kr

Sangmoon Lee (이상문)

In 1999, he received his B.S degree in Electronics Engineering from Kyungpook National University, Daegu, Republic of Korea. In 2006, Ph.D

degrees in Electrical Engineering from Pohang University of Science and Technology, Pohang, Republic of Korea. He is currently an Associate Professor of School of Electronics Engineering, in Kyungpook National University.

E-mail : moony@knu.ac.kr