

## 상계법과 유한요소법을 이용한 확관금형 설계

조용일\*, 김승환\*, 추연근\*, 조해용\*<sup>#</sup>

\*충북대학교 대학원 기계공학과, \*\*충북대학교 기계공학부

### Design of Pipe Expanding Die by Upper Bound Analysis and Finite Element Method

Yong-Il Cho\*, Seung-Hwan Kim\*, Yuan-gen Qiu\*, Hae-Yong Cho\*<sup>#</sup>

<sup>\*</sup>Dept. of Mechanical Engineering, Graduate School, Chungbuk Nat'l Univ.,

<sup>\*\*</sup>Dept. of Mechanical Engineering, Chungbuk National Univ.

(Received 13 April 2020; received in revised form 28 April 2020; accepted 8 May 2020)

#### ABSTRACT

Pipe expansion involves various methods to enlarge the diameter of the pipes with the use of a mandrel or punch placed inside the pipe. In this study, the upper bound method was used to analyze the pipe expanding process as well as design a die. A kinematically admissible velocity field was derived for the upper bound analysis with the occurrence of pipe thinning during the expansion factored in. The analysis confirms that a semi-cone angle of the punch between 15 and 20 degrees is most advantageous for pipe expansion. The results of the upper bound analysis, which were also consistent with those of the FEM, can be useful for the design of a pipe expansion die.

**Key Words** : Upper Bound Method(상계법), FEM(유한요소법), Pipe Expansion Process(확관 공정)

#### 1. 서 론

직경이 서로 다른 두 개의 관을 연결하거나 특수한 용도로 사용하기 위해 관의 끝단을 다양한 형상으로 변형시키는 소성 가공법에는 확관, 축관, beading, flaring, flanging 등이 있다. 확관은 지름을 늘리는 가공법으로 기계적 방법, 수압, 폭발, 전자기력 등 다양한 방법이 있다. 그 중에서 맨드릴이나 펀치를 이용한 기계적 방법이 주로 이용된다.

확관과 같은 관재의 소성가공 문제에서 소성변형영역에 대한 응력장과 속도장이 힘의 평형방정

식, 항복조건, 체적 일정조건, 경계조건 등의 요구조건들을 모두 만족하는 해석적인 완전해를 얻는 것은 매우 어렵다. 실제에 근접한 해를 구하기 위해 사용되는 해석법으로는 초등해석법, 슬래브법, 상·하계법 등이 있으며, 이 중 상계법은 실제 해보다 같거나 큰 해를 예측하는 해석법으로서, 성형 에너지 및 하중 예측, 최적 금형 각도 선정 등과 같은 최적 공정조건 설정에 유용하다.

Kareech<sup>[1]</sup> 등은 상계법을 통하여 확관 공정에 필요한 성형하중 및 최적의 펀치형상을 예측하였고, Avitzur<sup>[2]</sup> 는 확관 및 축관 공정을 해석함에 있어서 원추형 동적가속도장을 유도하여 상계해석을 하였으나, 축관에서 두께가 얇아지는 원추형 속도장을 유도하였다. Hong<sup>[3]</sup> 등은 유한요소법을

# Corresponding Author : [hycho@cbnu.ac.kr](mailto:hycho@cbnu.ac.kr)

Tel: +82-43-261-2464, Fax: +82-43-263-2441

통해 확관 시 튜브에 좌굴이나 파단이 일어나지 않는 튜브의 성형에 대하여 연구하였으며, Kang<sup>[4]</sup> 등은 유한요소법을 이용해 고속의 확관 가공을 위한 최적의 맨드릴 형상을 설계하였다.

본 연구에서는 확관공정에 대해 새로운 동적가용속도장을 유도하고 상계해를 구하여 적정 공정과 금형을 설계하고자 하였다. 또한 유한요소해석과 실험을 통하여 동적가용속도장의 타당성을 검증하고, 상계해의 유용성을 확인하였다.

## 2. 상계해석

### 2.1 형상함수

상계해를 구하기 위해서는 소성변형영역에 대한 동적가용속도장을 가정하여야 한다. 동적가용속도장은 변형영역에 대한 수학적 표현으로, 변형영역을 Fig. 1과 같이 세 개의 영역으로 분할하였다. ①은 확관 전의 영역이고, ②는 변형영역이며, ③은 확관 이후 영역이다. 변형영역에 대해서 파이프의 바깥쪽과 안쪽 반경을 식 (1)과 같이 형상함수로 정의하였다. 확관 성형 중인 파이프를 원통좌표계로 나타냄에 따라  $z$ 축은 파이프의 이송방향이자 축대칭의 기준 축이고,  $r$ 축은 반지름방향의 축이다.

$$\begin{cases} R_i = z \tan(\alpha_1) + r_i \\ R_o = z \tan(\alpha_2) + r_o \end{cases} \quad (1)$$

위의 두 식은  $z$ 성분의 함수이다. 펀치 반각이면서 안쪽 반경의 반각인  $\alpha_1$ 은 바깥쪽 반경의 반각인  $\alpha_2$ 보다 항상 크다고 가정하여 가공 후 두께

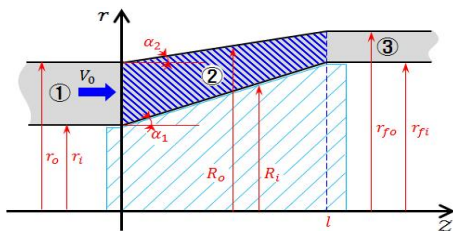


Fig. 1 A kinematically admissible velocity field of a pipe expanding process

가 얇아지는 현상을 구현하였다.

### 2.2 동적가용속도장

Fig. 1은 동적가용속도장은 소성변형 중인 소재의 유동을 속도의 벡터 성분으로 나타낸 것이다. 실제 확관 공정에서 두께가 얇아지는 현상을 고려한 동적가용속도장을 다음과 같이 유도하였다.

$$\begin{aligned} V_r &= \frac{V_0(r_o^2 - r_i^2)\{A + R_i R_o B\}}{r(R_o^2 - R_i^2)^2} \\ V_\theta &= 0 \\ V_z &= \frac{V_0(r_o^2 - r_i^2)}{R_o^2 - R_i^2} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } A &= (R_o \tan \alpha_2 - R_i \tan \alpha_1) \\ B &= (R_o \tan \alpha_1 - R_i \tan \alpha_2) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

동적가용속도장의 각 방향의 속도 성분을 이용한 변형률속도는 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r &= \frac{\partial V_r}{\partial r} = \frac{V_0(r_o^2 - r_i^2)\{r^2 A - R_i R_o B\}}{r^2(R_o^2 - R_i^2)^2} \\ \dot{\epsilon}_\theta &= \frac{V_r}{r} = \frac{V_0(r_o^2 - r_i^2)(A + R_i R_o B)}{(R_o^2 - R_i^2)^2} \\ \dot{\epsilon}_z &= \frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{2V_0(r_o^2 - r_i^2)A}{(R_o^2 - R_i^2)^2} \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{r} \right) = 0 \\ \dot{\epsilon}_{\theta z} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right) = 0 \\ \dot{\epsilon}_{rz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial V_r}{\partial z} \\ &= \frac{rV_0(\tan^2 \alpha_2 - \tan^2 \alpha_1)(r_o^2 - r_i^2)}{(R_o^2 - R_i^2)^2} \\ &\quad + \frac{V_0(r_o^2 - r_i^2)BC}{r(R_o^2 - R_i^2)^2} - \frac{4rV_0(r_o^2 - r_i^2)AD}{(R_o^2 - R_i^2)^3} \\ &\quad - \frac{4V_0R_iR_o(r_o^2 - r_i^2)BD}{r(R_o^2 - R_i^2)^3} \end{aligned} \quad (3)$$

단,  $\dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_\theta + \dot{\epsilon}_z = 0$  (체적일정조건)

여기서  $C = (R_o \tan \alpha_1 + R_i \tan \alpha_2)$

$D = (R_o \tan \alpha_2 + R_i \tan \alpha_1)$  이다.

식 (3)과 같이 정리한 변형률속도를 적용하여 구한 유효변형률속도는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(\frac{\dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + \dot{\epsilon}_z^2}{2} + \left(\dot{\epsilon}_{r\theta}^2 + \dot{\epsilon}_{\theta z}^2 + \dot{\epsilon}_{zr}^2\right)\right)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(\frac{\dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + \dot{\epsilon}_z^2}{2} + \dot{\epsilon}_{zr}^2\right)} \end{aligned} \quad (4)$$

각 식들에서 함수에 대한 설명은 Table 1에 나타낸 바와 같다.

**Table 1 Nomenclatures of formula symbol**

Items	Type
$J$	Total energy needed for pipe expansion
$J_i$	Internal energy dissipated in the zone under expansion
$J_s$	Energy dissipated on velocity discontinuity surfaces
$J_f$	Energy dissipated on frictional surface
$l$	Length of the zone under expansion [m]
$R_i, R_o$	Function of inner and outer radius
$r, \theta, z$	Cylindrical coordinates system
$r_i, r_o$	Inner and outer radius in pre-expanded zone [m]
$r_{fi}, r_{fo}$	Inner and outer radius in expanded zone [m]
$V_0$	Entrance velocity of pipe [m/s]
$V_r, V_\theta, V_z$	Velocity field in cylindrical coordinate system [m/s]
$\alpha_1, \alpha_2$	Inner and outer semi-cone angle of expanded zone [°]
$\dot{\epsilon}_{ij}$	Strain rate in cylindrical coordinate system
$\dot{\epsilon}$	Effective strain rate

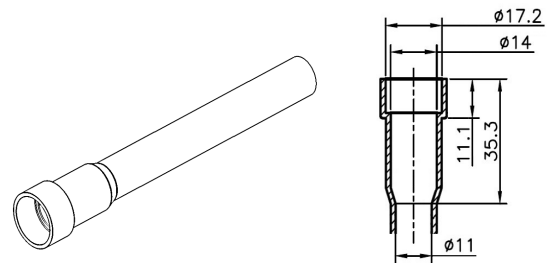
### 2.3 에너지소비를 계산

변형영역에 대한 내부에너지 소비율은 유효변형률속도를 체적에 대하여 적분하여 계산하였고, 변형영역의 양쪽 경계면인 영역 ①과 ②사이, 영역 ②와 ③사이 속도불연속면의 전단에너지 소비율을 구하였다. 확관 중인 파이프는 펀치의 월뿔대 부분에서만 접촉함을 가정하고, 이때 펀치와 파이프 사이의 경계면에서 균일한 마찰상수에 따른 마찰 에너지 소비율을 구하였다. 따라서, 내부와 전단, 마찰 에너지 소비율의 합을 통해 확관 성형에 필요한 에너지 소비율 및 하중, 즉 상계해를 계산하였다.

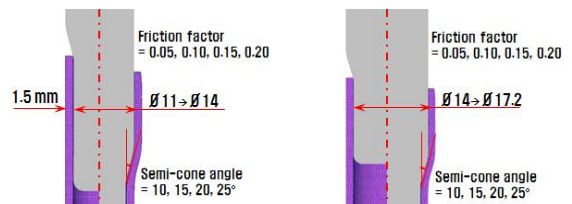
이러한 상계해는 파이프의 확관금형 설계를 위한 펀치반각 선정과 장비사양 선정을 위한 성형하중 예측에 적용되었다.

## 3. 유한요소해석

이 연구에서 유한요소법으로 설계하고자 한 확관금형은 Fig. 2와 같으며, 유한요소해석은 상용 유한요소해석 프로그램인 DEFORM-3D를 이용하였고, 소재는 AISI 1006을 적용하였다.



**Fig. 2 Shape of expanded pipe and its dimensions**



**Fig. 3 Boundary conditions of pipe expanding process**

### 3.1 펀치반각 선정

확관은 2단계의 공정을 통해 성형되며, 펀치반각 및 마찰 상수의 다양한 변수조건을 각 공정의 금형에 적용하여 해석하였다.

공정조건 변수로서 각 공정의 펀치 반각 크기를 10°에서 25°까지 5°간격으로 적용하였고, 마찰상수를 0.05에서 0.20까지 0.05 간격으로 적용하여 마찰에 따른 경향을 파악하였다. 이와 같은 해석 경계조건을 Fig. 3에 나타내었다.

1공정의 경우, 펀치반각과 마찰 상수가 커짐에 따라 파이프 두께가 감소하는 양은 줄어들고, 마찰 상수와 무관하게 펀치반각의 크기가 15°인 변수에서 성형 하중은 가장 작은 것을 볼 수 있다. 이러한 경향은 2공정에도 유사하다.

한편, 유한요소해석과 같은 공정조건으로 상계해를 구하였으며, 두 해석으로부터 예측한 펀치반각에 따른 하중을 비교하였다. 하중의 크기는 원 칩상 상계해가 크다.

### 3.2 확관공정 해석

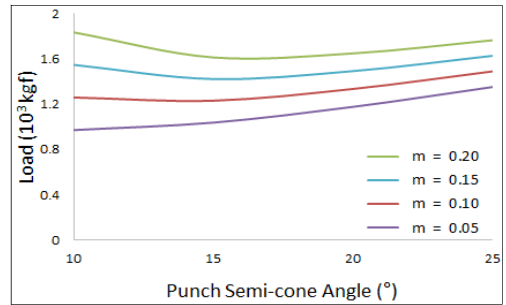
하중과 펀치반각 관계에 따른 상계해석과 유한요소해석의 결과를 Fig. 4에 나타내었다.

상계해에 의한 최소 하중 점은 15°에서 20° 사이일 때 나타나며, 이는 유한요소해석 결과에서도 유사함을 알 수 있다. 이로써 1공정의 펀치반각은 15°에서 20° 사이가 적정하다고 판단된다.

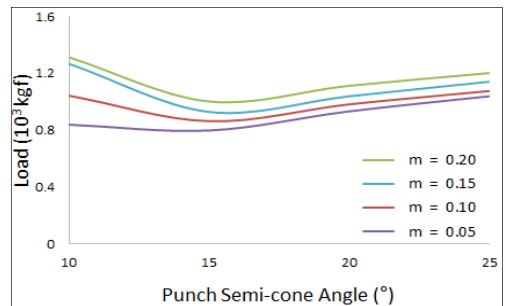
한편, 2공정의 경우도 상계해석과 유한요소해석 결과의 경향은 잘 일치하였고, 최소 하중 점의 위치도 1공정의 결과와 유사하게 나타났다. 그러므로 프리텐서너 파이프의 확관금형을 설계하기 위한 적정 펀치반각의 크기는 15°에서 20° 사이로 하는 것이 좋다.

## 4. 실험 결과 및 고찰

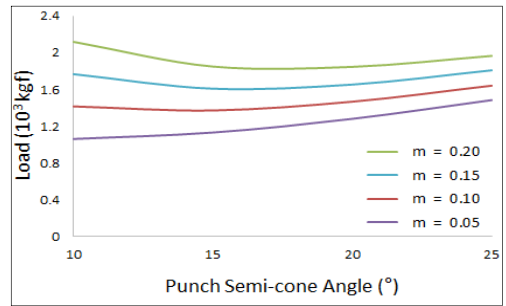
앞에서 상계해와 유한요소해를 비교·분석하여 확관금형을 설계하기 위한 적정 펀치반각의 범위를 제시하였다. 확관 실험을 위한 펀치반각의 크기는 금형제작 여건 및 파이프의 성형성 등의 현실적인 상황을 고려하여 20°로 선정하였다.



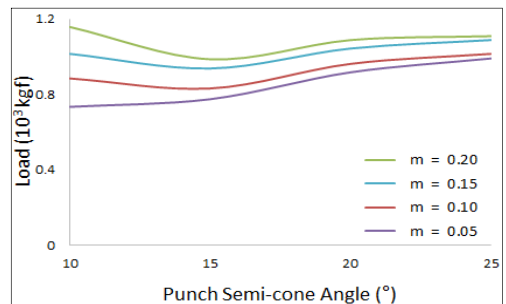
(a) upper bound analysis of 1<sup>st</sup> stage



(b) finite element method of 1<sup>st</sup> stage



(c) upper bound analysis of 2<sup>nd</sup> stage



(d) finite element method of 2<sup>nd</sup> stage

Fig. 4 Results of upper bound analysis and FEM

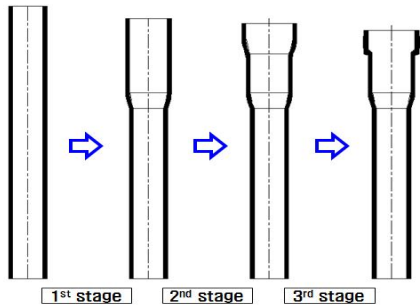


Fig. 5 Pipe expanding process

Table 2 Specifications of experimental set-up

Machine	End-forming machine
Max. sliding force [ $10^3$ kg <sub>r</sub> ]	25
Max. clamping force [ $10^3$ kg <sub>r</sub> ]	25
Max. stroke of slide [mm]	145
Power [kW]	16

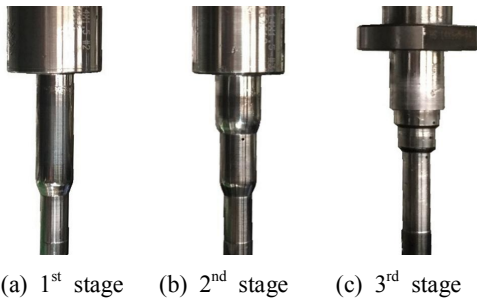


Fig. 6 Photographs of punches for each stage

Fig. 5는 파이프의 확관 공정도를 나타낸 것으로, 1공정과 2공정은 1단과 2단 확관부를 성형하는 공정이며, 3공정은 최종형상의 치수를 만족하게 하기 위한 공정이다.

확관 소재는 SPPH370이며, 엔드포밍기의 사양은 Table 1에 정리하였다. 엔드포밍기의 각 공정에 장착된 펀치는 Fig. 6과 같다.

#### 4.1 성형하중 비교·분석

실험을 통하여 확관 성형에 필요한 하중을 측정하고 상계해석과 유한요소해석의 결과와 비교·분

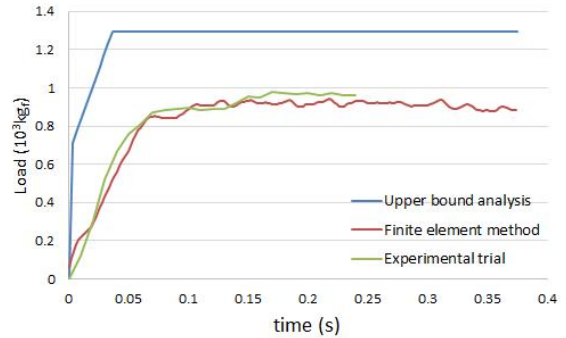


Fig. 7 Comparisons of upper bound analysis, FEM and Experimental results at 1st stage

석하였다. 성형하중에는 HBM사의 MGCplus 동적 변형률 증폭기와 HBM사의 K-LY4-1-03-350-4-1 스트레인게이지가 사용되었다.

Fig. 7은 1공정에 대한 실험과 상계해석 및 유한요소해석의 결과를 하중과 시간의 관계로 나타낸 것이다. 실험에서 측정된 성형 하중은 약 0.07초가 될 때까지 꾸준히 증가하고 그 이후 수렴하는 것을 볼 수 있다.

이러한 경향이 나타나는 이유는 성형 초반 파이프가 펀치에 의해 늘어나는 0.07초 동안에 성형하중이 증가하다가, 이후 남은 확관부 깊이만큼 성형되는 동안에 하중이 일정해지기 때문으로 판단된다.

상계해는 모든 경계조건을 만족할 때의 정해보다 크거나 같은 근사해를 의미한다. 따라서 Fig. 7에서 나타난 실험의 결과는 상계해석과 유한요소해석의 결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

#### 4.2 확관부의 단면형상 비교·분석

확관공정의 실험 결과로서 각 공정 성형 후 파이프의 형상을 Fig. 8에 나타내었다. 성형된 파이프의 확관부 형상을 유한요소해석 결과와 정밀하게 비교하기 위해서 실험 결과물의 단면을 잘라 주요부의 치수를 측정하였다. 측정에 사용된 매크로 현미경은 Olympus사의 SZ-CTV이다.

확관부 단면은 실험과 유한요소해석 결과 모두 각 공정이 진행됨에 따라 두께가 얇아짐을 볼 수 있다. 이는 확관 과정에서 실제현상과 다르게 두

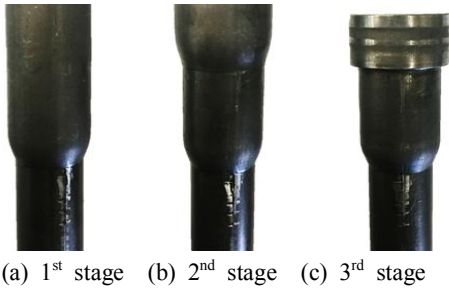


Fig. 8 Photographs of expanded pipes

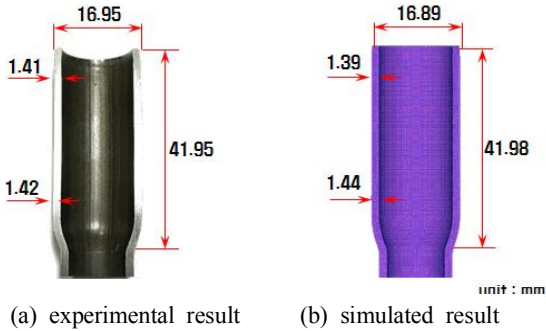


Fig. 9 Comparisons of experimental result of 1<sup>st</sup> stage and simulated one

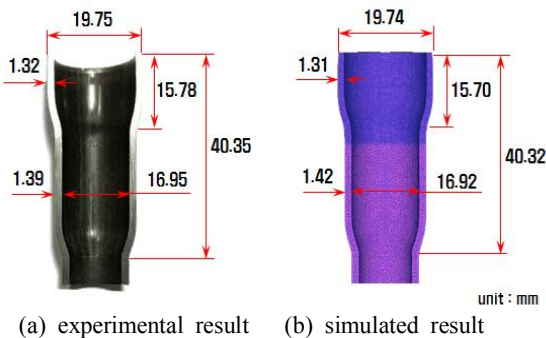


Fig. 10 Comparisons of experimental result of 2<sup>nd</sup> stage and simulated one

께가 두꺼워지는 가정을 적용한 기존의 상계해석보다 확관 과정에서 파이프의 두께가 얇아지는 실제 현상을 적용하기 위하여 본 연구에서 유도한 새로운 동적가용속도장과 상계해석이 보다 유용함을 알 수 있다.

확관부의 깊이는 연구를 위해 설정한 공정조건과 무관하게 실험 장비의 세팅과 관련된 사항임을 고려하였을 때, 실험 및 유한요소해석의 확관부 단면형상을 비교한 결과는 1, 2공정 모두에서 잘 일치한다고 판단된다. Aviture의 tube 인발에 관한 속도장은 축관시 관의 두께가 얇아지므로 실제 상황과 맞지 않는 반면, 본 논문에서의 확관 시 두께가 얇아지는 속도장은 역으로 적용하면 튜브의 인발(tube free sinking)시 두께가 두꺼워지는 실제 상황에 가장 가까운 속도장이 될 수 있다. 따라서 본 연구에서 유도한 속도장은 확관과 축관에 모두 적용이 가능 할 것이다<sup>[2]</sup>.

## 5. 결론

이 연구에서는 확관 성형을 위한 확관금형을 설계하였다. 기존의 상계해석이 확관 과정에서 두께가 두꺼워지는 실제상황과 다른 가정을 적용한 것에 비하여 본 연구에서는 실제상황과 같이 확관 과정에서 파이프의 두께가 얇아지는 새로운 동적가용속도장을 유도하여 상계해석하였다.

이를 유한요소해석과 실험을 통하여 비교 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 확관성형을 위한 최소 하중 점은 펀치반각이 15°에서 20° 사이일 때 나타났고, 동일 조건의 유한요소해석 결과와 잘 일치하였다. 따라서 펀치반각 크기는 약 15°에서 20° 사이로 하는 것이 좋다.
2. 성형하중을 비교한 결과와 성형 후 확관부 단면형상을 비교한 결과에서도 상계해석과 유한요소해석 그리고 실험 결과는 잘 일치함을 알 수 있다.
3. Aviture의 tube 인발에 관한 속도장은 축관시 관의 두께가 얇아지므로 실제 상황과 맞지 않는 반면, 본 논문에서의 확관 시 두께가 얇아지는 속도장은 역으로 적용하면 튜브의 인발(tube free sinking)시 두께가 두꺼워지는 실제 상황에 가장 가까운 속도장이 될 수 있다. 따라서 본 연구에서 유도한 속도장은 확관과 축관에 모두 적용이 가능 하며 실제 금형 설계에 매우 유용할 것이다.

## 후 기

“이 논문은 2019년도 자동차부품기업활력제고사업 연구비 지원에 의하여 연구되었음.” (No. 20007322 )

## REFERENCES

1. Karrech, A., Seibi, A., "Analytical Model for the Expansion of Tubes under Tension," Journal of Materials Processing Technology, Vol. 6, No. 210, pp. 356-362, 2010.
2. Avitzur, B., Tube Sinking and Expanding, Journal of Engineering for Industry, pp.71-79, 1965.
3. Hong, S., Hyun, H., Hwang, J., "Study of Tube Expansion to Produce Hair-Pin Type Heat Exchanger Tubes using the Finite Element Method," Transactions of Materials Processing, Vol. 23, No. 3, pp. 164-170, 2014.
4. Kang, H. S., Kim, D. S., "Design of a Mandrel for Expansion of the Tube of the Heat Exchanger," In Proceedings of the KSME Conference The Korean Society of Mechanical Engineers, pp. 430-434, 2004.