韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
http://dx.doi.org/10.7468/mathedu.2020.59.1.17
2020. 2. 제 59권, 제 1호, 17-29.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A:
The Mathematical Education
February. 2020, Vol. 59, No. 1, 17-29.

수학화 과정에서 교사와 학생 간의 상호작용 양상과 교사의 담론 구조

최상호(고려대학교, 연구교수)

Interaction patterns between teachers-students and teacher's discourse structures in mathematization processes

Choi, Sang-Ho(Korea University, shchoi83@korea.ac.kr)

초록

본 연구의 목적은 수학화 과정에서 교사와 학생 간의 상호작용 양상에 따른 교사의 담론 구조를 분석하는 것이다. 이러한 목적 달성을 위해 학생들의 참여를 촉진하는 교수법을 20년 이상 실행한 경력 교사의 한 학기 수업 44차시 중에서 수학화 과정에서 교사와 학생 간의 서로 다른 상호작용 양상을 보이는 대표적인 경우 각각 1차시 수업을 비교 분석하였다(근거 이론). 분석 결과, 학생들의 참여 양상을 고려한 교사의 담론 구조는 수학화 과정 경험에 도움을 준 것으로 볼 수 있었다. 이러한 결과를 바탕으로 향후 학생들과의 상호작용 양상에 따라 수학화 과정을 경험할 수 있도록 도움을 주기 위한 교사의 역할을 구체화함으로써 수학화를 위한 교실 담론 개발에 도움을 줄 수 있을 것이다.

Abstract

The purpose of this study is to analyze the teacher's discourse structure of teachers according to the interaction pattern between teacher and student in the process of mathematization. To achieve this goal, we observed a semester class (44 lessons) of an experienced teacher who had practiced teaching methods for promoting student engagement for more than 20 years. Among them, one lesson case would be match the teacher's intention and the student's response and the other one lesson case would be to mismatch between the teacher's intention and the student's response was analyzed. In other words, in the process of mathematization based on students' engagement, the intention of the teacher and the reaction of the student was determined according to the cases where students did not make an error and when they made an error. A methodology used to develop a theory based on data collected through classroom observations(grounded theory). Because the purpose of the study is to identify the teacher's discourse structure to help students' mathematization, observe the teacher's discourse and collect data based on student engagement. Based on the teacher's discourse, conceptualize it as a discourse structure for students to mathematization. As a result, teacher's discourse structure had contributed to the intention of the teacher and the reaction of the student in the process of mathematization. Based on these results, we can help the development of classroom discourse for mathematization by specifying the role of the teacher to help students experience the mathematization process in the future.

---

* 주요어 : 수학화, 교사와 학생 간의 상호작용 양상, 교사의 담론 구조
* Key words : mathematization, interaction patterns between teachers-students, the structure of teachers' discourse
* Address: Dept. of Mathematics Education, College of Education, Korea University
* ZDM Classification : D73
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40
* Received: December 23, 2019 Revised: January 12, 2020 Accepted: January 22, 2020

Ⅰ. 서론

앞으로 다가올 미래 사회에서 수학의 중요성과 필요성은 더욱 커지고 있다. 방대한 양의 지식과 경험들을 분석하여 새로운 것을 만들어내는 과정에서 필요한 코딩과 빅데이터의 분석은 수학이라는 학문과 관련성이 있다. 코딩과 빅데이터를 분석하는 알고리즘들은 수학과 직접적으로 연결이 되어 있고 특히, 다양한 현실 상황 속에서 정보를 수집하고 논리적, 비판적으로 사고하고 분석하여 다시 현실 상황 속에 확인하는 과정은 수학적 모델링 과정과 연결이 될 수 있기 때문이다. 수학적 모델링은 실생활에서의 다양한 문제들을 해결하기 위해 주어진 상황을 단순화하여 상황을 바탕으로 하는 문제를 만들고 수학적인 모델을 만들고 개선하는 과정으로, 수학적 모델링의 가장 큰 특징 중에 하나는 실생활과 밀접하게 연결되어 있다는 것이다(Blum, 2011; Blum & Ferri, 2016; Stender & Kaiser, 2016).

수학이라는 학문이 우리 주변의 다양한 상황들을 해결하는 도구임에도 불구하고 현재 우리의 교실에서는 학생들이 다양한 유형의 수학 문제를 해결하는 것이 수학의 전부 인 것처럼 받아들이는 모습을 종종 볼 수 있다. 학생들이 수학과 현실 상황이 밀접하게 연결되어 있음을 알고, 수학적 사고를 통해 다양한 문제를 해결할 수 있는 수학 학습의 유의미성을 인식할 수 있도록 도움을 줄 필요가 있다. 이를 위한 방법 중에 하나는 수학의 본질을 현실 상황에 기반을 두고 반성적 사고를 통해 현상과 본질의 교대작용을 반복하면서 조직화하는 수학화 과정을 경험할 수 있도록 하는 것이다(Freudenthal, 1973). 학생들의 수학 학습에 대한 유의미성을 향상시키기 위한 수학적 모델링, 스토리텔링, 융합교육 등의 아이디어들도 학생들의 맥락을 고려하여 수학적으로 사고할 수 있도록 도움을 주는 수학화와 관련을 지어 생각해 볼 수 있다. 이와 같은 수학화의 중요성으로 인해 지금까지의 연구들은 수학화를 통한 학습의 효과성을 주장한 연구(Baek & Choi, 2015; Cho, 2006; Choi, 2017; Choi & Kim, 2008; Choi-Koh & Choi, 2006; Oh, 2018; Um & Lee, 2006; Yim & Hong, 2015)들이 대부분이었다. 이러한 연구들은 수학화의 효과성들을 주장함으로써 수학화의 중요성과 필요성을 설명하는데 많은 도움을 주는 것으로 볼 수 있다.

하지만, 이와 같은 연구들은 수학화를 위한 학습의 효과성을 도출할 수 있도록 하는 독립 변인을 수학적 내용에 초점을 두고 교수학적 자료의 개발 및 실행에 초점을 둔 것으로 볼 수 있다. 교수법의 효과성은 수학적 내용의 재구조화와 함께 학생들이 수학화의 과정에 적극적으로 참여할 수 있도록 도움을 주는 교사의 역할을 통합적으로 고려함으로써 수업 참여와 학습의 효과성을 위한 시너지 효과를 낼 수 있음에도 불구하고 이를 고려하지 않은 것이다. 이러한 제한점을 바탕으로 이전 연구에서 고려하지 않았던 교사의 역할을 구체화하기 위해 교사의 담론 구조를 분석하고자 한다. 교사의 담론 구조는 교사가 학생들의 참여 양상을 파악하여 학생들의 참여를 통해 수학적인 유의미성을 만드는 것으로 한 시간의 수업 안에서 어떻게 담론을 시작하고, 전개하고, 종료하는지에 대한 순서이다(Choi, Ha, & Kim, 2016; Kim et al., 2019).

본 연구에서는 수학화 과정에서 교사와 학생 간의 상호작용 양상(교사의 의도와 학생의 반응이 일치하는 경우와 그렇지 않은 경우)에 따른 교사의 담론 구조를 분석함으로써 학생들이 수학화 과정을 경험하는데 도움을 줄 수 있는 교수법 적용의 구체적인 아이디어를 제공하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학화 과정에서 실생활 경험의 중요성

학생들이 수학 학습의 유의미성을 인식하고 주변의 다양한 현상을 수학적으로 해석하고 사고하는 경험을 할 수 있도록 도움을 주기 위한 시도 중에 하나는 학생들이 수학화 과정을 경험하게 하는 것이다. 과거에서부터 강조되었던 학문으로써의 수학을 학생들에게 전달함에 따라 수학적 유의미성을 인식하지 못한 채 학습의 부담으로만 여겨오던 과거를 반성하고, 학생들이 흥미와 호기심을 가지고 수학을 발견하는 과정에 직접 참여할 수 있는 기회를 제공하고자 한 것이다. 수학화에 대한 접근 방식으로는 주변의 현상을 수학적으로 해석하는 수평적 수학화와, 이를 바탕으로 조금 더 높은 수준의 수학적 처리가 가능하도록 하는 수직적 수학화로 나눌 수 있다(Treffers,

1987). 학생들의 수학화 과정 경험을 위해서는 수평적 수학화와 수직적 수학화가 균형있게 강조되어야 함에도 불구하고, 학교 현장의 현실적인 문제(수학화 경험을 위해 더 많은 수학 수업 시간의 필요 등)와 평가 방식(수학적 결과만을 평가하는 방식) 등을 이유로 수직적 수학화를 강조하다보니 학생들이 진정한 수학화의 과정을 경험하는데 어려움을 겪는 것이다. 이러한 어려움을 해결하기 위해서는 학생들에게 가장 친숙한 맥락으로부터 수학화를 할 수 있도록 도움을 주는 것에서부터 시작할 수 있다. 학생들의 맥락을 고려한 다양한 수학화의 방법들이 있지만 그 중에 하나는 실생활과 수학을 연결하여 수학화를 할 수 있는 기회를 제공하는 것이다(Kwon et al., 2013; NCTM, 2000; Pyo & Lee, 2007).

수학과 실생활 상황을 연결하여 수학화의 경험을 할 수 있도록 도움을 주는 방법 중에 하나로 스토리텔링을 생각해볼 수 있다(Kwon et al., 2013). 스토리텔링 유형에서 강조했던 수학사 탐구형, 실생활 연계형, 의사결정형, 학문융합형, 도구활용형 중에서도 실생활 연계형과 의사결정형이 수학과 실생활을 연결하는 수학화를 연결지어볼 수 있다. 실생활 연계형은 실생활에서 경험할 수 있는 익숙한 상황과 환경 속에서 수학적 개념과 원리를 연결할 수 있도록 내용을 조직하여 학습을 할 수 있도록 하는 것이다. 학생들이 가장 친숙하게 느낄 수 있는 현실 상황과 수학을 연결함으로써 수학화의 과정을 경험할 수 있도록 한 것이다.

의사결정형은 주변의 다양한 상황 속에서 최선의 선택 및 의사결정을 할 수 있도록 하는 수학적 모델링 과정을 경험하는 것이다. 수학적 모델링은 현실 상황 속에서 존재하는 다양한 문제를 해결하는 과정을 단순화하여 수학적인 모델을 만들고 최적의 의사결정을 위해 시행착오를 반복하는 모든 과정을 포함하는 개념이다(Blum, 2011; Stender & Kaiser, 2016). 현실 세계와 수학의 세계를 연결하고 문제를 해결하는 수학적 모델링 과정의 경험은 수학화의 과정 경험에 도움을 줄 수 있다.

스토리텔링 유형에서 강조했던 실생활 연계형과 의사결정형을 학생들의 상황과 특성에 맞게 활용함으로써 학생들이 수평적 수학화와 수직적 수학화의 과정을 경험할 수 있도록 도움을 줄 수 있을 것이다.

2. 수학화를 위한 교사의 담론 구조

학생들이 실생활 상황과 수학을 연결하는 수학화 과정을 경험할 수 있도록 도움을 주기 위해 교사는 스토리텔링에서 실생활 연계형과 의사결정형과 같은 유형들을 활용하여 학생들의 수학화 경험을 위한 내용을 재구조화할 수 있어야 하고, 내용의 재구조화를 바탕으로 의사소통학적 접근에서 학생들의 참여를 촉진하여 수학화 과정을 경험할 수 있도록 담론을 개발할 수 있어야 한다(Sfard, 2008). 수학화 경험을 위한 내용의 재구조화는 선행 연구들에서 시도되었고((Baek & Choi, 2015; Choi, 2017; Choi & Kim, 2008), 스토리텔링 교과서가 개발되어 교육과정이 실행되는 등 다양한 시도들이 있어 왔다. 이러한 내용의 재구조화를 바탕으로 학생들의 참여를 통해 수학화 과정을 경험할 수 있도록 도움을 주는 교사의 담론 개발에 대한 연구는 미흡한 편이라고 볼 수 있다.

학생들의 참여를 통해 수학화 과정을 경험할 수 있도록 도움을 주는 교사의 담론 개발은 인식에 대한 의사소통학적 접근을 통해 아이디어를 얻을 수 있다. 의사소통학적 접근은 한 개인이 지식을 습득하는 것보다는 공동체에서 공유와 협업을 통해 지식을 생성하는 과정을 강조하는 접근 방식이다(Sfard, 1998). 의사소통학적 접근에서는 공동체에서의 참여와 공유를 통해 수학적 사고는 개발될 수 있다고 보기 때문에 생산적인 공동체를 만드는 것을 중요하게 여긴다. 학생들의 공동체 참여를 통해 생산적인 담론을 개발할 수 있는 공동체를 만드는 과정에서 중요한 역할을 하는 사람이 교사이다. 교사가 공동체의 문화를 어떻게 만드는지, 학생들의 참여 환경 분위기를 어떻게 조성하는지에 따라서 공동체의 참여 문화는 다른 양상을 보일 수 있기 때문이다. 따라서 의사소통학적 접근에서 교사와 학생, 학생과 학생 간의 소통을 바탕으로 공동체를 구성하여 수학화 과정을 경험하는데 도움을 줄 가능성이 있기 때문에, 이러한 담론 개발 과정을 조정할 수 있는 교사의 역할이 구체화될 필요가 있다(Choi & Kim, 2017).

수학적 내용에 대한 변화를 바탕으로 학생들과 소통함으로써 수학적인 유의미성을 발견할 수 있도록 도움을 주는 교사의 역량 중에 하나가 교사의 담론 구조 개발이다(Choi, 2018; Kim et al., 2019). 교사는 한 시간 수업을 진행하는 동안 학생들의 참여를 이끌어 내기 위한 담론

의 순서를 가지고 있다. 교사의 담론 구조에 대한 아이디어는 선행 연구에서 통해 얻을 수 있다. 예를 들면 교사가 담론을 시작하고(Initiation), 교사의 담론에 학생은 반응을 보이고(Reply), 이 반응을 바탕으로 후속 조치(Evaluation)를 하는 IRE 패턴(Mehan, 1997)이 있다. 그리고 학생들과 소통하기 위한 교실 관행으로 학생의 반응을 예상하기(도전적인 수학 과제에 대한 학생들의 반응을 예상하는 것), 점검하기(과제를 해결하는 동안 학생들의 반응을 점검하는 것), 선정하기(교실 전체 논의 과정에서 활동 결과를 발표할 특정 학생을 선정하는 것), 계열짓기(특정 순서로 발표될 수 있도록 학생의 발표 순서를 정하는 것), 연결하기(학생들의 다양한 반응을 연결하고, 이를 수학적 아이디어와 연결하는 것)가 있다(Smith & Stein, 2011). 또한 교사의 질문에 대해 학생의 대답이 옳지 않은 경우 그 대답을 수용하고 학생이 다시 생각할 수 있도록 질문을 함으로써 옳은 답변으로 갈 수 있도록 담론을 전개하는 Funnel 패턴이 있다(Wood, 1998).

학생들과 의사소통하는 과정에서 담론의 순서에 대한 아이디어 제공하는 교실 관행, IRE와 Funnel 패턴 등을 바탕으로 교사가 한 시간의 수학 수업 안에서 담론 개발의 목적 설정을 바탕으로 연속성을 가지고 학생들의 수학 담론 개발에 도움을 주는 교수법을 수행하는데 구체적인 방향성을 주기 위해서는 학생들의 참여를 촉진하는 경력 교사의 수업 과정을 분석할 필요가 있다. 학생들을 수업의 과정에 적극적으로 참여시키는 교사가 한 시간의 수업 안에서 학생들의 반응을 고려하여 교사 자신의 담론 전개 과정을 지속적으로 변경하여 한 시간 수업의 목적을 달성하기 위해 담론을 어떻게 개발하는지를 바탕으로 담론의 순서를 분석할 수 있다(Kim et al., 2019). 이러한 연속적이고 역동적인 담론의 순서가 교사의 담론 구조라고 볼 수 있다. 이러한 구조 안에서 학생들의 참여 양상에 따라 시기적절한 발문 전략과 참여를 촉진하는 참여 환경 조성 전략으로 생각해 볼 수 있다.

담론 구조 안에서 생각해 볼 수 있는 발문 전략으로 문제를 해결한 절차를 말하도록 유도하는 발문, 일상적인 용어를 수학적인 용어로 사용할 수 있도록 도움을 주는 발문, 수학적인 의미와 관계들을 탐구할 수 있도록 도움을 주는 발문, 자신의 생각을 명확하게 설명할 수 있도록 도움을 주는 발문, 새로운 논의들을 만들어내는 발문, 적용을 도와주는 발문, 학생들의 사고를 확장하는데 도움을 주는 발문, 학습 목표 달성을 위해 방향을 정하고 초점을 맞추는데 도움을 주는 발문, 맥락을 설정하는데 도움을 주는 발문 등이 있다(Boaler & Brodie, 2004; Choi, Ha, & Kim, 2016; NCTM, 2007; Schwartz, 2015).

다양한 발문 전략을 바탕으로 학생들의 참여를 촉진하는 교실 환경을 만들기 위한 참여 환경 조성 전략이 있다. 교사는 학생들의 참여를 촉진하기 위해 활용할 수 있는 참여 환경 조성 전략으로는 재성(revoicing)(Chapin, O′Connor, & Anderson, 2003)과 학생들의 사고를 격려하고 존중하는 것(NCTM, 1991, 2007)이다. 재성은 학생의 답변을 교사가 그대로 다시 한 번 반복하는 것이다. 교사가 학생의 목소리가 작아 전체 학생에게 들리지 않거나, 목소리가 적당하더라도 중요한 표현인 경우 학생이 말한 전부 또는 특정 부분을 반복해서 말하는 행동이다. 재성을 통해 교사와 학생 간의 일대일 담론이, 교사와 전체 학생 간의 담론으로 발전될 수 있는 기회를 제공하기도 하지만, 교사가 학생의 이야기에 집중하고 있다는 것을 전달할 수 있기 때문에 재성을 하지 않을 때에 비해서 학생의 참여를 촉진하는데 도움을 줄 수 있다.

또한, 학생들의 사고를 격려하고 존중하는 분위기를 만들어야 한다. 학생들이 교사의 질문에 대해 답변할 경우 교사가 옳고 그름을 단호하게 판정할 경우 학생들의 참여는 제한될 가능성이 있다. 그리고 학생들의 수학적 어려움에 대한 공감을 통해 학생들의 특성을 이해하고 사고를 격려하는 분위기를 만들어야 한다. 수학화 과정에서도 교사는 학생들이 수학과 실생활을 연결시키는 것에 대한 어려움을 공감할 수 있어야 하고 좀 더 수학적인 표현을 하는 과정에 대한 어려움도 공감할 수 있어야 한다. 이러한 공감들이 학생들의 사고를 존중하고 격려한다는 표현의 한 예시일 수 있기 때문에 참여는 촉진될 수 있다. 또한 학생들의 표현 양식을 존중하고 다양한 표상을 사용할 수 있도록 격려함으로써 참여가 촉진될 수 있을 것이다.

수학화를 위한 교사의 담론 구조 안에서 학생들의 참여 양상에 따라 시기적절한 발문 전략과 참여 환경 조성 전략을 활용함으로써 학생들의 참여는 극대화 될 수 있을 것이다. 따라서 수학화를 위한 교사의 역할 중에 가장 중요한 것은 학생들의 참여 양상을 고려하여 담론의 구

조를 개발하는 것이라고 볼 수 있다. 즉, 교사는 학생들이 수학화를 경험할 수 있도록 도움을 주기 위해 수학적 내용을 바탕으로 학생들의 참여를 촉진할 수 있는 교사 담론의 구조를 개발할 필요가 있는 것이다. 학생들의 참여를 바탕으로 수학화를 경험할 수 있도록 담론을 개발하는 과정은 교사의 담론 개발 의도와 학생의 반응이 일치하는 경우와 그렇지 않은 경우, 두 가지를 생각할 수 있다. 담론 개발이 가능한 대표적인 두 가지 경우로 분석함으로써 수학화를 위한 교사의 역할을 구체화할 수 있고, 이를 통해 향후 수학화 담론 개발을 목표로 하는 교사들이 학생의 맥락 고려를 바탕으로 담론의 구조를 적절하게 활용하여 교사의 담론을 개발하는데 도움을 줄 수 있을 것이다. 이러한 목적 달성을 위해 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

연구 문제 1. 수학화를 위한 교사의 의도와 학생의 반응이 일치하는 경우 교사의 담론 구조는 어떠한가?

연구 문제 2. 수학화를 위한 교사의 의도와 학생의 반응이 불일치하는 경우 교사의 담론 구조는 어떠한가?

Ⅲ. 연구방법

1. 연구 방법의 개관 및 연구 대상

수학화를 위한 교사의 담론 구조가 무엇인지 밝히기 위해 활용한 연구 방법론은 현장의 자료를 근거로 해서 새로운 이론을 개발하는데 사용하는 근거 이론이다 (Creswell, 2002; Glaser & Strauss, 1967). 연구 목적이 학생들의 수학화 경험을 위한 교사의 담론 구조를 밝히는 것이기 때문에, 학생의 참여를 바탕으로 수평적 수학화와 수직적 수학화를 실행하는 교사의 담론을 관찰하고 자료를 수집한 후, 교사의 담론을 근거로 하여 수학화를 위한 담론 구조를 개념화 하는 것이다. 수학화에 도움을 주는 교사의 담론 구조를 밝히기 위해 선택한 교사는 학생들과의 소통을 바탕으로 수학적인 유의미성을 만들어 가는 역량이 우수하다고 볼 수 있는 경력 교사이다. 이 교사는 학생들의 참여를 촉진하는 교수법에 관심을 가지고 교직 초기부터 약 20년 이상 교수법을 변화시켜왔고, 이러한 노력의 결과 수업 경연 대회에서 수상을 하거나 수업의 사례들이 예비 교사 교육을 위한 전문 서적, 학술지 논문, 국제 학술대회 발표 자료 등 다양한 연구 성과물로 출판되기도 하였다.

2. 자료의 수집 및 분석

수학화를 위한 교사의 담론 구조를 밝히기 위한 자료 수집은 연구 대상 교사가 수업을 하는 중학교 1학년 한 개 반의 한 학기 수업 44차시 중에서 담론 전개의 효과성과 비효과성을 바탕으로 대표적인 2차시를 분석하였다. 동영상 전사 자료의 코딩을 위해 학생은 1차시 수업을 기준으로 말을 한 학생부터 순서대로 S1, S2,...로 하였고 두 명 이상의 학생들이 대답을 한 경우에는 S로 코딩하였으며 교사는 T로 하였다. 그리고 말이 끝나는 마침표가 아닌 경우를 제외하고 소통이 없는 경우 점(.) 하나에 2초가 경과한 것으로 표현하였다. 수학화를 위한 대표 담론은 중학교 1학년 수학 내용의 세 번째 단원인 “문자와 식”의 두 번째 시간과 세 번째 시간이다. 문자와 식의 첫 번째 수업은 “문1”, 두 번째 수업은 “문2”로, 세 번째 수업은 “문3”으로 표현하였다. 또한 담론의 순서를 나타내기 위해 “문2-5”는 문자와 식 단원의 두 번째 수업에 다섯 번째로 말한 사람을 표현한다.

3. 분석틀

교사의 담론 구조는 한 시간의 수업 속에서 학생들의 수학화 경험을 위해 교사가 담론을 어떻게 시작하고 전개하고 종료하는지에 대한 순서이다. 교사들은 수학화를 위한 담론을 개발할 때 학생들의 참여를 어떻게 시작하고 전개하고 정리를 해야 하는지에 대한 아이디어가 많지 않을 수 있기 때문에 학생 참여를 위한 교수법을 다년간 실행한 경력 교사의 수업을 분석하여 교사 담론의 구조를 밝히는 것은 중요하다고 볼 수 있다(Choi, 2018; Kim et al., 2019).

특히, 학생들의 참여가 활발한 교실 상황은 의사소통과정의 연속성과 역동성이 존재할 수 있기 때문에 교사가 의도하는 방향으로 담론이 전개될 수도 있지만, 그렇지 않을 가능성도 있다. 교사의 의도와 학생의 반응이 일치하는 경우와 그렇지 않은 경우를 예로 들어 담론의 구조를 밝힘으로써 교사 담론의 다양한 측면을 고려하여 담

론을 개발하는데 도움을 줄 수 있을 것이다.

[Table 1] Frameworks(Choi et al., 2016; Kim et al., 2019)

		The structure of teacher discourse
Match teacher intention with student response	Horizontal mathematization	Structure of how to start, develop and organize discourse to understand the problem
	Vertical mathematization	
Mismatch teacher intention with student response	Horizontal mathematization	
	Vertical mathematization	

Ⅳ. 결과 분석 및 논의

1. 수학화를 위한 교사 의도와 학생 반응이 일치하는 경우: 복잡한 상황과 다양한 표현을 활용하는 담론 구조

학생들이 실생활 상황과 수학적 개념을 연결하는 수평적 수학화를 경험하는 것은 중요하지만 서로 다른 맥락으로 인해 어려움을 겪고 있다. 이러한 어려움을 해결하는데 도움을 주기 위해 학생 중심의 관점에서 실생활 상황을 수학으로 자연스럽게 이동시키는 교사의 역할이 중요하다고 볼 수 있다(Lee & Choe, 2006; Lee & Kim, 2006). 이러한 중요성을 바탕으로 주어진 담론의 과제는 3단원 문자와 식에서 첫 번째 소단원인 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 간단히 나타낼 수 있다는 학습 목표 성취를 위해 제시된 것이다. 이를 위해 다양한 실생활 상황들을 문자를 사용한 식을 나타낸 후 곱셈과 나눗셈 기호를 생략하는 규칙을 배우게 된다. 배운 내용을 정리하기 위해 “스스로 해결하기”에서 곱셈 기호나 나눗셈 기호를 생략한 식으로 나타낼 수 있도록 제시된 과제이다(x원짜리 물건을 20% 할인한 가격을 식으로 나타내는 문제).

Extract 1(Case 1)(Choi, 2018)

순서	화자	담론
문3-95	T	...(중략)...요게 가장 어려운 문제 이거는 아마 지금 앉아 있는 친구들도 맞춘 사람보다 틀린 사람이 훨씬 많을 거예요. 문제 내볼게요. 1000원짜리 아이스크림이 있어요. 요금 그런데 어떤 슈퍼에서 30프로를 할인해서 판데요. 너희는 얼마에 살까요?
문3-96	S	700원이요.
문3-97	T	어떻게 알았냐면 몸으로 익혀요. 먹는 거라 계산은 못해도 700원이라는 건 다 알고 300원 받아가요 다시 갑니다. 10000원짜리 10000원짜리 뭘 할까요? 10000원짜리
문3-98	S8	10000원짜리 분필이요.
문3-99	T	10000원짜리?
문3-100	S9	필통
문3-101	T	필통이 있다. 근데 그 문방구에서 25프로를 할인해서 판다 얼마에 살까요?
문3-102	S	7500원
문3-103	T	7500원. 어떻게 아냐면 수식으로 표현을 안 해. 아이들은 늘 몸으로 알아. 보세요. 어떻게 쓸까요. 그럼 그거는 10000원에서 빼겠죠?
문3-104	S	네
문3-105	T	10000원에
문3-106	S8	곱하기 100분의
문3-107	S7	25
문3-108	T	몇 프로를 100분의 25 이걸 선생님이 그대로 해볼게요. 얘는 10000원이 아니고 뭐였던 거예요?(x 가리키며)
문3-109	S7	엑스
문3-110	T	엑스였어요. 빼기 얘는 뭐였을까요? 엑스의 몇 프로 20프로
문3-111	S7	5분의 1
문3-112	T	100분의 20 요거 였던 거예요. 한 번 볼게요. 문자가 나와서 어려운 것뿐이에요. 합니다. 얘는 뭐죠? ($\frac{20}{100}$에 동그라미를 하며) 소수로는 얼마에요?
문3-113	S	0.2
문3-114	T	영점
문3-115	S	2
문3-116	T	2 그럼 $0.2x$ 어디에서 x 요기까지만 지금 할 수 있구요. 다음 단원

		에서는 동류항을 배워서 이걸 계산을 할거에요. 그런데 선생님 저는 한 번에 하고 싶은데요. 이렇게 않하고 예를 들어 25프로를 뺐으니까 몇 프로죠?
문3-117	S7	80프로
문3-118	T	25프로를 빼면
문3-119	S	75프로
문3-120	T	75프로 0.75를 할려고 해요. 20프로를 할인하려면 이게 아니고 몇 프로를 하는 거에요? 퍼센트는 몇 프로가 기본이에요? 퍼센트는 몇 퍼센트가 기본이죠?
문3-121	S	100
문3-122	T	100이 기준이죠?
문3-123	S	네
문3-124	T	100에서 20프로를 날렸습니다. 몇 프로에요?
문3-125	S	80프로
문3-126	T	80프로 그럼 어떻게 할까요. 100분의 80 엑스 그럼 뭐가 될까요? 영점
문3-127	S	8
문3-128	T	8엑스 또는 약분을 했더니 5분의 4 엑스 또는 어떻게 해도 될까요 아까처럼 요거처럼 엑스 빼기 0.2엑스를 계산하셔도 되요. 다 가능한 표현. 다 가능한 표현. 근데 아직까지 이건 너희들에게 어려워요. 요건 선생님이 다음 하면서 동류항 계산할 때 한 번 더 접근을 해드릴께요. 요거는...(중략)...

수학화를 위한 교사 담론의 특징을 분석하기 위해 교사 담론의 구조, 발문 전략과 참여 환경 조성 전략을 요약하면 [Fig. 1]과 같다.

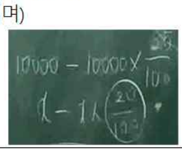
교사는 수평적 수학화를 경험할 수 있도록 하기 위해 “수학과 실생활 연결의 어려움 공감 → 학생들이 실생활에서 경험할 수 있는 가장 간단한 문제 제시 → 학생들이 실생활에서 경험할 수 있는 좀 더 복잡한 문제 제시 → 학생들의 실생활 중심 접근 방식 공감” 하였고, 수직적 수학화를 경험할 수 있도록 하기 위해 “ 수평적 수학화와 연결 → 학생들의 수학적 어려움 공감 → 다양한 표현을 활용한 수학적 정리”를 하였다.

구체적으로 살펴보면, 교사는 먼저 학생들이 수평적 수학화 과정을 경험할 수 있도록 도움을 주기 위해 제시된 실생활 상황을 문자로 변환하는 문제가 어려워 많은 학생이 틀릴 수 있다는 생각을 이야기하며([문3-95]) 수학과 실생활 연결의 어려움에 대해 공감함으로써 학생들의 사고를 격려하는 모습을 볼 수 있다. 그리고 교사는 학생들이 실생활에서 경험할 수 있는 친숙한 상황에서 가장 간단한 문제를 제시하고([문3-95]), 학생들이 간단한 상황을 이해하자 금액을 10배 향상시키고 30퍼센트 할인을 25퍼센트로 수정함으로써([문3-101]) 조금 더 복잡한 문제를 제공하였다. 학생들이 간단한 문제 상황과 조금 더 복잡한 문제 상황에 대한 이해를 하고 난 후 교사는 학생들의 실생활 중심 접근 방식에 대해 공감함으로써([문3-103]) 학생들의 사고를 격려하고 존중하는 모습을 볼 수 있다. 이러한 과정을 통해 교사는 수평적 수학화를 할 수 있도록 도움을 주었다고 볼 수 있다.

수평적 수학화를 바탕으로 교사는 학생들이 수직적 수학화를 경험할 수 있도록 도움을 주기 위해 먼저 조금 더 복잡한 상황에서의 10000원이 x라는 설명을 함으로써([문3-108]) 수평적 수학화와 연결을 하고 있다. 과거의 교수 경험을 통해 학생들이 실생활 상황을 문자로 번역하는 어려움을 이해하고 있는 교사는 문자가 나와서 어려운 것 뿐이라고 말하면서([문3-112]) 학생들의 수학적 어려움을 공감함으로써 학생들의 사고를 격려하고 존중하는 모습을 볼 수 있다. 학생들의 수평적 수학화가 수직적 수학화와 연결되었다고 판단한 교사는 문자로 표현할 때 소수와 분수 표현을 서로 번역해서 할 수 있도록 함으로써([문3-128]) 다양한 표현을 활용하여 수학적인 정리를 할 수 있는 기회를 부여하고 있다. 이를 통해 수직적 수학화를 경험하는데 도움을 주었다고 볼 수 있다.

2. 수학화를 위한 교사 의도와 학생 반응이 불일치하는 경우: 상황의 단순화와 오류의 원인을 분석하는 담론 구조

학생들이 실생활 상황에 대한 이해를 바탕으로 수학적 규칙을 발견하는 과정은 쉽지 않다. 특히, 문자와 식이 곱셈으로 연결되어 있는 경우 곱셈을 생략하면 문자와 식 중에서 무엇을 먼저 써야하는지에 대한 오류를 범하는

	대표 담론			교사 담론 구조
	순서	교사	학생	
수평적 수학화	문3-95	요게 가장 어려운 문제 이거는 아마 지금 앉아 있는 친구들도 맞춘 사람보다 틀린 사람이 훨씬 많을 거예요.		수학과 실생활 연결의 어려움 공감
		1000원짜리 아이스크림이 있어요. 요금 그런데 어떤 슈퍼에서 30프로를 할인해서 판대요. 너희는 얼마에 살까요?		학생들이 실생활에서 경험할 수 있는 가장 간단한 문제 제시
	문3-96		700원 이요	
	문3-97	10000원짜리 뭘 할까요? 10000원짜리		학생들이 실생활에서 경험할 수 있는 좀 더 복잡한 문제 제시
	문3-100		필통	
	문3-101	필통이 있다. 근데 그 문방구에서 25프로를 할인해서 판다 얼마에 살까요?		
	문3-102		7500원	
	문3-103	어떻게 아냐면 수식으로 표현을 안 해. 아이들은 늘 몸으로 알아.		학생들의 실생활 중심 접근 방식 공감
수직적 수학화	문3-108	몇 프로를 100분의 25 이걸 선생님이 그대로 해볼게요. 얘는 10000원이 아니고 뭐였던 거예요?(x 가리키며) 		수평적 수학화와 연결
	문3-109		엑스	
	문3-112	문자가 나와서 어려운 것뿐이에요.		학생들의 수학적 어려움 공감
	문3-126	80프로 그럼 어떻게 할까요. 100분의 80 엑스 그럼 뭐가 될까요? 영점		다양한 표현을 활용한 수학적 정리
	문3-127		8	
	문3-128	8엑스 또는 약분을 했더니 5분의 4 엑스 또는 어떻게 해도 될까요. 아까처럼 요거처럼 엑스 빼기 0.2엑스를 계산하셔도 되요. 다 가능한 표현. 다 가능한 표현. 근데 아직까지 이건 너희들에게 어려워요.		

[Fig. 1] Discursive competency(Case 1)

경우가 종종 관찰된다. 이러한 오류를 해결할 수 있도록 도움을 주기 위해서는 실생활 상황과 수학적 상황 간의 연결성 이해를 바탕으로 수학적 규칙을 이해하고 활용할 수 있도록 하는 교사의 역할이 중요하다(Katano, 2011). 이러한 중요성을 바탕으로 주어진 담론의 과제는 3단원 문자와 식에서 첫 번째 소단원인 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 간단히 나타낼 수 있다는 학습 목표 성취를 위해 제시된 것이다. 이를 위해 다양한 실생활 상황들을 문자를 사용한 식을 나타낸 후 곱셈과 나눗셈 기호를 생략하는 규칙을 배우게 된다. 숫자와 문자가 곱해진 경우 곱셈 기호를 생략하면 숫자가 문자 앞에 와야 한다는 법칙을 발견할 수 있도록 제시된 과제이다(천연 비누 1개 가격이 1000원일 때, 천연 비누의 총 판매액을 어떻게 나타낼 수 있나요?).

Extract 2(Case 2)(Choi, 2018)

순서	화자	담론
문2-181	T	...(중략)...88쪽 보세요. 지금부터 선생님이 질문을 할테니까 어느 모둠이 대답을 잘하는지 한 번 볼께요.
문2-182	S	네
문2-183	T	1000원짜리 비누가 한 개 있습니다.
문2-184	S	네
문2-185	T	3개 입니다. 얼마?
문2-186	S	3000원
문2-187	T	오 잘 했어요 다섯개
문2-188	S	5000원
		...(중략)...
문2-205	T	빨리 하는 모둠 플러스 있어요 다섯 개
문2-206	S	1500원 하하하
문2-207	T	앟 되고 있어요? 또 하나에 200원

		입니다. 가격 낮춰볼게요 하나에 200원이에요. 연필 하나에 200원, 200원 한 개
문2-208	S	200원
문2-209	T	두 개
문2-210	S	400원
문2-211	T	세 개
문2-212	S	600원
문2-213	T	네 개
문2-214	S	800원
문2-215	T	엑스 개
문2-216	S	네?
문2-217	T	엑스 개
문2-218	S	200엑스
문2-219	T	뭐라구요?
문2-220	S	200 엑스
문2-221	T	오? 200
문2-222	S	엑스
문2-223	T	엑스($200x$를 쓰며) 어? 어떻게 한 거에요 이거는?
문2-224	S	곱하기 생략
문2-225	T	얘랑 똑같은 거 쓸려면 어떻게 써요?($200x=$을 쓰며)
문2-226	S	200 곱하기 엑스
문2-227	T	어 200 곱하기 엑스($200\times x$를 쓰며)에요? 질문하나 던집니다. 너흰 지금 갑자기 곱하기라는 기호를 생략해버렸죠
문2-228	S	네
문2-229	T	곱하기를 생략해서 지금 어떻게 썼어요?
문2-230	S	200엑스
문2-231	T	200엑스라고 썼어요.
문2-232	S	네
문2-233	T	근데 선생님이 똑같은 말인데 얘를 엑스200이라고 쓸 수 있나요?($x200$을 쓰며)
문2-234	S1	아니요. 무조건 숫자가 앞으로 와야 되요.
문2-235	T	왜 숫자가 앞으로 오죠?
문2-236	S1	그렇게 배웠습니다.
문2-237	S5	선생님 저 알아요.
문2-238	T	어 알아요. 네
문2-239	S5	그 그 앞에 부호 때문에
문2-240	T	부호 때문에 우리 지난번 살짝 했었죠?
문2-241	S	아니요
문2-242	T	않했었나요? 요기보세요. 한 번 볼게요. 지금 선생님이 마이너스를 한 번 해볼게요. 그럼 아 문자를 앞에 쓴데요. 그러면 마이너스 3 곱하기 에이는 뭐라고 쓸까요?($(-3)\times a$를 쓰며) 마이너스 3 곱하기 에이는
문2-243	S	마이너스 3에이
문2-244	T	마이너스 3에이($-3a$를 쓰며) 그런데 이게 만약에 거꾸로 쓴다 그러면 ($a-3$을 쓰며) 이렇게 쓸 수 있는 거죠
문2-245	S2	아니요 안되요
문2-246	T	오 요거 한 번 읽어보세요 뭐라고 써요($-3a$에 동그라미를 하며)
문2-247	S	마이너스 3 에이
문2-248	T	마이너스 3 에이 얘는 뭐라고 읽어요?($a-3$에 동그라미를 하며)
문2-249	S	에이 빼기, 마이너스 3
문2-250	T	에이 빼기 3 얘는 에이에 마이너스 3을 곱한게 아니라 에이에서 3을
문2-251	S2	뺀 거
문2-252	T	뺀 거에요. 그럼 이렇게 쓰면 않되겠죠.
문2-253	S	네
문2-254	T	그럼 우리가 곱하기를 생략할 때는 누구를 앞에 넣자
문2-255	S2	숫자
문2-256	T	숫자 파트를 앞에 놓자 뭐와 함께
문2-257	S	부호
문2-258	T	부호와 함께 그리고 문자는 뒤로 간다 그럼 과연 곱하기는 지금 이렇게 생략을 할 수 있었다 라는 거에요... (중략)...

수학화를 위한 교사 담론의 특징을 분석하기 위해 교사 담론의 구조, 발문 전략과 참여 환경 조성 전략을 요약하면 [Fig. 2]와 같다.

교사는 수평적 수학화를 경험할 수 있도록 하기 위해 “학생 참여를 위한 동기 부여 → 학생들이 실생활에서 경험할 수 있는 간단한 문제 제시 → 오류로 인해 더욱 간단한 문제 제시 → 실생활 상황과 수학의 연결성 강화”

	대표 담론			교사 담론 구조
	순서	교사	학생	
수평적 수학화	문2-181	선생님이 질문을 할테니까 어느 모둠이 대답을 잘하는지 한 번 볼께요.		학생 참여를 위한 동기 부여
	문2-183	1000원짜리 비누가 한 개 있습니다.		학생들이 실생활에서 경험할 수 있는 간단한 문제 제시
	문2-184		네	
	문2-185	3개 입니다. 얼마?		
	문2-186		3000원	
	문2-187	오 잘 했어요 다섯개		
	문2-188		5000원	
	문2-205	빨리 하는 모둠 플러스 있어요 다섯 개		학생 참여를 위한 동기 부여
	문2-206		1500원 하하하	
	문2-207	않 되고 있어요? 또 하나에 200원 입니다. 가격 낮춰볼게요 하나에 200원이에요. 연필 하나에 200원, 200원 한 개		오류로 인해 더욱 간단한 문제 제시
	문2-213	네 개		실생활 상황과 수학의 연결성 강화
	문2-214		800원	
수직적 수학화	문2-215	엑스 개		수평적 수학화와 연결
	문2-218		200엑스	
	문2-233	근데 선생님이 똑같은 말인데 얘를 엑스 200이라고 쓸 수 있나요?($x200$을 쓰며)		오류 지적과 가능하지 않은 이유 협의
	문2-234		아니요. 무조건 숫자가 앞으로 와야 되요.	
	문2-235	왜 숫자가 앞으로 오죠?		올바른 문제 해결과 가능한 이유 협의
	문2-239		앞에 부호 때문에	
	문2-242	지금 선생님이 마이너스를 한 번 해볼게요. 그럼 아 문자를 앞에 쓴데요. 그러면 마이너스 3 곱하기 에이는 뭐라고 쓸까요? ($(-3)\times a$를 쓰며) 마이너스 3 곱하기 에이는		오류의 원인 분석을 통한 수학적 정리
	문2-243		마이너스 3에이	
	문2-244	마이너스 3에이($-3a$를 쓰며) 그런데 이게 만약에 거꾸로 쓴다 그러면 ($a-3$을 쓰며) 이렇게 쓸 수 있는 거죠		
	문2-245		아니요	
	문2-254	그럼 우리가 곱하기를 생략할 때는 누구를 앞에 넣자		
	문2-255		숫자	
	문2-256	숫자 파트를 앞에 놓자 뭐와 함께		
	문2-257		부호	
	문2-258	부호와 함께 그리고 문자는 뒤로 간다 그럼 과연 곱하기는 지금 이렇게 생략을 할 수 있었다 라는 거에요.		

[Fig. 2] Discursive competency(Case 2)

하였고, 수직적 수학화를 경험할 수 있도록 하기 위해 “수평적 수학화와 연결 → 오류 지적과 가능하지 않은 이유 협의 → 올바른 문제 해결과 가능한 이유 협의 → 오류의 원인 분석을 통한 수학적 정리”를 하였다.

구체적으로 살펴보면, 교사는 먼저 학생들이 수평적 수학화 과정을 경험할 수 있도록 도움을 주기 위해 교사는 먼저 학생들의 사고를 격려하기 위해 모둠 간의 경쟁 심리를 적절히 활용하여 참여 동기를 유발하였다([문2-181]). 참여 동기 유발을 바탕으로 교사는 학생들이 실생활에서 경험할 수 있는 가장 간단한 문제 상황을 제시하였다([문2-183]~[문2-188]). 간단한 문제 상황에서 학생들의 즉각적인 답변에 대해 칭찬을 함으로써([문2-187]) 사고를 격려하고 존중하는 모습을 볼 수 있다. 학생들의 적극적인 참여를 유도하기 위해 빨리 답변하는

모둠에 플러스 점수를 부여하겠다고 말함으로써([문2-205]) 사고를 격려하고 동기를 부여하는 모습을 볼 수 있다. 하지만 학생들이 답변에 오류를 보이자 교사는 비누 한 개의 가격 1000원에서 연필 한 개의 가격 200원으로 간단한 문제 상황을 제시하였다([문2-207]). 간단한 문제 상황의 변화로 인해 학생들이 교사의 담론을 이해하자 교사는 연필의 개수를 지속적으로 늘리면서([문2-213]~[문2-214]) 실생활 상황과 수학의 연결성을 강화시키고 있다.

수평적 수학화를 바탕으로 교사는 학생들이 수직적 수학화를 경험할 수 있도록 도움을 주기 위해 먼저 수평적 수학화를 바탕으로 교사는 학생들이 수직적 수학화를 경험할 수 있도록 도움을 주기 위해 먼저 연필 가격 상황에서의 200원이 x라는 설명을 함으로써([문3-215], [문3-218]) 수평적 수학화와 연결을 하고 있다. 학생들이 $200x$라는 답변을 하자 교사는 $x200$을 쓰고 이야기하면서 ([문3-233]) 오류를 지적하고 가능하지 않은 이유를 학생들과 협의하고 있다([문3-233]~[문3-234]). 이 과정에서 교사는 가능하지 않은 이유를 학생들이 설명할 수 있도록 하였다. 학생들이 올바른 답변을 하자 ([문3-234]) 올바른 문제 해결과 가능한 이유를 협의하기 위해 왜 숫자가 앞으로 오는지를 질문하였다([문3-235]). 교사는 학생들의 사고를 더욱 명확히 할 수 있도록 오류의 원인을 분석하고 이를 바탕으로 수학적인 정리를 하기 위해 $(-3)\times a$에서 곱하기 생략하고 문자를 먼저 쓴 경우 $a-3$으로 보일 수 있다는 것을 지적하고 있다([문3-244]). 음수와 문자의 곱셈까지 정리를 한 후 교사는 곱하기를 생략할 때 부호와 함께 문자 뒤로 간다는 수학적인 규칙을 정리함으로써([문3-258]) 수직적 수학화 과정을 마무리하였다. 이러한 과정에서 교사는 학생들의 반응에 대해 지속적으로 재성을 함으로써 학생들의 참여를 촉진하는 모습을 볼 수 있다([문3-244], [문3-256], [문3-258]).

V. 결론 및 제언

교사와 학생 간의 상호작용 양상에 따른 교사의 담론 구조를 분석한 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

학생의 참여 양상을 고려한 교사의 담론 구조는 학생들이 수학화 과정을 경험하는데 도움을 준 것으로 볼 수 있다. 연구의 결과를 보면 교사의 의도와 학생의 반응이 일치하는 경우에는 좀 더 복잡한 수학적 상황과 다양한 표현을 활용한 반면에, 불일치하는 경우에는 좀 더 간단한 수학적 상황과 학생들의 오류 분석을 통해 수학적 정리를 하는 특징이 있었다. 즉, 수학화 과정에서 교사의 의도와 학생의 반응이 일치하는 경우, 수평적 수학화를 위해 학생들이 주변에서 쉽게 경험할 수 있는 상황을 바탕으로 가장 간단한 문제를 제시한 후 학생이 교사가 예상한 반응을 하자 교사는 좀 더 복잡한 수학적 상황을 제시한 반면에 교사의 의도와 학생의 반응이 불일치하는 경우에도 동일하게 주변에서 쉽게 경험할 수 있는 상황을 바탕으로 간단한 문제를 제시하지만 오류를 보이자 더욱 간단한 문제 상황을 제시하는 차이가 있었다.

수직적 수학화 과정에서 교사의 의도와 학생의 반응이 일치하는 경우에 다양한 표현을 활용하여 수학적인 정리를 하는 특징이 있는 반면에 교사의 의도와 학생의 반응이 불일치하는 경우에는 학생들의 오류를 지적하고, 학생들의 오류가 성립하지 않은 이유를 협의하였다. 학생들이 올바른 답변을 하더라도 그 이유를 정당화할 수 있도록 협의한 이후에 학생들이 오류를 범했던 원인 분석을 통한 수학적 정리를 하는 특징이 있었다. 이와 같이 교사의 의도와 학생 반응 간의 일치 여부에 따라 학생의 참여를 촉진하기 위해 교사는 서로 다른 담론의 구조로 학생들과 소통을 함으로써 학생들이 수학화 과정을 경험할 수 있도록 도움을 준 것으로 볼 수 있다.

이와 같은 결론을 토대로 다음과 같은 논의를 할 수 있다.

수학화의 효과성을 밝힌 이전 연구의 결과들을 바탕으로(Cho, 2006; Choi, 2017; Choi & Kim, 2008; Oh, 2018; Yim & Hong, 2015) 수학화를 위한 교사의 역할을 구체화함으로써 교사들이 수학화를 위한 교수법을 실행하는데 도움을 줄 수 있을 것이다. 연구의 결과에 의하면 수학화를 위한 담론 전개 양상에 따라 서로 다른 담론의 구조를 분석함으로써 이전 연구 결과에서 도출되었던 수학화의 효과성을 위한 교사의 역할을 구체화 하였다. 이렇게 학생의 맥락을 고려하여 수학화를 위한 담론 개발 양상에 따라 다른 담론의 구조를 활용함으로써 교사들에게 학생들의 맥락을 고려한 수학화 교수법 개발의 구체

적인 아이디어를 제공할 수 있을 것이다.

이와 같은 논의를 토대로 다음과 같은 제언을 할 수 있다.

첫째, 교수측면에서 수학화를 위한 교수법을 개발하기 위해서는 교사 각자의 상황과 역량을 고려할 필요가 있다. 본 연구의 결과를 바탕으로 교사 자신의 수업에 동일하게 적용할 경우 효과적일 수도 있지만, 비효과적일 가능성도 있다. 왜냐하면 교수법에는 교사의 맥락, 학생의 맥락, 학교의 맥락 등 다양한 요소들이 영향을 줄 수 있기 때문이다. 따라서 교사 자신의 경력과 같은 상황과 맥락을 고려하고 학습자의 특성을 고려하여 본 연구의 결과에서 도출된 교사 담론의 특징을 수정 및 보완하여 교수법을 개발할 필요가 있다.

둘째, 교육과정측면에서 교사용 지도서의 집필 방식 변화가 필요하다. 현재 학교에서 사용되고 있는 교과서와 지도서는 수학적 내용을 바탕으로 하는 수학화 과정을 강조하는 것으로 볼 수 있다. 수학적 내용을 바탕으로 본 연구의 결과처럼 수학 교사용 지도서에 수학화를 위한 교사의 역할을 담론 구조로 제시함으로써 교사들이 자신의 교수법을 개발하는데 도움을 줄 수 있을 것이다.

셋째, 연구 측면에서 수학화의 효과성을 통합적으로 분석할 필요가 있다. 본 연구는 수학화를 위한 교사의 담론 구조만을 분석하였지만, 이러한 분석 결과를 바탕으로 실제 학생들의 수학화 경험에 효과적인지 그렇지 않을지에 대한 정량적인 분석을 하지는 않았다. 향후 연구에서는 교사의 담론 구조와 함께 학습의 효과성을 양적으로 측정하여 종합적인 결론을 도출할 필요가 있다.

참 고 문 헌

Baek, I., & Choi, C. (2015). Effects on mathematical thinking ability of mathematising learning with RME. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea, 19*(3), 323-345.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt, some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modeling* (15-30). New York: Springer.

Blum, W., & Ferri, R. B. (2016). Advancing the teaching of mathematical modeling: research-based concepts and examples. In C. R. Hirsch & A. R. McDuffie (Eds.), *Mathematical modeling and modeling mathematics* (65-76). Reston, VA: NCTM.

Boaler, J., & Brodie, K. (2004). The importance, nature and impact of teacher questions. *Proceedings of the 26th North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (774-783). Toronto, Canada.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2003). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, grades 1-6*. Sausalito, Calif.: Math Solutions.

Cho, W. (2006). A study on mathematizing teaching and learning in highschool calculus. *School Mathematics, 8*(4), 417-439.

Choi, J., & Kim, H. (2008). Development and application of learning materials for Freudenthal's mathematising activities in the middle school geometry. *Journal of the Korean School Mathematics Society, 11*(1), 69-96.

Choi, K. (2017). A design of teaching units for experiencing mathematising of elementary gifted students. *Communications of Mathematical Education, 31*(2), 223-239.

Choi, S. (2018). *Mathematics teachers' discursive competency*. Korea University Graduate School Doctoral thesis.

Choi, S., Ha, J., & Kim, D. (2016). An analysis of student engagement strategy and questioning strategy in a peer mentoring teaching method. *Journal of the Korean School Mathematics Society, 19*(2), 153-176.

Choi, S., & Kim, D. (2017). Effects of a communicational approach to teacher education on cognitive changes in mathematical beliefs. *Korean Journal of Teacher Education, 33*(4), 25-50.

Choi-Koh, S., & Choi, K. (2006). Student's mathematization of equations in the middle school using the history of mathematics. *Mathematical Education, 45*(4), 439-457.

Creswell, J. W. (2002). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating qualitative and qualitative research*. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.

Freudenthal H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Glaser, B. F., & Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory*. New York: Aldine de Gruyter.

Katano, Z. (2011). *Sugakushi wo katsuyo shita kyozai kenkyu*(translated by Kim, B., & Jeong, Y.). Seoul: kyungmoonsa(originally published in 1992)

Kim, D., Shin, J., Lee, J., Lim, W., Lee, Y., & Choi, S. (2019). Conceptualizing discursive teaching capacity: A case study of a middle school mathematics teacher. *School Mathematics, 21*(2), 291-318.

Kwon, O., Ju, M., Park, J., Park, J., Oh, H., & Jo, H. (2013). The study on the development principles for the mathematics textbook based on storytelling and the possibility of implementation. *Communications of Mathematical Education, 27*(3), 249-266.

Lee, D., & Choe, S. (2006). A qualitative analysis on the characteristics of "Best Practice" in mathematics. *Journal of the Korean School Mathematics Society, 9*(3), 249-263.

Lee, K., & Kim, W. (2006). An analysis on mathematics teachers' questioning behaviour. *Korean Journal of Teacher Education, 22*(4), 111-133.

Mehan, H. (1997). Students' interactional competence. In M. Cole, Y. Engestrom, & O. Vasquez(Eds.), *Mind, Culture, and activity: Seminal papers from the laboratory of comparative human cognition* (235-240). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

NCTM (1991). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston, VA: Author.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

NCTM (2007). *Mathematics teaching today.* Reston, VA: Author.

Oh, H. (2018). A study on understanding of differentiation. *Communications of Mathematical Education, 32*(2), 131-146.

Pyo, Y., & Lee, J. (2007). Development and application of real-life problems for uplifting problem solving skills. *Communications of Mathematical Education, 21*(2), 177-197.

Schwartz, C. (2015). Developing the practice of teacher questioning through a K-2 elementary mathematics field experience. *Investigations in Mathematics Learning, 7*(3), 30-50.

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher, 27*(2), 4-13.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating.* New York: Cambridge university press.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussion.* Reston, VA: NCTM.

Stender, P., & Kaiser, G. (2016). Fostering modeling competencies for complex situations. In C. R. Hirsch & A. R. McDuffie (Eds.), *Mathematical modeling and modeling mathematics* (107-115). Reston, VA: NCTM.

Treffers, A. (1987). *Three dimension.* Dordrecht, Holland: Reidel Publishing Company.

Um, S., & Lee, K. (2006). The attitude and the features of learning process in a math history applied lesson. *Korean Journal of Teacher Education, 22*(4), 135-150.

Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusing? H. Steinbring, M. Bussi, & A. Sierpinska(Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (167-178). Reston, VA: NCTM.

Yim, Y., & Hong, J. (2015). Primary gifted students" mathematical thinking and attitude related to problem solving of triangular array. *School Mathematics, 17*(3), 377-390.