한국지반공학회논문집 제36권 4호 2020년 4월 pp. 5 ~ 15
JOURNAL OF THE KOREAN GEOTECHNICAL SOCIETY
Vol.36, No.4, April 2020 pp. 5 ~ 15

ISSN 1229-2427 (Print)
ISSN 2288-646X (Online)
https://doi.org/10.7843/kgs.2020.36.4.5

한계 상태 기반 수정 Modified Cam Clay 파괴면

Revision of Modified Cam Clay Failure Surface Based on the Critical State Theory

우 상 인[1] Woo, Sang Inn

Abstract

This paper proposes a revised Modified Cam Clay type failure surface based on the critical state theory. In the plane of the mean effective and von Mises stresses, the original Modified Cam Clay model has an elliptic failure surface which leads the critical-state mean effective stress to be always half of the pre-consolidation mean effective stress without hardening and evolution rules. This feature does not agree with the real mechanical response of clay. In this study, the preconsolidation mean effective stress only reflects the consolidation history of the clay whereas the critical state mean effective stress only relies on the currenct void ratio of clay. Therefore, the proposed failure surface has a distorted elliptic shape without any fixed ratio between the preconsolidation and critical state mean effective stresses. Numerical simulations for various clays using failure surfaces as yield surface provide mechanical responses similar to the experimental data.

요 지

본 논문은 점성토의 응력-변형률 관계를 모사하기 위해 한계 상태 이론을 기반으로 하여 수정한 Modified Cam-Clay 파괴면을 제안한다. 평균유효응력과 von Mises 응력의 공간에서 타원형상의 파괴면을 가지는 Modified Cam-Clay 모델의 경우, 강성 및 발달법칙 미적용시, 비배수 전단조건하에 한계상태 평균유효응력은 선행압밀 평균유효응력의 절반이 되며, 이는 실제 점성토의 거동과 차이가 있다. 본 연구에서는 선행압밀 평균유효응력은 점성토의 압밀이력으로 정량화되고, 한계상태 평균유효응력은 점성토의 현재 간극비로 산정되어, 이 둘간의 비율이 고정되지 않는 찌그러진 형태의 파괴면을 제안한다. 제안된 파괴면을 항복평면으로 가정하고, 비배수 삼축압축 거동을 모사한 결과, 실내실험 결과와 유사한 결과를 얻을 수 있었다.

Keywords : Clay, Constitutive model, Critical state, Modified cam clay, Triaxial conditions

1. 서론 및 연구배경

역학적 관점에서 점성토 지반은 (1) 비선형적 응력-변형률 관계(Chakraborty et al., 2013; McCarron and Chen, 1987; Pestana and Whittle, 1999; Taiebat et al., 2010), (2) 계속된 전단시 도달하는 한계상태(Chang et al., 1999; Dafalias and Herrmann, 1986; Hattab, 2011; Schofield and Wroth, 1968), (3) 전단 변형으로부터 유발된 부피

1 정회원, 한남대학교 토목환경공학전공 조교수 (Member, Assistant Prof., Dept. of Civil and Environmental Engrg., Hannam Univ., Tel: +82-42-629-8240, siwoo@hnu.kr, Corresponding author, 교신저자)

* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2020년 10월 31일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

Copyright © 2020 by the Korean Geotechnical Society
This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

변화인 Dilatancy 현상(Chakraborty et al., 2013; Salgado, 2008), 그리고 (4) 압밀과 같은 특성을 가지고 있다. 현재까지 Modified Cam Clay 소성 모델(Roscoe and Burland, 1968; Schofield and Wroth, 1968)을 기반으로 하여 이러한 점성토의 역학적 특성을 여러 연구자들(Lee et al., 1992; Lee and Oh, 1994)이 수치적으로 모사하였지만, MCC 모델 및 파생 모델에서 사용되는 파괴면은 다음과 같은 한계점이 있다.

1) MCC 모델은 평균유효응력 p'(= σ'_{kk}/3, σ'_{ij}는 유효응력(= $\sigma_{ij} - u\delta_{ij}$), σ_{ij}는 (전)응력, u는 간극수압, δ_{ij}는 Kronecker delta)와 von Mises 응력 q(= $((3/2)s_{ij}s_{ij})^{1/2}$, s_{ij}는 편차응력(= $\sigma_{ij} - (1/3)\sigma_{kk}\delta_{ij}$))의 공간에서 타원 형태의 파괴면을 가진다. 따라서, 연합유동법칙(Associated flow rule)을 적용시, 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}는 선행압밀 평균유효응력에 대응하는 내부변수 p'_c의 절반에 해당하게 된다. 하지만, 실제 점성토의 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}과 선행압밀 평균유효응력 p'_c와의 비율은 1/2과는 다르며, 점성토의 생성과정, 조성 광물의 종류, 유기물 함량 여부에 따라서 다양한 값을 가진다(Chakraborty et al., 2013).
2) MCC 모델에서는 일반적으로 강화법칙(Hardening rule)을 p'_c에 적용하여 p'_{cs}가 실험값에 근사하도록 조정한다. 하지만 이 경우, p'_c가 감소하거나, 점성토가 경험하지 못한 응력상태까지 증가하며, 더 이상 p'_c가 선행압밀 평균유효응력의 의미를 가지지 못한다.
3) 동일한 선행압밀 평균유효응력 p'_c를 가지는 정규압밀 및 과압밀 점성토의 경우, MCC 모델에서 동일한 파괴면을 가지며, 동일한 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}를 가지게 된다. 하지만 정규압밀 상태에서 하중을 제거하여 과압밀 상태에 되면, 이전보다 간극비가 증가하며, 이에 따라, 현재 간극비에 해당하는 p'_{cs}는 달라지게 된다. 즉, 같은 선행압밀 평균유효응력 p'_c를 가지지만, 다른 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}를 가지게 된다.

이러한 MCC 모델의 한계점의 근본적인 원인은 p'_c와 p'_{cs}와의 비율을 고정하기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 p'_c와 p'_{cs}가 독립적으로 거동하는 파괴면을 한계상태 이론을 기반으로 하여 정량적으로 제시하고자 한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 점성토의 역학적 거동에 대한 배경이론 및 MCC 모델에 대해 자세히 설명하며, 3장은 본 연구에서 제시하는 파괴면의 배경이론 및 정식화 과정을 소개한다. 4장은 제안된 파괴면을 비배수 삼축압축시험의 수치모사 결과를 보여주며, 5장은 본 논문의 요약 및 결론을 제시한다.

2. 배경이론

2.1 점성토의 압밀

Fig. 1은 점성토의 정규 압밀선(Normal Consolidation Line, NCL)과 팽창선(Swelling Line)을 e-ln p'(여기서 e는 간극비, ln는 자연로그) 평면에서 보여준다. Fig. 1에 보이듯이 점성토의 정규 압밀선(Normal Consolidation Line, NCL)은 일반적으로 e-lnp' 공간에서 직선이며, 그 식은 다음과 같다.

$$e_{nc} = N - \lambda \ln\left(\frac{p'}{p_a}\right) \tag{1}$$

여기서, e_{nc}는 NCL상에서의 간극비, p_a는 기준압, N는 $p' = p_a$일 때의 e_{nc}, 그리고 λ은 NCL의 기울기를 나타내는 매개변수이다. 본 연구에서는 기준압 p_a를 100kPa로 설정하였다.

식 (1)을 간극비 e를 독립변수로 설정하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$p'_c = p_a \exp\left(\frac{N-e}{\lambda}\right) \tag{2}$$

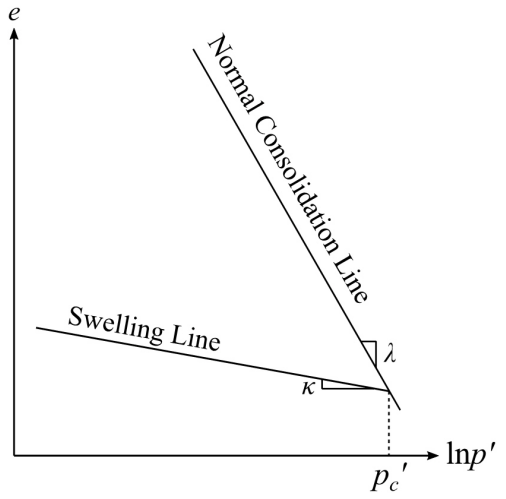

Fig. 1. Normal consolidation and swelling lines in the e-lnp' plane

여기서, p'_c는 선행압밀 유효응력이다. 과압밀 점성토에 대해서 팽창선은 e-lnp' 평면에서 다음 식과 같다.

$$e_{oc} = e_{nc,c} - \kappa \ln\left(\frac{p'}{p'_c}\right) \tag{3}$$

여기서 e_{oc}는 재압축 곡선 상에서 점성토의 간극비, $e_{nc,c}$는 선행압밀 유효응력 하에서의 간극비, 그리고 κ는 재압축 곡선의 기울기이다.

2.2 점성토의 한계상태

일반적으로 흙의 한계상태는 응력공간에서 정의되는 한계상태면(Critical State Surface, CSS)와 e-p' 공간에서 정의되는 한계상태선(Critical State Line, CSL)을 이용하여 정의된다. Fig. 2는 점성토의 한계상태를 정규 압밀 및 과압밀 점성토의 비배수 전단 경로와 함께 도식화하여 보여준다.

Fig. 2(a)는 응력공간인 p'-q 평면에서 한계상태면을 보여주며, 일반적으로 흙의 한계상태면은 다음식과 같은 직선으로 표현된다.

$$q = M_c p' \tag{4}$$

여기서 M_c는 한계 상태면의 p-q' 공간상에서의 기울기를 나타내는 응력비이다. Fig. 2(b)는 e-lnp' 공간에서 한계상태선을 정규압밀선과 함께 보여준다. Chakraborty et al.(2013)는 e-lnp' 공간상에 점성토의 한계 상태선은 정규 압밀선과 평행하다고 보고하였으며(Fig. 2(b)), 이에 따라, 한계 상태선을 다음식과 같이 정의된다.

$$e_{cs} = \Gamma - \lambda \ln\left(\frac{p'}{p_a}\right) \tag{5}$$

여기서, e_{cs}는 한계상태 간극비, Γ은 $p' = p_a$ 일 때 e_{cs}이다. 간극비 e를 독립변수로 설정하여 한계상태선을 다시 쓰면, 다음식과 같다.

$$p'_{cs} = p_a \exp\left(\frac{\Gamma - e}{\lambda}\right) \tag{6}$$

Fig. 2에서 옅은 회색 실선과 짙은 회색 실선은 각각 정규압밀 점성토 및 심한 과압밀 점성토의 등방압밀 후 비배수(de = 0) 삼축 압축 하중 재하시 거동을 보여준다. 정규압밀 점성토의 경우, 전단시 양(압축)의 소성 부피 변형이 발생한다. 이 경우, 비배수 조건에서는 전체 부피가 고정되므로, 음(팽창)의 탄성 부피 변형이 발생하여 p'가 감소하다 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}에 도달하여 수렴하는 반면, 심한 과압밀 점성토의 경우, 전단시 음(팽창)의 소성 부피 변형이 발생하여, (전체 부피가 고

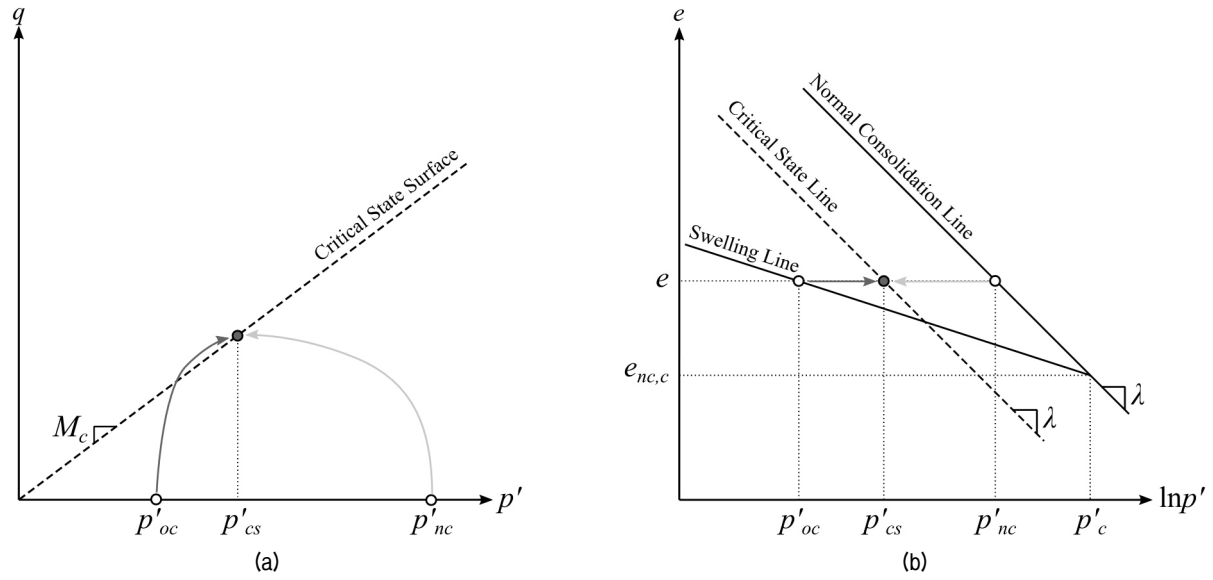

Fig. 2. Definition of the critical state of clay with undrained loading paths of normally consolidated (light grey lines) and over-consolidated (grey lines) clay specimens: (a) the critical state surface in the p'-q plane and (b) critical state line in the e-lnp' plane

정된 비배수 조건에서는) p'가 증가하다 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}에 도달한다. 응력비 M(= q/p')의 경우, 정규압밀 점토의 경우, 계속 증가하다 M_c에 수렴하는 반면, 심한 과압밀 점성토의 경우, M_c 보다 커진 후, M_c로 수렴한다.

2.3 MCC 모델

Roscoe and Burland(1968), Schofield and Wroth(1968)에 의해서 제안된 Modified Cam Clay 모델(이하 MCC 모델)의 파괴함수는 다음 식과 같다.

$$f = q^2 + M^2 p'\left(p' - p'_c\right) = 0 \tag{7}$$

여기서, p'_c는 선행압밀 평균유효응력(pre-consolidation mean effective stress)에 대응하는 내부 변수(Internal variable), 그리고 M은 항복평면의 꼭대기에서의 q와 p'의 비율(= q/p')이다. 파괴함수 식 (7)은 다음과 같은 타원의 방정식으로 다시 쓸 수 있다.

$$f = \frac{\left(p' - \frac{1}{2}p'_c\right)^2}{\left(\frac{1}{2}p'_c\right)^2} + \frac{q^2}{M^2\left(\frac{1}{2}p'_c\right)^2} - 1 = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial f}{\partial p'} = \frac{8p' - 4p'_c}{p'^2_c} \tag{9}$$

$$\frac{\partial f}{\partial q} = \frac{2q}{M^2\left(\frac{1}{2}p'_c\right)^2} = \frac{8q}{M^2 p'^2_c} \tag{10}$$

Fig. 3 파괴함수 식 (8)을 p'-q 공간 상에서 도시한 파괴면을 보여준다.

Fig. 3을 보면, MCC 파괴면은 p'-q 공간에서 중심 O의 좌표는 (1/2p'_c, 0)와 같고, 꼭지점의 좌표는 (1/2p'_c, 1/2Mp'_c)인 타원이다. 따라서, 강화법칙(Hardening rule)과 발달법칙(Evolution rule) 미적용시, 연합유동법칙(Associated flow rule)을 기반한 MCC 모델을 이용하여 점성토의 비배수 거동을 모사할 경우, 최종적으로 도달하는 지점은 타원의 꼭지점인 (1/2p'_c, 1/2Mp'_c)이 된다. 이경우 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}는 선행압밀 평균유효응력에 대응하는 내부변수 p'_c의 절반에 해당하게 된다. 하지만, 실제 점성토의 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}과 선행압밀 평균유효응력 p'_c와의 비율은 1/2과는 다르며, 점성토의 생성과정, 조성 광물의 종류, 유기물 함량 여부에 따라서 다양한 값을 가진다(Chakraborty et al., 2013).

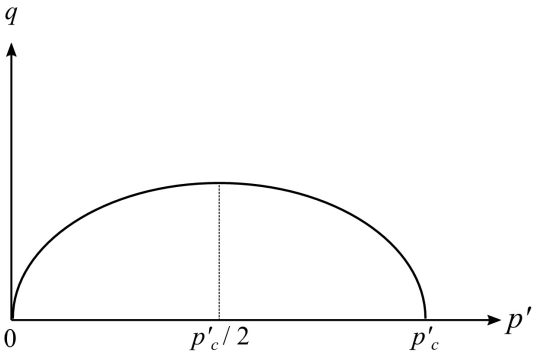

Fig. 3. Elliptic MCC failure surface in the p'-q plane

이러한 점을 보완하기 위해, MCC 모델에서는 전단 소형 변형 발생시, 강화 및 발달법칙을 적용하여, p'_c값을 변화시켜, 전단시 최종적으로 도달하는 점성토의 평균유효응력이 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}에 근접하도록 설정하였다. Chen and Yang(2017), Nakai and Matsuoka (1986), Yao et al.(2008)은 내부변수 p'_c에 다음 식과 같은 발달법칙을 적용하였다.

$$\mathrm{d}p'_c = \frac{(1+e_0)p'_c}{\lambda-\kappa}\mathrm{d}\varepsilon_v^p = \frac{(1+e_0)p'_c}{\lambda-\kappa}\mathrm{d}\Lambda\frac{\partial f}{\partial p'} \tag{11}$$

여기서, e는 간극비, e_0는 초기 간극비, λ와 κ는 각각 e-lnp' 공간에서 정규압밀선과 재압축선의 기울기, ε_v^p는 소성 부피 변형률, dΛ는 소성승수(Plastic multiplier)를 의미한다. 만일, 응력 상태가 파괴면 도달 후, $p' < p'_c$ 일 경우(심한 과압밀 점성토), $\partial f/\partial p'$는 음수가 되며, 식 (11)에 따르면, p'_c는 감소하며 이에 따라 p'_{cs}(= p'_c/2)도 감소한다. 하지만, 선행압밀 유효응력은 현재까지 경험한 가장 큰 평균유효응력으로 정의되며, 이는 감소할 수 없다. 만일 파괴면 도달 후, $p' > p'_c$ 일 경우(정규 압밀 혹은 약한 과압밀 점성토), $\partial f/\partial p'$는 양수가 되며, 식 (11)에 따르면, p'_c는 증가하게 된다. 하지만, 정규압밀 점성토에 비배수 전단을 가하여, p'가 감소하는 경우에도, p'_c는 증가한다. 이 경우, 점성토가 현재까지 경험하지 못한 응력상태를 파괴면이 포함하게 되며, 이는 선행압밀

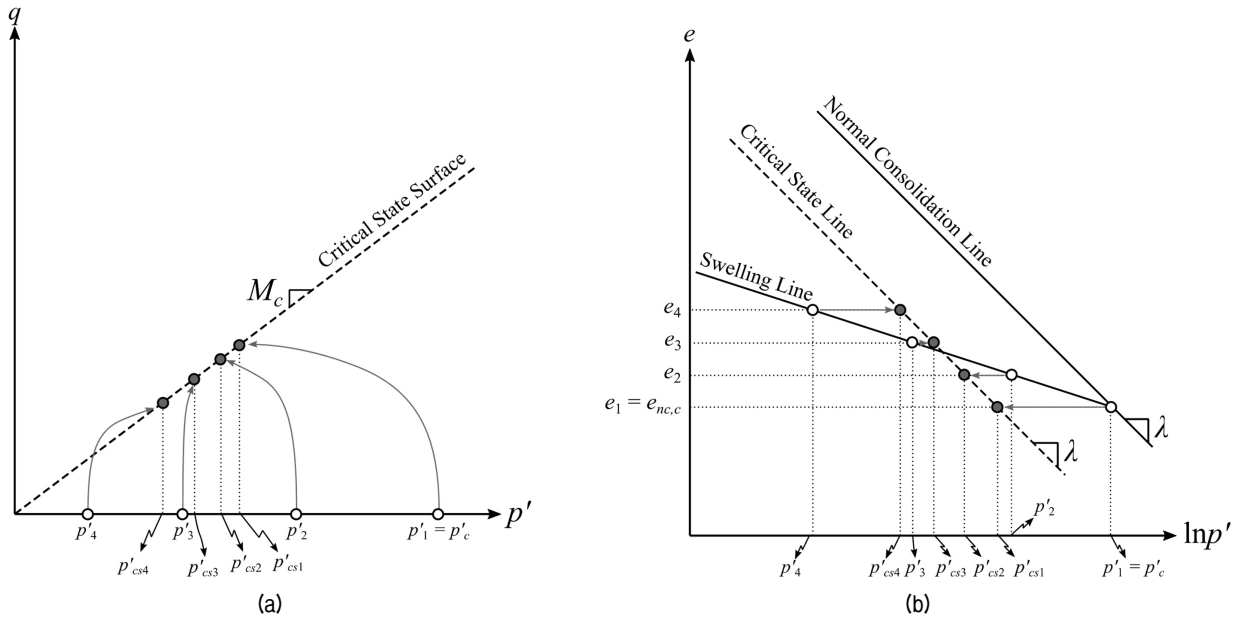

Fig. 4. Undrained loading paths of normally consolidated clay (starting from p'_1) and over-consolidated clay (starting from p'_2 - p'_4) in (a) the p'-q plane and (b) e-lnp' plane

평균유효응력의 정의와 맞지 않다. 따라서, 종합해보면, 식 (11)을 따를 경우, 내부변수 p'_c의 물리적 의의는 선행압밀 유효응력과 엄밀하게 부합하지는 않는다.

Chen and Yang(2017), Van Eekelen and Van Den Berg(1994), Lee et al.(1992), Lee and Oh(1994)은 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}를 선행압밀 평균유효응력 p'_c의 비율을 1/2로 설정하는 MCC 파괴면의 단점을 극복하기 위해 찌그러진 형태의 개선된 MCC 파괴면을 제안하였다. 이러한 수정된 MCC 파괴면의 경우, p'_{cs}와 p'_c의 비율을 1/2이 아닌 다른값으로 설정할 수 있다. 하지만, 이러한 모델들 대부분은 간극비 e, 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}, 선행압밀 평균유효응력 p'_c 사이의 관계를 고려하지 않고, p'_{cs}와 p'_c의 비율을 고정시킨 파괴면을 사용한다. Fig. 4는 동일한 선행압밀 평균유효응력 p'_c를 가지는 정규압밀 점성토($p' = p'_{nc}$)와 과압밀 점성토($p' = p'_{oc1} \sim p'_{oc4}$)의 비배수(d$e$ = 0) 전단시험시 거동을 p'-q 평면 및 e-lnp' 평면에서 보여준다. 이경우, 기존 MCC 모델에서는 정규압밀 점성토와 과압밀 점성토 모두 동일한 파괴면을 가지며, 이에 따라 하중 재하 초기에는 동일한 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}를 가지게 된다. 하지만, Fig. 4에서 동일한 p'_c를 가지더라도, 과압밀 점토의 간극비는 팽창선을 따라서 증가하여 정규압밀 점성토의 간극비보다 크게 된다. 즉, 같은 선행압밀 평균유효응력 p'_c를 가지는 점토는 간극비에 따라 다른 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}를 가지게 되며, p'_c와 p'_{cs}간의 비율은 고정되지 않는다. 이러한 MCC 모델의 한계는 p'_{cs}를 한계상태 이론에 근거하여 정량적으로 식 (5) 혹은 (6)을 이용하여 제시하지 않기 때문에 발생한다.

3. 파괴면의 정식화

3.1 파괴면

본 연구에서는 이러한 점성토의 특성을 고려하여, 한계 상태 이론을 기반으로, Modified Cam Clay 파괴면을 개선하고자 한다. Fig. 5는 본 연구에서 제안하는 파괴면의 형태를 보여준다. 만일 평균유효응력 p'이 p'_{cs} 보다 작다면($p' < p'_{cs}$), 파괴함수는 다음 식과 같이 정의된다.

$$f = \frac{\left(p' - p'_{cs}\right)^2}{p'^2_{cs}} + \frac{q^2}{M^2 p'^2_{cs}} - 1 = 0 \tag{12}$$

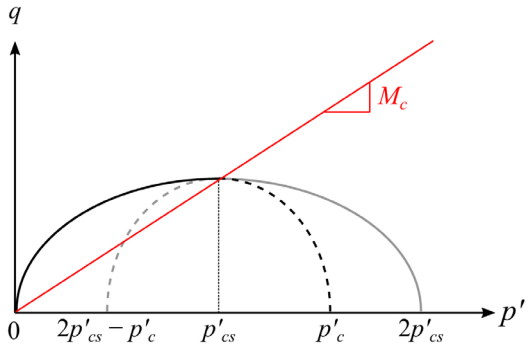

Fig. 5. Distorted MCC Failure Surface in the p'-q plane

식 (12)는 최상단이 (p', q) = (p'_{cs}, $M_d p'_{cs}$)이고, 좌측단이 (p', q) = (0, 0), 우측단이 (p', q) = (p'_{cs}, 0)에 대응하는 타원(Fig. 5의 검정 및 회색 실선)으로, 실제 적용되는 파괴면은 $p' < p'_{cs}$에 해당하는 검정색 실선이다. 만일 평균유효응력 p'이 p'_{cs} 보다 크다면, 파괴함수는 다음 식과 같이 정의된다.

$$f = \frac{\left(p' - p'_{cs}\right)^2}{\left(p'_c - p'_{cs}\right)^2} + \frac{q^2}{M^2 p'^2_{cs}} - 1 = 0 \tag{13}$$

식 (13)은 최상단이 (p', q) = (p'_{cs}, $M_d p'_{cs}$)이고, 좌측단이 (p', q) = ($2p'_{cs} - p'_c$, 0), 우측단이 (p', q) = (p'_c, 0)에 대응하는 타원(Fig. 5의 검정 및 회색 파선)으로, 실제 적용되는 파괴면은 $p' > p'_{cs}$에 해당하는 검정색 파선이다. 따라서 본 연구에서 사용되는 파괴면은, Fig. 5에서 검정색 실선 및 파선으로 구성된다.

본 모델에서 p'_c는 선행압밀 평균유효응력의 물리적 의미를 가진다. 점성토의 압밀 과정을 생각해 보면, 정규압밀 상태에서 유효응력이 증가하여 간극비가 감소하여야 증가한다. 따라서, 엄밀하게는 p'_c는 현재 간극비가 아닌 현재 시점까지 점성토가 경험한 가장 작은 간극비로부터 결정된다. 따라서 엄밀하게 식 (2)를 다시쓰면 다음과 같다.

$$p'_c = p_a \exp\left(\frac{N - e_{nc,c}}{\lambda}\right) \tag{14}$$

선행압밀 평균유효응력 p'_c와는 다르게, 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}는 현재 간극비로부터 결정된다. 따라서 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}는 식 (6)을 통해 현재 간극비로부터 산정될 수 있다.

흔히, p'_{cs}와 p'_c사이의 비율은 간격비(Spacing ratio)로 지칭하며, 다음식과 같이 정의한다.

$$\rho_{cs} = \frac{p'_{cs}}{p'_c} \tag{15}$$

Chakraborty et al.(2013)는 간격비(Spacing ratio) ρ_{cs}를 다음 식을 이용하여 결정하였다.

$$\rho_{cs} = \frac{p'_{cs}}{p'_c} = \frac{p_a \exp\left(\frac{\Gamma - e}{\lambda}\right)}{p_a \exp\left(\frac{N - e}{\lambda}\right)} = \exp\left(\frac{\Gamma - N}{\lambda}\right) \tag{16}$$

식 (16)이 유효하기 위해서는, 분모와 분자에 공통적으로 포함되어 있는 간극비 e가 동일해야 한다. 따라서, 엄밀하게는 식 (16)은 정규압밀 점성토에 대해서만 유효하며, 과압밀 상태의 점성토에 대해서는 유효하지 않는다. Lee et al.(1992), Lee and Oh(1994)는 MCC 모델을 개량하여, 선행압밀 평균유효응력 p'_c는 현재까지 경험한 최소 간극비의 함수로 설정하여 p'_c의 정확한 물리적 의미를 적용하였다. Lee et al.(1992), Lee and Oh(1994)에서 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}은 팽창선이 한계상태선과 만날 때의 p'로 설정하였으며, 이는 식 (3)과 (5)에서 e_{oc}와 e_{cs}가 같은 때의 p'값이다. 따라서 Lee et al.(1992), Lee and Oh(1994)에서 간격비 ρ_{cs}는 다음과 같다.

$$\rho_{cs} = \frac{p'_{cs}}{p'_c} = \frac{p'_c \exp\left(\frac{\Gamma - e_{nc,c}}{\lambda - \kappa}\right)}{p'_c} = \exp\left(\frac{\Gamma - e_{nc,c}}{\lambda - \kappa}\right) \tag{17}$$

식 (17)에서 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}는 현재 간극비의 함수가 아니라 p'_c와 $e_{nc,c}$의 함수이며, 현재 점토의 간극비는 p'_{cs}를 결정하는데 이용되지 않는다. 본 모델에서 적용한 간격비는 다음과 같다.

$$\rho_{cs} = \frac{p'_{cs}}{p'_c} = \frac{p_a \exp\left(\frac{\Gamma - e}{\lambda}\right)}{p_a \exp\left(\frac{N - e_{nc,c}}{\lambda}\right)} = \exp\left[\frac{\left(\Gamma - N\right) - \left(e - e_{nc,c}\right)}{\lambda}\right] \tag{18}$$

식 (18)에서 간격비 ρ_{cs}는 정규압밀선 및 한계상태선 (N, Γ, λ), 현재 간극비(e), 그리고 이때까지 경험한 최소 간극비($e_{nc,c}$)의 함수임을 알 수 있다. 또한, 본 모델에서는 일련의 점성토가 같은 선행압밀 평균유효응력 p'_c를 가진다 하여도, 만일 과압밀비가 달라 간극비가 다를 경우에는 식 (18)에 의해 다른 간격비를 가진며 이에 따라 다른 형태의 파괴면을 가진다.

Fig. 6은 같은 선행압밀 평균유효응력 p'_c를 가지는 정규압밀(초기 $p' = p'_{nc}$, Fig. 6의 파랑 실선) 및 과압밀(초기 $p' = p'_{oc}$, Fig. 6의 빨강 실선) 점성토의 상태 변화를 p'-q 공간(Fig. 6(a)) 및 e-p' 공간(Fig. 6(b))에서 보여준다. Fig. 6(a)은 또한, 본 연구에서 제안한 정규압밀(Fig. 6의 검정 점선) 및 과압밀(Fig. 6의 회색 점선) 점성토의 파괴면을 각각의 응력경로와 함께 보여준다. Fig. 6(b)

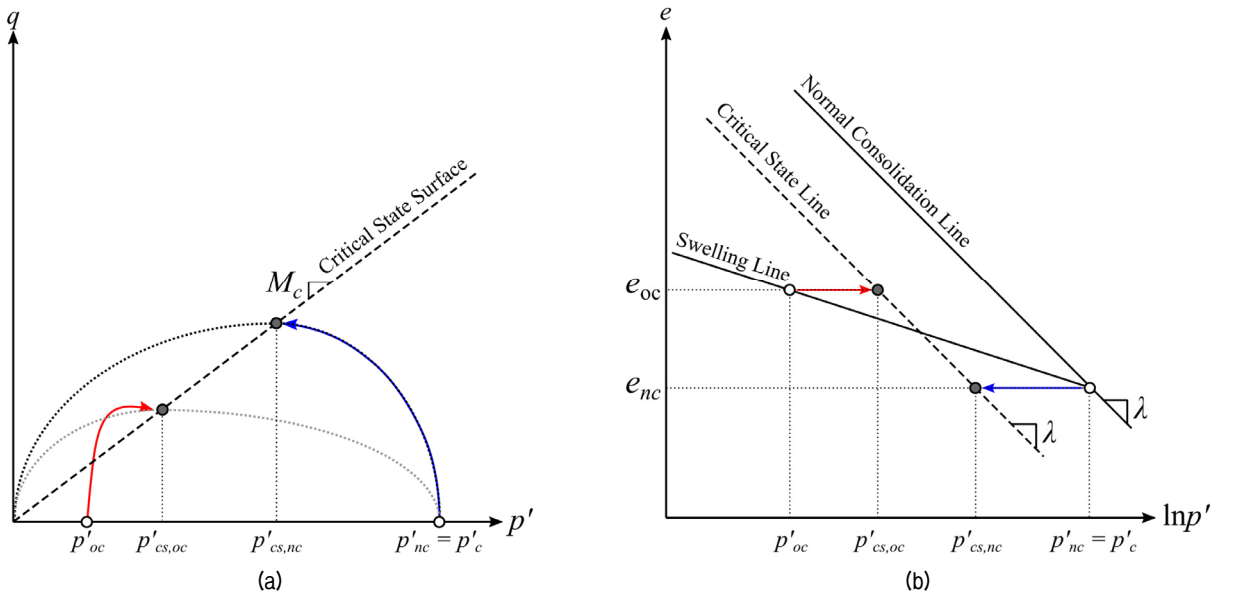

Fig. 6. State pathes of normally consolidated clay (blue solid line) and heavily over-consolidated clay (red solid line) in (a) the p'-q plane (with failure surfaces of normally consolidated clay (black dotted line) and over-consolidated clay (grey dotted line)) and (b) e-lnp' plane

에 보이듯 같은 p'_c를 가지더라도 과압밀 유무에 따라, 점성토는 다른 간극비를 가지며, 따라서 식 (6)을 이용할 경우, 과압밀 정도에 따라 다른 p'_{cs}를 가진다. 따라서 Fig. 6(a)에서 보이듯, 이경우, 정규압밀 점성토와 과압밀 점성토의 파괴면의 좌측단은 (p'_c, 0)과 동일하나, 최상단은 다른 곳에 위치하게 된다. 따라서 제안된 파괴면을 이용하여 점성토의 비배수 거동을 모사할 경우, Fig. 6(a)에 보이듯 강화법칙(Hardening rule)을 따로 설정할 필요없이, 점성토의 e-p'-q 상태는 최종적으로 한계상태에 도달하게 된다.

3.2 탄성계수

본 연구에서는 응력이 파괴면 안에 존재할 경우, 점성토는 탄성 영역에 있다고 가정한다. 따라서, 그림 Fig. 1에서의 팽창선을 따라서는 점성토는 탄성 거동을 한다고 가정하며, 이 때, 부피 탄성 계수(Bulk Modulus) K는 다음식으로 산정된다.

$$K = \frac{(1+e)\,p'}{\kappa} \tag{19}$$

전단 탄성 계수(Shear Modulus) G는 부피 탄성 계수 K와 포아송 비 ν로부터 다음 관계로부터 산정하였다.

$$G = \frac{3K(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \tag{20}$$

3.3 탄소성 거동

본 연구에서 제안한 파괴면의 p'_c, M_c, 그리고 p'_{cs}를 결정하는 것이 필요하다. 본 파괴면의 p'_c는 기존 MCC 모델과는 달리 물리적으로 정확히 선행압밀 평균유효응력을 의미하며, 정규압밀선을 따라 점성토의 간극비 e가 감소하면서, 변화한다. 과압밀 상태가 되면 팽창선을 따라 간극비 e는 증가하지만, p'_{cs}는 변화하지 않는다. 점성토의 한계상태면의 기울기 M_c는 일반적으로 상수이다. 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}는 식 (6)과 같이 간극비의 함수로 나타낼 수 있다. 따라서, 본 파괴면의 크기 및 형태를 결정하는 주요인자는 간극비다. 본 논문에서는 제안된 파괴면의 전단 거동을 간단하게 보여주기 위해 간극비 변화가 없는(따라서, 파괴면의 변화가 없는) 비배수 삼축 압축 조건을 고려하였다. 또한 본 논문에서는 파괴면을 항복면으로 가정하여 파괴면 안에서는 탄성 거동을 하며, 파괴면 상에서는 점성토가 소성 거동을 하도록 설정하였다.

본 연구에서 총 변형률 증분은 탄성 변형률 증분과 소성 변형률 증분의 합으로 가정하였다. 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathrm{d}\varepsilon_v = \mathrm{d}\varepsilon_v^e + \mathrm{d}\varepsilon_v^p$$
$$\mathrm{d}\varepsilon_q = \mathrm{d}\varepsilon_q^e + \mathrm{d}\varepsilon_q^p \quad (21)$$

여기서, $\mathrm{d}\varepsilon_v$은 부피 변형률(= $\mathrm{d}\varepsilon_{kk}$), $\mathrm{d}\varepsilon_q$는 전단 변형률(= $(2/3\mathrm{d}e_{ij}\mathrm{d}e_{ij})^{1/2}$, 편차 변형률 $\mathrm{d}e_{ij} = \mathrm{d}\varepsilon_{ij} - (1/3)\mathrm{d}\varepsilon_{kk}\delta_{ij}$)), 위 첨자 e는 탄성 변형률을 의미하며, 위첨자 p는 소성 변형률을 의미한다. 연합유동법칙(Associated flow rule)을 적용할 경우, 소성 부피 변형률 증분 $\mathrm{d}\varepsilon^p{}_{vol}$ 및 소성 전단 변형률 증분 $\mathrm{d}\varepsilon^p{}_q$은 다음 식과 같이 정의된다.

$$\mathrm{d}\varepsilon_v^p = \mathrm{d}\Lambda\frac{\partial f}{\partial p'}$$
$$\mathrm{d}\varepsilon_q^p = \mathrm{d}\Lambda\frac{\partial f}{\partial q} \quad (22)$$

여기서, $\mathrm{d}\Lambda$는 소성 변형률 증분의 크기를 나타내는 소성승수(Plastic multiplier)이다. 탄소성 상태에서 훅의 법칙(Hooke's law)을 따르면, 응력 증분 $\mathrm{d}p'$, $\mathrm{d}q$는 각각 $K\mathrm{d}\varepsilon^e{}_{vol}$과 $3G\mathrm{d}\varepsilon^e{}_q$와 같으며, 여기에 식 (21)과 (22)를 대입하면, 다음과 같다.

$$\mathrm{d}p' = K\mathrm{d}\varepsilon_v^e = K\left(\mathrm{d}\varepsilon_v - \mathrm{d}\varepsilon_v^p\right) = K\left(\mathrm{d}\varepsilon_v - \mathrm{d}\Lambda\frac{\partial f}{\partial p'}\right)$$
$$\mathrm{d}q = 3G\mathrm{d}\varepsilon_q^e = 3G\left(\mathrm{d}\varepsilon_q - \mathrm{d}\varepsilon_q^p\right) = G\left(\mathrm{d}\varepsilon_q - \mathrm{d}\Lambda\frac{\partial f}{\partial q}\right) \quad (23)$$

강화법칙(Hardening rule) 및 발달법칙(Evolution rule)을 고려하지 않는 경우, 재하속도 무관 소성모델(Rate independent plasticity model)의 일관성 조건(Consistency condition)은 삼축 조건 하에서 다음 식과 같이 쓰여진다.

$$\frac{\partial f}{\partial p'}\mathrm{d}p' + \frac{\partial f}{\partial q}\mathrm{d}q = 0 \quad (24)$$

식 (23)을 식 (24)에 대입한 후, 소성 승수 $\mathrm{d}\Lambda$에 대해서 정리하면 다음 식과 같다.

$$\mathrm{d}\Lambda = \frac{K\mathrm{d}\varepsilon_v\frac{\partial f}{\partial p'} + 3G\mathrm{d}\varepsilon_q\frac{\partial f}{\partial q}}{K\left(\frac{\partial f}{\partial p'}\right)^2 + 3G\left(\frac{\partial f}{\partial q}\right)^2} \quad (25)$$

식 (25)로 부터, 변형률 증분($\mathrm{d}\varepsilon_v$, $\mathrm{d}\varepsilon_q$)이 주어질 경우, 현재 응력 상태(p', q)와 파괴면에서의 미분값($\partial f/\partial p'$, $\partial f/\partial q$)을 이용하여, 소성 변형률 증분의 크기를 대변하는 소성 승수 $\mathrm{d}\Lambda$를 산정할 수 있다. 산정된 소성 승수 $\mathrm{d}\Lambda$을 식 (22)에 대입하여, 소성 변형률 증분($\mathrm{d}\varepsilon_v^p$, $\mathrm{d}\varepsilon_q^p$)을 계산한 후, 최종적으로 이를 식 (23)에 대입하여 응력 증분($\mathrm{d}p'$, $\mathrm{d}q$)을 산정할 수 있다. 상기 과정은 명시적(Explicit) 방법을 적용하여 응력 증분을 산정하는 방법으로, 본 연구에서는 응력이 파괴면을 벗어나는 경우에는 묵시적(Implicit) 방법인 Return Mapping을 이용하여 응력이 파괴면 상에 존재하도록 보정하였다.

4. 응력-변형률 관계의 수치적 모사

본 논문에서는 제안된 파괴면의 성능을 평가하기 위해, 등방압밀 후 비배수 삼축압축(CIUTXC) 하중 재하 시 점성토의 응력-변형률 반응을 수치적으로 모사하였다. 먼저, Bonston blue clay, Lower cromer till 그리고 London clay대해서 제안된 파괴면을 구축하였다. 파괴면 구축을 위해서는 총 6개의 계수가 필요하며, 점성토의 정규압밀선과 팽창선에 관련된 계수(N, λ, κ)와 포아송비(ν)는 Chakraborty et al.(2013)를 참고하여 산정하였다. 한계상태와 관련된 계수인 M_c와 Γ의 경우, Bonston blue clay의 경우 Pestana et al.(2002), Lower cromer till의 경우 Gens(1982), 그리고 London clay의 경우에는

Table 1. Material constants for the proposed failure surface for the Boston blue clay (BBC), Lower cromer till (LCT), and London clay (LC)

Relationship	Symbol	BBC	LCT	LC	Equation
Normal consolidation line	N	1.138	0.480	1.070	(1), (2)
	λ	0.187	0.063	0.168	(1), (2)
Swelling line	κ	0.036	0.009	0.064	(3), (19)
Poisson's ratio	ν	0.250	0.200	0.250	(20)
Critical state surface	Mc	1.369	1.153	0.827	(4)
Critical state line	Γ	0.972	0.433	0.916	(5), (6)

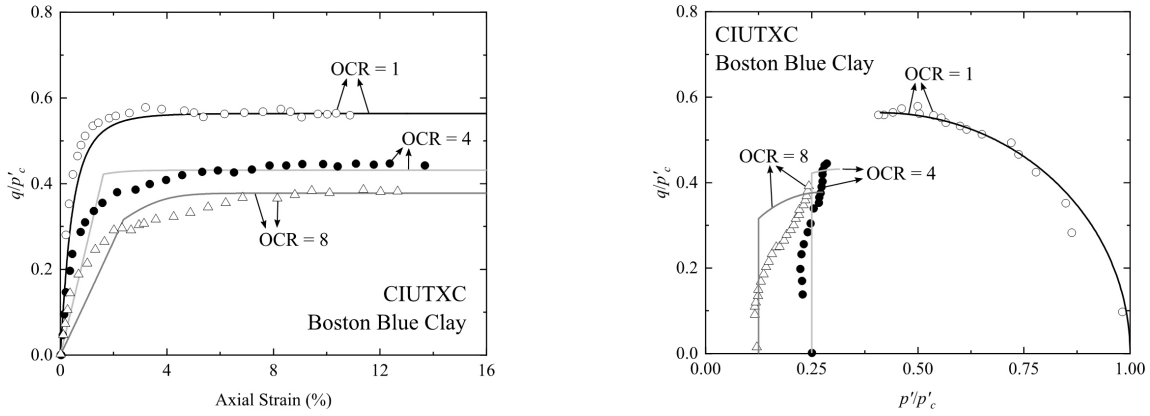

Fig. 7. Experimental (symbols) and numerical simulation (lines) results from the proposed failure surface for Boston Blue Clay under CIUTXC (triaxial compression tests after the isotropic consolidation) conditions with OCR = 1, 4, and 8 in the spaces of (a) axial-strain and von Mises stress q normalized by the preconsolidation mean effective stress p'_c and (b) mean effective stress p' and von Mises stress q normalized by p'_c

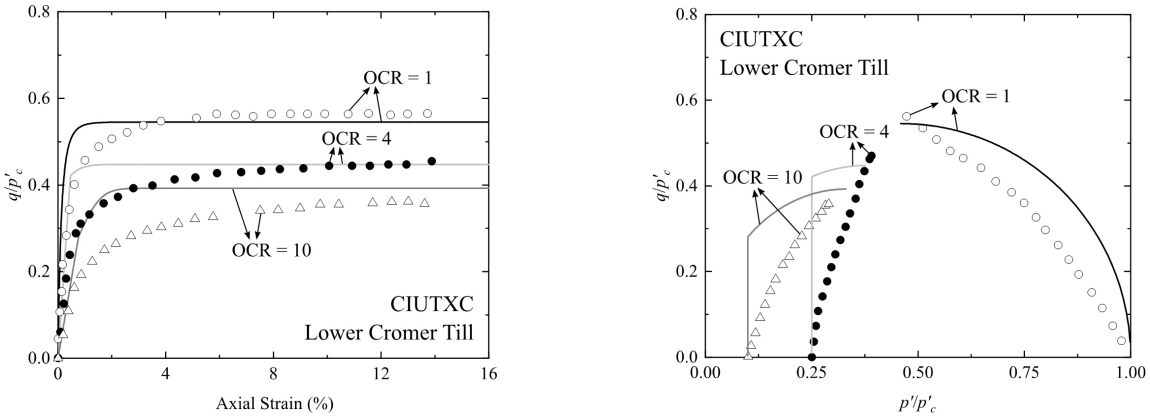

Fig. 8. Experimental (symbols) and numerical simulation (lines) results from the proposed failure surface for Lower Cromer Till under CIUTXC (triaxial compression tests after the isotropic consolidation) conditions with OCR = 1, 4, and 10 in the spaces of (a) axial-strain and von Mises stress q normalized by the preconsolidation mean effective stress p'_c and (b) mean effective stress p' and von Mises stress q normalized by p'_c

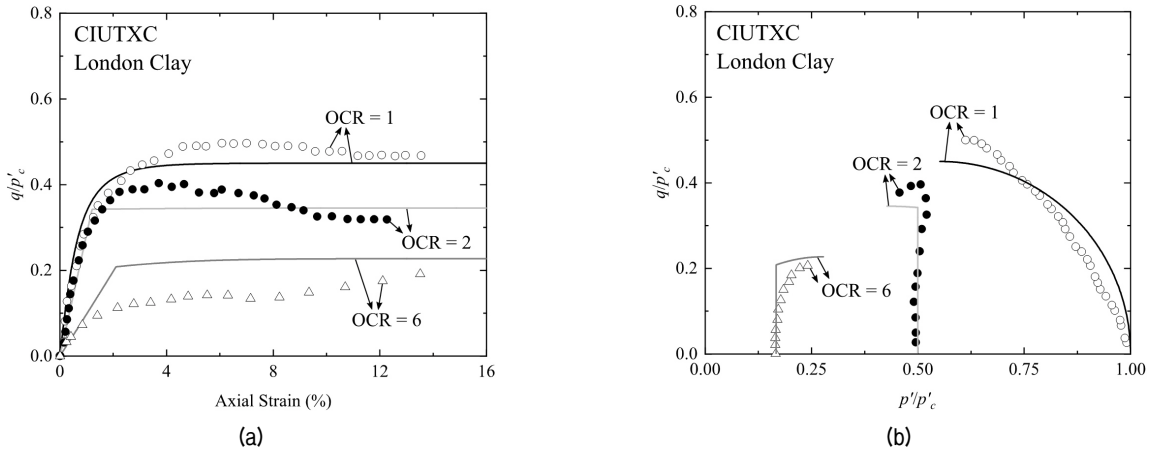

Fig. 9. Experimental (symbols) and numerical simulation (lines) results from the proposed failure surface for London Clay under CIUTXC (triaxial compression tests after the isotropic consolidation) conditions with OCR = 1, 2, and 6 in the spaces of (a) axial-strain and von Mises stress q normalized by the preconsolidation mean effective stress p'_c and (b) mean effective stress p' and von Mises stress q normalized by p'_c

Gasparre(2005)의 CIUTXC 시험 결과를 참고하여 산정하였다. Table 1은 Bonston blue clay, Lower cromer till, 그리고 London clay에 대해서 산정된 제안된 파괴면의 계수값을 나열하고 있다.

Fig. 7, 8, 9는 각각 Boston blue clay, Lower cromer till, 그리고 London clay에 대해 수행된 CIUTXC 실험 결과(Fig. 7, 8, 9에서 기호), 제안된 파괴면을 이용하여 수행한 수치해석 결과(Fig. 7, 9, 8에서 실선)을 (a) 축방향 변형률과 q/p'_c의 공간 및 (b) p''/p'_c와 q/p'_c의 공간에서 보여준다. Fig. 7, 8, 9에서 보이는 바와 같이 별도의 강화법칙(Hardening rule) 및 발달법칙(Evolution rule)없이도 본 연구에서 제안한 파괴면은 점성토의 비배수 전단시 역학적 거동을 잘 모사할 수 있으며, 특히 최종적으로 도달하는 점성토의 한계상태를 잘 모사할 수 있다.

5. 요약 및 결론

본 연구는 한계상태 이론에 근거하여, 수정된 Modified Cam Clay 파괴면을 제안하였다. 수정된 파괴면은 p'-q 공간에서 기존 MCC 파괴면인 타원과 달리 비대칭이며, 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}의 기준으로 좌우의 타원이 다르다. 점성토의 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}는 간극비-평균유효응력 공간상에서 정량적으로 정의되는 점성토의 한계상태선과 현재 간극비로부터 결정된다. 따라서, 같은 선행압밀 평균유효응력 p'_c를 가지는 점성토라도, 과압밀비가 달라 간극비가 다르다면, 제안된 파괴면의 형태가 달라지게 된다. 또한, 본 연구에서 제안된 파괴면에서는 선행압밀 평균유효응력 p'_c은 응력이력으로부터, 그리고 한계상태 평균유효응력 p'_{cs}은 현재 간극간극부터 결정되어, p'_c와 p'_{cs}간의 고정된 비율은 없으며, p'_c는 온전히 선행압밀 평균유효응력으로의 물리적 의미를 가질 수 있도록 하였다. 본 연구에서는 Boston blue clay, Lower cromer till, 그리고 London clay에 대해서 제안된 파괴면 구축을 위한 계수를 산정하였다. 또한, 제안된 파괴면을 항복평면(Yield surface)로 설정하여, 등방압밀 후 비배수 삼축압축 거동을 수치적으로 모사하였다. 수치해석 결과 별도의 복잡한 강화법칙(Hardening Rule)을 적용하지 않고도, 점성토의 비배수 전단 거동을 제안된 파괴면을 이용하여 잘 모사할 수 있었다. 본 연구에서 제안한 파괴면은 현재까지 경험한 최소 간극비 및 현재 간극비에 의해 형태가 결정된다. 따라서 본 논문에서 제시한 대로 간극비의 변화가 없는 비배수 조건에서는 파괴면의 변화없이 수치해석의 수행이 가능하다. 향후, 간극비가 변하는 배수 조건에서 파괴면의 변형 및 발달을 고려한다면, 모든 하중 조건 및 배수 조건에서 사용이 가능한 구성 모델을 제안할 수 있다.

감사의 글

본 논문은 2019년도 한남대학교 학술연구조성비 지원에 의하여 연구되었습니다.

참고문헌 (References)

1. Chakraborty, T., Salgado, R., and Loukidis, D. (2013), “A Two-surface Plasticity Model for Clay”, *Computers and Geotechnics*, 49, pp.170-190.
2. Chang, M., Teh, C. I., and Cao, L. (1999), “Critical State Strength Parameters of Saturated Clays from the Modified Cam Clay Model”, *Canadian Geotechnical Journal*, NRC Research Press Ottawa, Canada, 36, pp.876-890.
3. Chen, Y. N. and Yang, Z. X. (2017), “A Family of Improved Yield Surfaces and their Application in Modeling of Isotropically Over-consolidated Clays”, *Computers and Geotechnics*, Elsevier Ltd, 90, pp.133-143.
4. Dafalias, Y. F. and Herrmann, L. R. (1986), “Bounding Surface Plasticity. II: Application to Isotropic Cohesive Soils”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.112, No.12, pp.1263-1291.
5. van Eekelen, S. and van Den Berg, P. (1994), “The Delft Egg Model, A Constitutive Model for Clay”, *DIANA Computational Mechanics ‘84*, pp.103-116.
6. Gasparre, A. (2005), “Advanced Laboratory Characterisation of London Clay”, Imperial Colleage London.
7. Gens, A. (1982), “Stress-strain and strength characteristics of a low plasticity clay”, University of London, Imperial College.
8. Hattab, M. (2011), “Critical State Notion and Microstructural Considerations in Clays”, *Comptes Rendus Mecanique*, Elsevier Masson SAS, 339, pp.719-726.
9. Lee, S. and Oh, S. (1994), “An Anisotropic Elasto-Plastic Constitutive Model Based on the Generalized Isotropic Hardening Rule for Clays”, *Journal of the Korean Geotechnical Society*, Vol.10, No.3, pp.17-32.
10. Lee, S., Oh, S., and Kwon, G. (1992), “A Constitutive Model Using the Spacing Ratio of Critical State”, *Journal of the Korean Geotechnical Society*, Vol.8, No.2, pp.45-57.
11. McCarron, W. O. and Chen, W. F. (1987), “Application of a Bounding Surface Model to Boston Blue Clay”, *Computers and Structures*, Vol.26, No.6, pp.887-897.
12. Nakai, T. and Matsuoka, H. (1986), “A Generalized Elastoplastic Constitutive Model for Clay in Three-dimensional Stresses”, *Soils and Foundations*, Vol.26, No.3, pp.81-93.
13. Pestana, J. M. and Whittle, A. J. (1999), “Formulation of a Unified Constitutive Model for Clays and Sands”, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 23, pp.1215-1243.

14. Pestana, J. M., Whittle, A. J., and Salvati, L. A. (2002), "Evaluation of a Constitutive Model for Clays and Sands: Part II-clay behaviour", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.26, No.11, pp.1123-1146.
15. Roscoe, K. and Burland, J. (1968), "On the generalized stress-strain behavior of 'wet' clay", *Engineering Plasticity*, 1, pp.535-609.
16. Salgado, R. (2008), *The Engineering of Foundations*, McGraw-Hill.
17. Schofield, A. and Wroth, P. (1968), *Critical State Soil Mechanics*. McGraw-Hill.
18. Taiebat, M., Dafalias, Y. F., and Peek, R. (2010), "A Destructuration Theory and its Application to SANICLAY Model", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 34, pp.1009-1040.
19. Yao, Y. P., Sun, D. A., and Matsuoka, H. (2008), "A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path", *Computers and Geotechnics*, Vol.35, No.2, pp.210-222.

Received : February 28th, 2020
Revised : April 11th, 2020
Accepted : April 14th, 2020