지구물리와 물리탐사 Geophysics and Geophysical Exploration
Vol. 23, No. 1, 2020, p. 55~60 https://doi.org/10.7582/GGE.2020.23.1.055

ISSN 1229-1064 (Print)
ISSN 2384-051X (Online)

해 설

직육면체 프리즘에 의한 중력, 자력, 중력 변화율 텐서 및 자력 변화율 텐서의 반응식

임형래*

부산대학교 지구과학교육과

The Closed-form Expressions of Gravity, Magnetic, Gravity Gradient Tensor, and Magnetic Gradient Tensor Due to a Rectangular Prism

Hyoungrea Rim*

Department of Earth Science Education, Pusan National University

요 약: 직육면체 프리즘에 대한 중력, 자력, 중력 변화율 텐서 및 자력 변화율 텐서 반응식을 정리하였다. 직교 좌표계에서 직육면체 프리즘에 대한 삼중 적분으로 수직 중력을 유도하고, 직육면체의 축 방향 대칭성을 이용하여 순환 치환으로 두 개의 수평 중력 성분을 유도한다. 벡터 중력을 각 성분 별로 미분하여 중력 변화율 텐서를 유도한다. 포아송(Poisson) 관계식을 이용하면 일정한 방향으로 자화된 벡터 자력은 중력 변화율 텐서로부터 얻어진다. 벡터 자력을 각 방향으로 미분하여 최종적으로 자력 변화율 텐서를 유도하였다.

주요어: 중력, 자력, 중력 변화율 텐서, 자력 변화율 텐서

Abstract: The closed-form expressions of gravity, magnetic, gravity gradient tensor, and magnetic gradient tensor due to a rectangular prism are derived. The vertical gravity is derived via triple integration of a rectangular prism in Cartesian coordinates, and the two horizontal components of vector gravity are then derived via cycle permutation of the axis variables of vertical gravity through the axial symmetry of the rectangular prism. The gravity gradient tensor is obtained by differentiating the vector gravity with respect to each coordinate. Using Poisson's relation, a vector magnetic field with constant magnetic direction can be obtained from the gravity gradient tensor. Finally, the magnetic gradient tensor is derived by differentiating the vector magnetic with respect to appropriate coordinates.

Keywords: gravity, magnetic, gravity gradient tensor, magnetic gradient tensor

서 론

임의의 3차원 이상체에 대한 중력 및 자력 반응은 이상체를 작은 직육면체의 조합으로 분할하고 포텐셜의 중첩 이론을 이용하여 작은 직육면체들의 중력과 자력 반응을 더하는 방법으로 계산된다(Telford *et al*., 1991). 지하 구조를 3차원으로 역산하는 경우에도 지하 내부를 3차원 직육면체 프리즘으로 분할하여 각각의 프리즘의 밀도 및 대자율을 역산 추정하는 방법이 주로 사용된다(Li and Oldenburg, 1996; Park *et al*., 2017). 따라서 중력 및 자력 탐사 자료를 이용한 지하 구조 해석에서 가장 기본이 되는 직육면체 프리즘에 대한 중력 및 자력 반응 계산은 필수적이므로 이미 여러 연구자들에 의해서 독립적으로 유도되었다(Sorokin, 1951; Nagy, 1966; Plouff, 1976; Okabe, 1979). 최근 측정 장비 및 해석 기술의 발달에 따라 중력 변화율 텐서 및 자력 변화율 텐서를 측정하고 해석하는 방법들이 많이 이용되고 있다(Rim and Li, 2016; Gokula and Sastry, 2019; Ren *et al*., 2017; Ren *et al*., 2019). 특히 중력 및 자력을 텐서 형태로 측정하면 한 개의 측정점에서 다수의 텐서 성분 값들을 얻을 수 있으므로 텐서 성분 값들의 상관 관계를 이용하면 곧바로 이상체의 위치를 파악할 수 있는 성질을 가지고 있다. 중력 변화율 텐서 및 자력 변화율 텐서를 이용하는 경우에도 필수적으로 가장 간단한 형태의 3차원 이상체인 직육면체 프리즘에 대한 반응식을 활용해야 한다.

이 논문에서는 가장 간단한 형태의 3차원 이상체인 직육면

Received: 13 January 2020; Revised: 6 February 2020;
Accepted: 13 February 2020
*Corresponding author
E-mail: brim2017@pusan.ac.kr
Address: 2 Busandaehak-ro, 63 beon-gil, Geumjeong-gu, Busan 46241, Korea
ⓒ2020, Korean Society of Earth and Exploration Geophysicists
This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

체 프리즘에 대한 중력, 자력, 중력 변화율 텐서, 및 자력 변화율 텐서 반응식을 유도하고 일목요연하게 정리하여 향후 중력 및 자력 분야 연구에 도움이 되고자 한다.

벡터 중력

Fig. 1과 같이 각 축에 평행하게 놓여진 직육면체 프리즘에 대한 수직 중력 반응식은 여러 연구자들에 의하여 독립적으로 유도되었다(Sorokin, 1951; Nagy, 1966; Plouff, 1976; Okabe, 1979). 여기서 북쪽 방향을 x, 동쪽 방향을 y, 깊이 방향을 z 축 방향으로 하는 오른손 직교 좌표계를 사용하였다.

Fig. 1과 같은 직육면체 프리즘에 의한 인력의 수직 성분은 식 (1)과 같이 직육면체 프리즘을 직교 좌표계에서 삼중 적분하는 형태로 계산된다.

$$g_z = G\rho\int_{\zeta_1}^{\zeta_1}\int_{\eta_1}^{\eta_2}\int_{\xi_1}^{\xi_2}\frac{z-\zeta}{r^3}d\xi d\eta d\zeta \tag{1}$$

여기서 G는 중력 상수, ρ는 직육면체의 밀도이고, 측정점 (x, y, z)과 적분소의 위치 (ξ, η, ζ) 사이의 거리는 $r=\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}$ 이다.

식 (1)을 삼중 적분하여 직육면체 프리즘에 의한 인력의 수직 성분을 구하면 식 (2)와 같다(Plouff, 1976).

$$g_z = G\rho\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\mu_{ijk}\begin{bmatrix} x_i\ln(y_j+r_{ijk})+y_i\ln(x_j+r_{ijk}) \\ -z_k\arctan\dfrac{x_iy_j}{z_kr_{ijk}}\end{bmatrix} \tag{2}$$

여기서

$$x_i = x-\xi_i;\ y_j = y-\eta_j;\ z_k = z-\zeta_k;\ r_{ijk}=\sqrt{x_i^2+y_j^2+z_k^2};$$
$$\mu_{ijk} = (-1)^{i+j+k}$$

수직 중력은 식 (1)을 적분하는 방법에 따라 연구자들(Sorokin, 1951; Nagy, 1966; Plouff, 1976; Okabe, 1979)마다 약간 다르게 유도되었다. 유도된 반응식들 사이의 차이는 식 (2)의 마지막 항인 arctan 항의 변형된 형태로 표현되는데 실제 계산 값은 서로 같다. 변형된 형태의 수직 중력 반응식들은 Appendix A에 정리하였다.

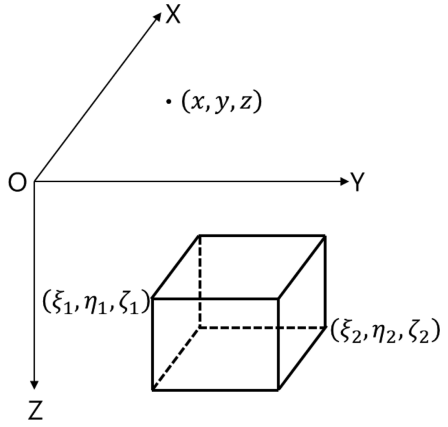

Fig. 1. The rectangular prism model.

대부분의 상대중력계는 수직 중력만을 측정하고 중력 탐사를 이용하여 지하 구조를 해석하는 경우에도 일반적으로 수직 중력만을 사용하고 있으므로 중력 이론식도 수직 중력에 한하여 유도되어 왔다. 중력 반응식을 이용하여 중력 변화율 텐서 반응식을 유도하기 위해서는 벡터 중력이 필요하므로 수직 중력을 벡터 중력으로 바꾸는 과정이 필요하다. 직육면체 프리즘은 각 축에 대한 대칭성을 가지고 있으므로 수직 중력의 각각의 변수들을 순차적으로 치환하면 (x → y, y → z, z → x) 수직 중력으로부터 두 개의 수평 중력 성분을 유도할 수 있다(Okabe, 1979). 따라서 순환 치환을 이용하여 두 개의 수평 중력 성분들을 유도하면 식 (3 ~ 4)와 같다.

$$g_x = G\rho\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\mu_{ijk}\begin{bmatrix} y_j\ln(z_k+r_{ijk})+z_k\ln(y_i+r_{ijk}) \\ -x_i\arctan\dfrac{y_jz_k}{x_ir_{ijk}}\end{bmatrix} \tag{3}$$

$$g_y = G\rho\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\mu_{ijk}\begin{bmatrix} z_k\ln(x_i+r_{ijk})+x_i\ln(z_k+r_{ijk}) \\ -y_j\arctan\dfrac{x_iz_k}{y_jr_{ijk}}\end{bmatrix} \tag{4}$$

중력 변화율 텐서

중력 변화율 텐서(Γ_g)는 벡터 중력을 각각의 성분으로 미분하면 유도된다(Li and Chouteau, 1998).

$$\Gamma_g = \begin{bmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial g_x}{\partial x} & \dfrac{\partial g_x}{\partial y} & \dfrac{\partial g_x}{\partial z} \\ \dfrac{\partial g_y}{\partial x} & \dfrac{\partial g_y}{\partial y} & \dfrac{\partial g_y}{\partial z} \\ \dfrac{\partial g_z}{\partial x} & \dfrac{\partial g_z}{\partial y} & \dfrac{\partial g_z}{\partial z}\end{bmatrix} \tag{5}$$

중력 변화율 텐서를 각 성분별로 정리하면 다음과 같다(Li and Chouteau, 1998).

$$g_{xx} = G\rho\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\mu_{ijk}\arctan\frac{y_jz_k}{x_ir_{ijk}} \tag{6}$$

$$g_{yy} = G\rho\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\mu_{ijk}\arctan\frac{x_iz_k}{y_jr_{ijk}} \tag{7}$$

$$g_{zz} = G\rho\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\mu_{ijk}\arctan\frac{x_iy_j}{z_kr_{ijk}} \tag{8}$$

$$g_{xy} = -G\rho \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \ln(z_k + r_{ijk}) \tag{9}$$

$$g_{xz} = -G\rho \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \ln(y_j + r_{ijk}) \tag{10}$$

$$g_{yz} = -G\rho \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \ln(x_i + r_{ijk}) \tag{11}$$

포텐셜 이론에 따르면 중력 변화율 텐서 행렬은 대칭이고 대각 성분의 합은 "0"이므로 5개의 독립 성분을 가진다.

벡터 자력

포아송(Poisson) 관계식(Blakely, 1996)을 이용하면 한 방향으로 자화된 이상체의 벡터 자력은 중력 변화율 텐서로부터 변환될 수 있다. 즉 포와송 관계식을 풀어서 쓰면 만약 이상체의 밀도와 자화 방향이 일정한 경우, 자력 반응식은 중력 반응식을 자화 방향으로 미분하고 중력에 관계된 상수를 제거하여 유도할 수 있다. 이때 자화 방향의 미분을 일반적인 3성분을 가지는 자화 모멘트 방향으로 적용하면 벡터 중력 반응식을 각 축 방향으로 미분한 중력 변화율 텐서와 같아지고 이를 중력 변화율 텐서와 벡터 자력의 관계식으로 표현하면 식 (12)와 같다.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \frac{1}{G\rho}\Gamma_g \mathbf{m} = \frac{1}{G\rho}\begin{bmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \tag{12}$$

여기서 $\mathbf{m}$은 자력 모멘트 벡터로 자력 모멘트 크기(m_0), 복각(I), 편각 (D)을 이용하여 식 (13)과 같이 정의된다.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_0 \cos I \cos D \\ m_0 \cos I \sin D \\ m_0 \sin I \end{bmatrix} \tag{13}$$

벡터 자력은 중력 변화율 텐서 식 (6) ~ (11)을 식 (12)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 구해진다.

$$B_x = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \begin{bmatrix} m_x \arctan\dfrac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}} - m_y \ln(z_k + r_{ijk}) \\ -m_z \ln(y_j + r_{ijk}) \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$B_y = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \begin{bmatrix} -m_x \ln(z_k + r_{ijk}) + m_y \arctan\dfrac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}} \\ -m_z \ln(x_i + r_{ijk}) \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$B_z = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \begin{bmatrix} -m_x \ln(y_j + r_{ijk}) - m_y \ln(x_i + r_{ijk}) \\ +m_z \arctan\dfrac{x_i y_j}{z_k r_{ijk}} \end{bmatrix} \tag{16}$$

총자력(total magnetic intensity, B_{total})은 이상체에서 기인한 벡터 자력과 외부 자기장에 해당하는 지구자기장 벡터($\hat{\mathbf{m}}_{geomag}$)와의 내적으로 계산된다.

$$B_{total} = \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{m}}_{geomag} \tag{17}$$

여기서 지구자기장 벡터는 지구자기장의 복각(I_{geomag})과 편각(D_{geomag})으로 정의된다.

$$\hat{\mathbf{m}}_{geomag} = \begin{bmatrix} \cos I_{geomag} \cos D_{geomag} \\ \cos I_{geomag} \sin D_{geomag} \\ \sin I_{geomag} \end{bmatrix} \tag{18}$$

자력 변화율 텐서

직육면체 프리즘의 자력 변화율 텐서($\Gamma_{\mathbf{B}}$)는 벡터 자력을 각 성분 방향으로 미분하여 유도한다.

$$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} & B_{xz} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{yz} \\ B_{zx} & B_{zy} & B_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial B_x}{\partial x} & \dfrac{\partial B_x}{\partial y} & \dfrac{\partial B_x}{\partial z} \\ \dfrac{\partial B_y}{\partial x} & \dfrac{\partial B_y}{\partial y} & \dfrac{\partial B_y}{\partial z} \\ \dfrac{\partial B_z}{\partial x} & \dfrac{\partial B_z}{\partial y} & \dfrac{\partial B_z}{\partial z} \end{bmatrix} \tag{19}$$

자력 변화율 텐서를 성분별로 정리하면 다음과 같다.

$$B_{xx} = -\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \begin{bmatrix} m_x \dfrac{y_j z_k \left(x_i^2 + r_{ijk}^2\right)}{\left(y_j^2 z_k^2 + x_i^2 r_{ijk}^2\right) r_{ijk}} + m_y \dfrac{x_i}{(z_k + r_{ijk}) r_{ijk}} \\ +m_z \dfrac{x_i}{(y_j + r_{ijk}) r_{ijk}} \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$B_{yy} = -\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \begin{bmatrix} m_x \dfrac{y_j}{(z_k + r_{ijk}) r_{ijk}} + m_y \dfrac{x_i z_k \left(y_j^2 + r_{ijk}^2\right)}{\left(x_i^2 z_k^2 + y_j^2 r_{ijk}^2\right) r_{ijk}} \\ +m_z \dfrac{y_j}{(x_i + r_{ijk}) r_{ijk}} \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$B_{zz} = -\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \begin{bmatrix} m_x \dfrac{z_k}{(y_j + r_{ijk}) r_{ijk}} + m_y \dfrac{z_k}{(x_i + r_{ijk}) r_{ijk}} \\ +m_z \dfrac{x_i y_j \left(z_k^2 + r_{ijk}^2\right)}{\left(x_i^2 y_j^2 + z_k^2 r_{ijk}^2\right) r_{ijk}} \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$B_{xy} = -\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \left[m_x \frac{x_i}{(z_k + r_{ijk}) r_{ijk}} + m_y \frac{y_j}{(z_k + r_{ijk}) r_{ijk}} + m_z \frac{1}{r_{ijk}} \right] \tag{23}$$

$$B_{xz} = -\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \left[m_x \frac{x_i}{(y_j + r_{ijk}) r_{ijk}} + m_y \frac{1}{r_{ijk}} + m_z \frac{z_k}{(y_j + r_{ijk}) r_{ijk}} \right] \tag{24}$$

$$B_{yz} = -\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \left[m_x \frac{1}{r_{ijk}} + m_y \frac{y_j}{(x_i + r_{ijk}) r_{ijk}} + m_z \frac{z_k}{(x_i + r_{ijk}) r_{ijk}} \right] \tag{25}$$

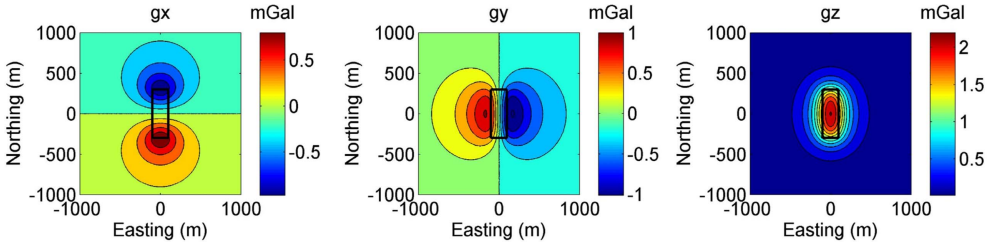

Fig. 2. Vector gravity fields due to a rectangular prism with a density of 1000 kg/m^3. The bold black lines in the center represent the rectangular prism with 600 m (N-S) × 200 m (E-W) × 200 m (Vertical) at a depth of 100 m.

자력 변화율 텐서 반응식은 결과적으로 벡터 중력을 2번 미분한 행태로 구해지는데 이 방법은 Heath *et al.* (2005)과 Du *et al.* (2015)도 사용하여 비슷한 형태의 반응식을 유도하였다.

자력 변화율 텐서 행렬도 중력 변화율 텐서 행렬과 마찬가지로 대칭이며 대각 성분의 합은 "0"이므로 5개의 독립 성분을 가진다.

모델 실험

직육면체 프리즘 1개를 대상으로 식 (2) ~ (4)를 이용하여 벡터 중력 반응을 계산하면 Fig. 2와 같다. 직육면체 프리즘은 밀도 1000 kg/m^3, 남북 방향 길이 600 m, 동서 방향 길이 200 m, 두께 200 m, 윗면의 깊이 100 m 이다. 측점은 높이 0 m에서 계산하였다. 이후 자력 등 모든 반응 계산에 같은 모델을 적용하였다. 수직 중력은 이상체의 모양과 비슷한 형태를 가지고 두 개의 수평 중력 성분은 직육면체 프리즘의 경계를 잘 반영한다.

식 (6) ~ (11)을 이용하여 Fig. 2와 같은 직육면체 프리즘에 대한 중력 변화율 텐서 반응을 계산하면 Fig. 3과 같다. 각 성분 별로 전형적인 단일 이상체의 중력 변화율 텐서 반응을 보여주고 있다. 특히 중력 변화율 텐서의 zz 성분은 수직 중력보다 더 이상체의 경계를 잘 나타낸다.

직육면체 프리즘에 의한 벡터 자력과 총자력은 식 (14) ~ (17)을 이용하여 계산하면 Fig. 4와 같다. 외부 자기장에 의하여 유도 자기장만 있는 경우를 가정하였고 여기서 사용한 외부 자기장은 우리나라 지자기장의 대표적인 복각(52°), 편각

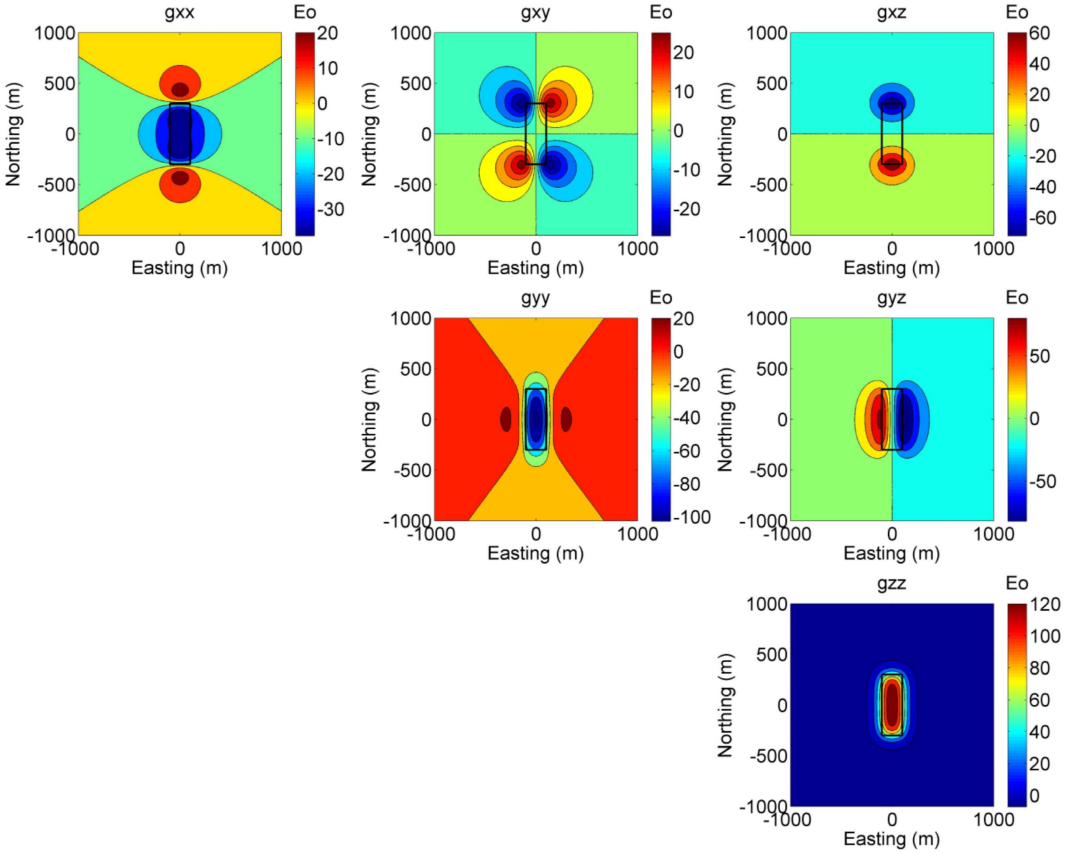

Fig. 3. Gravity gradient tensor due to a rectangular prism.

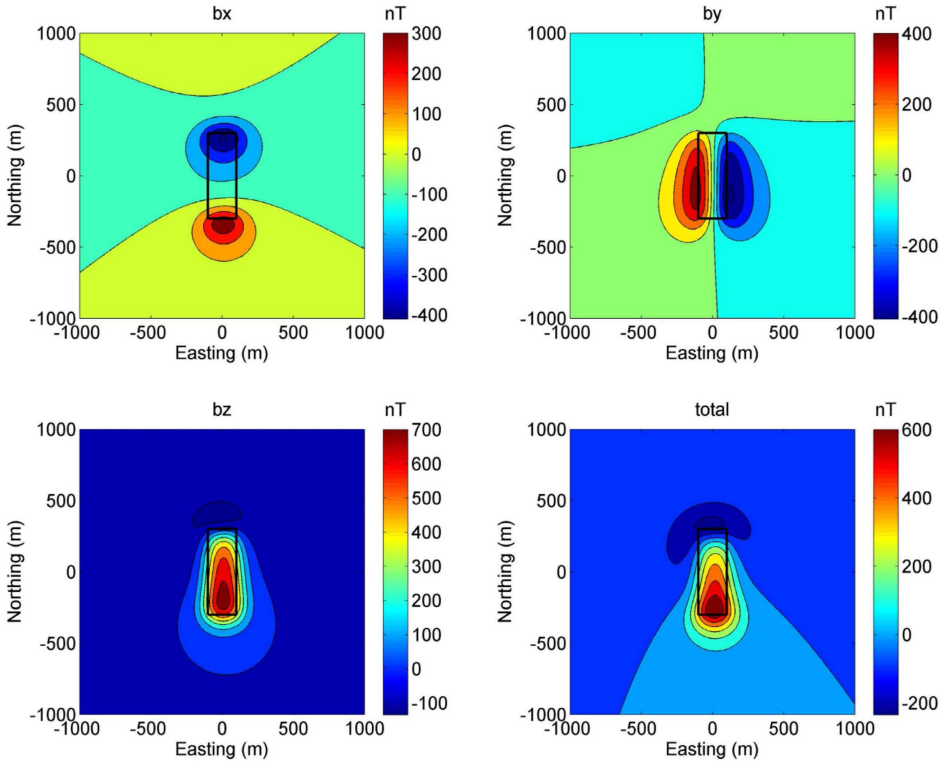

Fig. 4. Magnetic fields due to a rectangular prism. The magnetic anomaly is generated only by induction caused by external geomagnetic field with 52,000-nT strength, 52° inclination, −8° declination. The susceptibility of model is 0.1 (SI).

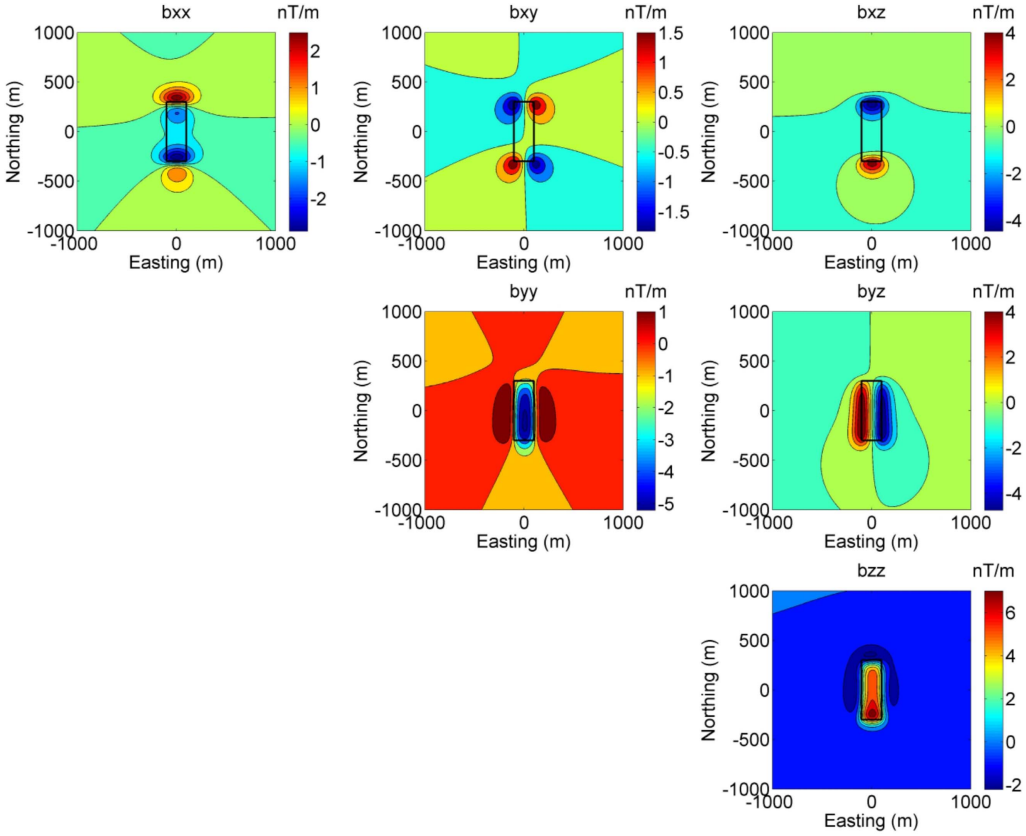

Fig. 5. Magnetic gradient tensor due to a rectangular prism. The parameters of model are the same as those used in Fig. 4.

(–8°), 총자력(52,000 nT)을 이용하였고 직육면체 프리즘의 대자율은 0.1 (SI)이다.

마지막으로 Fig. 4와 같은 모델에 대하여 식 (20) ~ (25)를 이용하여 자력 변화율 텐서를 계산하면 Fig. 5와 같다.

결 론

가장 간단한 형태인 직육면체 프리즘에 대한 중력, 자력, 중력 변화율 텐서 및 자력 변화율 텐서 반응식을 유도하여 정리하였다. 다양한 수직 중력 반응식들이 존재하지만 모두 같은 값을 가지므로 가장 일반적인 반응식인 Plouff (1976)에 의한 수직 중력 반응식에서 출발하였고, 직육면체 프리즘이 가지는 축 방향 대칭성을 이용하여 변수들 간의 순환 치환을 적용하여 벡터 중력의 수평 성분을 유도하였다. 벡터 중력을 각 축 방향으로 미분하여 중력 변화율 텐서를 유도하였다. 벡터 자력은 포와송 관계식을 적용하여 중력 변화율 텐서를 변환하는 방법을 통하여 유도하였다. 마지막으로 벡터 자력을 각 축방향으로 한번 더 미분하여 자력 변화율 텐서를 유도하였다. 이들 반응 식은 직육면체의 8개 꼭지점과 관측점 사이의 거리를 공통적으로 포함하고 있으므로 8개의 거리만을 계산하는 방법으로 쉽게 프로그램으로 구현할 수 있다. 이 논문에서 정리한 직육면체 프리즘에 대한 중력 및 자력 반응 식들은 복잡한 모양의 3차원 이상체를 작은 직육면체 프리즘으로 근사하여 표현해야 하는 경우나 지하 구조를 3차원 역산 해석하는 경우 등에 유용하게 사용될 수 있다.

감사의 글

이 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(2019R1F1A1055093).

References

Blakely, R. J., 1996, *Potential theory in gravity and magnetic applications*, Cambridge University Press.

Du, J., Chen, C., Lesur, V., Lane, R., and Wang, H., 2015, Magnetic potential, vector and gradient tensor fields of a tesseroid in geocentric spherical coordinate system, *Geophys. J. Int.*, **201(3)**, 1997-2007.

Gokula, A. P., and Sastry, R. G., 2019, Gravity gradient tensor of a vertical pyramid model of flat top and bottom with depth-wise parabolic density variation, *Geophysics*, **84(6)**, G93-G112.

Heath, P. J., Greenhalgh, S., and Direen, N. G., 2005, Modelling gravity and magnetic gradient tensor response for exploration within the regolith, *Explor. Geophys.*, **36(4)**, 357-364.

Li, X., and Chouteau, M., 1998, Three-dimensional gravity modeling in all space, *Surv. Geophys.*, **19(4)**, 339-368.

Li, Y., and Oldenburg, D. W., 1996, 3-D inversion of magnetic data, *Geophysics*, **61(2)**, 394-408.

Nagy, D., 1966, The gravitational attraction of a right rectangular prism, *Geophysics*, **31(2)**, 362-371.

Okabe, M., 1979, Analytical expressions for gravity anomalies due to homogeneous polyhedral bodies and translations into magnetic anomalies, *Geophysics*, **44(4)**, 730-741.

Park, Y., Rim, H., Lim, M., and Chung, H., 2017, An inversion package for interpretation of microgravity data, *Geophys. and Geophys. Explor.*, **20(4)**, 226-231. (in Korean with English abstract)

Plouff, D., 1976, Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections, *Geophysics*, **41(4)**, 727-741.

Ren, Z., Chen, C., Tang, J., Chen, H., Hu, S., Zhou, C., and Xiao, X., 2017, Closed-form formula of magnetic gradient tensor for a homogenous polyhedral magnetic target: A tetrahedral grid example, *Geophysics*, **82(6)**, WB21-WB28.

Ren, Z., Chen, H., Chen, C., Zhong, Y., and Tang, J., 2019, New analytical expression of the magnetic gradient tensor for homogeneous polyhedrons, *Geophysics*, **84(3)**, A31-A35.

Rim, H., and Li, Y., 2016, Gravity gradient tensor due to a cylinder, *Geophysics*, **81(4)**, G59-G66.

Sorokin, L. V., 1951, *Gravimetry and gravimetrical prospecting*, State Technology Publishing. (in Russian)

Telford, W. M., Geldart, L. P., and Sheriff, R. E., 1991, *Applied Geophysics 2nd ed.*, Cambridge University Press.

Appendix A 직육면체 프리즘에 의한 수직 중력

수직 중력은 식 (1)을 적분하는 방법에 따라 마지막 항의 변형된 형태로 유도되는데 이를 정리하면 다음과 같다.

Sorokin (1951)

$$g_z = G\rho\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\mu_{ijk}\begin{bmatrix} x_i\ln(y_j+r_{ijk})+y_i\ln(x_j+r_{ijk}) \\ +z_k\arctan\dfrac{z_k r_{ijk}}{x_i y_j}\end{bmatrix} \quad \text{(A-1)}$$

Nagy (1966)

$$g_z = G\rho\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\mu_{ijk}\begin{bmatrix} x_i\ln(y_j+r_{ijk})+y_i\ln(x_j+r_{ijk}) \\ -z_k\arcsin\dfrac{y_j^2+z_k^2+y_j r_{ijk}}{(y_j+r_{ijk})\sqrt{y_j^2+z_k^2}}\end{bmatrix} \quad \text{(A-2)}$$

Plouff (1976)

$$g_z = G\rho\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\mu_{ijk}\begin{bmatrix} x_i\ln(y_j+r_{ijk})+y_i\ln(x_j+r_{ijk}) \\ -z_k\arctan\dfrac{x_i y_j}{z_k r_{ijk}}\end{bmatrix} \quad \text{(A-3)}$$

Okabe (1979)

$$g_z = G\rho\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\mu_{ijk}\begin{bmatrix} x_i\ln(y_j+r_{ijk})+y_i\ln(x_j+r_{ijk}) \\ +2z_k\arctan\dfrac{x_i+y_j+r_{ijk}}{z_k}\end{bmatrix} \quad \text{(A-4)}$$