

Invariant EKF를 사용한 자율 이동체의 SLAM 개선

정다빈* · 고낙용** · 정준혁*** · 변재영**** · 황석승***** · 김태운*****

Improvement of SLAM Using Invariant EKF for Autonomous Vehicles

Da-Bin Jeong* · Nak-Yong Ko** · Jun-Hyuk Chung*** · Jae-Young Pyun**** ·
Suk-Seung Hwang***** · Tae-Woon Kim*****

요약

본 논문은 2차원 공간에서 SLAM(Simultaneous Localization and Mapping)의 구현을 설명한다. 본 논문에서 사용한 방법은 불변량이라고 하는 변수가 일정하게 유지 될 때 변환된 변수가 선형 공간을 구성하도록 상태 변수와 측정 변수를 변환하는 IEKF(Invariant extended Kalman filter)를 사용한다. 따라서, IEKF는 불변량이 일정하게 유지되는 경우 수렴을 보장한다. 제안된 IEKF 접근법 중 변환을 하는 과정에서는 리군(Lie group) 행렬을 사용한다. 이 방법은 시뮬레이션을 통해 테스트 되었으며 결과는 선형 칼만 필터의 경우와 마찬가지로 칼만 이득이 일정하다는 것을 보여준다. 즉, 시뮬레이션 결과 이동체의 추정된 위치와 검출된 물체들 사이의 일관성을 보였다.

ABSTRACT

This paper describes an implement of Simultaneous Localization and Mapping(SLAM) in two dimensional space. The method uses Invariant Extended Kalman Filter(IEKF), which transforms the state variables and measurement variables so that the transformed variables constitute a linear space when variables called the invariant quantities are kept constant. Therefore, the IEKF guarantees convergence provided in the invariant quantities are kept constant. The proposed IEKF approach uses Lie group matrix for the transformation. The method is tested through simulation, and the results show that the Kalman gain is constant as it is the case for the linear Kalman filter. The coherence between the estimated locations of the vehicle and the detected objects verifies the estimation performance of the method.

키워드

IEKF SLAM, Linearization, Estimation, Position, Non-linear System
불변의 확장 칼만 필터 슬램, 선형화, 추정, 위치, 비선형 시스템

* 조선대학교 대학원 전자공학과(jjdabin@naver.com)

** 교신저자: 조선대학교 전자공학부

*** 조선대학교 대학원 제어계측공학과(junchi0925@gmail.com)

**** 조선대학교 정보통신공학부(jpyun@chosun.ac.kr)

***** 조선대학교 전자공학부 (hwangss@chosun.ac.kr)

***** 한림대학교 SW융합대학 (taewoon@hallym.ac.kr)

• 접수일 : 2020. 02. 12

• 수정완료일 : 2020. 03. 14

• 게재확정일 : 2020. 04. 15

• Received : Feb. 12, 2020, Revised : Mar. 14, 2020, Accepted : Apr. 15, 2020

• Corresponding Author : Nak-Yong Ko

Dept. Electronics engineering, Chosun University

Email : nyko@chosun.ac.kr

1. 서론

최근에는 군사용 로봇, 의료용 로봇, 안전을 위한 극한 환경에서 작업용 로봇 관련 등의 연구가 활발하다. 이러한 로봇과 같은 이동체가 자율 주행하여 목적지까지 이동하기 위해서는 주변 환경에 대한 인식과 지도 정보가 필수적이다[1-4]. 주변 환경에 대한 지도 정보를 알 수 있다면 현재의 위치를 추정함과 동시에 자율주행을 할 수 있다. 하지만 주변 환경에 대한 지도 정보를 알 수 없다면 사전의 주변 환경의 탐사를 통해 이동체의 위치를 추정함과 동시에 지도를 작성해야 한다. 위와 같이 위치 추정과 지도 작성을 동시에 행하는 것을 SLAM(Simultaneous localization and mapping)이라 한다. SLAM 기술은 인간이 직접적인 접근과 또는 신속한 접근이 불가능한 환경에서 적용될 수 있는 알고리즘이다. 군사적이나 극한 환경에서 인간이 접근하기 힘든 곳을 정찰하거나 탐사하기 위한 이동체를 개발할 때도 SLAM이 적용될 수 있다[4]. 정확한 SLAM을 위해서라면 이동체는 스스로 현재 위치를 정확히 인식해야 하고, 이동할 시 누적이 되는 오차를 줄여야만 한다[5].

SLAM의 방법에는 대표적으로 평활화 방법과 필터링 방법이 있다[6-9]. 먼저 평활화 방법은 이동체가 주행을 완료한 후 획득한 데이터들을 사용하여 위치를 추정하고 지도를 작성하는 방법이다. 평활화 방법은 Off-line SLAM, Full SLAM이라고도 한다. 또, 평활화 방법은 모든 측정 데이터에 적용 가능하며 모든 위치 추정이 가능하다. 그리고 수렴을 하도록 수행을 반복한다. 평활화 방법에는 대표적으로 Graph SLAM과 Graph-based SLAM이 있다. 다음으로 필터링 방법은 실시간으로 데이터를 획득하여 현재 주행 위치와 지도를 작성하는 방법이다. 필터링 방법은 Real-time SLAM, Incremental SLAM이라고도 한다. 또, 필터링 방법은 현재 측정 데이터에 적용 가능하며 현재의 위치와 지도 작성이 가능하다. 그리고 평활화 방법과는 다르게 한번만 수행을 한다. 필터링 방법에는 대표적으로 EKF SLAM(Extended Kalman filter simultaneous localization and mapping), UKF SLAM(Unscented Kalman filter simultaneous localization and mapping), IEKF SLAM(Invariant extended Kalman filter simultaneous localization and

mapping)이 있다[10-12].

필터링 방법 중 많이 사용되는 방법인 Kalman filter는 잡음이 포함된 선형 시스템의 상태를 추적하는 재귀 필터를 의미한다. EKF(Extended Kalman filter)란 비선형 시스템을 선형으로 변환하여 Kalman filter 방법에 적용하는 방법을 의미한다[13].

본 논문에서는 IEKF 방법을 사용하여 위치를 추정한다. 본 논문의 2장에서는 IEKF SLAM을 기술한다. 3장에서는 IEKF SLAM 방법에 적용한 수학적 모델링을 기술한다. 4장에서는 시뮬레이션 설정에 대한 설명과 시뮬레이션 결과를 그림으로 나타내고 기술한다. 마지막으로 5장에서는 결론으로 마무리를 맺는다.

II. IEKF SLAM을 위한 상태 변수와 측정 변수 설계

본 논문에서는 IEKF 방법을 사용하여 SLAM을 구현하고 성능 특성을 파악한다. IEKF 방법은 EKF 방법의 비선형 시스템(Non-linear system)에 대하여 상태 오차(state error) 및 프로세스 측정 모델(Process measurement model)의 불확실성(Uncertainty)을 조절하여 선형성이 보장되는 상태 공간을 확장하는 방법이다. 즉, IEKF는 불변량이 일정하게 유지되는 경우 수렴을 보장한다[12][14]. IEKF 방법에는 변환하는 과정에서 리군(Lie group)을 활용한 연구가 많이 진행되고 있다. 리군은 상태 행렬의 참값과 추정값의 곱으로 표현되는 Invariant error로 정의된다[15].

2장에서는 IEKF SLAM을 위한 상태 변수와 측정 변수를 정의한다.

2.1 상태 변수와 리군 행렬로의 변환

Invariant EKF SLAM의 상태 변수 구성은 다음과 같다.

$$X = (\theta, x^T, (p^1)^T, \dots, (p^k)^T) \quad (1)$$

위의 수식 (1)에서 θ 는 이동체의 heading을 의미하고 x 는 이동체의 위치 좌표(x, y)를 의미한다. 다음으로 p 는 landmark의 위치 (x, y)를 의미하며 마지막으로 k 는 landmark의 개수를 의미한다.

다음으로 위의 수식 (1)인 상태 변수를 리군 행렬로 변환을 해야 한다. 변환된 결과는 수식 (2)과 같다.

$$\begin{pmatrix} R(\theta) x & p^1 & \cdots & p^n \\ 0 \\ \vdots \\ I_{K+1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

리군 행렬이 특정 조건에 만족하면 Invariant EKF 방법에 적용할 수 있다.

2.2 측정 변수

Invariant EKF SLAM의 측정 변수에 대한 수식은 수식 (3)과 같다.

$$Y = ((p^1)^T, \dots, (p^k)^T) \quad (3)$$

위의 수식 (3)에서 p 는 센서 좌표계에서의 landmark의 위치 (x, y) 를 의미하며 마지막으로 k 는 landmark의 개수를 의미한다.

III. IEKF SLAM을 위한 F,G,H 행렬 계산 및 예측과 보정

3장에서는 Invariant EKF SLAM을 위한 F,G,H 행렬 및 예측과 보정과정을 기술한다.

3.1 IEKF SLAM에서의 F,G,H 행렬

수식 (4), 수식 (5), 수식 (6)은 Invariant EKF SLAM의 F, G, H 행렬에 대한 수식을 나타내었다. 기존 EKF SLAM에서는 F, G, H 행렬은 프로세스 모델 및 측정 변수를 편미분($F_n = \frac{\partial f}{\partial x}$, $G_n = \frac{\partial f}{\partial w}$, $H_n = \frac{\partial h}{\partial x}$)하여 구하였다.

$$F_n = I_{2K+3} \quad (4)$$

$$G_n = \begin{pmatrix} 1 & 0_{1,2} & 0_{1,2K} \\ -\hat{J}_{x_{n-1|n-1}} R(\hat{\theta}_{n-1|n-1}) & 0_{2,2K} \\ -\hat{J}_{p_{n-1|n-1}}^1 & 0_2 & 0_{2,2K} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\hat{J}_{p_{n-1|n-1}}^K & 0_2 & 0_{2,2K} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$H_n = \begin{pmatrix} \nabla \tilde{h}^1 \cdot R(\hat{\theta}_{n|n-1})^T & (0_{2,1} - I_2 & I_2 & 0_{2,2(K-1)}) \\ \nabla \tilde{h}^2 \cdot R(\hat{\theta}_{n|n-1})^T & (0_{2,1} - I_2 & 0_{2,2} I_2 & 0_{2,2(K-1)}) \\ \vdots & \vdots \\ \nabla \tilde{h}^K \cdot R(\hat{\theta}_{n|n-1})^T & (0_{2,1} - I_2 & 0_{2,2(K-1)} & I_2) \end{pmatrix} \quad (6)$$

하지만, IEKF SLAM에서 F, G, H 행렬은 위의 수식 (4-6)과 같이 리군 행렬을 사용하여 구한 오차 시스템을 선형화하여 구한다.

3.2 예측

먼저, Invariant EKF SLAM 예측 단계에 대한 수식을 나타내었다.

$$\hat{\theta}_{n|n-1} = \hat{\theta}_{n-1|n-1} + \omega_n \quad (7)$$

$$\hat{x}_{n|n-1} = \hat{x}_{n-1|n-1} + R(\hat{\theta}_{n-1|n-1})v_n \quad (8)$$

$$\hat{p}_{n|n-1}^j = \hat{p}_{n-1|n-1}^j \quad 1 \leq j \leq K \quad (9)$$

$$P_{n|n-1} = F_n P_{n-1|n-1} F_n^T + G_n Q_n G_n^T \quad (10)$$

수식 (7)은 센서에서 측정된 이동체의 heading 변화량을 나타낸 수식이다. 현재 시각의 heading 변화량은 이전 시각에서 구한 heading 변화량과 이동체의 회전각속도를 연산하여 구한다. 수식 (8)은 이동체의 이동 거리와 이전 시각에서 구한 상태 변수 및 이동체의 heading 변화량을 연산하여 현재 시각에서의 예측한 상태 변수를 구하는 수식이다. 수식 (9)은 landmark의 위치를 예측하는 수식이다. 마지막으로 수식 (10)은 이전 시각에서 구한 상태 오차 공분산과 수식 (4-6)에서 구한 F, G, Q 행렬을 사용하여 현재 시각에서의 예측한 상태 변수에 대한 오차 공분산을 구하는 수식이다.

3.3 보정

Invariant EKF SLAM 보정 단계에 대한 수식을 나타내었다.

$$z_n = Y_n - \begin{pmatrix} \hat{h}[R(\hat{\theta}_{n|n-1})^T(\hat{p}_{n|n-1}^1 - \hat{x}_{n|n-1})] \\ \vdots \\ \hat{h}[R(\hat{\theta}_{n|n-1})^T(\hat{p}_{n|n-1}^K - \hat{x}_{n|n-1})] \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$K_n = P_{n|n-1} H_n^T (H_n P_{n|n-1} H_n^T + R_n)^{-1} \quad (12)$$

$$P_{n|n} = (I - K_n H_n) P_{n|n-1} \quad (13)$$

$$\hat{X}_{n|n} = \varphi(K_n z_n, \hat{X}_{n|n-1}) \quad (14)$$

수식 (11)은 개선된 측정 변수를 구하는 수식이다. 개선된 측정 변수는 예측한 상태 변수를 측정 변수에 적용하여 예측한 측정모형을 구한 후 예측한 측정 변수와 센서에서 출력된 측정값을 사용하여 구한다. 수식 (12)은 예측한 상태 변수에 대한 오차 공분산과 H, R 행렬을 사용하여 칼만 이득을 구하는 식이다. 수식 (13)은 예측한 상태 변수에 대한 오차 공분산을 칼만 이득과 수식 (6)에서 구한 H 행렬을 사용하여 보정된 상태 변수에 대한 오차 공분산을 구한다. 수식 (14)은 칼만 이득과 개선된 측정 변수, 예측한 상태

변수를 φ 에 대입하여 보정된 상태 변수를 구한다.

IV. 시뮬레이션 및 결과

본 4장에서는 IEKF SLAM을 Matlab을 사용하여 시뮬레이션 한 결과이다. 시뮬레이션 환경은 2차원 환경의 가상 데이터를 사용하였으며 일정한 시간마다 모든 landmark의 좌표 및 이동체의 이동 거리, heading의 변화량을 측정하였다.

4.1 Dataset 1

Dataset 1에서는 좌표(0,0)를 기준으로 반지름이 100m인 원형 모양을 만들어 이동체가 주행하도록 하였다. 이동체의 시작 위치 및 최종 위치는 좌표(100,0)로 하였다. landmark의 개수는 총 10개로 하였으며 센서 측정 횟수는 총 100번으로 하였다. 거리 오차의 표준편차는 약 1m이고 각도 오차의 표준편차는 0.1rad이다. 상태의 초기 정보는 이동체의 시작 위치와 heading 정보, 그리고 landmark의 위치와 같다.

아래의 그림들은 Dataset 1의 이동체와 landmark의 위치 추정 시뮬레이션 결과를 나타낸 그림이다. 그림 1은 Dataset 1의 시뮬레이션 초기설정을 나타낸 그림이고 그림 2과 그림 3은 이동체와 landmark 추정을 진행하고 있는 그림이다. 마지막으로 그림 4은 Dataset 1의 이동체와 landmark를 시뮬레이션으로 추정된 최종 결과를 나타낸 그림이다. 시뮬레이션으로 추정된 결과 이동체 및 landmark가 실제 이동한 경로 및 landmark와 유사한 결과를 나타냈다.

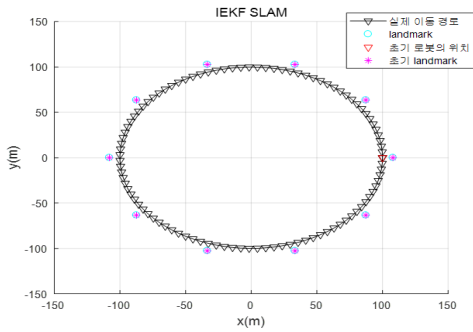


그림 1. Dataset 1의 시뮬레이션 초기설정
Fig. 1 Initial simulation of Dataset 1

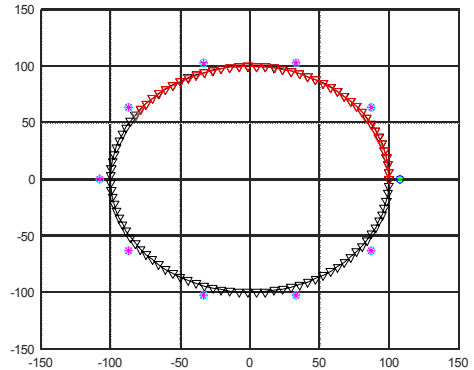


그림 2. Dataset 1의 추정을 진행하는 과정
Fig. 2 Process of estimating Dataset 1

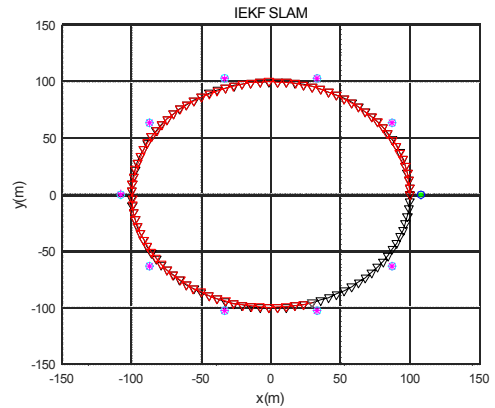


그림 3. Dataset 1의 추정을 진행하는 과정
Fig. 3 Process of estimating Dataset 1

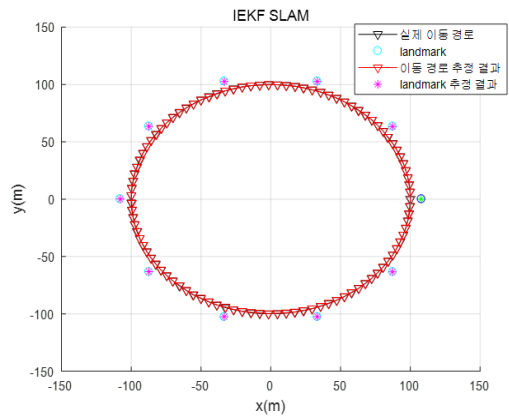


그림 4. Dataset 1의 시뮬레이션 추정 결과
Fig. 4 Simulation estimation result of Dataset 1

4.2 Dataset 2

Dataset 2에서는 이동체의 시작 위치는 좌표(0,0)로 하였다. landmark의 개수는 총 5개로 하였으며 센서 측정 횟수는 총 17번이다. 거리 오차의 표준편차는 약 0.07m이고 각도 오차의 표준편차는 약 0.087rad이다. 상태의 초기 정보는 이동체의 시작 위치와 heading 정보와 같으며, 모든 landmark의 위치는 좌표(0,0)로 하였다.

아래의 그림들은 Dataset 2의 이동체와 landmark의 위치 추정 시뮬레이션 결과를 나타낸 그림이다. 그림 5은 Dataset 2의 시뮬레이션 초기설정을 나타낸 그림이고 그림 6과 그림 7은 이동체와 landmark 추정을 진행하고 있는 그림이다. 마지막으로 그림 8은 Dataset 2의 이동체와 landmark를 시뮬레이션으로 추정한 최종 결과를 나타낸 그림이다. 시뮬레이션으로 추정한 결과 이동체 및 landmark가 실제 이동한 경로 및 landmark와 유사한 결과를 나타냈다.

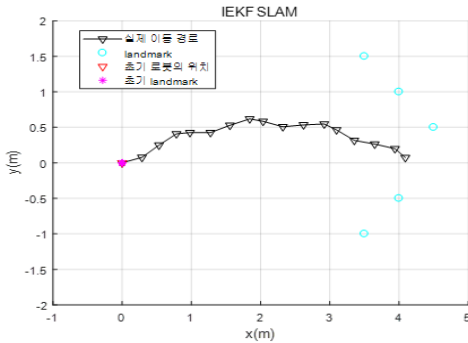


그림 5. Dataset 2의 시뮬레이션 초기설정
Fig. 5 Initial simulation of Dataset 2

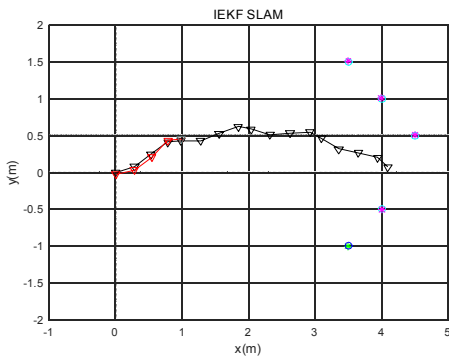


그림 6. Dataset 2의 추정을 진행하는 과정
Fig. 6 Process of estimating Dataset 2

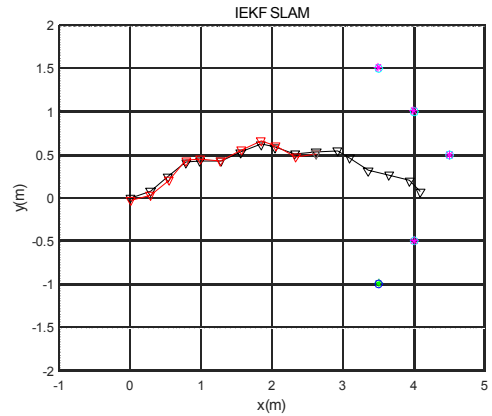


그림 7. Dataset 2의 추정을 진행하는 과정
Fig. 7 Process of estimating Dataset 2

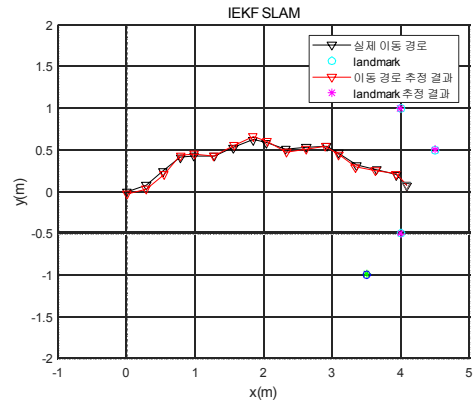


그림 8. Dataset 2의 시뮬레이션 추정 결과
Fig. 8 Simulation estimation result of Dataset 2

V. 결 론

본 논문에서는 IEKF 방법을 사용하여 2차원 환경에서의 SLAM을 구현하였다. 이동체가 위치 추정 및 landmark 위치 추정을 통하여 위치 추정 및 지도 작성을 동시에 수행하였다.

IEKF SLAM 방법을 사용하여 시뮬레이션으로 추정한 결과 실제 이동체의 이동 경로와 landmark 모두 상대적으로 유사한 결과를 보였다. 결론적으로 선형 칼만 필터의 경우와 마찬가지로 칼만 이득이 일정하다는 것을 보여주었고 이동체의 추정된 위치와 검출된 물체들 사이의 일관성을 보였다.

추후, IEKF SLAM의 검증에 대해 복잡한 환경에서 EKF SLAM과 함께 구현하고 실제 로봇에서 측정된 데이터를 사용하여 IEKF SLAM을 검증한다.

감사의 글

이 논문은 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 연구되었음(2019)

References

- [1] N. Ko and J. Chung, "Implementation of SLAM in 2-Dimensional Environment Using Invariant EKF," *In Proc. Institute of Control Robotics and Systems*, May 2018, pp. 10-11.
- [2] G. Song, N. Ko, and H. Choi, "Attitude Estimation of Unmanned Vehicles Using Unscented Kalman Filter," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 14, no. 1, Feb. 2019, pp. 265-274.
- [3] T. Kim and S. Hwang, "Cascade AOA Estimation Using Uniform Rectangular Array Antenna," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 13, no. 5, Oct. 2018, pp. 923-930.
- [4] Y. Cho, J. Hwang, and H. Lee "A Position Estimation of Quadcopter Using EKF-SLAM," *J. of institute of Korean Electrical and Electronics Engineers*, vol. 19, no. 4, Dec. 2015, pp. 557-565.
- [5] S. Lee, J. Oh, Y. Cho, and B. Lee, "Loop Closing and Place Recognition System for Robust Cooperative SLAM," *In Proc. Korean Institute of Electrical Engineers*, Oct, 2013, pp. 167-168.
- [6] J. Hyun, H. Lim, and H. Myung, "Graph SLAM Algorithm Exploiting Geomagnetic Field and UWB Signal," *In Proc. J. of Institute of Control Robotics and Systems*, May 2018, pp. 345-346.
- [7] A. Barrau and S. Bonnabel, "An EKF-SLAM algorithm with consistency properties," *arXiv preprint arXiv:1510.06263*, 2015.
- [8] T. Kim, N. Ko, and S. Noh, "Simultaneous Estimation of Landmark Location and Robot Pose Using Particle Filter Method," *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 22, no. 3, 2012, pp. 353-360.
- [9] N. Ko, J. Chung, and D. Jeong, "The Implementation of Graph-based SLAM Using General Graph Optimization," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 14, no. 4, Aug. 2019, pp. 637-644.
- [10] M. Kaess, A. Ranganathan and, F. Dellaert, "iSAM: Incremental Smoothing and Mapping," *IEEE Transactions on Robotics (TRO)*, vol. 24, no. 6, 2008, pp. 1365-1378.
- [11] G. Grisetti, C. Stachniss, and W. Burgard, "Nonlinear Constraint Network Optimization for Efficient Map Learning," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 10, no. 3, 2009, pp. 428-439.
- [12] J. Chung, "Estimation of Position, Attitude, and Map for Navigation of Unmanned Vehicles," Master's Thesis, *Chosun University Graduate School*, 2019.
- [13] M. Rhudy and Y. Gu, "Understanding Nonlinear Kalman Filters, Part I: Selection between EKF and UKF," *Interactive Robotics Letters*, West Virginia University, Jun. 2013.
- [14] N. Ko, G. Song, W. Yoon, and T. Kim, "Improvement of Extended Kalman Filter Using Invariant Extended Kalman Filter," *18th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2018)*, Pyeong Chang-Gangwon, Korea, Oct. 2018, pp. 948-950.
- [15] S. Seong, "Design of an Invariant EKF for Nonlinear Measurement Equations and its Application to a Mobile Robot," *J. of Institute of Control Robotics and Systems*, Jun. 2019, pp. 512-518.

저자 소개



정다빈(Da-Bin Jeong)

2019년 조선대학교 전자공학과 졸업(공학사)
2019년 ~ 현재 조선대학교 대학원 전자공학과 석·박사통합과정

※ 관심분야 : 로봇공학, 로봇 항법, 위치추정, SLAM

고낙용(Nak-Yong Ko)



1985년 서울대학교 제어계측공학과 졸업(공학사)
1987년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학석사)
1993년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박사)

1997년, 2005년 Carnegie Mellon Univ., Visiting Research Scientist

1992년 ~ 현재 조선대학교 전자공학부 교수

※ 관심분야 : 로봇공학, 내비게이션, 위치추정, 제어, 수중로봇, 이동로봇, 퀴드콥터, 자율주행



정준혁(Jun-Hyuk Chung)

2017년 조선대학교 제어계측로봇공학과 졸업(공학사)
2019년 조선대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학석사)

※ 관심분야 : 로봇공학, 내비게이션, 추정, 센서 이상 진단, SLAM

변재영(Jae-Young Pyun)



1997년 조선대학교 전자공학과 졸업(공학사)
1999년 전남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
2003년 고려대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)

2003년 ~ 2004년 (주) 삼성전자 무선사업부 선임연구원
2004년 ~ 현재 조선대학교 정보통신공학부 교수

※ 관심분야 : Mobile QoS, Video compression & communication, WBAN, WSN, UWB

황석승(Suk-Seung Hwang)



1997년 광운대학교 제어계측공학과 졸업(공학사)
2001년 University of California Santa Barbara, Electrical & Computer Engineering Department 대학원 졸업(공학석사)

2006년 University of California Santa Barbara, Electrical & Computer Engineering Department 대학원 졸업(공학박사)

2006년 ~ 2008년 삼성전자 통신연구소 책임연구원

2008년 ~ 2014년 조선대학교 메카트로닉스공학과 교수

2014년 ~ 현재 조선대학교 전자공학부 교수

※ 관심분야 : 적응신호처리, 위치추정, 채널추정, 이동로봇용 위치추정, 간섭제거, RFID

김태운(Tae-Woon Kim)



2008년 부산대학교 컴퓨터공학과 졸업(공학사)

2010년 광주과학기술원 정보통신공학과 졸업(공학석사)

2018년 Iowa State University 컴퓨터공학과 졸업(공학박사)

2010년 ~ 2013년 한국정보통신기술협회 소프트웨어 시험인증연구소 연구원

2019년 ~ 현재 한림대학교 SW융합대학 조교수

※ 관심분야 : Include network modeling, Optimization, protocol design for wireless networking systems, WLAN, IoT/sensor networks, heterogeneous networks, 5G

