

도립형 로봇의 강건한 인간추적을 위한 선형화 모델기반 LQ제어

LQ control by linear model of Inverted Pendulum Robot for Robust Human Tracking

진태석^{1*}

Taeseok Jin^{1*}

〈Abstract〉

This paper presents the system modeling, analysis, and controller design and implementation with a inverted pendulum system in order to test Linear Quadratic control based robust algorithm for inverted pendulum robot. The balancing of an inverted pendulum robot by moving pendulum robot like as 'segway' along a horizontal track is a classic problem in the area of control. This paper will describe two methods to swing a pendulum attached to a cart from an initial downwards position to an upright position and maintain that state. The results of real experiment show that the proposed control system has superior performance for following a reference command at certain initial conditions.

Keywords : People tracking, laser range scanner, Kalman filter, mobile robot

^{1*} 동서대학교 메카트로닉스공학과 교수, 부산대학교 졸업 ^{1*} A graduate of Pusan National University (doctor of engineering), a professor of Mechatronics engineering at Dongseo University, 051-320-1541 (공학박사), E-mail: jints@dongseo.ac.kr

1. 서론

열악한 환경에서의 서비스로봇의 주행제어는 외란에 대한 강인성을 갖고 있어야 한다. 그러한 강인성을 테스트하기 위해서는 LQ기법을 테스트 및 적용하고자 한다. 본 알고리즘을 연구실 테스트를 위해서 역진자를 기본으로 한 모델링과 실험결과로 검증하고자 한다. 역진자 시스템은 구동기의 수보다 시스템의 자유도 수가 많은 부족 구동 시스템으로 구동기 수가 최소화함으로 인해 저중량, 저동력을 필요로 하는 저가의 자동화 장비나 로봇 시스템에 유용하며 예기치 않은 구동기 고장을 쉽게 극복 할 수 있게 하는 모델이다. 초기 불안정한 기계장치의 대표적인 예로서 단일 또는 이중, 유연 역진자 모델이 주를 이루었으나 최근 병렬 또는 레일이나 회전체를 이용한 진자 시스템이 로켓 발사대 주행로봇, 인공위성 자세 제어 등의 상사성을 가지고 여러 가지 제어 기법들의 시험대로서 또한 연구가 활발히 수행되고 있다[1][2].

본 논문에서는 복잡한 동특성과 큰 불안정성을 갖는 수평 원궤도형 독립진자형 로봇을 읊으로써, 피드백제어의 원리를 이해하고 그 결과를 시뮬레이션으로 검증하였다. 프로젝트를 수행하면서 배우게 될 내용들은 물리시스템에 대한 수학적 모델링, 슬라이딩모드 제어와 상태피드백 제어의 원리, 제어시스템 구현방법 등을 제시하고 있다. 독립진자형 로봇의 초기위치가 5도 기울어져 있을 때, 팔의 위치를 0도에서 독립진자형 로봇을 세우려고 한다. 최대오버슈트와 정착시간의 견지에서 최적인 제어시스템을 설계방법을 제시하였다[3][4].

2 수학적 모델링

2.1 독립진자형 로봇의 모델링

독립진자형 로봇의 실 제작 외형은 그림 1과 같으며, 제어를 위한 수학적 모델링은 그림 2와 같이 나타내었다. 또한, 제어를 위한 파라미터 사양은 표 1에 나타낸다. 사양 매개 변수는 모든 실험에 의한 값으로 제시하였다. 본 독립진자형 로봇은 DC 모터 하나를 액추에이터로 사용하였고, 전압 제어에 의한 전후 동작과 본체 경사동작으로 2자유도를 가진다[5].

구동 전달은 모터 축에 설치된 고무 튜브와 타이어의 마찰을 이용하였다. 센서는 자이로 센서와 인코더를 내장하고 있어, 본체의 경사 각속도와 타이어의 회전수를 측정하였다. 제어 마이크로로는 Renesas사의 H8 마이크로 컴퓨터를 사용하여 프로그램은 C 언어로 작성한다. 독립진자형 로봇의 강건한 균형유지를 위하여 LQ제어기법을 이용하여 실험을 통하여 유효성을 검증하였다.



Fig. 1. 2DOF Inverted pendulum mobile robot.

도립진자형 로봇 시스템은 모터의 회전력이 볼스크류를 통해 직선운동으로 변환되며, 모터의 구동축에 직접연결되어 고무재질의 외부바퀴에 직접 전달되어 로봇의 병진운동으로 로봇의 각도를 수직으로 제어하는 시스템이다. 진자의 무게중심 좌표를 진자막대의 중심으로 잡고 x_G, y_G 라고 하면, 아래와 같이 표시할 수 있다[6][7].

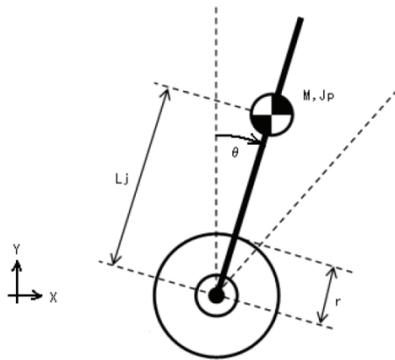


Fig. 2 Modelling of inverted pendulum mobile robot

$$\begin{aligned} x_G &= x - L \sin\theta \\ y_G &= L \cos\theta \end{aligned} \quad (1)$$

수레에 관한 힘에 대해 뉴턴 방정식을 사용하여 정리하면 다음과 같다.

$$M \frac{d^2}{dt^2} x = F - N - b \frac{d}{dt} x \quad (2)$$

진자의 관성모멘트에 대한 회전방정식을 사용하여 정리하면 다음과 같다.

$$I \frac{d^2}{dt^2} \theta = NL \cos\theta + PL \sin\theta \quad (3)$$

진자의 무게중심에 대한 수평, 수직적 힘에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$m \ddot{x}_G = m \frac{d^2}{dt^2} (x - L \sin\theta) = N \quad (4)$$

$$m \ddot{y}_G = m \frac{d^2}{dt^2} (L \cos\theta) = P - mg \quad (5)$$

만약 진자막대의 질량을 무시한다면, 진자와 막대의 무게중심은 진자의 무게중심과 같으므로 이를 중심으로 한 관성모멘트는 아주 작은 값을 갖게 되므로 표 1에서 제시한 것과 같이 $I \approx 0$ 으로 간주할 수 있다.

식(2.3)으로부터 얻어지는 N와 P의 관계식을 식(2.2)에 대입하여 정리하여 힘과 모멘트에 관한 식으로 정리할 수 있다.

$$(M+m) \ddot{x} - m L \cos\theta \ddot{\theta} = -b \dot{x} - m L \sin\theta \dot{\theta}^2 + F \quad (6)$$

$$(I + mL^2) \ddot{\theta} - m L \cos\theta \ddot{x} = m L g \sin\theta \quad (7)$$

위의 식은 비선형이고 입력은 수레에 적용되는 힘 F이고 출력은 수레의 움직임 x, \dot{x} 그리고 진자의 움직임 $\theta, \dot{\theta}$ 인 것을 알 수 있다.

2.2 운동방정식

위의 식 (6)에서 외부 힘F는 실질적으로 도립진자형 로봇 시스템의 모터에 입력되는 전압 신호로 표현된다. 외부 힘F와 토크의 관계식을 이용하여 모터 인가전압을 입력으로 하는 식을 구한다. 도립진자형 로봇 시스템은 모터가 회전하여 그 동력이 스크류에 전달되고 여기에 연결되어 있는 카트가 이송되는 형태로 힘이 전달하게 된다. 이러한 과정에 수식은 다음과 같은 모터에서 발생하는 토크 T에 대한 운동방정식과 모터에 인가되는 전류, 그리고 외부 힘F와 부하토크 T_L 의 관계식으로 정

리 할 수 있다.

$$T = J\ddot{\theta}_m + B\dot{\theta}_m + T_L \quad (8)$$

$$T = K_m i \quad (9)$$

$$Fr = T_L \quad (10)$$

여기서 K_m 은 모터 토크 상수이며 i 는 모터에 입력되는 전류이다. 또한 모터에 가해지는 전류와 전압선으로 U_v 는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$U_v = iR + e_b = iR + K_b\dot{\theta}_m \quad (11)$$

여기서 $e_b = K_b\dot{\theta}_m$ 이며 L (인덕턴스)은 매우 작으므로 0으로 설정하였다. 그리고 독립전자는 모터에서 발생하는 회전에 의하여 구동축과 바퀴의 직접 접촉에 의해 회전하게되므로 다음과 같이 모터의 회전과 카트의 이송변위간의 관계를 구할 수 있다.

$$\theta_m = \frac{x}{r} \quad (12)$$

여기서, x 는 카트의 이송 변위이며 r 은 수레바퀴의 반지름이다. 이상의 식들로부터 독립전자형 로봇에 가해지는 힘과 모터의 입력 전압과의 관계식의 유도가 가능해진다. 우선 독립전자형 로봇 이송부의 마찰보다 매우 작으므로 식(13)의 J와 B를 0으로 설정할 수 있다. 즉 전체의 토크는 부하의 토크와 같게 둘 수 있고 식(13)으로부터 다음의 관계식을 구할 수 있다.

$$T = T_L = K_m i = Fr \quad (13)$$

위의 식 (11), (12), (13)으로부터 모터의 인가 전압과 외부 힘과의 관계를 아래의 식과 같이 정리할 수 있다.

$$F = -\frac{K_m K_b}{R_m r^2} \dot{x} + \left(\frac{K_m}{R_m r}\right) V \quad (14)$$

위의 식 (14)를 식 (7)에 대입하여 전개하면 모터의 직접전달 방식의 동력전달을 채택한 독립전자형 로봇의 비선형 방정식이 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} (M+m + \frac{I_m}{r^2})\ddot{x} - mL\cos\theta\ddot{\theta} = \\ -(b+K_r)\dot{x} - mL\sin\theta\dot{\theta}^2 + K_v V \end{aligned} \quad (15)$$

$$(I+mL^2)\ddot{\theta} - mL\cos\theta\ddot{x} = mLg\sin\theta \quad (16)$$

여기서, $K_r = \frac{B_m + \frac{K_m K_b}{R_m}}{r^2}$, $K_v = \frac{K_m}{R_m r}$ 이다.

위의 식 (16)을 \ddot{x} , $\ddot{\theta}$ 로 풀어서 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{x} = \frac{m^2 L^2 g(\sin\theta)(\cos\theta) + (I+mL^2)(-(b+K_r)\dot{x} - mL(\sin\theta)\dot{\theta}^2 + K_v V)}{\det(\Phi)} \quad (17)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(M+m + \frac{I_m}{r^2})mgL\sin\theta + mL(\cos\theta)(-(b+K_r)\dot{x} - mL(\sin\theta)\dot{\theta}^2 + K_v V)}{\det(\Phi)} \quad (18)$$

$$\det(\Phi) = (I+mL^2)(M+m + \frac{I_m}{r^2}) - (mL\cos\theta)^2 \quad (19)$$

2.3 운동방정식의 선형화

도립진자형 로봇의 제어하는 θ 범위가 작기 때문에 $\theta \approx 0$ 으로 가정하고, $\cos\theta \approx 1, \sin\theta \approx \theta, \dot{\theta}^2 \approx 0$ 로 놓고, 이를 식 (16)에 적용하면 다음과 같이 동력전달을 통한 도립진자형 로봇의 선형방정식을 얻을 수 있다.

$$(M+m + \frac{I_m}{r^2})\ddot{x} - mL\ddot{\theta} = -(b + K_r)\dot{x} + K_v V \quad (20)$$

$$(I + mL^2)\ddot{\theta} - mL\ddot{x} = mLg\theta \quad (21)$$

여기서, $K_r = \frac{B_m + \frac{K_m K_b}{R_m}}{r^2}, K_v = \frac{K_m}{R_m r}$ 이다.

본 절에서는 진선형 역진자 시스템의 앞서 논의된 비선형 마찰 보상 성분이 포함된 외란 관측기와 관측된 상태만을 이용한 출력 피드백 제어기(DOOFSMC)의 성능을 각각의 초기위치에 대한 레귤레이션에 대한 시뮬레이션을 통해 성능과 강인성을 검증 하고자 한다. 여기서 적용된 외란관측기는 1987년 Ohnishi에 의해 소개 및 정립된 이론으로서 시스템에 원치 않는 외란이 들어왔을 때, 출력에서 시스템의 전달함수의 역함수를 취하여 제어기의 입력과 외란의 합을 이용하여 외란을 예측하거나 제거하는 이론을 적용하였다[7][8]. 설계된 제어기 성능의 상대적인 평가를 위해 우수한 성능을 갖도록 Bryson 방법으로 설계된 전상태 피드백 제어기인 LQ 제어기와 외란 관측기를 적용하지 않은 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어기(OFSMC)와 함께 비교 검토하였다.

3. 실험

제안 시스템에 대한 실험을 위하여 그림 3과 같은 선형알고리즘을 적용한 LQ제어의 제어선도를 나타내었다.

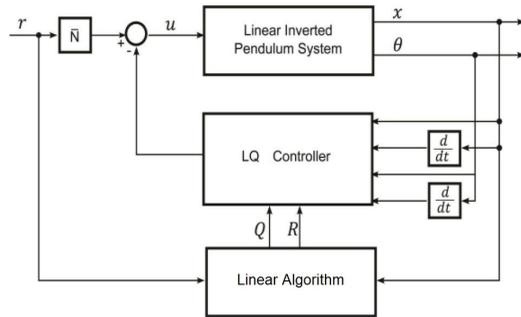


Fig. 3. Block diagram of the control training.

그림 4, 5에서 실험에서 설정된 초기위치 0.37 rad, 0.65 rad에서의 회전형 역진자 시스템의 레귤레이션 성능을 각각 비교하였다. 모델 오차나 임의의 외란을 고려하지 않은 특정 초기위치에서의 가상 시뮬레이션 응답에서 진자의 레귤레이션 성능은 적절한 Q, R 파라미터를 선정한 전 상태 피드백 제어기인 LQ 제어기가 작은 오버슈트를 가지며 가장 적은 제어량으로 우수한 성능을 보임을 알 수 있다. 하지만 수평링크의 레귤레이션 성능이 우수하지 못하며 외란 관측기를 사용하지 않은 출력 피드백 제어기도 큰 에러를 가진다. 이에 반해 외란 관측기를 장착한 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어는 오버슈트가 크고, 더 큰 제어입력을 사용하지만 진자의 정상상태 도달 시간이 빠르고 수평링크의 레귤레이션 성능이 우수함을 알 수 있다.

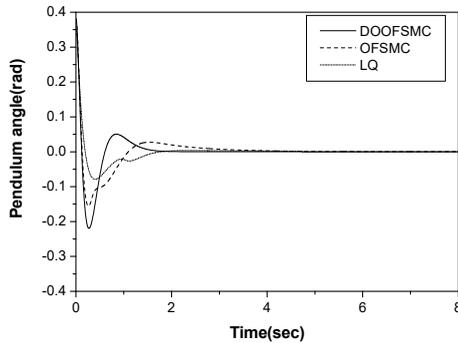


Fig. 4 Control angle of Inverted pendulum mobile robot

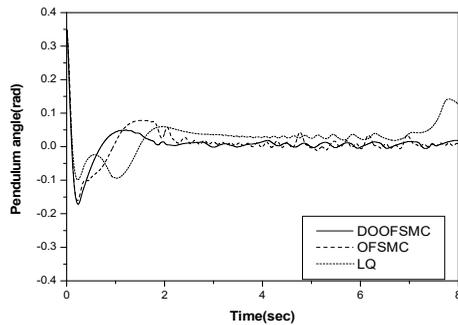


Fig. 5 Control angle of Inverted pendulum mobile robot with disturbance

Table 1. Sepc. of Inverted pendulum mobile robot

항목	표기	파라미터
중량 [kg]	M	0.262
중심위치 [m]	L_j	$8.412E-2$
관성모멘트 [kgm ²]	J_p	$6.02441E-4$
바퀴의 점성저항[Ns/rad]	η	$3.7859E-4$
동력계 전달계수 파라미터 1	ζ	3.0
동력계 전달계수 파라미터 2	ξ	0.038

4. 결론

본 논문에서는 단일 모터를 이용한 병진운동을 구현한 역진자형 로봇시스템을 모델로 올바른 진자의 속도성분의 상태를 피드백 받지 못한다는 가정 아래 계산량이 적은 외란 관측기를 사용하여 출력 정보만을 이용한 LQ 제어를 설계하였으며, 시뮬레이션과 실험 결과로부터 여러 조건하의 실험을 통해 관측된 출력 정보만 이용하여 설계된 슬라이딩 제어를 이용한 성능의 강인한 LQ 제어를 설계 및 성능을 보였다.

사 사

본 논문은 2018년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2016R1D1A1B04932124).

참고문헌

[1] L.Q. Li, H.B. Ji, and J.H. Luo, "The iterated extended kalman particle filter," in ISCIT, vol. 2, no. 1, pp. 1213-1216, Oct. 2005.

[2] K. Pathak, J. Franch, and S. K. Agrawal, "Velocity and position control of a wheeled inverted pendulum by partial feedback linearization," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 21, no. 3, pp. 505-513, Jun. 2005.

[3] M. Mazo, A. Speranzon, K. Johansson, and X. Hu, "Multi-robot tracking of a moving object using directional sensors," in IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, New Orleans, LA, April 2004, pp. 1103-1108.

- [4] A. Georgiev and P. K. Allen, "Localization methods for a mobile robot in urban environments," *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 20, no. 5, pp. 851–864, October 2004.
- [5] A. I. Mourikis and S. I. Roumeliotis, "Performance bounds for cooperative simultaneous localization and mapping (C-SLAM)," in *Proc. of Robotics: Science and Systems*, Cambridge, MA, pp. 73–80, June 2005.
- [6] Taeseok Jin, "Control and Calibration for Robot Navigation based on Light's Panel Landmark," *Journal of The Korean Society of Industry Convergence*, vol.20, no.2, pp.89-95, 2017.
- [7] K. Ohnishi, M. Shibata and T. Murakami, "Motion Control for Advanced Mechatronics," *IEEE/ASME Trans. Mechatron.*, vol. 1, no. 1, pp. 56–67, 1996.
- [8] E. Sariyildiz and K. Ohnishi, "A Guide to Design Disturbance Observer," *ASME. J. Dyn. Sys., Meas., Control*, vol. 136, no. 2, pp. 1-10 (021011) Mar. 2014.

(접수: 2019.12.18. 수정: 2020.01.23. 게재확정: 2020.02.03.)