

Aberration Correction of an Off-axial-field Two-mirror System Using a Decentered Aperture

Jong-Ung Lee[†]

Department of Laser and Optical Information Engineering, Cheongju University, 298, Daeseong-ro, Cheongwon-gu, Cheongju 28503, Korea

(Received December 23, 2019; Revised January 14, 2020; Accepted January 14, 2020)

To design a wide-field two-mirror system, the system must feature an off-axial field, to avoid ray obstruction and field screening by the secondary mirror. The off-axial aberrations of the system cannot be corrected sufficiently, though, because there are only a few design parameters. The present study designs an improved off-axial-field two-mirror system using a decentered aperture stop.

Keywords: Optical system design, Two-mirror system, Off-axial field, Decentered stop

OCIS codes: (080.2740) Geometric optical design; (080.4035) Mirror system design; (110.1220) Apertures; (220.1000) Aberration compensation

비축시야 2반사광학계에서 조리개의 편심을 이용한 수차보정

이종웅[†]

청주대학교 레이저광정보공학과
Ⓞ 28503 충청북도 청주시 청원구 대성로 298

(2019년 12월 23일 받음, 2020년 1월 14일 수정본 받음, 2020년 1월 14일 게재 확정)

넓은 시야를 가지는 2반사광학계를 설계하기 위하여서는 제2거울에 의한 광선의 차폐와 시야 가림이 없도록 비축시야를 사용해야 한다. 그러나 이러한 2반사광학계에서는 설계변수가 적어 비축수차를 충분하게 보정할 수 없었다. 이 연구에서는 조리개를 편심시켜 보다 성능이 개선된 비축시야 2반사광학계를 설계하였다.

Keywords: 광학 시스템 설계, 2반사광학계, 비축시야, 조리개 편심

OCIS codes: (080.2740) Geometric optical design; (080.4035) Mirror system design; (110.1220) Apertures; (220.1000) Aberration compensation

I. 서 론

2반사광학계는 반사경 2매로만 구성되어 구조가 간단하면서도 사용하는 파장대역에 제한이 없고, 렌즈계에 비하여 수차가 적게 발생하는 장점이 있다. 하지만 주경의 전방에 위치하는 부경으로 인하여 광선이 차폐되고 시야가 가려지는 문제점이 있어 협시야의 망원 광학계에 주로 사용되었다. 최근에는 영상센서와 정보통신기술의 발전으로 대량의 영상정보를 쉽게 취득하고 전송할 수 있게 됨에 따라 초분광 영상 사진기나 각종 영상관측장비에서 광시야 광대역의 대물 광학계에 대한 요구가 증가하고 있다^[1-4].

비축시야 2반사광학계는 광선의 차폐나 시야의 가려짐이

없는 비축시야만을 사용하기 때문에 광시야의 광학계로 사용될 수 있으며^[5], 2017년 6° × 6°의 유효시야를 가진 F/3, EFL 176 mm의 비축시야 2반사광학계가 발표된 바 있다^[6]. 이 광학계는 전체 시야에서 8.3 μm 이하의 spot을 가지므로 2개의 반사경만 사용한 간단한 광학계로는 양호한 설계로 볼 수 있다. 이 2반사광학계는 광선의 차폐를 피하기 위해 반시야각 14~20°의 비축시야를 사용하고 있으며, 왜곡수차를 제외한 3차 수차는 모두 보정된 Schwarzschild system^[7-10]을 기반으로 하고 있지만 설계변수가 적어 고차 비축수차의 보정이 충분하지 못한 한계가 있었다.

이 연구에서는 이 비축시야 2반사광학계에서 광축에 대하여 회전대칭인 기본구조는 그대로 유지하면서, 조리개만을

[†]E-mail: julee@cju.ac.kr, ORCID: 0000-0001-8245-2278

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online.

광축에 수직방향으로 횡이동(편심)시켜 비축수차를 보정하는 방법에 대하여 연구하였다. 조리개를 횡이동시키면 회전대칭의 구면수차가 비회전대칭의 코마와 비점수차로 전파된다. 회전대칭의 통상적인 광학계에서는 조리개를 이동시켜 +y방향 시야의 수차를 보정하면, -y방향 시야에서는 수차가 나빠지기 때문에 이 방법을 사용할 수 없다. 하지만 한쪽만 사용하는 비축시야 광학계에서는 유용하게 적용할 수 있다. 이 연구에서는 3차수차가 잘 보정된 Schwarzschild system 기반의 초기설계에서 조리개를 횡이동시켜 보다 개선된 성능을 가지는 비축시야 2반사광학계를 설계하였다.

II. 비축시야의 파면수차

2.1. 파면수차의 W계수 표현

비축시야 광학계에서는 회전대칭의 원형 시야에서 비축의 일부만을 사용한다. 이를 고려하여 본 연구에서는 비축상의 중심을 기준시야로 정의하고, 이 기준시야의 수차를 동의 횡이동으로 보정하였다.

그림 1은 광축에 회전대칭인 광학계에서 높이 η 의 비축 물체점 O_1 에서 출사하여 입사동의 점 P로 입사하는 광선을 보여주고 있다. 입사동에서 P의 좌표가 (x_E, y_E) 라 하면

$$\rho = \sqrt{x_E^2 + y_E^2} \quad (1)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{x_E}{y_E} \right) \quad (2)$$

$$x_E = \rho \sin \phi \quad (3)$$

$$y_E = \rho \cos \phi \quad (4)$$

이다. 물체의 최대높이 η_{\max} 와 입사동의 반직경 ρ_{\max} 을 기준으로 규격화된 환산좌표 σ 와 r 을 다음과 같이 정의하자.

$$\sigma = \frac{\eta}{\eta_{\max}} \quad (5)$$

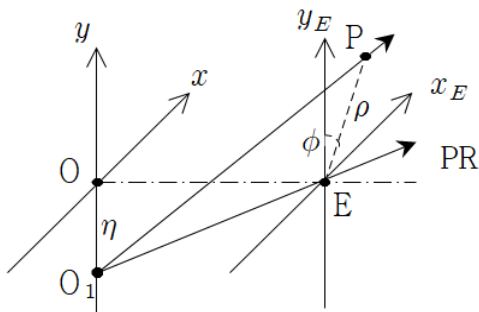


Fig. 1. Incident ray in the object space.

$$r = \frac{\rho}{\rho_{\max}} \quad (6)$$

광학계의 파면수차는 $\sigma^2, r^2, \sigma r \cos \phi$ 의 조합으로 주어지며, O_1 에서 P로 입사하는 광선의 파면수차 W_P 는 다음과 같이 C계수를 사용하여 정의할 수 있다^[11,12].

$$W_P = \sum_{p,q,m} C_{k,l,m} \sigma^k r^l \cos^m \phi \quad (7)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

$$k = m + 2p, \quad p = 0, 1, 2, \dots$$

$$l = m + 2q, \quad q = 0, 1, 2, \dots$$

식 (7)에서 k, l, m 은 각각 $\sigma, r, \cos \phi$ 의 차수를 나타내는 양의 정수이고 p, q, m 은 각각 $\sigma^2, r^2, \sigma r \cos \phi$ 이 조합되는 차수이다. 비축시야 광학계는 회전대칭 시야의 일부만을 사용하므로 다음과 같이 특정한 시야의 수차 만을 표현하는 W계수가 유용하게 사용될 수 있다.

$$W_p = \sum_{l,m} W_{l,m} r^l \cos^m \phi \quad (8)$$

식 (8)의 $W_{l,m}$ 은 $r^l \cos^m \phi$ 에 비례하는 모든 C계수의 영향이 합쳐진 것이며, 다음과 같이 정의된다.

$$W_{l,m} = \sum_{k=0} C_{2k+m,l,m} \sigma^{2k+m} \quad (9)$$

비축 물체점 O_1 의 수차를 W계수로 표현하고, 5차 수차까지 정리하면 다음과 같다.

$$W_{6,0} = C_{0,6,0} + \dots \quad (10)$$

$$W_{5,1} = C_{1,5,1} \sigma + \dots \quad (11)$$

$$W_{4,2} = C_{2,4,2} \sigma^2 + \dots \quad (12)$$

$$W_{3,3} = C_{3,3,3} \sigma^3 + \dots \quad (13)$$

$$W_{4,0} = C_{0,4,0} + C_{2,4,0} \sigma^2 + \dots \quad (14)$$

$$W_{3,1} = C_{1,3,1} \sigma + C_{3,3,1} \sigma^3 + \dots \quad (15)$$

$$W_{2,2} = C_{2,2,2} \sigma^2 + C_{4,2,2} \sigma^4 + \dots \quad (16)$$

$$W_{2,0} = C_{0,2,0} + C_{2,2,0} \sigma^2 + C_{4,2,0} \sigma^4 + \dots \quad (17)$$

$$W_{1,1} = C_{1,1,1} + C_{3,1,1}\sigma^3 + C_{5,1,1}\sigma^5 + \dots \quad (18)$$

식 (10)~(14)에서 특정한 비축시야의 수차만 나타내는 W 계수 표현에서는 고차의 C 계수가 낮은 차수의 W 계수에 포함되어 있음을 알 수 있다.

2.2. 조리개의 횡이동과 파면수차

그림 2는 조리개를 횡이동시켜 입사동이 Δy_E 만큼 이동한 경우를 보여주고 있다. 입사동만 이동하였으므로 E를 기준으로 하는 W_P 자체는 변화가 없다. 하지만 새 입사동에서는 주광선이 E*을 지나므로, 새 입사동에서 P를 지나는 광선의 파면수차 W_P^* 는 다음과 같이 주어진다.

$$W_P^* = W_P - W_{E^*} \quad (19)$$

그림 2에서와 같이 Δy_E 만큼 횡이동된 입사동에서 P의 좌표를 (x_E^*, y_E^*) 이라고 하면

$$x_E^* = x_E \quad (20)$$

$$y_E^* = y_E - \Delta y_E \quad (21)$$

이다. 식 (20), (21)을 이용하여 E를 기준으로 하는 P의 좌표를 E*을 원점으로 하는 좌표계로 변환하면 다음과 같다^[11].

$$\begin{aligned} \rho^2 &= x_E^2 + y_E^2 \\ &= x^{*2} + y^{*2} + 2(\Delta y_E)y^* + (\Delta y_E)^2 \\ &= \rho^{*2} + 2\Delta y_E \rho^* \cos\phi^* + (\Delta y_E)^2 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\rho \cos\phi = y_E = y_E^* + \Delta y_E = \rho^* \cos\phi^* + \Delta y_E \quad (23)$$

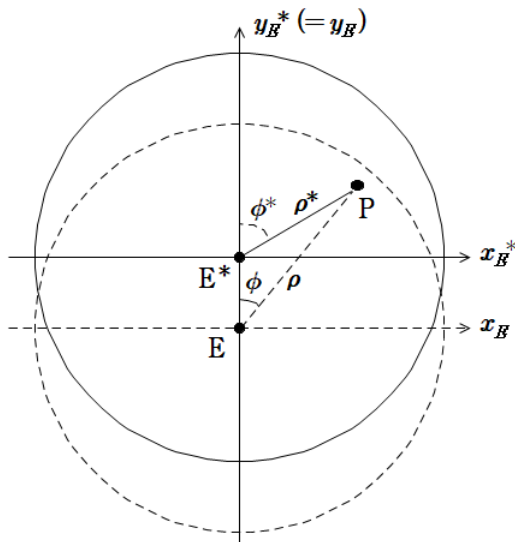


Fig. 2. Transverse shift of the stop.

이동된 입사동에서 파면수차 W_P^* 는

$$W_P^* = \sum_{l,m} W_{l,m}^* (r^*)^l \cos^m \phi^* \quad (24)$$

$$r^* = \frac{\rho^*}{\rho_{\max}} \quad (25)$$

$$\cos\phi^* = \frac{y_E^*}{\rho^*} \quad (26)$$

로 전개할 수 있고, 각 수차계수는 다음과 같이 주어진다.

$$\delta y = \frac{\Delta y_E}{\rho_{\max}} \quad (27)$$

$$W_{6,0}^* = W_{6,0} \quad (28)$$

$$W_{5,1}^* = W_{5,1} + 6\delta y W_{6,0} \quad (29)$$

$$W_{4,2}^* = W_{4,2} + 12(\delta y)^2 W_{6,0} + 4\delta y W_{5,1} \quad (30)$$

$$W_{3,3}^* = W_{3,3} + 8(\delta y)^3 W_{6,0} + 4(\delta y)^2 W_{5,1} + 2\delta y W_{4,2} \quad (31)$$

$$W_{4,0}^* = W_{4,0} + 3(\delta y)^2 W_{6,0} + \delta y W_{5,1} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} W_{3,1}^* &= W_{3,1} + 4\delta y W_{4,0} + 12(\delta y)^3 W_{6,0} + 6(\delta y)^2 W_{5,1} \\ &\quad + 2\delta y W_{4,2} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} W_{2,2}^* &= W_{2,2} + 4(\delta y)^2 W_{4,0} + 2\delta y W_{3,1} + 12(\delta y)^4 W_{6,0} \\ &\quad + 8(\delta y)^3 W_{5,1} + 5(\delta y)^2 W_{4,2} + 3\delta y W_{3,3} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} W_{2,0}^* &= W_{2,0} + 2(\delta y)^2 W_{4,0} + \delta y W_{3,1} + 3(\delta y)^4 W_{6,0} \\ &\quad + 2(\delta y)^3 W_{5,1} + (\delta y)^2 W_{4,2} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} W_{1,1}^* &= W_{1,1} + 2\delta y W_{2,0} + 4(\delta y)^3 W_{4,0} + 3(\delta y)^2 W_{3,1} \\ &\quad + 2\delta y W_{2,2} + 6(\delta y)^5 W_{6,0} + 5(\delta y)^4 W_{5,1} \\ &\quad + 4(\delta y)^3 W_{4,2} + 3(\delta y)^2 W_{3,3} \end{aligned}$$

식 (27)~(35)에서 입사동이 횡이동되면 고차 수차항이 낮은 차수의 수차항으로 전파되는 것을 볼 수 있으며, 이를 이용하여 문제가 되는 특정한 수차항을 보정할 수 있을 것으로 예상된다.

III. 비축시야 2반사경계의 수차보정

2반사광학계에서 inverse Cassegrain 구조의 Schwarzschild system은 수차론적인 측면에서 보면 왜곡수차를 제외한 모든 3차 수차가 보정된 매우 좋은 광학계이다. 그러나 회전대칭 구조의 전통적인 구성에서는 제2거울 M2에서 반사한 광선이 다시 M1의 유효구경 내부를 향하기 때문에 광선의 손실이 심하고, 현실적으로는 사용하기에는 심각한 제약이 있었다. 이 문제점을 극복하기 위하여 그림 3과 같이 비축시야를 사용하는 2반사경계가 제안된 바 있다⁶⁾.

그림 3의 비축시야 2반사광학계는 $6^\circ \times 6^\circ$ 의 유효시야를 가지고 있으며, 볼록 M1과 오목 M2로 구성되어 있고, 시야를

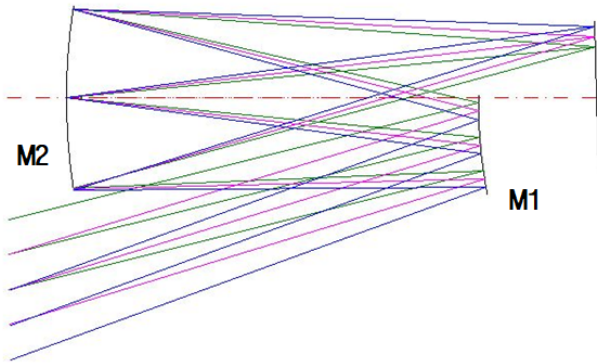


Fig. 3. Off-axis field two-mirror system with a centered aperture stop.

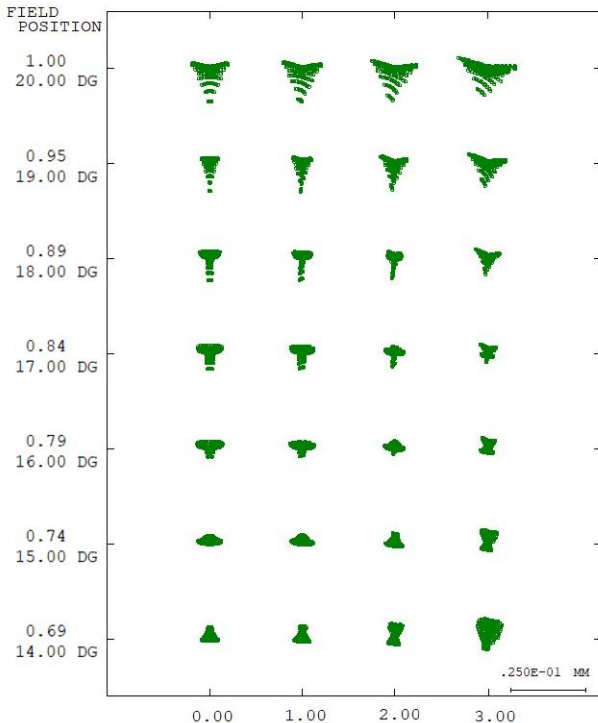


Fig. 4. Spot diagrams of the two-mirror system with a centered stop.

넓히기 위하여 M2에 조리개가 설치되어 있다. 이 반사경계는 Schwarzschild system^[7-10]에 기반하고 있으며, 상면만 경사와 defocus를 주고 M1, M2, 조리개 모두 광축에 대한 회전대칭을 유지하면서 최적화한 광학계이다. 그림 4는 최적상면에서의 spot diagram이며, 설계제원은 표 1, spot size는 표 2에 나타나 있다.

이 광학계의 중심시야 ($0^\circ, 17^\circ$)에서 파장 587.6 nm의 파면수차를 분석해보면 $W_{2,2}$ 가 -0.98λ , $W_{4,2}$ 가 0.79λ , $W_{4,0}$ 이 -0.32λ 의 순으로 잔류하고 있다. 초기설계인 Schwarzschild system은 3차 수차가 잘 보정된 광학계이므로, $W_{2,2}$ 와 $W_{4,0}$ 는 5차 이상의 고차 수차에 기인하는 것으로 보이며, $W_{2,2}$ 와 $W_{4,2}$ 는 서로 상쇄시키는 방향으로 적절하게 최적화되어 있다. 이 광학계의 성능개선을 위하여서는 먼저 $W_{2,2}$ 와 $W_{4,2}$ 를 줄일 필요가 있다.

그림 5는 M2의 조리개를 횡이동(편심)시키면서 최적화하여 비점수차의 영향을 줄인 개선된 설계의 형상이며, 그림 6은 개선된 설계의 spot diagram이다. 조리개가 편심된 새로운 설계의 제원과 spot size는 각각 표 3, 표 4에 정리하였다.

그림 5와 그림 3을 비교해보면, 그림 5에서는 M2의 조리개가 위쪽으로 편심된 것을 볼 수 있다. 새로 설계된 광학계에서 기본 구조는 이전의 광축에 대한 회전대칭을 그대로 유지하고 있으며, 단지 조리개만 +y방향으로 편심된 것이다.

새로운 설계에서는 조리개가 +y방향으로 움직이면서 M1에 의한 광선의 차폐를 완화시켜 초기설계보다 1° 낮은 반시야각으로 동일한 유효시야를 가지는 2반사광학계를 설계할 수 있었으며, 이로 인하여 반시야각이 줄면서 비축수차의 발생 자체가 감소하는 부수적인 효과도 있었다. 개선된 설계에서 중심시야인 ($0^\circ, 16^\circ$)의 파면수차를 분석한 결과 $W_{2,2}$ 가 -0.75λ , $W_{4,2}$ 가 0.55λ , $W_{4,0}$ 가 -0.19λ 의 순으로 나타나 이전보다 뚜렷하게 개선된 것을 확인할 수 있었다. 그리고 $W_{2,2}$ 와 $W_{4,2}$ 가 서로 상쇄하는 방향으로 잔류수차의 균형 역시 잘

Table 1. Design data of the two-mirror system with a centered aperture stop

#	r (mm)	d (mm)	κ	Remarks
1	451.573	-347.315	4.3751	M1
2	502.087	446.731	0.1656	M2 (stop)
3	Defocus 0.631 mm, α -tilt 1.51°			Image plane

Table 2. Spot size of the two-mirror system with a centered stop (rms, units in μm)

x-field	y-field (half-field angle)						
	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°
0°	4.05	4.09	4.66	4.75	4.42	4.42	6.04
1°	4.18	3.86	4.27	4.32	4.05	4.28	6.22
2°	4.94	3.60	3.36	3.26	3.24	4.24	6.76
3°	7.01	4.72	3.46	2.96	3.43	5.26	8.32

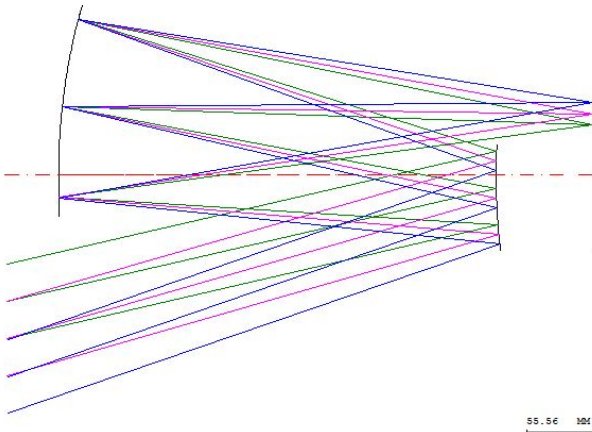


Fig. 5. New design of the two-mirror system with a decentered aperture stop.

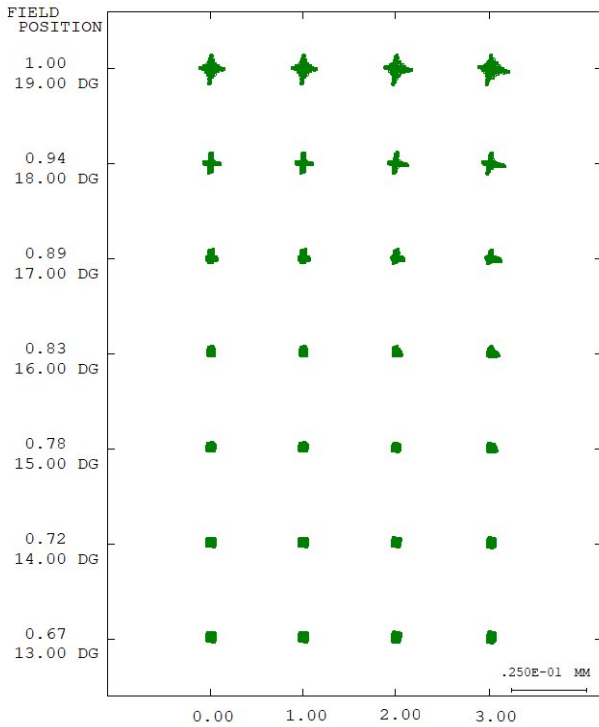


Fig. 6. Spot diagrams of the new design with a decentered stop.

유지되고 있었다. 표 4는 개선된 설계의 rms spot size이며, 조리개가 광축에 있던 이전 설계의 경우(표 2)와 비교해보면 spot size가 1/2 수준으로 감소하였음을 알 수 있고, 조리개의 회이동을 통하여 매우 효과적인 수차보정이 이루어졌음을 확인할 수 있다.

광학계의 설계에서는 수차보정 뿐만 아니라 제작과 조립의 편의성 또한 고려되어야 한다. 조리개가 광축에 위치하는 이전의 설계에서는 M1만 비축 반사경이지만, 조리개가 편심된 새로운 설계에서는 M1과 M2 모두 비축 반사경을 사용하여야 한다. 따라서 제작과 조립 측면에서는 새로운 설계가 난이도가 높은 것은 사실이나, 2반사광학계 자체가 구성이 매

Table 3. Design data of the new two-mirror system with a decentered aperture stop

#	r (mm)	d (mm)	κ	Remarks
1	492.454	-347.065	5.6508	M1
2	494.613	424.078	0.1749	M2 (stop), $\Delta y_s = 53.93$ mm
3	Defocus 0.058 mm, α -tilt 0.19°			Image plane

Table 4. Spot size of the new two-mirror system with a decentered stop (rms, units in μm)

x-field	y-field (half-field angle)						
	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°
0°	2.47	2.36	2.12	1.79	1.67	2.24	3.60
1°	2.45	2.34	2.10	1.79	1.67	2.30	3.70
2°	2.46	2.37	2.07	1.78	1.74	2.43	3.90
3°	2.55	2.37	2.10	1.84	1.94	2.72	4.19

우 단순한 광학계이므로 현재의 비구면 광학계 기술에서는 새로운 설계의 실용화에 특별한 문제가 없을 것으로 본다 [13-15].

IV. 결 론

이 연구에서는 비축시야를 사용하는 광학계에서 조리개를 회이동시켜 비축수차를 보정하는 방법에 대하여 연구하고, 이를 2반사광학계의 설계에 적용하여 좋은 성과를 거두었다. 2반사광학계에서 inverse Cassegrain 구조의 Schwarzschild system은 간단한 구성임에도 불구하고 왜곡수차를 제외한 모든 3차수차가 보정된 우수한 광학계이다. 하지만 넓은 유효시야를 가지는 비축시야 광학계로 사용하면, 근본적으로 설계의 자유도가 작아 보정되지 않은 고차수차에 의하여 성능이 제한되는 한계가 있었다.

본 연구에서는 $6^\circ \times 6^\circ$ 의 유효시야를 가지는 F-3.0, EFL 176 mm의 비축시야 2반사광학계의 설계에서 조리개를 회이동시켜 가장 문제가 되었던 비점수차의 영향을 줄일 수 있었다. 또한 부수적으로는 조리개가 사용하는 시야 방향으로 이동하면서 광선의 차폐가 줄어들어 상대적으로 작은 반시야 각으로 동일한 유효시야를 가지도록 설계할 수 있었다. 조리개를 회이동시킨 새로운 설계에서는 이전의 설계와 비교하여 전체시야에서 spot size를 1/2 수준으로 줄일 수 있었으며, 이를 통하여 비축시야 광학계의 설계에서 조리개의 회이동이 수차보정에 유용하게 사용될 수 있음을 확인하였다.

감사의 글

이 논문은 2018학년도에 청주대학교 산업과학연구소가 지원한 학술연구조성비(특별연구과제)에 의해 연구되었습니다.

References

1. S. H. Kim, H. J. Kong, J. U. Lee, J. H. Lee, and J. H. Lee, "Design and construction of an Offner spectrometer based on geometrical analysis of ring fields," *Rev. Sci. Instrum.* **85**, 083108-7 (2014).
2. J. U. Lee and S. M. Yu, "Analytic design procedure of three-mirror telescope corrected for spherical aberration, coma, astigmatism, and Petzval field curvature," *J. Opt. Soc. Korea* **13**, 184-192 (2009).
3. I. Moon, S. Lee, J. Lim, H. S. Yang, H.-G. Rhee, J. B. Song, Y. W. Lee, J. U. Lee, and H. Jin, "Design and development of a wide field telescope," *Proc. SPIE* **8444**, 844448 (2012).
4. J. U. Lee, Y. Kim, S. H. Seo, Y. Kim, and H. Kim, "Optical design of an image-space telecentric two-mirror system for wide-field line imaging," *Curr. Opt. Photon.* **1**, 344-350 (2017).
5. G. I. Lebedeva and A. A. Garbul, "Prospective aerospace reflective objectives," *J. Opt. Technol.* **61**, 610-614 (1994).
6. H.-J. Oh and J.-U. Lee, "Optical design of a wide-field off-axis two-mirror system without ray obstruction," *Korean J. Opt. Photon.* **28**, 263-272 (2017).
7. S. Rosin, "Inverse Cassegrainian systems," *Appl. Opt.* **7**, 1483-1497 (1968).
8. W. B. Wetherell and M. P. Rimmer, "General analysis of aplanatic Cassegrain, Gregorian, and Schwarzschild telescopes," *Appl. Opt.* **11**, 2817-2832 (1972).
9. C. L. Wyman and D. Korsch, "Aplanatic two-mirror telescopes; a systematic study. 3: Schwarzschild-Couder configuration," *Appl. Opt.* **14**, 992-995 (1975).
10. H. Gross, F. Blechinger, and B. Aichtner, "Telescopes," in *Handbook of Optical Systems: Survey of Optical Instruments*, (Wiley-VCH, Weinheim, 2008), Vol. 4, Chapter 43, pp. 723-864.
11. J. M. Sasian, *Introduction to aberrations in optical imaging systems* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 2013), Chapter 10.
12. W. T. Welford, *Aberrations of optical systems* (Taylor & Francis Group, New York, 1986), Chapter 7.
13. G. Kim, H.-G. Rhee, and H.-S. Yang, "Testing of a convex aspheric secondary mirror for the Cassegrain telescope," *Korean J. Opt. Photon.* **28**, 290-294 (2017).
14. H.-E. Kang, J.-B. Song, H.-S. Yang, and H. Kihm, "Measurement of primary-mirror vertex coordinates for a space camera by using a computer-generated hologram and a theodolite," *Korean J. Opt. Photon.* **28**, 146-152 (2017).
15. Y.-S. Kim, K.-B. Ahn, K.-J. Park, I. K. Moon, and H.-S. Yang, "Accuracy assessment for measuring surface figures of large aspheric mirrors," *J. Opt. Soc. Korea* **13**, 178-183 (2009).