

초고속 비행체의 발사원점 추정을 위한 다중 IMM 필터 실험

김윤영¹⁾ · 김혜미¹⁾ · 문일철^{*,1)}

¹⁾ 한국과학기술원 산업 및 시스템 공학과

Experiment on Multi-Dimensioned IMM Filter for Estimating the Launch Point of a High-Speed Vehicle

Yoon-Yeong Kim¹⁾ · Hyemi Kim¹⁾ · Il-Chul Moon^{*,1)}

¹⁾ Department of Industrial and Systems Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Korea

(Received 8 April 2019 / Revised 24 December 2019 / Accepted 10 January 2020)

ABSTRACT

In order to estimate the launch point of a high-speed vehicle, predicting the various characteristics of the vehicle's movement, such as drag and thrust, must be preceded by the estimation. To predict the various parameters regarding the vehicle's characteristics, we build the IMM filter specialized in predicting the parameters of the post-launch phase based on flight dynamics. Then we estimate the launch point of the high-speed vehicle using Inverse Dynamics. In addition, we assume the arbitrary error level of the radar for accuracy of the prediction. We organize multiple-dimensioned IMM structures, and figure out the optimal value of parameters by comparing the various IMM structures. After deriving the optimal value of parameters, we verify the launch point estimation error under certain error level.

Key Words : Launch Point Estimation(발사 원점 추정), High Speed Vehicle(초고속 비행체), Interacting Multiple Model(상호작용 다중 모델), Ballistic Coefficient(탄도 계수), Thrust(추진력)

기 호 설 명

β : 비행체의 탄도 계수
 Thr : 비행체의 추력의 크기
 m : 비행체의 질량
 $\vec{a}_{Thr}, \vec{a}_D, \vec{a}_G$: 추력, 저항력, 중력의 가속도

\vec{u}_{Thr} : 추력 방향으로의 단위 벡터
 \vec{v} : 비행체의 속도
 t_p, n_p : 펄스폭 및 펄스 개수
 \hat{p} : 피크 파워
 $G_t G_r$: 송수신 이득
 λ : 주파수
 k : 볼츠만 상수
 T_s : 시스템 유효 온도

* Corresponding author, E-mail: icmoon@kaist.ac.kr
Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

- θ_{bw} : 빔폭
- $\Delta\phi_{uv}$: 표적과 레이더빔과의 관측각도 차이
- c : 전파 속도
- τ_R : 레이더 해상도
- ψ : off-broadside angle

1. 서론

초고속 비행체의 원점 추정은 군사 분야의 정보 습득과 전술 판단에 중요한 정보이다^[1]. 발사체의 원점에 따라, 발사 행위자, 잠재적인 발사체 종류 등을 식별할 수 있기 때문이다. 위와 같은 정보를 제공하는 초고속 비행체의 원점 추정을 수행하기 위하여, 비행체의 다양한 특성(탄도 계수, 질량 등)에 대한 예측이 필요하다^[2]. 만약 원점 추정 문제를 지표면 발사 후 대기권 이탈까지의 기동으로 한정한다면, 초고속 비행체는 대기권 내부에서 받게 되는 항력, 비행체마다 다르게 작용하는 추진력의 영향을 받게 된다^[3]. 이는 항력 혹은 추진력이 없는 대기권 밖의 기동 혹은 재진입 후의 항력만 추정하는 상황에 대비하여 추정해야 하는 초고속 비행체의 특성치가 더욱 많아지게 된다.

위에서 나열된 항력 및 추진력에 관련된 특성들을 탐지하기 위하여, 비행체의 운동방정식과 관측치를 활용한 추정을 수행해야 한다. 비행체의 운동방정식을 활용하여 비행체의 상태를 예측할 수 있고, 예측된 상태를 관측치와 비교하면서 운동방정식에 쓰이는 특성을 추정할 수 있기 때문이다^[2]. 이런 예측을 수행하기 위해서, 본 연구는 운동방정식을 포함하는 필터 기반의 특성 예측 방식을 채용하며, 발사 이후 부스팅 단계의 특성치를 파악하는 데 특화된 필터 구조를 연구하였다.

원점 추정을 위하여 필요한 두 번째 연구 요소는 필터에 활용되는 비행체의 역운동방정식의 모델링이다. 전통적으로 비행체의 운동은 진행 방향(Forward Path)에 대한 단위 시간별 상태 변화 방정식으로 표현되었다^[4]. 그러나 과거에 대한 회귀를 수행하기 위해서는 역운동방정식(Inverse Dynamics)으로 나타내는 진행 반대 방향(Backward Path)에 대한 운동 모델링이 필요하다. 본 연구는 역운동방정식을 활용하여, 발사체가 지표면까지 역으로 운동하는 과정을 시뮬레이션 하였고, 이를 통해 비행체의 발사 원점을 추정하게 되었다.

위에서 언급된 바와 같이, 본 연구는 필터 기반의 비행체 특성 탐지와 역운동방정식을 이용한 원점 추정 과정의 두 가지 요소로 이루어져 있다. 연구를 검증하기 위하여, 우리는 다음과 같은 상황을 가정하였다. 초고속 비행체의 운동방정식을 가정하고, 발사 후 비행체가 지표면에서 대기권 이탈(Offshore stage)까지의 과정을 시뮬레이션한다. 실험에 관측치로 활용되는 시뮬레이션 자료는 지표면 곡률을 가정한 고도부터 대기권 이탈까지의 관측치를 활용한다. 제시된 관측치를 활용하여 원점 추정을 수행하며, 이를 발사 시점의 위치와 비교하여 제시된 모델을 평가한다.

본 논문은 발사 이후 부스팅 단계 관측을 활용하여 원점을 추정하는 방법론을 소개한다. 위에서 논하였듯이 원점 추정을 위한 항력 및 추진력을 추정해야 하며, 이와 관련하여 운동하는 물체의 운동 방정식의 파라미터를 추정하며 해당 물체의 궤적을 추정하는 IMM 필터^[5]를 활용하여, 두 가지 힘을 동시에 추정하는 다중 IMM 필터(Multi-Dimensioned IMM Filter)를 새롭게 제안한다. 이렇게 추정된 초고속 비행체의 궤적을 파악하고, 파악된 궤적에 본 연구를 통해 제시된 역운동방정식(Inverse Dynamics)을 적용하여 원점을 추정한다.

2. 기존 원점 추정 연구

레이더의 관측치를 바탕으로 비행체의 궤적을 추적하는 목적으로 확장 칼만 필터(Extended Kalman Filter), Covariance Analysis Describing function Technique (CADET), 무향 칼만 필터(Unscented Kalman Filter), 파티클 필터(Particle Filter)를 활용할 수 있다^[3]. 이 중 강건성(robustness) 및 속도 관점에서 확장 칼만 필터보다 무향 칼만 필터의 성능이 앞선다^[6]. 표적 추적 시, 노이즈로 인해 표적의 특성(탄도 계수, 질량 등) 감지가 어려운 경우에는 칼만 필터보다 IMM(Interacting Multiple Model) 필터가 강건성 측면에서 적당하다^[7]. 또한, 다센서-다표적 환경에서 IMM 필터는 다른 필터에 비해 비교적 계산복잡도가 낮고, 좋은 추적 성능을 보인다^[5].

탄도미사일의 궤적과 발사지점을 추정하는 방법으로는 Levenberg-Marquard 알고리즘을 기반으로 한 최대 우도(Maximum Likelihood) 추정법이 있다^[2]. 이는 부스팅 단계 비행체의 방위각과 고도를 탐지하는 센

서 정보를 바탕으로 발사 시점 및 추력 변수의 추정을 수행한다. 그러나 항력을 고정된 값으로 가정했다는 점에서 실제 비행체의 원점 값과 차이를 일으킬 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 부스팅 단계 비행체의 추력과 항력을 IMM을 통해 추정하여, 역운동방정식을 통해 더 정확한 원점 추정치를 얻고자 한다.

기존 표적 추적 연구들은 시간 진행 방향으로의 Forward 필터 연구가 주로 이루어졌으나, 원점 추정은 시간 반대 방향으로의 필터 연구가 필요하다. 원점 추정에 관련된 필터 연구는 서치엔진¹⁾ 등에서 검색 시에 “Launch Point” 혹은 “Launch Point Estimation” 등으로는 매우 제한적인 수의 연구만 검색할 수 있었다. 이를 통해 원점 추정 수행에 관련된 기반 기술인 필터 기술의 연구는 널리 알려져 있으나, 원점 추정 자체의 응용 연구는 많이 알려지지 않았다는 점을 파악할 수 있다.

3. 표적 및 센서 모델 정의

초고속 비행체(표적)의 원점 추정에 선행되는 과정은 Fig. 1과 같다.



Fig. 1. A process of launch point estimation of a high-speed vehicle

이 장에서는 시뮬레이션으로 모델링한 초고속 비행체의 역학 공식을 간략히 소개하고, 다음 장에서 비행체의 추적 필터와 다중 IMM 필터 구조를 소개한다.

3.1 초고속 비행체 및 탐지 센서 모델링

초고속 비행체는 Fig. 2의 왼쪽과 같이 추력, 항력, 중력의 힘을 받는 것으로 모델링하였다.

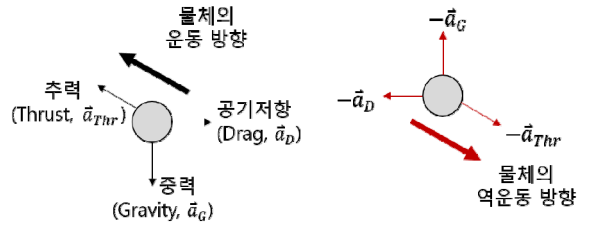


Fig. 2. The movement of the target(left); inverse movement of the target(right)

$$\vec{a} = \vec{a}_{Thr} + \vec{a}_D + \vec{a}_G \tag{1}$$

$$\vec{a}_{Thr} = \frac{Thr}{m} \vec{u}_{Thr}, \quad \vec{a}_D = -\frac{\rho_a}{2\beta} \|\vec{v}\| \vec{v} \tag{2}$$

수식 (1)은 비행체에 작용하는 전체 가속도를 세 가지 힘 추력, 항력, 중력의 가속도의 합으로 나타내는 식이다. 각 힘의 가속도 중, 중력 가속도는 상수 값으로 정의되어 있으며, 추력과 항력의 가속도는 수식 (2)에 명시되어 있다. 추력의 가속도 \vec{a}_{Thr} 는 질량(m)과 추력의 크기(Thr), 그리고 추력 방향으로의 단위 벡터(\vec{u}_{Thr})를 통해 구할 수 있고, 항력의 가속도 \vec{a}_D 는 공기 밀도(ρ_a)와 탄도 계수(β), 그리고 비행체의 속도 벡터(\vec{v})를 통해 계산된다.

초고속 비행체의 운동방정식은 다양한 차원에서 정의될 수 있으며, 단순 포물선 운동에서, 고도별 항력 및 추력을 변형해나가는 복잡한 운동방정식까지 상세함의 수준을 변형하여 모델링할 수 있다. 활용된 운동방정식은 식 (1)에서 정의된 가속도 상태를 진행 시간에 따라 속도 상태에 반영하며, 동일한 방식으로 속도를 진행 시간에 따라 위치 상태에 반영한다. 아래는 지면 제약으로 인해 간략한 운동방정식의 내용을 소개한다. 또한, 제안된 방법론은 운동방정식의 상세함에 의존적이지 않으며, 활용된 운동방정식의 역운동방정식을 모델링할 수만 있다면 충분히 활용될 수 있다.

원점 추정은 표적의 운동을 되짚어 나가는 과정으로, 위 운동방정식의 추력, 공기저항, 중력을 표적에 반대로 작용시킨 역운동방정식을 활용하여 원점 추정을 수행하였다. 이때 비행체에 작용하는 힘은 Fig. 2의 오른쪽과 같이 나타난다.

$$\vec{a}_{inv} = -\vec{a}_{Thr} - \vec{a}_D - \vec{a}_G \tag{3}$$

1) 본 논문은 Google Scholar를 활용함.

역운동방정식은 표적에 적용하는 가속도의 방향을 반대로 한 것이며, 수식 (3)과 같이 나타난다. 정방향으로 작용하는 가속도의 반대 방향으로의 가속도를 받게 되면, 현재 시점에서 해당 가속도로 운동할 시, 이전 시점의 상태를 결과값으로 내기 때문에 이를 통해 역운동방정식을 구현할 수 있다. 임의의 초고속 비행체 운동을 추정할 때 알 수 없는 잠재 파라미터는 추력과 항력의 모델링에 나타나는 추진력의 크기 (Thr), 질량(m), 탄도 계수(β)이다. 따라서 본 논문은 비행체의 질량은 미리 알고 있다고 가정하여 추진력 및 탄도 계수에 대한 추정을 수행한다.

여기서 질량(m)을 알고 있다는 가정은 원점을 추정하고자 하는 비행체에 대해서 사전에 상당한 지식이 있다는 것을 가정하고 있으며, 이는 우리가 비행체의 기본적인 Specification을 알고있는 상황에서 제안된 방법론을 적용하다는 점을 가정하고 있는 것이다. 대다수의 실존하는 초고속 비행체가 정밀하지는 않으나, 일반적인 공학급의 질량(m) 정보가 공개되어 있다.

또한, 공기 밀도(ρ_a)는 기압(p), 온도(T), 고도(h)에 따라 달라지며 값은 수식 (4)와 같다.

$$\rho_a = \frac{p}{0.2869(T+273.1)} \quad (4)$$

수식 (4)에 나타나는 온도(T)와 기압(p)은 고도(h)에 따라 다르게 나타난다. 본 논문에서 분석한 비행체의 운동 구간의 온도와 기압은 수식 (5), (6)을 따른다.

$$T = -131.21 + 0.00299 h \quad (5)$$

$$p = 2.488((T+273.1)/216.6)^{-11.388} \quad (6)$$

3.2 표적 탐지 오차 모델링

초고속 비행체의 원점 추정을 위해 공학적 레이더 모델의 탐지 오차를 고려해야 한다. 레이더의 신호대 잡음비 SNR 는 다음의 수식 (7)을 통하여 도출할 수 있다. 자세한 기호들의 설명은 약어 설명표에 정리하였다.

$$SNR = \frac{t_p n_p \hat{p} G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T_s L_s R^4} \cos^3 \psi e^{-8 \ln 2 \left(\frac{\Delta \phi_{bw}}{\theta_{bw}} \right)^2} \quad (7)$$

$$\sigma_R^2 \approx \left(\frac{c T_R}{2 \sqrt{2 SNR}} \right)^2, \sigma_{\phi_m, \theta_m}^2 \approx \left(\frac{\theta_{bw} / \cos \psi}{1.6 \sqrt{2 SNR}} \right)^2 \quad (8)$$

수식 (7)에서 구한 신호대 잡음비를 수식 (8)에 대입하면, 거리에 대한 레이더 신호의 오차와 고도와 방위각에 대한 레이더 신호의 오차를 계산할 수 있다. 그러나 수식 (7)의 R , 수식 (8)의 SNR 을 제외한 나머지 상수의 경우, 관련된 데이터 획득이 어려워 해당 값을 임의로 정해야 한다.

$$SNR = \frac{nl}{R^4} \quad (9)$$

따라서 SNR 의 상수 ($1/\sqrt{nl}$)는 시스템 및 노이즈 상수에 의해 결정되는 값이며 수식 (9)를 수식 (8)에 대입하여 정리하면 오차는 수식 (10), (11)과 같이 나타난다.

$$\sigma_R^2 \approx \left(\frac{2\tau_R}{2\sqrt{2nl}} R^2 \right) = \left(\frac{K_1}{\sqrt{nl}} R^2 \right)^2 \quad (10)$$

$$\sigma_{\phi_m, \theta_m}^2 \approx \left(\frac{\theta_{bw} / \cos \psi}{1.6 \sqrt{2nl}} R^2 \right)^2 = \left(\frac{K_2 R^2}{\sqrt{nl}} \right)^2 \quad (11)$$

수식 (10), (11)에서 알 수 있듯, 두 오차는 상수와 거리 R 의 제곱을 곱한 식으로 나타난다. 실제로 본 연구에서 수행한 실험에서 노이즈를 부여할 때는, R 은 실제 거리를 활용하였고, 거리에 따른 관측 R 과 관측 ϕ, θ 는 수식 (12)와 같이 개별적인 가우시안 분포로부터 샘플링되는 ϵ 들에 의해 노이즈가 부여되도록 하였다. y_R, y_θ, y_ϕ 는 표적의 실제 위치이고, 실제 탐지되는 정보는 여기에 $\epsilon_R, \epsilon_\theta, \epsilon_\phi$ 만큼의 탐지 오차가 추가되어, 센서 탐지 정보인 y 가 제공된다.

$$y = \begin{bmatrix} y_R + \epsilon_R \\ y_\theta + \epsilon_\theta \\ y_\phi + \epsilon_\phi \end{bmatrix}, \quad \epsilon_R \sim N(0, \sigma_R), \epsilon_\theta \sim N(0, \sigma_\theta), \epsilon_\phi \sim N(0, \sigma_\phi) \quad (12)$$

이를 바탕으로, 시스템 상수에 따른 오차의 평균 및 표준편차를 구할 수 있다. 연구자의 가정 하에 타당하다고 판단되는 값으로써 nl 값은 0.05, 0.01, 1e-05로 설정하였고, 각 잡음 준위 하에서 실제 부여된 비행체의 경로와 탐지 위치의 거리 오차의 평균 및 표준편차는 Table 1과 같이 나타난다. Table 1을 통해, R 이 변화하는 상황에서 서로 다른 수준의 거리 오차를 보임을 확인할 수 있다.

Table 1. Observation error according to the nl

nl	$\mu_{position\ error}$	$\sigma_{position\ error}$
0.05	604.0998	318.5331
0.01	116.3762	63.3772
1e-05	0.11244	0.06002

Table 1에서 설정한 nl 은 수식 (9)의 시스템 상수를 통해 결정되는 수식 (10)과 수식 (11)의 상수 K_1 과 K_2 의 변화에 대응하는 값으로 해당 상수들을 변화해 가며 다양한 nl 을 갖는 상황을 가정할 수 있었다. Table 1의 $\mu_{position\ error}$ 및 $\sigma_{position\ error}$ 는 시뮬레이션을 통해 생성된 탐지정보 y 와 실제 위치 정보 y_R, y_θ, y_ϕ 사이의 직선거리를 몬테카를로 방식으로 계산하여, 평균과 분산을 제시한 결과물이다.

4. 원점 추정 방법론

4.1 탄도 계수 및 추진력 계수 추정 IMM 모델

IMM(Interacting Multiple Model)은 필터의 작동을 위해 잠재 파라미터의 값에 대한 추정이 필요할 경우, 파라미터의 값에 대한 여러 가설을 설정하고 각 가설 값을 배정받은 여러 필터의 관측치의 우도(Likelihood)에 따라 파라미터를 추정하여 표적에 대한 추적을 수행하는 모델이다.

예를 들어, 대기권 재진입 구간의 초고속 비행체에 대한 추적을 수행할 경우 항력(a_D)값이 필요하며, 위 동역학의 a_D 에 관여하는 탄도 계수 β 를 추정하는 IMM을 활용하게 된다. 그러나 본 논문은 부스팅 단계의 표적 추적을 상정하며 탄도 계수 β 및 추진력의 크기 Thr 를 동시에 추정해야 하므로 다중 IMM을 고려하여 추적을 수행해야 한다.

가장 간단한 방식의 IMM 구성은 Table 2와 같은 β 에 대한 가설 집합 $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$ 과 θ 에 대한 가설 집합 $\{Thr_1, Thr_2, Thr_3\}$ 을 완전히 조합하는 Full-Joint 방식의 IMM 구조이다. 이 경우, 두 파라미터에 대한 가설의 조합으로 총 9개의 필터로 이루어진 필터 뱅크가 결정된다. Fig. 3의 각 셀은 필터 뱅크 내 하나의 단위 필터를 나타내고 있다. 본 논문은 IMM의 단위 필터로 무향 칼만 필터를 활용하였다^[3].

Table 2. Estimation of drag coefficient and thrust coefficient using Full-Joint Probability (Option 1)

	Thr_1	Thr_2	Thr_3	$P(\beta)$
β_1	μ_1	μ_2	μ_3	$\mu_1+\mu_2+\mu_3$
β_2	μ_4	μ_5	μ_6	$\mu_4+\mu_5+\mu_6$
β_3	μ_7	μ_8	μ_9	$\mu_7+\mu_8+\mu_9$
$P(Thr)$	$\mu_1+\mu_4+\mu_7$	$\mu_2+\mu_5+\mu_8$	$\mu_3+\mu_6+\mu_9$	

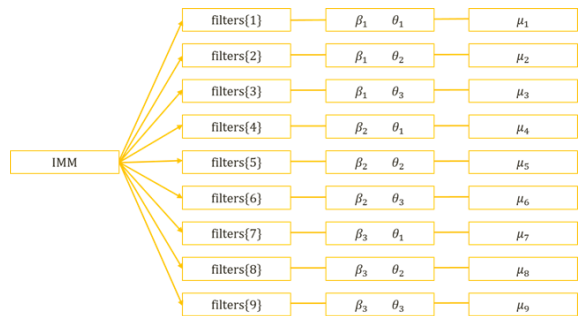


Fig. 3. Structure of IMM Filter Bank estimating Full-Joint Probability

그러나 위와 같이 Full-Joint 방식의 다중 IMM 구조를 활용하는 경우, 단위 필터의 개수가 매우 많아지는 많은 연산을 요구한다. 따라서 다양한 IMM 필터 뱅크를 구성하여 최적 필터 뱅크를 찾아야 한다. 이를 위하여, 우리는 시뮬레이션 실험을 통해, 위의 Full-Joint 방식 이외의 세 가지 다른 필터 뱅크 구조를 실험하였다. 이에 대한 설명은 “5. 시뮬레이션 결과”에 나열하였다.

4.2 원점 추정 과정

표적의 원점 추정은 IMM 필터에서 구한 최적 θ 와 β 를 바탕으로 이루어진다. 이 과정은 Fig. 4와 같다.

먼저 본 연구에서 Fig. 3을 포함하여 총 4가지의 다양한 IMM 필터 뱅크 구조를 제안하고, 해당 가설 구조들에 대해 최적의 가설 구조를 탐색한다. 이를 위해 각 가설 구조에 대해 10번의 반복 실험을 수행하여, 각 구조마다의 비행체의 추정 궤적과 실제 궤적 사이의 거리 오차를 비교하여 최적의 필터 뱅크 구조를 찾는다.

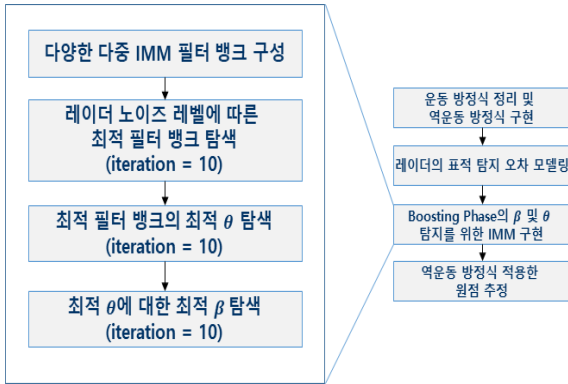


Fig. 4. Process of estimating optimal value of β and θ

이렇게 찾은 최적의 필터뱅크 구조를 사용하여, 다음 단계로 최적 파라미터 β 와 Thr 를 도출한다. 이 과정에서 β 와 Thr 에 대해 동시에 변화를 주면서 최적값을 탐색하기에는 그 조합의 수가 증가하여, 본 연구에서는 순차적으로 각각의 파라미터에 대한 최적 가설 구간을 탐색하였다. 이러한 파라미터 가설 값의 설정을 위하여 먼저 β 에 값을 대입한 후 θ 에 대한 파라미터 탐색하고, 다음으로 앞서 탐색된 최적의 θ 가설 값을 고정하고 β 에 대한 파라미터 탐색을 진행한다. 본 논문에서는 최적 Thr 와 β 를 구하기 위해 10번의 반복을 거쳤고, 이를 통해 신뢰 가능한 최적의 가설 값의 범위를 구한다.

마지막으로, 최적 Thr 와 β 가 구해지면, 이 값을 역운동방정식에 대입하여 물체의 운동을 추적하고 최종적으로 원점을 추정할 수 있다.

5. 시뮬레이션 결과

초고속 비행체의 원점 추정 시뮬레이션은 다음과 같은 과정을 거친다. 무향 칼만 필터를 활용하여 초고속 비행체가 특정 고도를 통과하는 지점부터 중간궤도를 진입하기 전까지의 구간을 추적한다. 그 후, IMM 필터를 활용하여 탐색한 최적의 β 와 Thr 을 역운동방정식에 적용하여, 원점을 추정하고 원점 추정 오차를 도출할 수 있다. Fig. 5는 시뮬레이션 과정을 도식화한 것이다. 본 논문에서는 시뮬레이션 된 비행체를 탐지한 센서 정보를 바탕으로 해당 비행체의 원점을 추정하였다.

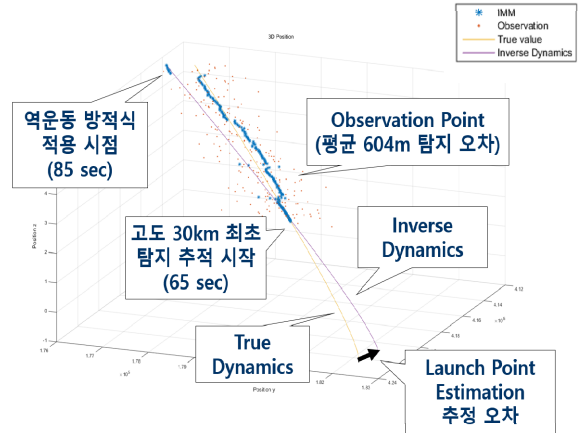


Fig. 5. Simulation for estimating the launch point

5.1 IMM 필터뱅크 구성

실시간 원점 추정을 위하여 Option 1) Full-Joint, Option 2) 두 파라미터의 가설 개수를 2개로 제한한 Full-Joint, Option 3) 세 개의 가설을 가정하되 (β_1, Thr_1), (β_2, Thr_2), (β_3, Thr_3), (β_3, Thr_3)의 단위 필터를 제외한 경우, Option 4) 두 파라미터의 가설 개수를 2개로 제한하고 β 및 θ 의 독립확률을 가정한 경우, 총 네 가지 형태의 IMM 구조에 대하여 실험해 보았다. 각각의 경우는 Table 2, Table 3, Table 4, Table 5로 나타낼 수 있다. Table 3에서 설명하는 Option 2는 기존의 Full-Joint의 필터뱅크 개수를 제한하여 만든 간략화된 Full-Joint이다. Table 4에서 설명하는 Option 3는 제시된 IMM의 Mode Parameter들(특정 추진력 및 탄도 계수)의 중간값 정보에 대한 신뢰성이 높을 때 설계할 수 있는 Centered 필터뱅크 구조이다. Table 5에서 설명하는 Option 4는 필터 개수가 3x3에서 2x2로 줄어든 상황에서, 여전히 세 단계의 모드를 정할 수 있는 장점이 있는 설계이다.

Table 3. Estimation of two mode drag coefficient and thrust coefficient using Full-Joint Probability (Option 2)

	Thr_1	Thr_2	$P(\beta)$
β_1	μ_1	μ_2	$\mu_1 + \mu_2$
β_2	μ_3	μ_4	$\mu_3 + \mu_4$
$P(Thr)$	$\mu_1 + \mu_3$	$\mu_2 + \mu_4$	

Table 4. Estimation of drag coefficient and thrust coefficient using Truncated Full-Joint Probability(Option 3)

	Thr_1	Thr_2	Thr_3	$P(\beta)$
β_1	-	μ_1	-	μ_1
β_2	μ_2	μ_3	μ_4	μ_3
β_3	-	μ_5	-	μ_5
$P(Thr)$	μ_2	μ_3	μ_4	

Table 5. Estimation of drag coefficient and thrust coefficient using Independent Probability (Option 4)

	Thr_1	Thr_2	Thr_3	$P(\beta)$
β_1	-	μ_1	-	μ_1
β_2	μ_2	-	μ_3	
β_3	-	μ_4	-	μ_4
$P(Thr)$	μ_2		μ_3	

nl 이 0.05, 0.01, 1e-05일 때, 100회 반복하여 IMM 성능을 검증한 결과 Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8과 같은 표적 위치 추정 오차를 보였다.

Fig. 6에서 확인할 수 있듯, 탐지 오차가 604±318인 경우, 네 가지 Option 조합이 유사한 성능을 보였으나, Fig. 7, Fig. 8처럼 탐지 오차가 604±318보다 작아지는 경우에는 Option 3가 각각 평균 23.587, 18.939 오차로 최적 구성이었다. 따라서 세 가지 경우의 탐지 오차에 대해 최적 성능의 IMM 필터 형태는 Option 3라고 결론지을 수 있었다. 더불어 nl 이 높아질수록 오차의 신뢰구간 역시 높아졌다. 이는 nl 이 높을수록 오차의 변동 역시 크게 나타남을 의미한다. Option 3는 중간 값 정보에 대한 신뢰성이 높을 때 활용하는 Centered 필터 बैं크 구조인데, 시뮬레이션 실험 시의 모드 값을 True 파라미터 값을 포함하는 Window 형태로 정하였기 때문에 결과가 도출되었다고 판단된다. 일반적인 경우, 알아내고자 하는 표적 파라미터의 최대, 최소를 짐작할 수 있으므로, Centered 필터 बैं크를 쓰는 것이 유리할 것으로 제안할 수 있다.

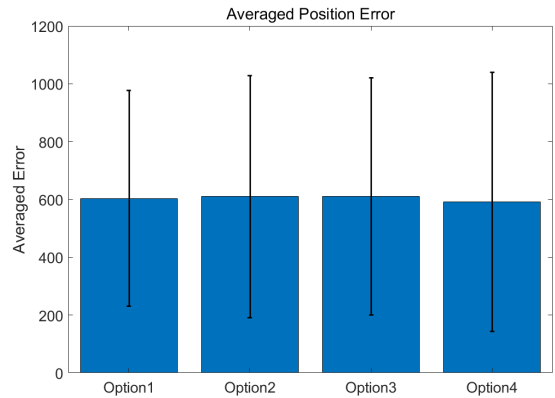


Fig. 6. Multiple IMM with Option 1, 2, 3, 4 filter bank, $nl = 0.05(604\pm318)$

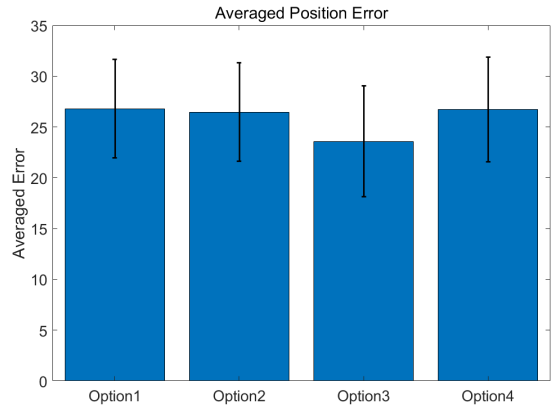


Fig. 7. Multiple IMM with Option 1, 2, 3, 4 filter bank, $nl = 0.01(116\pm63)$

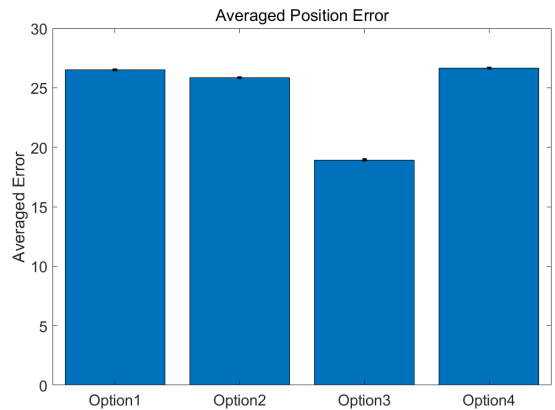


Fig. 8. Multiple IMM with Option 1, 2, 3, 4 filter bank, $nl = 1e-05(0.11\pm0.06)$

본 연구에서는 두 파라미터인 β 와 Thr 의 평균값만 주어지고 그 범위를 모른다고 가정된 상황에서 여러 필터 구조에 대한 비교 실험을 수행하였기 때문에 option 3의 필터뱅크 구조가 가장 좋은 성능을 보였지만, 만일 평균값마저도 모르는 상황이라면 모든 조합을 고려하는 Option1의 full-joint 방식이 가장 좋은 성능을 낼 것이라 기대할 수 있다.

5.2 θ 와 β 에 대한 최적 가설 설정 탐색

앞선 5.1절에서 IMM 필터뱅크의 가설 구조에 대한 탐색 과정을 거친 후, 이렇게 찾은 구조 중 Full-Joint 가설 구조를 고정한 뒤 가설값인 Thr 와 β 에 대한 최적 가설 설정을 탐색하였다. 먼저 실제 Thr 와 β 의 부스팅 단계에서의 파라미터의 참값의 범위는 Table 6과 같이 나타난다.

Table 6. The range of True Thr and True β

True value	Thr (Thrust)	β (Ballistic coefficient)
Upper	1.3566×10^5 ($\Delta 0.006$)	1.8788×10^4 ($\Delta 0.4000$)
Mean	1.3504×10^5	1.446×10^4
Lower	1.3431×10^5 ($\nabla 0.007$)	0.9399×10^4 ($\nabla 0.5000$)

이를 바탕으로 앞에서 설정한 nl 중 가장 높은 0.05인 경우에, β 에 참값을 대입하고 Thr 의 가설 값을 평균값인 1.35×10^5 을 중심으로 하여 범위를 $\{0.001, 0.003, 0.005, 0.007, 0.009\} \times 10^5$ 으로 변화시켜가며 평균 위치 오차를 측정하였다. 신뢰할 수 있는 가설값의 범위를 얻기 위해 해당 실험을 10번 반복하여 평균 위치 오차뿐 아니라 신뢰 구간도 계산하였다. 이 결과는 Fig. 9과 같이 나타난다. 결과에서 알 수 있듯, 가설값의 범위가 $\pm 0.007 \times 10^5$ 인 경우에 오차가 717.366로 가장 좋은 성능을 보였다.

Fig. 9에서 알 수 있듯, Thr 는 대체적으로 가설값의 구간이 좁은 것 보다는 넓은 것이 좋은 성능을 보인다. 이를 바탕으로 최적의 Thr 가설값의 구간을 고정하고, β 의 가설값의 범위 역시 같은 방법으로 변화시켜가며 평균 위치 오차를 측정한 결과는 Fig. 10과 같이 나타난다.

이 경우에는 가설값의 범위가 $\pm 0.1 \times 10^4$ 인 경우

에 오차가 545.389로 가장 좋은 성능을 보였다. β 는 Thr 와 달리 경향성을 찾아보기 어려웠다.

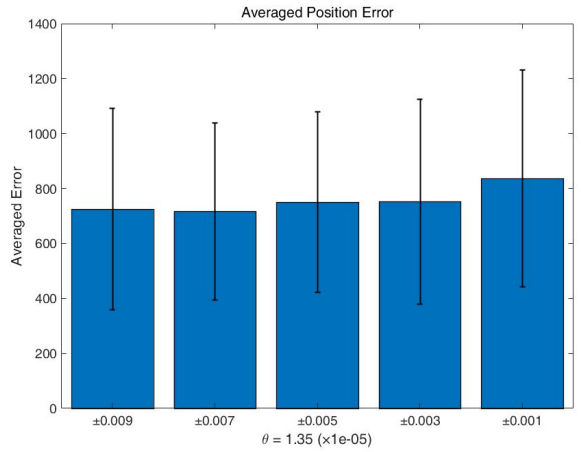


Fig. 9. Average position error with $Thr=1.35$, each x-axis value shows range of value θ

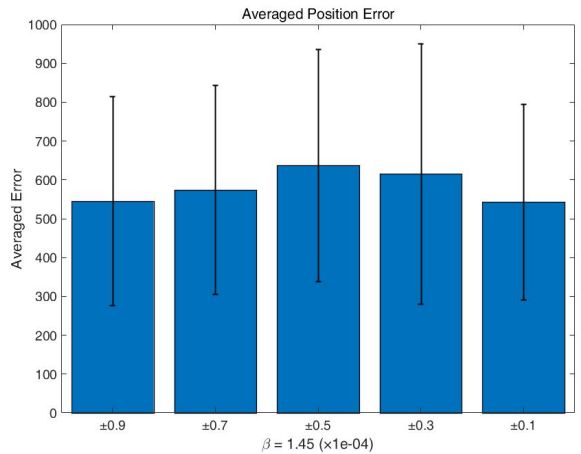


Fig. 10. Average position error with $\beta=1.45$ each x-axis value shows range of value β

5.3 역운동방정식을 적용한 원점 추정 및 오차

성능이 가장 좋은 Centered 필터뱅크 구조를 지니는 Option 3를 바탕으로 표적의 추적을 수행하였다. 이때 IMM 필터의 가설값은 실제값이 아닌, 앞선 5.2절에서 탐색한 최적의 파라미터 가설 범위를 적용하였다. 또한, 표적 추적 결과를 바탕으로 역 동역학 공식을 활용하여 nl 에 따른 원점 추정 오차를 파악하였다.

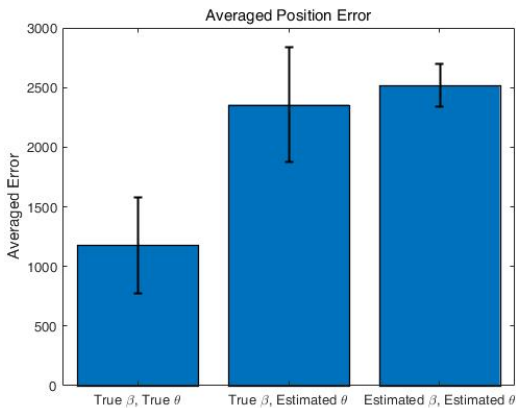


Fig. 11. Original point estimation error, $nl = 0.05$ (604 ± 318)

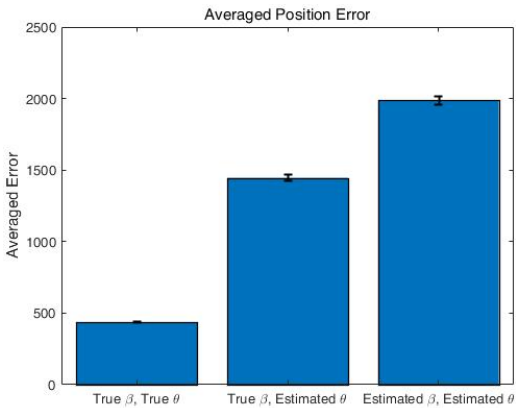


Fig. 12. Original point estimation error, $nl = 0.01$ (116 ± 63)

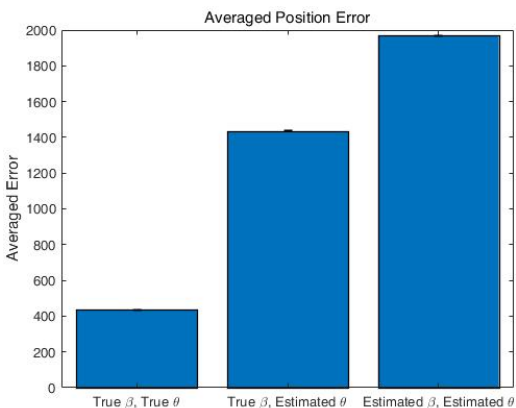


Fig. 13. Original point estimation error, $nl = 1e-05$ (0.11 ± 0.06)

nl 이 0.05일 때에 원점 추정을 수행한 결과, Fig. 11에서 확인할 수 있듯 2,516.513 수준의 오차를 다중 IMM을 활용하여 얻을 수 있었다. 이는 β 와 Thr 가 주어졌다고 가정할 때 얻을 수 있는 117.649보다 약 두 배 이상의 오차였다. 마찬가지로 nl 이 0.01, $1e-05$ 인 경우에도, 각각 Fig. 12과 Fig. 13에서 확인할 수 있듯 정보가 없을수록 원점 추정 오차가 커지는 것을 확인할 수 있었다.

6. 결론

본 논문은 초고속 비행체의 시뮬레이션 결과를 바탕으로, 다중 IMM을 활용하여 비행체의 원점 추정에 필요한 탄도 계수와 추력의 크기를 추정하였다. 이후, 추정된 값을 역운동방정식에 대입하여 비행체의 원점을 도출한 뒤 오차 수준을 검증하였다.

제안된 방법론은 기본적으로 필터 된 초고속 비행체 상태 정보의 Extrapolation을 목적으로 하고 있다. 이 연구의 대전제는 운동 방정식 변화가 없을 것이라는 가정이다. 그러므로 제안된 방법론은 대기권 밖으로 이탈한 비행체 혹은 발사지점 상공에서 특이 기동을 수행하는 비행체에는 적용되기 어려울 것이다.

제안된 방법론은 위와 같은 가정을 바탕으로 하더라도, 부스팅 단계의 초고속 비행체의 다양한 파라미터인 추진력 계수와 탄도 계수를 필터 기반으로 추정하였다는 점에서 의미가 있다. 특히, 두 계수를 동시에 추정하기 위한 IMM 구조의 실험이 핵심적인 연구 내용이다.

References

- [1] Naveh, B. Z., & Lorber, A., "Theater Ballistic Missile Defense," Progress in Astronautics and Aeronautics, 192, 1-397, p. 359, 2001.
- [2] Lih, Y., Kirubarajan, T., Bar-Shalom, Y., & Yeddanapudi, M., "Trajectory and Launch Point Estimation for Ballistic Missiles from Boost Phase LOS Measurements," IEEE Aerospace Conference. Proceedings, Cat. No. 99TH8403,n Vol. 4, pp. 425-442, 1999.
- [3] A. Farina, B. Ristic, D. Benvenuti, "Tracking a

- Ballistic Target: Comparison of Several Nonlinear Filters,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 38(3), pp. 854-867, 2002.
- [4] Li, X. R., & Jilkov, V. P., “Survey of Maneuvering Target Tracking. Part I. Dynamic Model,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 39(4), pp. 1333-1364, 2003.
- [5] E. Mazor, A. Averbuch, Y. Bar-Shalom, J. Dayan, “Interacting Multiple Model Methods in Target Tracking: A Survey,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 34(1), pp. 103-123, 1998.
- [6] R. Kandeju, B. Foss, L. Imsland, “Applying the Unscented Kalman Filter for Nonlinear State Estimation,” Journal of Process Control, 18(7), pp. 753-768, 2008.
- [7] Daeipour, E., & Bar-Shalom, Y., “An Interacting Multiple Model Approach for Target Tracking with Glint Noise,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 31(2), pp. 706-715, 1995.