

# 양자진화 알고리즘을 이용한 얇은 아치의 파라미터 추정

## Parameter Estimation of Shallow Arch Using Quantum-Inspired Evolution Algorithm

손 수 덕\*  
Shon, Sudeok

하 준 홍\*\*  
Ha, Junhong

### Abstract

The structural design of arch roofs or bridges requires the analysis of their unstable behaviors depending on certain parameters defined in the arch shape. Their maintenance should estimate the parameters from observed data. However, since the critical parameters exist in the equilibrium paths of the arch, and a small change in such the parameters causes a significant change in their behaviors. Thus, estimation to find the critical ones should be carried out using a global search algorithm. In this paper we study the parameter estimation for a shallow arch by a quantum-inspired evolution algorithm. A cost functional to estimate the system parameters included in the arch consists of the difference between the observed signal and the estimated signal of the arch system. The design variables are shape, external load and damping constant in the arch system. We provide theoretical and numerical examples for estimation of the parameters from both contaminated data and pure data.

*Keywords : Shallow arch, Parameter estimation, Quantum-inspired evolution algorithm, Global search, Maintenance, Observation*

## 1. 서론

아치(Arch) 형태의 지붕이나 교량 설계는 다양한 해석을 통해서 안정적인 형상의 설계 범위를 예측하는 것이 필요하다. 긴 경간의 구조에 적합한 아치나 셸(Shell)은 형상이 주는 영향이 크기 때문에 편평한 판(Flat plate)으로 공간을 덮는 것보다 경제적이고 아름답지만 불안정성으로 인한 붕괴의 위험을 방지할 수 있는 형상 범위를 예측하여 설계에 반영하여야 하기 때문이다. 아름답고 재료 경감을 위해서는 더 얇은 형상으로 아치를 설계하는 것이 요구된다. 그러나 형상 설계의 경계를 예측하는 것은 간단하지 않고, 시공된 구조물의 물리적인 파라미터 추정이 쉽지 않다.

아치의 동적 불안정성은 일반적으로 초기 조건과 기

하학적 불완전성에 영향을 받는다. 이와 관련된 연구는 1950년대 초 Hoff & Bruce(1953)<sup>1)</sup>로부터 시작되었으며, 카오스 운동, 전역 동적 거동, 정밀한 해의 연구, 공진 현상, 경계 조건과 이동 하중에 대한 좌굴, 스펙트럼 해석 등의 연구<sup>2-4)</sup>로 주제가 확대되었다. 최근에는 시스템 동정(Identification)과 안정성, 포물선 아치, 민감성, 능동적 진동 제어 등<sup>5-7)</sup>의 연구가 시작되었다. 이처럼 아치에 대한 불안정성과 시스템 식별에 관한 연구는 여전히 공학자들의 큰 관심사이다.

아치의 불안정성은 미세한 파라미터의 변화에 구조물이 예상치 못한 경로로 진행되는 평형 경로의 특이점(Singularity)이나 위상공간(Phase space)에서 나타나는 변화를 관측하여 임계를 예측할 수 있다. 임계 경계는 감쇠에 따라 민감한 정도가 달라지며<sup>5),7)</sup>, 임계 경계 부근에서는 시계열 응답의 변화가 매우 크게 나타난다. 이러한 까닭에 시스템 추정용 최적화 모델의 목적 함수는 국소적 최소값이 나타나는 복잡한 양상을 지니게 되므로 전역적 탐색을 통해 풀어야만 효과적이다.

최근 전역적 공간에서의 최소값 탐색 기법으로 양자 연산(Quantum computation) 기반의 알고리즘이 많이

\* 정회원, 한국기술교육대학교 건축공학과 연구교수, 공학박사  
Dept. of Architectural Engineering, Koreatech  
\*\* 교신저자, 정회원, 한국기술교육대학교 교양학부 교수, 이학박사  
School of Liberal Arts, Koreatech  
Tel: 041-640-8612 Fax: 041-640-7217  
E-mail: hjh@koreatech.ac.kr

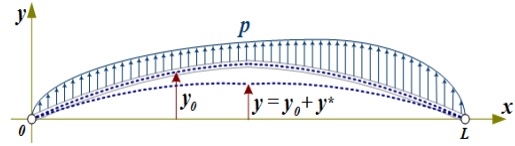
등장하고 있다. 진화 전산과의 다양한 접목으로 개발된 양자 기반의 전역적 탐색 기법은 양자 비트(Quantum-bit)와 양자 게이트(Quantum gate) 등의 연산자를 개발하여 기존의 진화 전산 구조에 적용하게 된다. 양자 진화 알고리즘(QEA: Quantum Evolution Algorithm)은 이러한 방법 중 하나로 기존의 결정론적 컴퓨터에서 양자 특성을 진화 알고리즘에 적용한 것이다. 이와 같은 알고리즘들은 비결정론적인 양자 비트와 양자 게이트들의 특성에 따라 다양한 결과를 보이며<sup>8)</sup>, 알고리즘의 적용성과 장단점을 파악하기 위한 연구가 다수 진행되고 있다<sup>9-11)</sup>. 이 알고리즘의 가장 큰 장점 중 하나는 세대간 정보가 양자 비트에 누적되어 저장되는 것으로 기존 전 단계의 세대 정보만을 이용하는 알고리즘보다 전역적 최적화 정보를 쉽게 판단할 수 있다<sup>9,11)</sup>.

본 연구에서는 전역적 탐색 기법인 QEA를 이용하여 조밀한 영역에서 국소적 최소값을 많이 갖는 아치 시스템의 파라미터를 추정한다. 아치의 경우 추정 대상 파라미터로 형상, 외력 및 감쇠를 고려할 수 있으며, 본 논문에서는 1차 대칭 모드(Symmetric mode)를 대상으로 추정용 수치 예제를 형성하여 연구하도록 한다. 초기 형상 및 평형 상태에 대한 외력 파라미터와 감쇠 상수의 추정을 위해서 선정한 모델은 외력의 범위를 임계 전과 후 및 임계 근방에서의 값으로 적용하여 탐색 가능 여부를 판단하도록 하였다. 또한 노이즈가 포함된 시계열 응답을 구하고 예제에 적용하여 본 논문에서 제시된 방법으로 파라미터 추정에 대한 적용성을 살펴보도록 한다. 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 아치의 지배 방정식과 파라미터 추정용 모델을 제시하고, 3장에서는 QEA의 탐색 방법과 연산자를 설명하며, 4장에서는 1차 모드 아치에 대한 파라미터 추정용 예제를 다루도록 한다. 5장에서는 결론을 도출한다.

## 2. 아치의 파라미터 추정 모델

아치 모델은 형상, 높이, 시스템의 환경에 따라 수학적으로 다양하게 표현된다. 본 연구에서는 얇은 아치에 관한 모델로 시간에 대한 2계 편미분방정식인 식 (1)을 살펴보도록 한다. 다루게 될 아치 방정식은 (Fig. 1)에서 보는 바와 같이 양단이 힌지(Hinge)이고 거리는 0에서 L까지인 아치이다. 변수는 초기 형상  $y_0(x)$ 과 변위

$y^*(x,t)$ 이며,  $y = y_0 + y^*$ 이다. 시스템 상수는 질량  $\rho$ , 영계수  $E$ , 단면적  $A(x)$ , 단면이차모멘트  $I(x)$ 이며, 구간  $[0, L]$ 에서 일정하다<sup>5)</sup>.



(Fig. 1) Shallow arch and shape functions

$$\rho A \ddot{y} + EI y'''' \quad (1)$$

$$- \left[ \beta + \kappa \int_0^L y_0'^2 dx \right] y'' + \gamma \dot{y} = f$$

여기서,  $f(x,t) = p(x,t) + y_0''''(x)$ ,  $\kappa = \frac{EA}{2L}$ ,

$\beta = -\kappa \int_0^L y_0'^2 dx$ 이며,  $p(x,t)$ 는 무차원화한 외부 하중이다. 위 식에서  $\dot{\quad}$ 은 시간에 대한 미분,  $\prime$ 는 공간에 대한 미분을 의미한다.

식 (2)와 같이 파라미터들을 치환하여 아치 방정식에 나타나는 모든 파라미터를 무차원화 시킨다. 결과 공간은  $[0, \pi]$ 이다.

$$x \leftarrow \frac{\pi x}{L}, y_0 \leftarrow \frac{y_0}{k}, y \leftarrow \frac{y}{k}, \quad (2)$$

$$p = \frac{q}{EI k} \frac{L}{\pi^2}, \omega_0 = \frac{\pi}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}},$$

$$t \leftarrow \omega_0 t, \gamma \leftarrow \frac{\gamma}{\rho A \omega_0}$$

여기서  $k$ 는 단면2차반경이며,  $q$ 는 외력이다.

식 (2)의 파라미터들을 이용하여 식 (1)을 정리하면 구간  $[0, \pi]$ 에서의 무차원화 아치 방정식인 식 (3)을 구할 수 있다.

$$\ddot{y} + y'''' - \left[ \beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi y_0'^2 dx \right] y'' + \gamma \dot{y} = f \quad (3)$$

여기서,  $\beta = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi y_0'^2 dx$ 이다.

아치 시스템의 지배 방정식 식 (3)에 대한 추정 문제를 풀기 위해서 다음과 같이 유한 합으로 표현된 함수를 이용하면,

$$y_0(x) = \sum_{n=0}^N h_n \sin(nx), \quad (4)$$

$$y_1(x, t) = \sum_{n=0}^N y_{1n} \sin(nx),$$

$$p(x, t) = \sum_{n=0}^N w_n \sin(nx)$$

지배 방정식 식 (3)의 해는 식 (5)와 같이 표현된다<sup>5)</sup>.

$$y(x, t) = \sum_{n=0}^N Y_n(t) \sin(nx) \quad (5)$$

여기서, 성분 함수  $Y_n(t)$ 는 다음의 초기값 문제 (Initial value problem)의 해(Solution)이고, 식 (6)의 방정식을 통해서 아치의 진동을 살펴볼 수 있다.

$$\ddot{Y}_n + \gamma \dot{Y}_n + n^4 Y_n + \frac{1}{4} n^2 Y_n \sum_{j=1}^N j^2 (Y_j^2 - h_j^2) = n^4 h_n + w_n \quad (6)$$

$$Y_n(0) = h_n, \quad \dot{Y}_n(0) = y_{1n}$$

$$n = 1, 2, \dots, N$$

추정용 파라미터들의 추정 집합  $R^{2N+1}$  원소를  $v = (\mathbf{h}, \mathbf{w}, \gamma)$ 라 하면 모든 원소는  $2N+1$ 개로 구성된다. 아치 시스템의 관측값이  $z(x, t)$ 로 주어졌을 경우 아치 시스템의 미지의 파라미터를 추정하기 위한 목적 함수  $V(v)$ 는 다음과 같다.

$$V(v) = \int_0^T \int_0^\pi \{y(x, t; v) - z(x, t)\}^2 dx dt \quad (7)$$

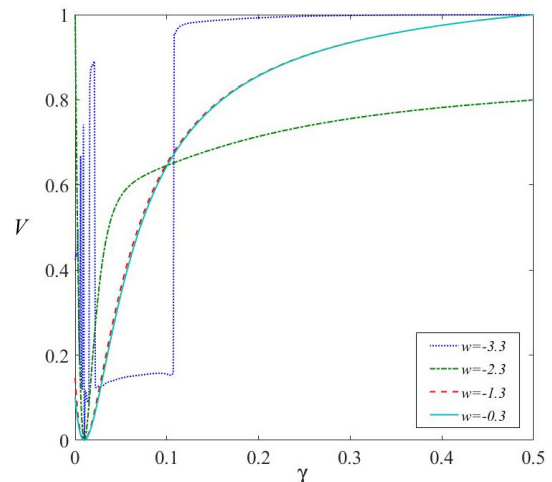
여기서  $y$ 는 추정 대상 파라미터들로 이루어진 원소  $v$ 에 대한 아치 시스템의 해이다. 따라서 파라미터 추정 문제는 곧 다음을 만족하는 파라미터들의 최적 원소  $v^*$ 를 구하는 것이다.

$$V(v^*) = \arg \min_{v \in R^{2N+1}} V(v) \quad (8)$$

식 (7)에서 이중 적분의 제곱근을  $\| \cdot \|$ 으로 간단하게 표현하면  $V$ 는 연속이므로  $V(v^*)$ 를 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$V(v^*) = \| y(x, t; \mathbf{h}^*, \mathbf{w}^*, \gamma^*) - z(x, t) \|^2 \quad (9)$$

그러나 식 (9)는 불안정 현상의 임계값 근처에서 파라미터 변화에 민감하다. <Fig. 2>는 1차 모드에 대한 문제에서 파라미터  $h_1 = 3$ 인 경우  $w_1$ 가  $-0.3, -1.3, -2.3, -3.3$ 인 때의  $V(\gamma)/\max V(\gamma)$ 를 계산한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 하중 레벨  $w_1 = -3.3$ 의 경우는 변화가 크며, 원래 이 값에 가까운 값이다.



<Fig. 2> The graph of  $V := V(\gamma)/\max V(\gamma)$

<Fig. 2>와 같이 단일 파라미터에 대해서도 다수의 국소적 최소점을 예상할 수 있으므로 본 문제를 전역 최적화 기법인 QEA로 해석하여 최적 파라미터 원소를 구하도록 한다. 이때 1차 모드에 대한 아치를 대상으로 추정한 결과만을 다루도록 한다.

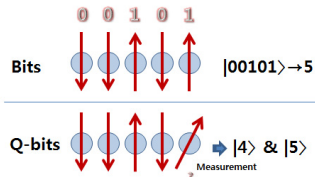
### 3. QEA 탐색 기법

Han & Kim(2002)<sup>8)</sup>에 의해 개발된 QEA는 Q-bit를 이용한 알고리즘이며, 0과 1이 중첩된 비트의 정보 저장과 Q-gate의 적용으로 진화 알고리즘을 구현하는 것이다. 기존의 컴퓨터에서 Q-bit 표현(Representation)과

연산자의 처리는 결정적 데이터를 이용한 불확정성을 도입한 구조로 표현해야 하며, Q-bit의 측정(Measurement)으로 결정적 데이터가 처리된다. 이 알고리즘은 룩업테이블(Look-up table)을 통해 확률 변화를 거듭하여 원하는 방향에 도달하게 된다.

### 3.1 Q-bit와 Q-gate

이진 비트(Binary-bit)와 Q-bit는 결정론적 데이터와 비결정론적 데이터 저장 방식으로 설명할 수 있으며, <Fig. 3>과 같이 불확정성을 포함한 상태로 측정된다. 즉, 0과 1의 정보가 공존한다. 현재의 상태는 측정에 따라 달라진다.



<Fig. 3> Binary-bits vs. Q-bits

Q-bit 표현은 식 (10)과 같고,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 0과 1 상태의 확률 크기를 구체화하는 복소수이다. 즉, 0의 확률은  $|\alpha|^2$  이고, 1의 확률은  $|\beta|^2$  이다. 그러므로 상태의 정규화에 따라 항상 1이 된다. m개의 Q-bit로 구성된 시스템의 경우  $2^m$ 개의 상태가 동시에 나타나게 된다.

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \tag{10}$$

임의의 t세대 개체군  $Q(t)$ 는 다음과 같다.

$$q_j^t = \begin{bmatrix} \alpha_{j1}^t & \alpha_{j2}^t & \dots & \alpha_{jm}^t \\ \beta_{j1}^t & \beta_{j2}^t & \dots & \beta_{jm}^t \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$Q(t) = \{q_1^t, q_2^t, \dots, q_n^t\} \tag{12}$$

QEA의 각 개체는 식 (11)로 표현한다. 세대의 증가에 따라 불확정성은 붕괴(Collapse)되며, 관측에 따른 결과는 Q-bit에 축적된다.

개체 초기화의 정의는 확률이 동일한 상태가 되도록 한 것, 즉 Q-bit의 모든 경우의 수를 확률적으로 동시에 나타낸 것으로 식 (13)과 같다.

$$|\Psi_{q_i}\rangle = \sum_{k=1}^{2^m} \frac{1}{\sqrt{2^m}} |X_k\rangle \tag{13}$$

여기서  $X_k$ 는 k번째 상태의 이진 스트링 표현이고, 성분  $x_i$ 는 0과 1의 값을 갖는다.

Q-bit는 Q-gate로 조절된다. 게이트 특성은 가역적(Reversible)이며, 유니타리(Unitary operator)로 표현된다.  $U$ 의 기저(Basis)는  $U^\dagger U = UU^\dagger$ 를 만족하며,  $U^\dagger$ 는  $U$ 의 에르미트 행렬의 수반 행렬이다. 이러한 게이트 중에서 QEA는 다음의 정규화 조건을 만족한 회전 게이트를 이용한다.

$$U_{rotation}(\Delta\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta_i) & -\sin(\Delta\theta_i) \\ \sin(\Delta\theta_i) & \cos(\Delta\theta_i) \end{bmatrix} \tag{14}$$

양자 전산의 가장 큰 특징은 중첩과 얽힘에 기반을 둔 양자 병렬화이며, 두 Q-bit가 분리될 수 없다는 것은 얽혀있는 상태를 의미한다.

### 3.2 QEA의 연산 구조

QEA는 식 (11)과 같은 개체군을 형성하고 상태를 측정된 결과를 바탕으로 연산한다. 개체군  $Q(t)_{t=0}$ 는 m개의 Q-bit로 표현되며, 식 (13)으로 초기화하여 스트링을 구성한다. 이를 측정하여  $P(t)_{t=0}$ 로 정의하며, 최상의 적합도(Fitness)를 개체 그룹에 저장하여 연산을 수행한다. QEA 연산에서 관측을 수행하는 양자 개체군은 현 세대를 기준으로 이전 세대에 대한 Q-gate 연산을 수행하여 정보를 갱신한다. 여기서 정의되는 게이트의 회전각은 <Table 1>과 같은 룩업테이블을 기준으로 결정하며, 문제에 따라 미치는 영향이 다르게 나타난다. 탐색 균형은 이주(Migration) 연산자를 이용하며, 전역 탐색(Global search)을 수행하는 방법으로 다양한 회전각과 게이트를 설정한다.

### 3.3 개체군의 확률 평균과 수렴도

중첩된 데이터와 세대간 변화의 정보는 Q-bit에 축적된다. 이를 이용해 양자 비트 수렴도 식 (15)와 평균 수렴도 식 (16)으로 결과의 상태를 판단할 수 있다.

〈Table 1〉 Look-up table for QEA

$x_i$	$b_i$	$\frac{f(x)}{f(b)}$	$\Delta\theta$	$\text{sign}(\alpha_i\beta_i)$			
				$\alpha_i\beta_i >$	$\alpha_i\beta_i <$	$\alpha_i = 0$	$\beta_i = 0$
0	0	T	$\theta_1$	0	0	0	0
0	0	F	$\theta_2$	0	0	0	0
0	1	T	$\theta_3$	1	-1	0	$\pm 1$
0	1	F	$\theta_4$	0	0	0	0
1	0	T	$\theta_5$	1	-1	$\pm 1$	0
1	0	F	$\theta_6$	0	0	0	0
1	1	T	$\theta_7$	0	0	0	0
1	1	F	$\theta_8$	0	0	0	0

cf)  $\theta = \text{sign}(\alpha_i\beta_i)\Delta\theta$ ;  $\theta = \{00P0N000\}^T$ ;  
 $P(=-N) = 0.001\pi \sim 0.05\pi$

$$C_b(\mathbf{q}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |1 - 2|\alpha_i|^2| \quad (15)$$

$$C_b^t(Q(t)) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n C_b(\mathbf{q}_j) \quad (16)$$

양자 비트의 확률 평균과 평균 수렴도를 이용하면 종료 조건(Termination condition)을 제공할 수 있으며, 두 값이 허용하는 설계 종료 조건보다 낮으면 정지할 수 있다.

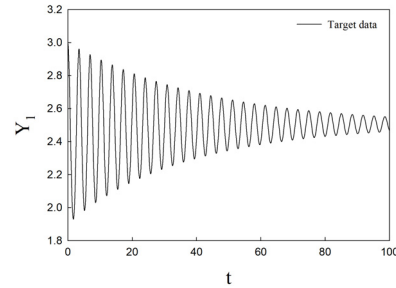
## 4. 해석 예제

아치의 파라미터 추정용 목적 함수인 식 (9)를 이용하여 QEA 연산을 통해 최적 파라미터를 구하도록 한다. 앞서 설명한 바와 같이 추정용 목적 함수는 형상  $h$ , 외부 하중  $w$ , 감쇠 파라미터  $\gamma$ 로 구성된다. 본 장에서는 3가지 상태의 예제에 대한 해석을 수행하고 그 결과를 살펴보도록 한다. 첫 번째 예제는 좌굴 현상이 나타나기 전 하중 레벨을 대상으로 구성하고, 두 번째는 스냅핑(Snapping)이 일어난 하중 레벨에서 노이즈를 가진 경우로 구성한다. 마지막으로 임계 근방의 하중 레벨에서 비교적 큰 노이즈를 가질 경우로 해석을 수행하였다.

### 4.1 해석 예제 A

첫 번째 예제는  $h = 3$ ,  $w = -2.2$ ,  $\gamma = 0.05$ 인 모델로 〈Fig. 4〉와 같다. 시계열 응답에서 보는 바와 같이 평형점으로 수렴하며, 초기 형상에서 급격한 변화없이 진행된다. QEA 탐색 결과는 〈Fig. 5 (a)〉와 같이 세대가

증가할수록 목적 함수가 0으로 수렴한다. 탐색된 파라미터의 추정 결과는  $h^* = 3.0039$ ,  $w^* = -2.2150$ ,  $\gamma^* = 0.0494$ 로 나타났으며, 탐색 파라미터의 세대별 결과를 목표값으로 나눈 그래프인 〈Fig. 5 (b)〉와 같이 잘 수렴하는 것으로 나타났다. 또한 〈Fig. 6〉에서 보는 바와 같이 두 시계열 응답은 잘 일치한다.



〈Fig. 4〉 Target signal of Example A

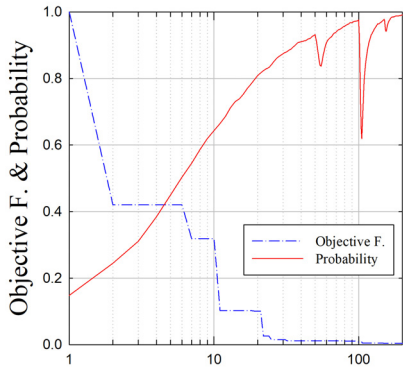
### 4.2 해석 예제 B

해석 예제 B는  $h = 3$ ,  $w = -4.3$ ,  $\gamma = 0.05$ 인 모델로 〈Fig. 7〉과 같다. 시계열 응답에서 보는 바와 같이 아치의 최종 형상이 초기 형상과 위상이 반대되는 방향으로 수렴하고 있으며, 초기 조건에 의한 급격한 변화를 예상할 수 있다. 또한 목표 시계열 응답은 형상 파라미터  $h$ 에 대해 0.1%의 노이즈를 주어 계산한 모델이다. 탐색 결과, 〈Fig. 8 (a)〉와 같이 세대가 증가할수록 목적 함수는 0으로 잘 수렴한다. 탐색된 파라미터의 결과는  $h^* = 2.9804$ ,  $w^* = -4.2213$ ,  $\gamma^* = 0.0499$ 로 나타났으며, 〈Fig. 8 (b)〉와 같이 잘 수렴한다. 또한 〈Fig. 9〉와 같이 두 시계열 응답의 결과는 서로 잘 일치한다.

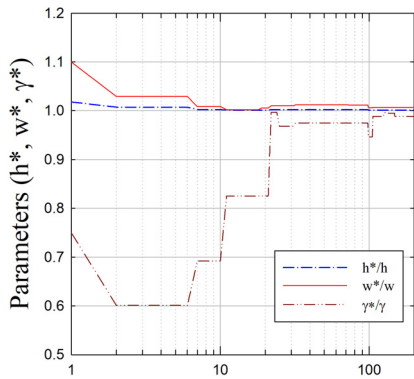
예제 B는 노이즈를 포함한 데이터이지만 비교적 잘 일치한다. 예제 A와 비교할 때 감쇠는 더 일치하지만 형상과 하중 파라미터는 예제 A가 더 잘 일치한다.

### 4.3 해석 예제 C

해석 예제 C는  $h = 3$ ,  $w = -3.2$ ,  $\gamma = 0.05$ 인 모델로 〈Fig. 10〉과 같다. 〈Fig. 2〉의 결과와 같이 임계 근방의 하중이다. 초기 형상에 대한 위상 변화는 볼 수 없지만 약간의 하중 변화에 스냅핑이 발생할 수 있다. 또한 예제 C는 목표 응답이 형상 파라미터  $h$ 에 대해 3.0%의 노이즈를 주어 계산하였으며, 그림에서 보는 바와 같이 매끄럽지 않은 곡선이다. 탐색 결과, 〈Fig. 11 (a)〉와 같이 세대가 증가할수록 목적 함수는 0으로 잘 수렴한다.

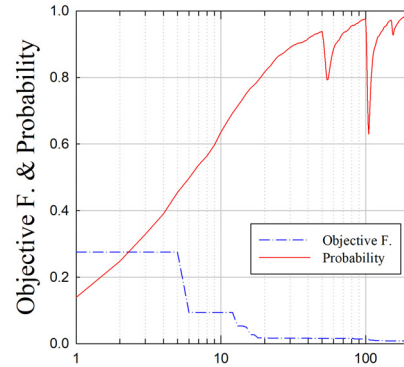


(a) Objective function and probability

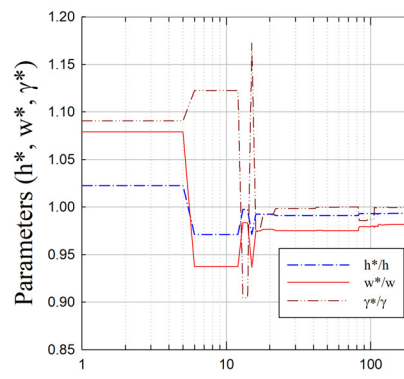


(b) Parameters

〈Fig. 5〉 Results of Example A

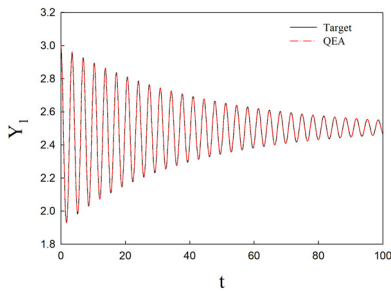


(a) Objective function and probability

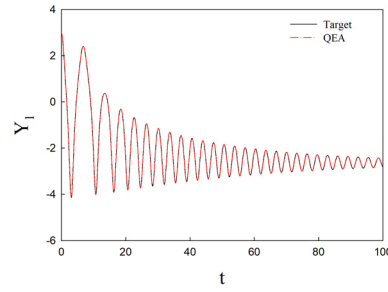


(b) Parameters

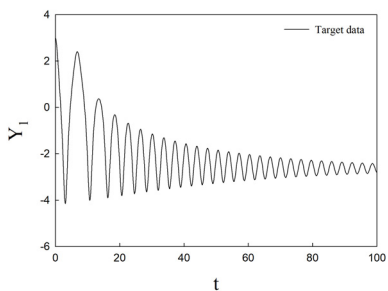
〈Fig. 8〉 Results of Example B



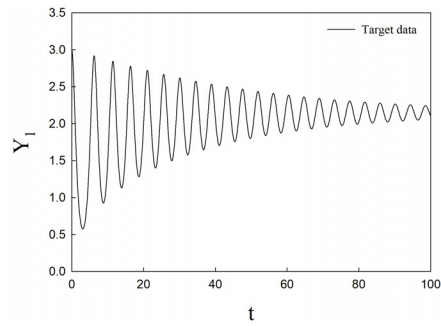
〈Fig. 6〉 Response results of Example A



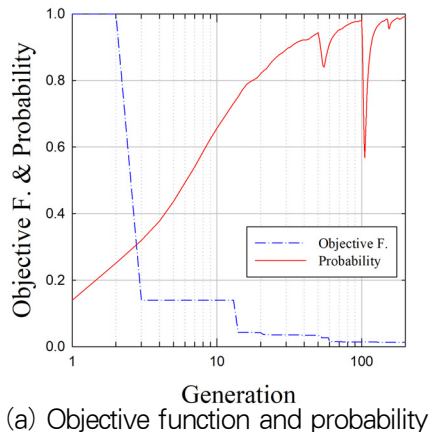
〈Fig. 9〉 Response results of Example B



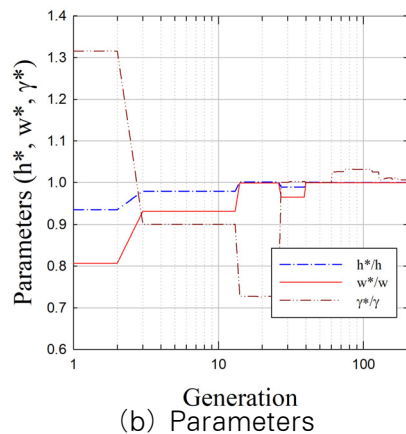
〈Fig. 7〉 Target signal of Example B



〈Fig. 10〉 Target signal of Example C

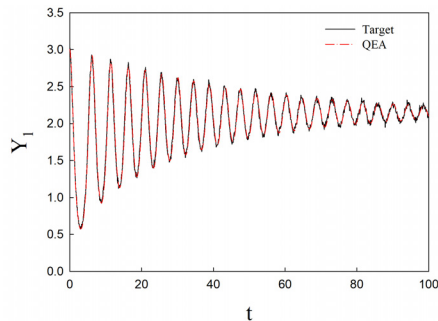


(a) Objective function and probability



(b) Parameters

〈Fig. 11〉 Results of Example C



〈Fig. 12〉 Response results of Example C

탐색 결과는  $h^* = 3.0004$ ,  $w^* = -3.1983$ ,  $\gamma^* = 0.0503$ 로 나타났으며, 〈Fig. 11 (b)〉에서 보는 바와 같이 잘 수렴한다. 또한 〈Fig. 12〉와 같이 두 응답의 결과는 서로 잘 일치한다.

예제 C는 다른 예제보다 노이즈가 크고 민감한 하중 레벨에 위치하나 비교적 좋은 결과를 보여주고 있다.

#### 4.4 해석 결과 비교

파라미터 추정 방법의 신뢰도를 평가하기 위해 형상

과 감쇠 상수를 각각  $h = 3$ ,  $\gamma = 0.05$ 로 고정하고, 하중과 노이즈를 변화시켜 해석하였다. 하중( $w$ )은 임계값 근방의 2개 값(-3.2, -3.3)과 그 외 2개 값(-2.2, -4.3)을 채택하였고, 노이즈는 최대 5%까지 고려하였다. 추정 결과는 〈Table 2〉와 같이 하중은 0.5%, 감쇠 상수는 11.1%, 외부 하중은 1.7%의 평균오차를 보였다. 이 결과로 미루어 볼 때, 본 논문의 추정 방법은 신뢰할 만하다고 판단된다.

〈Table 2〉 Estimation results ( $h = 3$ ,  $\gamma = 0.05$ )

$w$	Noise (%)	QEA			Error		
		$h^*$	$\gamma^*$	$w^*$	$h^*$	$\gamma^*$	$w^*$
-2.2	0.0	3.004	0.049	-2.215	0.1%	1.1%	0.7%
	0.1	2.998	0.050	-2.195	0.1%	0.3%	0.2%
	1.0	3.000	0.056	-2.200	0.0%	11.3%	0.0%
	3.0	2.985	0.070	-2.144	0.5%	40.0%	2.6%
	5.0	2.966	0.030	-2.067	1.1%	40.0%	6.0%
-3.2	0.0	3.000	0.047	-3.199	0.0%	5.0%	0.0%
	0.1	3.000	0.043	-3.192	0.0%	14.2%	0.2%
	1.0	3.022	0.051	-3.286	0.7%	2.5%	2.7%
	3.0	3.000	0.050	-3.198	0.0%	0.7%	0.1%
	5.0	2.971	0.066	-3.112	1.0%	31.7%	2.8%
-3.3	0.0	2.995	0.044	-3.276	0.2%	12.0%	0.7%
	0.1	2.987	0.045	-3.252	0.4%	10.0%	1.5%
	1.0	2.977	0.051	-3.217	0.8%	2.8%	2.5%
	3.0	2.992	0.060	-3.277	0.3%	20.0%	0.7%
	5.0	2.928	0.055	-3.108	2.4%	10.2%	5.8%
-4.3	0.0	2.994	0.051	-4.284	0.2%	1.7%	0.4%
	0.1	2.980	0.050	-4.221	0.7%	0.0%	1.8%
	1.0	2.974	0.053	-4.206	0.9%	5.0%	2.2%
	3.0	3.000	0.048	-4.300	0.0%	3.8%	0.0%
	5.0	2.960	0.055	-4.175	1.3%	9.1%	2.9%
Ave.					0.5%	11.1%	1.7%

## 5. 결론

본 논문은 전역적 탐색 기법인 QEA를 이용하여 아치의 시스템 파라미터 추정을 연구하였다. 얇은 아치 모델의 지배 방정식에서 형상, 하중, 감쇠에 대한 추정 모델의 목적 함수를 다루었으며, 임계 근처의 목적 함수가 매우 불규칙적임을 보였다. 이러한 모델에 대해서 QEA 기법을 이용하여 아치의 추정 모델 예제를 해석하였으며, 예제 해석 결과를 바탕으로 신뢰할 만하다고 할 수 있다. 또한 임계 하중 근처의 예제도 유효한 결과를 얻었으며, 노이즈를 고려한 예제 모델 역시 추정 시스템의 파라미터와 매우 유사한 결과를 얻었다. 예제의 해석 결과에서 볼 때 아치의 파라미터 추정 문제에서 QEA의

적용은 임계 근처의 파라미터에서도 탐색 가능한 효과적인 해법으로 판단된다. 다만 본 논문은 1차 모드만 다루었으므로 추후 고차 모드에 대한 연구가 필요할 것으로 생각된다.

### 감사의 글

이 논문은 2017년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(NRF-2017R1D1A1B03031451). 또한 이 논문은 2018학년도 한국기술교육대학교 교수 교육연구진흥과제 지원에 의하여 연구되었음.

### References

1. Hoff, N. J., & Bruce, V. G., "Dynamic Analysis of the Buckling of Laterally Loaded Flat Arches", *Journal of Mathematics and Physics*, Vol.32, No.1-4, pp.276~288, 1953
2. Bi, Q., & Dai, H. H., "Analysis of non-linear dynamics and bifurcations of a shallow arch subjected to periodic excitation with internal resonance", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.233, No.4, pp.553~567, 2000
3. Chen, J. S., & Lin, J. S., "Stability of a shallow arch with one end moving at constant speed", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol.41, No.5, pp.706~715, 2006
4. Lin, J. S., & Chen, J. S., "Dynamic snap-through of a laterally loaded arch under prescribed end motion", *International Journal of Solids and Structures*, Vol.40, No.18, pp.4769~4787, 2003
5. Ha, J., Gutman, S., Shon, S., & Lee, S., "Stability of shallow arches under constant load", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol.58, pp.120~127, 2014
6. Virgin, L. N., Wiebe, R., Spottswood, S. M., & Eason, T. G., "Sensitivity in the structural behavior of shallow arches", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol.58, pp.212~221, 2014
7. Pokhrel, B. P., Shon, S., Ha, J., & Lee, S., "Dynamic Stability and Semi-Analytical Taylor Solution of Arch With Symmetric Mode", *Journal of Korean Association for Spatial Structures*, Vol.18, No.3, pp.83~91, 2018
8. Han, K. H., & Kim, J. H., "Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization", *IEEE Transaction on Evolutionary Computation*, Vol.6, No.6, pp.580~593, 2002
9. Shon, S., & Lee, S., "Development of Quantum-inspired Harmony Search Algorithm for Minimum Weight Design of Truss Structures", *Journal of the Architectural Institute of Korea, Structure & Construction*, Vol.31, No.10, pp.39~46, 2015
10. Zhang, G., "Quantum-inspired evolutionary algorithms: a survey and empirical study", *Journal of Heuristics*, Vol.17, pp.303~351, 2011
11. Shon, S., & Lee, S., "Structural Optimization of Planar Truss using Quantum-inspired Evolution Algorithm", *Journal of the Korea Institute for Structural Maintenance and Inspection*, Vol.18, No.4, pp.1~9, 2014

- Received : January 18, 2020
- Revised : February 12, 2020
- Accepted : February 13, 2020