



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 48(1), 1-11(2020)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2020.48.1.1

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

푸리에-스펙트럴 법을 사용한 근접 편대비행 항공기의 와 거동 계산

지승환¹, 한철희²Computation of Wake Vortex Behavior Behind Airplanes
in Close Formation Flight Using a Fourier-Spectral MethodSeunghwan Ji¹ and Cheolheui Han²

Department of Aeronautical and Mechanical Design Engineering, Korea National University of Transportation

ABSTRACT

Behaviors of wake vortices generated by an aircraft affect the performance and flight stability of flying aircraft in formation flight. In the present study, the trajectories of the wake vortices behind airplanes in close formation flight were computed using a Fourier spectral method. The behavior of wake vortices showed complex patterns depending on the initial circulation and the relative positions between the vortices. In the initial stage, the wake vortex movement was affected by the nascent vortex. When the vortex becomes closer to the other vortex, then a new trajectory is formed. When the viscous effect becomes dominant, the core radius increases. Thus, a new vortex moving near the existing vortex can have strong interaction with each other, resulting in the complicated behavior of wake vortices. In the future, the ground effect on the behavior of the wake vortices during take-off and landing will be studied.

초 록

항공기에서 발생한 후류의 거동은 항공기의 성능과 비행안정성에 큰 영향을 미친다. 본 연구에서는 푸리에-스펙트럴법을 사용하여 근접 편대비행을 하고 있는 항공기 날개 후류 거동에 관하여 연구하였다. 초기와의 순환강도, 상대위치 등에 따라 와들의 거동이 복잡한 양상으로 나타났다. 와의 순환강도 값이 큰 경우 와들의 이동이 크게 나타났다. 초기에는 가까이 위치한 와의 영향을 받아 이동하지만 이동하는 과정에서 다른 와와 가깝게 되면 새로운 경로를 형성하였다. 점성이 클수록 와의 반경이 증가하여 와 반경 근처로 새롭게 진입하는 와와 상호작용이 강해진다. 향후 항공기가 이착륙 시에 발생하는 지면 효과를 고려한 후류 거동 해석 연구를 수행하고자 한다.

Key Words : Aircraft Wake Vortices(항공기 후류), Formation Flight(편대 비행), Fourier Spectral Method(푸리에 스펙트럴 법)

1. 서 론

다수의 항공기들이 근접하여 편대비행을 수행할

때, 항공기배치에 따른 후류 거동의 변화는 항공기 공력성능 및 비행안정성에 영향을 미친다. 공력성능 측면에서 살펴보면, 선행항공기에서 발생한 날개끝와

† Received : August 1, 2019 Revised : November 8, 2019 Accepted : November 27, 2019

¹ Undergraduate Student, ² Professor

² Corresponding author, E-mail : chhan@ut.ac.kr, ORCID 000-0001-6227-6967

© 2020 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

(Wingtip Vortex)가 발생시킨 올려흐름(Upwash) 영역에 후행항공기를 적절히 위치시키면, 유도항력감소를 통한 연비절감이 가능하다. 자연의 철새들이 다양한 형태의 편대비행을 통해 장거리 비행에 필요한 에너지를 절약하고 있는 것은 잘 알려진 사실이다. 항공분야에서도 편대비행을 사용하여 항공기 연료소모량을 줄이기 위한 연구가 진행되어왔다[1]. 2000년대 초반 F/A-18 항공기 편대비행 시험연구를 통하여 약 15~20%의 항력감소가 보고되었다[2]. 최근 연구에 따르면 상업용 항공기들도 편대비행을 통한 연비절감이 가능하다[3]. 미국 Stanford 대학의 Ning 등[4,5]은 항공기들 사이의 수평거리를 날개길이의 10배 이상 분리시켜 비행안정성을 확보하는 동시에 공력성능을 향상시킬 수 있음을 보였다. Bower 등[6]은 5대의 항공기가 각기 다른 도시에서 출발하여 비행도중 두 개의 편대비행 집단을 이루며 비행한 결과, 전체 비행스케줄을 바꾸지 않고도 11.5%의 연료절감을 얻을 수 있음을 확인하였다.

항공기에서 발생한 날개끝 와는 주변 유동에 강한 영향을 미치며, 항공기가 지나간 이후에도 상당기간 소멸되지 않고 대기 중에 존재한다. 따라서, 선행 항공기에서 발생한 강한 선회유동이 미처 소멸되지 않고 남아있는 지역을 소형항공기가 진입할 경우, 소형항공기에 요나 롤기동이 유도되고 항공기가 실속에 빠지는 위험한 상황이 발생할 수 있다. 이러한 이유로 ICAO와 FAA 등에서는 항공관제를 위하여 이륙 총중량에 따라 항공기들을 여러 개의 등급으로 나누고, 각 등급에 따라 항공기 이착륙 간격을 거리나 시간으로 정하고 있다[7,8]. 그러나 급격하게 항공교통량이 증가하는 상황에서, 필요이상의 큰 항공기 이착륙 간격은 오히려 공항교통량을 제한하게 되어 공항의 경제성을 훼손시킨다. 최근 이 문제를 해결하기 위해 항공기 후류거동을 빠르게 예측하고자 하는 연구들이 활발히 진행 중이다[9,10].

날개끝와에 관한 이론 및 실험 연구는 오랜 기간 동안 수행되어왔다[11]. 최근 Breitsamter[7]는 항공기 후류거동(Wake Vortex Behavior)을 4개의 영역으로 나누어 설명하였다. 첫 번째 영역은 날개길이의 50% 이내의 거리($x/b \leq 0.5$)로, 근접유동장(Near Field)이라 부른다. 근접유동장에서는 항공기 날개 표면에서 발생한 경계층(Boundary Layer) 유동이 날개 후연(Trailing Edge)에서 하류 방향으로 떨어져 나가며 자유전단층(Free Shear Layer)을 형성하는 영역이다. 날개 끝과 고양력장치 끝 등 기하학적 불연속면에서는 급격한 순환강도변화가 발생하고, 이로 인하여 여러 개의 크고 작은 집중와(Concentrated Vortex)들이 발생한다. 두 번째 영역은 날개 후연으로부터 날개길이의 약 10배까지의 거리($0.5 < x/b \leq 10$)로 확장유동장(Extended Near Field)이라고 부른다. 확장유동장에서는 근접유동장에서 발생한 집중와들을 중심으로

후류말림(Wake Rollup)이 시작되며, 일정 거리 이후에는 강도가 상대적으로 큰 와를 중심으로 와들이 회전 및 병합(Merging)되어 최종적으로 두 개의 엷회전 와쌍(Vortex Pair)으로 발전한다. 세 번째 영역은 Mid & Far Field 영역으로 날개길이의 약 100배 거리($10 < x/b \leq 100$)에 해당한다. 이 영역에서는 두 개의 엷회전 와들이 상호작용하여 대기 중에서 하강하며, 선행불안정성에 기인한 현상들이 발생하기 시작한다. 마지막 영역은 Dispersion 영역으로 불안정성이 와의 거동을 완전히 지배하여 붕괴 및 소멸이 진행된다.

항공기에서 발생한 후류는 후류말림, 와병합, 하강, 붕괴, 소멸 등의 다양한 과정을 거치게 되며, 각 과정마다 지배적 물리적 현상이 다르다. 따라서, 현재의 후류예측은 각 계산영역에 맞는 적절한 수치 기법(이산와법, RANS, LES 등)을 사용하고 있다[7]. 이 중 LES나 RANS 기반의 수치해석 방법은 와병합, 붕괴 및 소멸 등의 현상을 분석할 수 있다는 장점이 있으나, 와의 거동을 빠른 시간에 계산하기에는 적절하지 않다. 따라서 후류의 초기 거동에 관한 연구는 이산와법이 주로 사용되었다[10].

항공기 날개에서 떨어져 나간 자유전단유동층은 면에 수직한 속도 성분은 연속적으로 분포하고 접선 방향 속도 성분은 불연속적으로 분포하는 얇은 층이다. 따라서 이산와법은 얇은 자유전단유동층을 수학적으로 두께가 없는 와면(Vortex Sheet)으로 모사하고, 와면을 이산화된 점와로 나타내어 와면의 거동을 모사하는 방법이다. 따라서, 이산와법은 후류에서 발생하는 후류말림(Wake Rollup) 현상을 2차원 와면(와선)의 비정상 전개식인 Birkhoff-Rott 방정식을 사용하여 와면말림(Vortex Sheet Rollup)으로 계산하는 방법이다[12]. Pullin[13]은 날개에서 발생한 와면을 반무한 와선으로 나타낸 후, 와면말림 현상이 Kaden의 Asymptotic Spiral 해와 같음을 보였다. Rosenhead[14]는 불연속적인 와면을 여러 개의 점와(Point Vortex)를 사용하여 이산화 시켜 나타내었으며, 다수의 점와들의 상호작용을 계산하여 불연속적인 와면 전개를 계산하였다. Krasny[15]는 저차평활기법(Low-Order Smoothing Scheme)을 사용하여 Rosenhead[14]의 이산와법에서 발생하는 수치적 불안정성을 해결하였다. Han[12]은 이산와법을 사용하여 동체와 플랩에서 발생한 항공기 후류의 거동을 예측하였다. 이산와법은 근접 및 확장 유동장에서 발생하는 와면말림 현상을 빠른 시간에 효과적으로 계산할 수 있다는 장점을 가진 반면, 점성으로 인한 와의 확산을 직접 계산하지 않고 모델링을 사용하여 계산해야 한다.

본 연구에서 사용한 스펙트럴 법은 높은 계산 정확도를 가지는 동시에 계산효율성도 감소하지 않기 때문에 DNS 연구에 널리 이용된 방법들 중 하나이다. 최근 Hemati[16]는 푸리에-스펙트럴법을 사용하

여 동 회전 하는 와쌍에서 발생하는 와류병합 현상을 계산하여 실험 결과와 비교하였다. Park *et al.*[17]은 푸리에-스펙트럴법을 사용하여 DNS기법과 비교하였으며, 짧은 시간에 타당한 계산 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다. Cottet *et al.*[18]은 무격자 기반의 와법(Vortex Method)과 격자기반의 스펙트럴 법(Spectral Method) 비교 연구를 수행하였으며, 스펙트럴법이 와법에 비하여 50% 계산시간 감소가 있음을 밝혔다. 따라서, 본 연구에서는 점성의 영향을 고려할 수 있으며 비교적 빠른 계산에 가능한 푸리에-스펙트럴 법을 사용하여 항공기들이 근접편대 비행할 때 날개 사이의 거리와 높이 변화가 날개끝와의 거동에 미치는 영향을 연구하였다.

II. 본 론

2.1 수치해법

2.1.1 지배방정식

이차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식으로부터 유량 함수에 대한 와도 수송 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial w}{\partial t} + N(u, w) - \nu \nabla^2 w = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 \psi = -\omega \quad (2)$$

계산 영역에 길이 2π 인 이중 주기조건을 설정하면, 경계조건은 아래 식 (3)을 만족한다[16].

$$w(x, y) = w(x + 2\pi, y) = w(x, y + 2\pi) \quad (3)$$

2.1.2 푸리에-스펙트럴법

본 연구에서는 참고문헌[16,17]에 제시된 푸리에-스펙트럴법을 사용하였다. 식 (1)을 푸리에변환하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \hat{w}}{\partial t} = -\nu(k_x^2 + k_y^2)\hat{w} - \hat{N} \quad (4)$$

식 (4)는 비선형 대류항(\hat{N})을 포함한 비선형 상미분 방정식이다. 식 (2)를 푸리에변환하면 아래 식 (5)와 같이 나타난다[19].

$$\hat{\psi} = \frac{\hat{w}}{(k_x^2 + k_y^2)} \quad (5)$$

여기서 k_x, k_y 는 공간에 관한 푸리에변환으로부터 발생한 파수(Wave Number)를 나타낸다. \hat{w} 의 특이성으로 $(k_x, k_y) = (0, 0)$ 인 경우 식 (5)가 유효하지 않으므로, $\hat{\psi}(0, 0) = 0$ 으로 설정한다[17].

$\hat{\psi}$ 와 속도성분 사이의 관계는 식 (6)과 같다.

$$\hat{u} = ik_y \hat{\psi} \quad (6a)$$

$$\hat{v} = -ik_x \hat{\psi} \quad (6b)$$

$\widehat{\nabla w}$ 를 파수(Wave Number) 공간으로 표현하면 다음 식 (7)로 표현된다.

$$\widehat{\nabla w} = ik_x \hat{w} \hat{e}_x + ik_y \hat{w} \hat{e}_y \quad (7)$$

따라서 비선형 대류항 $\hat{N} = u \cdot \widehat{\nabla w}$ 는 식 (7)을 사용하여 직접 계산할 수 있다[16,17].

본 연구에서는 Aliasing 현상을 제거하기 위해 참고문헌[18]를 참고하여 3/2 - Rule 방법을 사용하였다. 이 방법은 기존의 N개 데이터에 0으로 구성된 N/2개 데이터를 추가하여 총 3N/2개 데이터에 대해서 푸리에변환 계산을 수행하는 방법이다. 추가된 데이터는 0으로 구성되어 있기 때문에 원래의 데이터에 영향을 주지 않으며, 푸리에변환 과정에서 샘플링 개수를 늘려 Aliasing을 제거한다[16-18].

2.1.3 시간 차분법

지배방정식은 3계 Runge - Kutta법을 사용하여 계산하였다[16-18]. 이 방법은 선형 확산 항을 Crank - Nicholson법으로, 비선형 대류 항을 Runge - Kutta법으로 계산하는 방법이다. 이 방법은 Δt 와 ν 를 이용하여 상수 재정립에 유용하고, 적은 양의 계산이 가능하다는 장점을 가진다[17].

- Step1 :

$$\hat{w}_1 = \frac{\hat{w}_n - \Delta t[\alpha_1 \nu(k_x^2 + k_y^2)\hat{w}_n + \gamma_1 \hat{N}_n]}{1 + \Delta t \beta_1 \nu(k_x^2 + k_y^2)} \quad (8a)$$

- Step2 :

$$\hat{w}_2 = \frac{\hat{w}_1 - \Delta t[\alpha_2 \nu(k_x^2 + k_y^2)\hat{w}_1 + \gamma_2 \hat{N}_1 + \rho_1 \hat{N}_n]}{1 + \Delta t \beta_2 \nu(k_x^2 + k_y^2)} \quad (8b)$$

- Step3 :

$$\hat{w}_{n+1} = \frac{\hat{w}_2 - \Delta t[\alpha_3 \nu(k_x^2 + k_y^2)\hat{w}_2 + \gamma_3 \hat{N}_2 + \rho_2 \hat{N}_n]}{1 + \Delta t \beta_3 \nu(k_x^2 + k_y^2)} \quad (8c)$$

여기서 상수 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \rho_i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\alpha_1 = \beta_1 = \frac{4}{15}, \gamma_1 = \frac{8}{15}$$

$$\alpha_2 = \beta_2 = \frac{1}{15}, \gamma_2 = \frac{5}{12}, \rho_1 = -\frac{17}{60}$$

$$\alpha_3 = \beta_3 = \frac{1}{6}, \gamma_2 = \frac{3}{4}, \rho_2 = -\frac{5}{12}$$

2.1.4 초기 와 모델

푸리에-스펙트럴법을 사용하여 항공기 후류의 거동을 계산하기 위해서는 먼저 와 분포를 나타내는 와 모델이 필요하다. 본 연구에서는 다음과 같은 가우스 분포식을 사용하였다[16,17].

$$w(x,y) = \sum_i^4 \frac{\Gamma}{\pi a_0^2} \exp\left[-\left(\frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{a_0^2}\right)\right] \quad (9)$$

여기서 a_0 는 와의 초기반경을 의미한다. 참고문헌 [16,17]에서 설명된 바와 같이 식 (9)의 초기조건을 사용할 경우 본 연구의 푸리에-스펙트럴법에서 수치적 문제와 모델 문제를 발생시킬 수 있다. 식 (9)를 다극 전개시키면 순환 값이 지배적인 항이 되며, 따라서 계산 영역을 둘러싼 순환 값이 계산결과에 영향을 미칠 수 있다. 와반지름과 와들 사이의 거리를 계산영역에 비해 매우 작게 설정하면 다극전개의 순환항을 충분히 무시할 수 있고 인접한 와쌍의 영향이 계산에 영향을 미치지 않도록 할 수 있다[17].

2.1.5 해석조건

본 연구에서는 참고문헌[20]을 참고하여 Table 1과 같은 계산조건을 선정하였다. 계산에 적용한 항공기 모델은 날개 길이(B)가 15m이며 NACA 0012 에어포일 단면형상을 가진 사각날개이다. 근접 편대비행을 수행하는 Wing1과 Wing2 사이의 수평거리는 D, 수직거리는 H이다(Fig. 1). 날개끝와의 위치를 선정하기 위하여 날개 하중분포는 타원형 하중분포를 가정하였다[21]. 날개의 양쪽 끝에서 발생한 두 개의 날개끝와 사이의 간격($b_0 = sB$)은 이론적으로 $\pi B/4$ (날개 길이의 약 78.54%)이다[21]. 따라서 Fig. 1 및 Table 1의 D와 H는 엄밀하게는 실제 날개 사이의 거리가 아니라 와면말림으로 형성된 날개끝와 사이의 거리이다. 예를 들면 (1-s)B/2가 약 1.6m이므로 D = 1.5m와 D = 3.0m는 선행날개와 후행날개 일부가 겹침(Overlapping)이 발생한 경우이다.

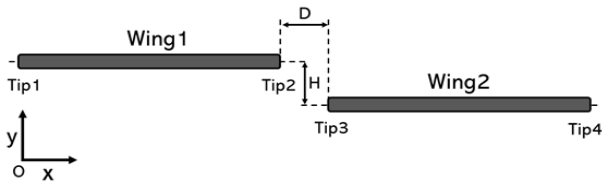


Fig. 1. Nomenclature for the present computation

Table 1. Flow conditions and relative distances between the wings[20]

$Re_\Gamma = \Gamma/\nu$	750	3000	30000
D	1.5 m	3.0 m	4.5 m
H	1.5 m	3.0 m	4.5 m

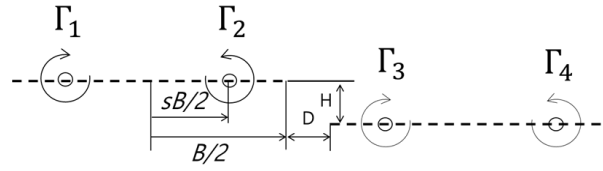


Fig. 2. Four vortex system

본 논문에서 사용한 레이놀즈 수는 와레이놀즈 수 (Vortex Reynolds Number, $Re_\Gamma = \Gamma/\nu$)로 정의되며 와가 가지는 순환 값과 동점성계수 사이의 비를 나타낸다.

2.1.6 4개 와 시스템

편대비행을 수행하는 항공기에서 발생한 날개끝와의 거동은 Fig. 2에 나타난 4개 와 시스템으로 간략히 이해할 수 있다. 편대비행을 수행하는 날개의 하중분포는 날개들 사이의 거리변화의 함수이다. 본 연구에서는 날개사이의 거리변화에 따른 날개 하중 분포의 변화를 무시하고 모든 날개들은 타원형 하중분포를 가진다고 가정하였다. 따라서, 와들의 순환강도는 $-\Gamma_1 = \Gamma_2 = -\Gamma_3 = \Gamma_4 = \Gamma$ 의 관계를 가진다.

2.1.7 수치해석기법 검증

본 연구에 사용한 수치해법의 타당성을 검증하기 위하여 참고문헌[17]의 DNS 해석 결과 및 이론적 결과와 비교하여 검증하였다. 와레이놀즈 수가 750 및 30,000인 계산조건에서, 푸리에-스펙트럴법을 사용하여 시간변화에 따른 와 최대 강도 값을 계산한 후, 이론 값 및 DNS 계산결과[22]와 비교하여 Fig. 3에 나타내었다. 점성의 영향으로 시간이 지남에 따라 와반경이 $a^2 = a_0^2(1 + 4\pi^2 t/Re)$ 의 함수로 증가하며, 최대 강도는 $|w|_{\max}(t) = \Gamma/\pi a(t)^2$ 의 함수로 감소한다. 따라서 와의 최대 강도값은 이론적으로 $|w|_{\max} = \Gamma/\pi a_0^2(1 + 4\pi^2 t/Re)$ 이다. 와레이놀즈수가 클수록 시간에 따른 와 반경과 와의 최대 강도값 변화가 크지 않았다. 이는 와반경 및 와의 최대 강도값의 식에서 $4\pi^2 t/Re$ 의 값이 와레이놀즈수에 반비례하기 때문이다.

Figure 4는 참고문헌[20]의 항공기 날개모델에서 발생한 와경로 실험값과 본 연구의 수치해법결과를 비교한 그림이다. 실험에서 와쌍을 만들기 위해 두 개의 사각날개를 사용하였으며, 날개는 코드길이 100mm이고 가로세로비가 1.5이고 날개끝은 반원형 형상을 하고 있다. 실험은 상면이 자유표면으로 이루어진 수동에서 수행되었다. 실험에 사용된 유속은 $U_\infty = 0.105$ m/s이고 동점성 계수 값은 $\nu = 9.347 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 이다. 실험결과로부터 얻은 초기 와반경(a)은 0.066m이며 순환강도는 $\Gamma_0 \approx 1.32 \times 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$, 와레이놀즈수 값은 1.42×10^3 이다. 그림에서 두 개의 날개에서 발생한 동회전 와쌍은 와들의 중심점을 기준으로 반시계 방향

으로 회전한다. 본 연구방법을 사용한 와 위치 계산 결과와 실험값 사이에 약간의 위상차가 발생하였으나 전체적인 경향은 잘 일치하였다.

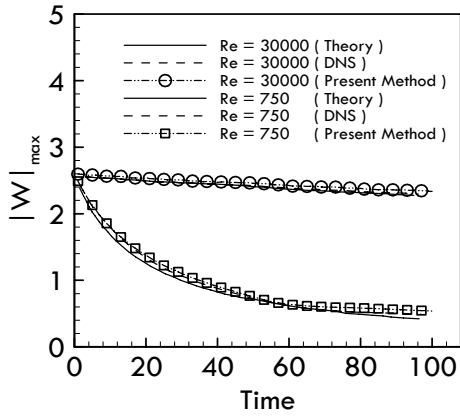
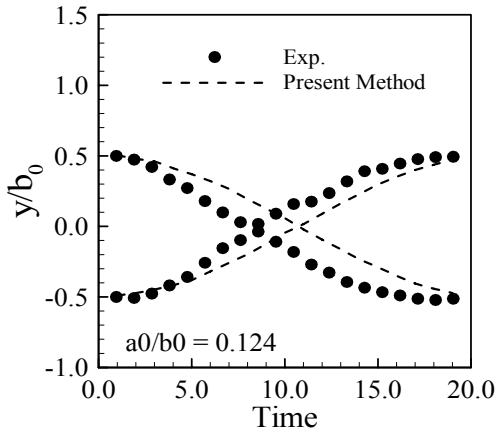
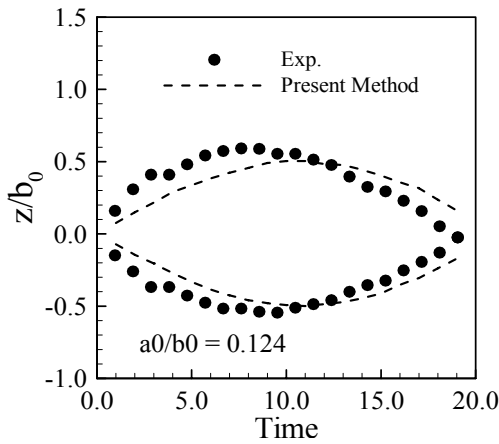


Fig. 3. Comparison of computed maximum vorticity strength with theoretical and DNS results ($a_0/b_0=0.17$)



(a) horizontal positions



(b) vertical positions

Fig. 4. Comparison of the computed vortex trajectory with measured data

2.2 결과 및 분석

2.2.1 날개 사이 수평 거리 영향

와들 사이의 거리가 유도속도의 크기에 미치는 영향을 파악하기 위하여 2차원 와가 유도하는 속도식 $v = \Gamma/2\pi r$ [23]을 사용하여 Tip2와에 Tip1, Tip3, Tip와들이 유도하는 속도를 계산하였다.

$$v_{21} + v_{23} + v_{24} = \left(\frac{-\Gamma}{2\pi s B} \right)_{21} + \frac{\Gamma}{2\pi \left([(1-s)B/2 + D]^2 + H^2 \right)^{0.5}} \Bigg|_{23} + \frac{-\Gamma}{2\pi \left([B+D]^2 + H^2 \right)^{0.5}} \Bigg|_{24} \quad (10)$$

여기서 v_{ij} 는 j에 위치한 와가 i에 위치한 와에 유도하는 유도속도를 나타낸다. 식 (10)에서 $H=0$ 인 경우 Tip2와에 Tip1, Tip3, Tip4와들이 유도하는 속도는 다음과 같다.

$$v_{21} + v_{23} + v_{24} = \left(\frac{-\Gamma}{2\pi s B} \right)_{21} + \frac{\Gamma}{2\pi \left((1-s)B/2 + D \right)} \Bigg|_{23} + \frac{-\Gamma}{2\pi (B+D)} \Bigg|_{24} \quad (11)$$

같은 방법으로 Tip1와에 Tip2, Tip3, Tip4와들이 유도하는 속도는 다음과 같다.

$$v_{12} + v_{13} + v_{14} = \left(\frac{-\Gamma}{2\pi s B} \right)_{12} + \frac{\Gamma}{2\pi \left((1+s)B/2 + D \right)} \Bigg|_{13} + \frac{-\Gamma}{2\pi \left((1+s)B + D \right)} \Bigg|_{14} \quad (12)$$

식 (11) 및 (12)를 사용하여 Tip1와 및 Tip2와에 다른 와들이 유도하는 속도를 Fig. 5에 나타내었다. 식 (11)에서 Tip2와에 다른 와들이 유도하는 속도의 합이 양수이며 거리가 증가할수록 유도속도의 크기가 감소한다. 그림에 잘 나타나 있듯이 Tip2 및 Tip3와들 사이의 거리가 다른 와들과의 거리에 비해 상대적으로 가깝기 때문에 유도속도의 합이 양수이다. 날개들 사이의 거리가 증가함에 따라 v_{23} 의 값이 감소하여 전체 유도속도의 합의 크기도 감소한다. Tip1와에 다른 와들이 유도하는 유도속도의 합을 나타낸 식 (12)는 음의 값을 가지며 수평거리의 변화에 큰 영향을 받지 않는다. 따라서 날개들 사이의 수직거리가 0인 경우 Tip1 및 Tip4의 와는 초기에 하강하기 시작하며 날개들 사이의 수평거리변화가 와의 이동에 미치는 영향은 크지 않다. 반면 Tip2와 Tip3에 위치한 와들은 크기가 같고 순환강도가 반대인 와쌍 (Vortex Pair)를 구성하여 상호 유도를 통해 수직상 방향으로 이동한다. Fig. 6에 잘 나타나 있듯이 날개들

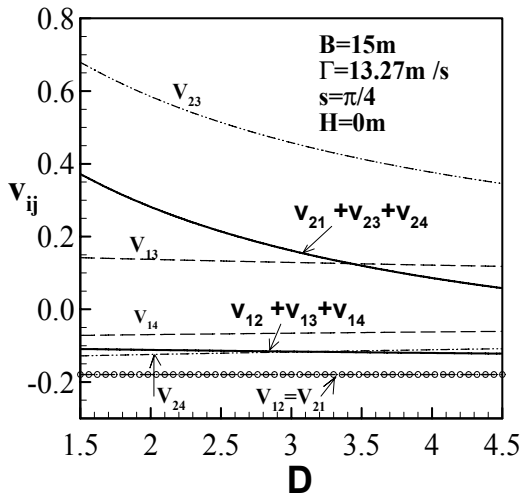
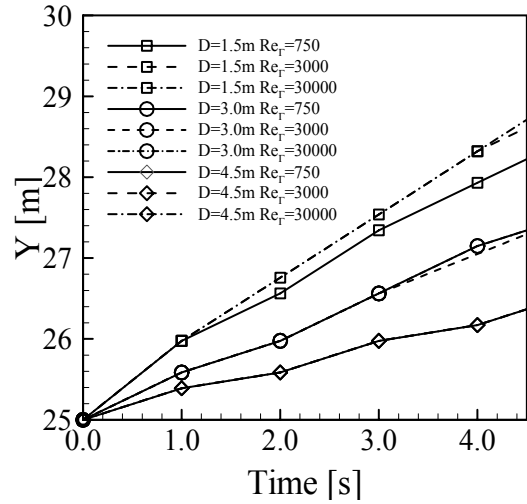


Fig. 5. Comparison of induced velocities



(a) short time duration

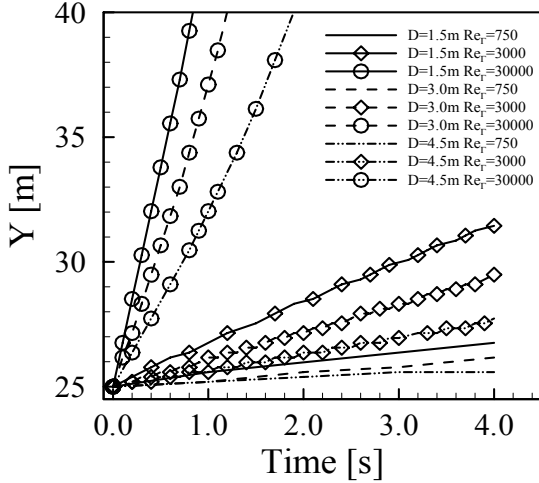
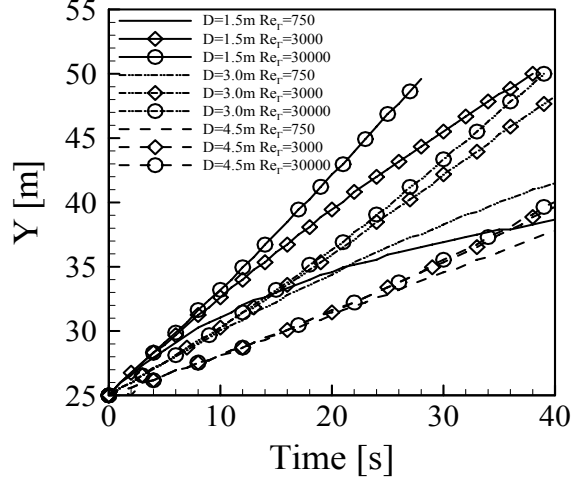


Fig. 6. Tip2 vortex position vs. horizontal distance between the wings
($\nu = 9.347 \times 10^{-3} m^2/s$)



(b) long time duration

Fig. 7. Tip2 vortex position ($\Gamma = 13.27 m^2/s$)

사이의 수평거리가 증가할수록 상호 유도속도의 크기가 감소하므로 수직방향 이동속도($\Delta y/\Delta t$)도 감소한다. 동일한 동점성 계수 값을 가진 경우, 순환 강도 값을 증가시켜 와레이놀즈수 값을 증가시키면, 와의 이동속도($\Delta y/\Delta t$)도 증가한다.

Figure 7에 순환강도 값을 고정시키고 동점성계수 값을 변화시켰을 때 시간에 따른 Tip2와의 수직방향 이동거리를 나타내었다. Fig. 7(a)에 잘 나타나 있듯이 초기 4초 동안 와레이놀즈수 변화가 와의 위치변화에 미치는 영향은 미미하다. 따라서 점성효과보다 순환강도 값의 크기가 와들의 초기이동에 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 동점성계수 값의 변화가 와의 이동에 미치는 영향을 Lamb-Oseen 와 모델[23,24]을 사용하여 살펴보면 다음과 같다. 순환강도 값 Γ 을 가진 와가 거리 r 만큼 떨어진 유동공간에 유도하는 속도는 $Fac \times (\Gamma/2\pi r)$ 이다. 여기서 $Fac = (1 - \exp(-r^2/a^2))$ 이

며, $a^2 = a_0^2 + 4\nu t$ 로 시간에 따른 와반경 변화를 나타낸다. 동점성계수 값이 클수록 시간이 지남에 따라 와반경이 더 빨리 증가하며, 유도속도의 크기는 더 빨리 감소하게 된다. 또한 거리가 가까울수록 Fac의 영향은 더 증가하여 유도속도 감소폭이 더 크다. 따라서, 날개 사이의 거리가 가깝고 동점성계수값이 큰 ($D=1.5m, Re_r=750$)의 경우 와의 초기 4초간 이동속도가 다소 감소하였다. Fig. 7(b)에 수평거리 및 와레이놀즈수가 장시간(40초) 동안 와의 이동속도에 미치는 영향을 나타내었다. 와레이놀즈 수가 큰 $Re_r = 30,000$ 조건에서, Tip2와는 날개들 사이의 수평거리에 비례하는 속도로 이동하였다. 그러나 와레이놀즈수가 작고 ($Re_r=750$) 날개 사이의 수평거리가 $D=1.5m$ 로 가까운 경우 Tip2와의 이동속도가 크게 감소하였으며, 그 결과로 20초 이후에는 $Re_r = 3000, D = 3.0m$ 인 조건에서의 Tip2와보다 이동거리가 작았다.

2.2.2 날개 사이 수직거리 영향

일반적으로 3개 이상의 와들로 구성된 시스템에서 와들의 경로를 수치적분으로 계산은 가능하나 이론적인 수식으로 표현하는 것은 매우 어렵다. 와의 개수가 증가할수록 와들의 운동은 Chaotic하게 나타난다[25,26]. Fig. 8과 같이 날개 사이의 수직거리가 존재하는 경우, Tip2 및 Tip3와들은 하나의 와쌍을 구성하게 된다. 이때 Tip1 및 Tip4와들과 와쌍의 중심 사이의 거리는 같다. 그러나 와쌍의 방향이 $\sin\theta = H/\sqrt{D^2+H^2}$ 의 관계를 가지므로 수직거리가 증가할수록 또는 수평거리가 감소할수록 와쌍의 방향은 X축에 가까워진다.

Figure 9는 $Re_\Gamma = 750$, $D=1.5m$, $H=1.5m$ 즉 $\theta = 45^\circ$ 인 경우에 대하여 시간에 따른 와의 이동을 와도 분포를 사용하여 나타낸 그림이다. Tip1와는 초기 위치에서 크게 이동하지 않고 시간이 지나며 와반경만 증가하였다. Tip2 및 Tip3 와들은 하나의 와쌍을 구성하며 15초까지 $\theta=45^\circ$ 로 와쌍이 이동한다. 이때 와의 전개는 다음과 같이 설명가능하다. 와쌍의 중심에서는 대칭적인 유동으로 인하여 속도차이가 감소하게 되고 와쌍을 둘러싼 바깥 부분에서는 속도차이가 증가하게 된다[27]. 따라서 와쌍이 형성된 이후 두 개의 와들이 상대편 와로부터 유도된 변형에 맞추게 되며 축대칭 형태에서 타원형으로 형상이 바뀌게 된다. 이후 점성소산에 의하여 타원형 단면을 가진 와들의 반경이 증가하는 과정을 거치게 된다[28]. 15초 이후 Tip3와가 Tip4와에 가까워지면서 Tip4와로부터 유도되는 속도로 인하여 Tip3와의 변형이 증가하게 되고 40초 이후에는 Tip3와가 이동하여 Tip4와와 함께 새로운 와쌍을 구성하게 된다.

Figure 10은 Fig. 9와 동일한 수직 및 수평거리를 가지며 와도 강도가 증가한 경우이다($Re_\Gamma = 3000$). Fig. 9에 비하여 와순환강도가 증가하여, 와쌍의 이동속도가 빠르며 시간에 따른 와 반경의 증가율이 작다. 그림에서 10초에 전형적인 타원형 단면으로 나타났으며, 20초 이후부터 Tip4와의 영향으로 Tip3와에 변형이 나타나기 시작하여 Tip2와와 비대칭 형상으로 발전하였다.

Figure 11에 날개들 사이의 수직거리를 1.5m로 고정시키고 순환강도 값 및 날개들 사이의 수평거리를 변화시켰을 때 50초 동안 와들의 거동을 나타내었다. 수평거리 및 와레이놀즈수 변화에 대하여 Tip1와의 이동은 크지 않았다. $Re_\Gamma = 750$ 이고 $D = 1.5$ 인 경우

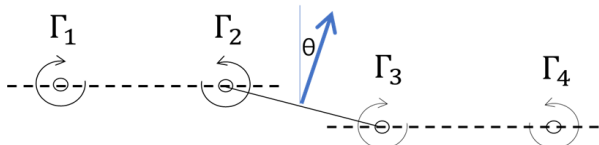
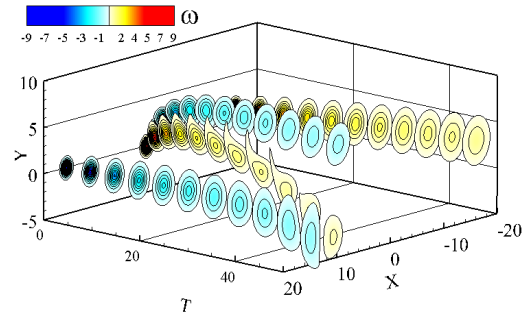
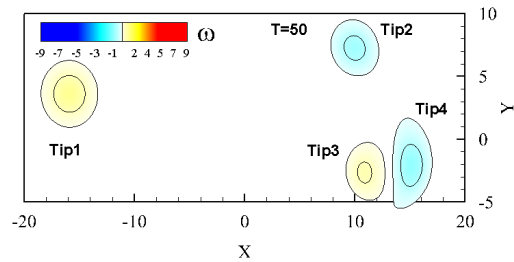
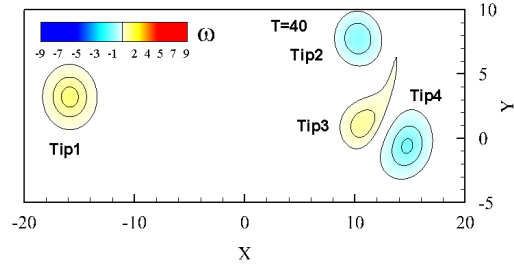
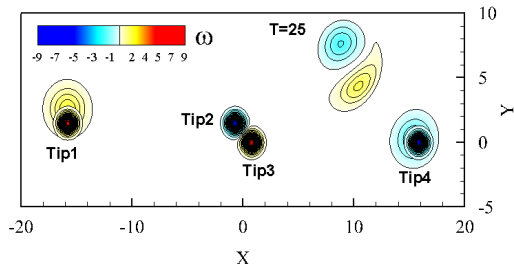
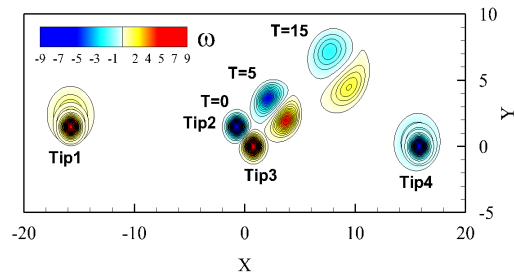


Fig. 8. Nomenclature of four vortex systems

(Fig. 11(a)), Tip2와는 초기에는 근처에 위치한 Tip3와와 와쌍을 형성하며 (X+, Y+) 방향으로 이동하였다. Tip3와가 Tip4와의 영향을 받기 시작하는 순간부터 Tip2와는 이동하지 않고 대기 중에 정지한 상태로 남아 있다. Tip3와는 초기에는 Tip2와의 영향을



(a) 3D cabinet view



(b) front view

Fig. 9. Evolution of vorticity contours at $Re_\Gamma = 750$

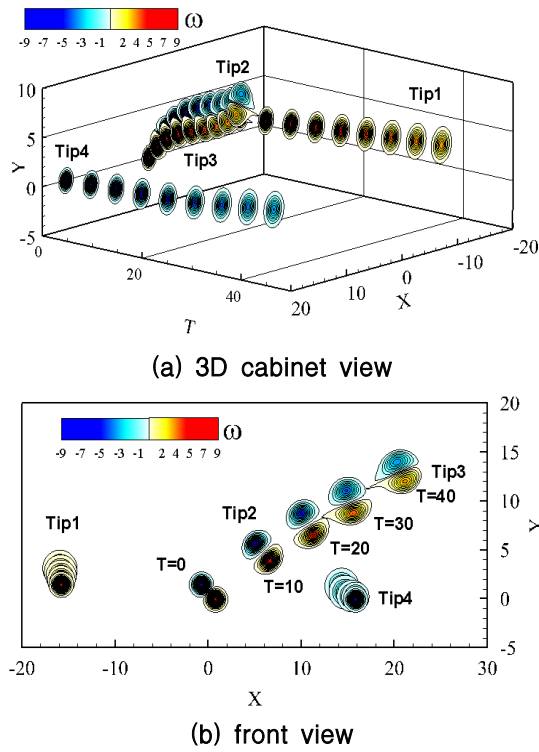


Fig. 10. Evolution of vorticity contours at $Re_\Gamma = 3000$

받아서 이동하였으며, 시간이 지나면서 Tip4와와 와쌍을 형성하여 이동하였다. 와레이놀즈수가 큰 Fig. 11(b)와 Fig. 11(c) 그리고 Fig. 11(a)의 날개 사이의 거리가 상대적으로 큰 $D = 3.0m$, $D = 4.5m$ 인 경우, Tip2와와 Tip3와들이 와쌍을 형성하여 $(X+, Y+)$ 방향으로 직선 이동하였다. 초기에는 Fig. 8에 나타낸 바와 같이 Y축에 대하여 θ 의 방향으로 이동을 하였으며, 와쌍이 Tip4에 가까워지면 Tip4에 가깝도록 경로의 기울기가 다소 완만해지는 것을 볼 수 있다.

Figure 12는 동점성계수와 날개들 사이의 수직거리를 일정하게 유지시키고($\nu = 9.347 \times 10^{-2} m^2/s$, $H = 3.0m$), 날개들 사이의 수평 거리를 변화시켰을 때 4 초 동안의 와 위치변화를 나타낸 그림이다. 와레이놀즈수 750에서는 위치 변화가 크지 않았으며, 따라서 와들은 대기 중에 부양된 상태(Stall)로 머무르게 된다. 와레이놀즈수가 3,000으로 증가한 경우, 와의 순환강도 값이 다소 증가하여, 거리가 가까운 Tip2와 Tip3의 와들이 와쌍을 구성하며 이동속도가 증가했다. 와레이놀즈수 30,000에서는 순환강도 값이 크게 증가하여 초기에는 Tip2 및 Tip3와들이 빠르게 $(X+, Y+)$ 방향으로 이동한다. 이때 수직거리가 3.0m로 증가하였기에 와쌍의 방향이 X축 방향으로 더욱 기울어져 이동한다. 따라서 $Re_\Gamma = 3000$ 인 경우보다 Tip3와가 Tip4와에 더 빨리 가까워지며 Tip4와와 함께 와쌍을 구성하게 된다. 따라서, Tip3와는 초기에는 Tip2와의 영향으로 $(X+, Y+)$ 방향으로 포물선 궤적

을 그리다가 Tip4와의 영향권에 들어서면서 $(X-, Y-)$ 방향으로 이동하였다. Tip4와의 경우 초기에는 이동이 미미하였으나 Tip3가 가까워지면 같이 와쌍을 구성하며 빠르게 이동한다.

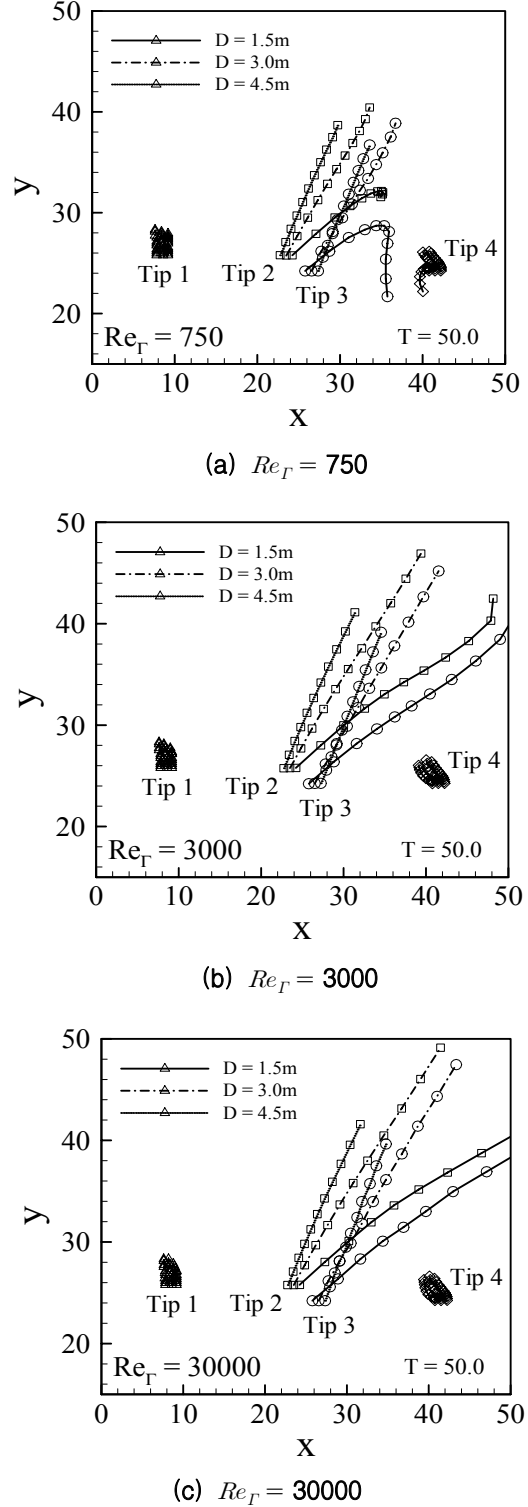
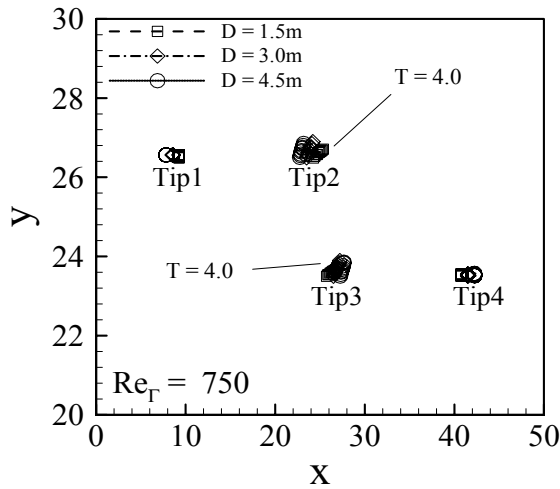
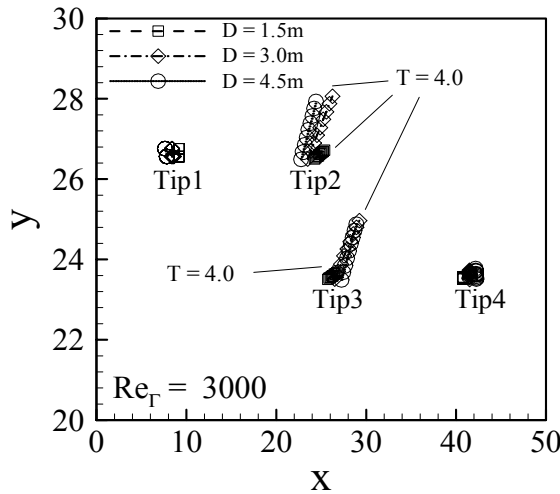


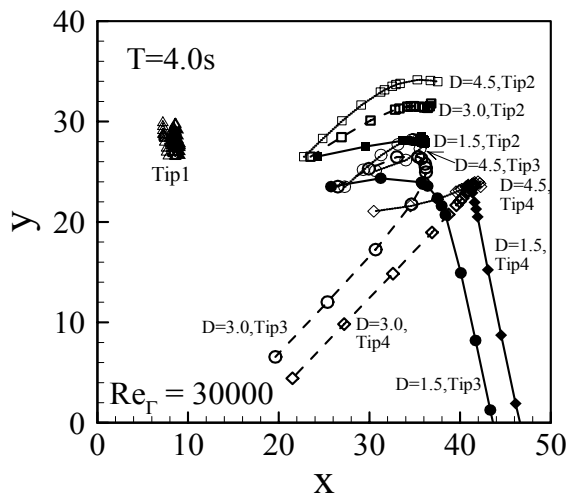
Fig. 11. Tip vortex trajectories when $H = 1.5m$, $D = 1.5m, 3.0m, 4.5m$ ($\Gamma = 13.27 m^2/s$)



(a) $Re_\Gamma = 750$



(b) $Re_\Gamma = 3000$



(c) $Re_\Gamma = 30000$

Fig. 12. Tip vortex trajectories ($H=3.0m$, $\nu = 9.347 \times 10^{-3} m^2/s$)

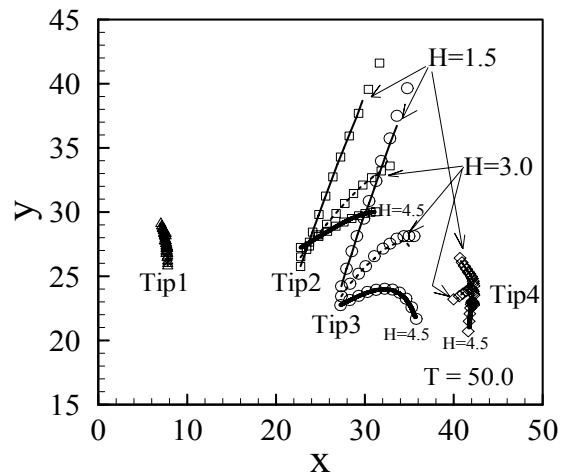


Fig. 13. Tip vortex trajectories when $D = 4.5m$, $H = 1.5m, 3.0m, 4.5m$ ($\Gamma = 13.27 m^2/s$)

Figure 13에 순환 강도값($\Gamma = 13.2 m^2/s$)이 일정하고 날개 사이 수평거리가 4.5m인 경우 날개 사이 높이 변화에 따른 와들의 거동을 나타내었다. Tip1와 날개사이의 높이에 무관하게 수직 상방으로 미세하게 이동하였다. 날개들 사이의 수직거리가 작은 경우 ($H = 1.5m$), Tip2와 Tip3와는 ($X+$, $Y+$)방향으로 평행 이동하였다. 날개들 사이의 수직거리가 증가하면($H = 3.0m$), Tip2 및 Tip3 와쌍이 Tip4와를 중심으로 회전하는 경향을 보인다. $H=4.5m$ 인 경우 Tip2와는 Tip3와 함께 Tip4와의 영향으로 포물선 경로로 이동하며, Tip4와가 Tip3와에 영향을 미치는 시간 이후부터는 이동을 크게 하지 않는다. Tip3와는 초기에는 Tip2와에 이끌려 포물선 경로를 따라 이동하다가, Tip2와보다 Tip4와에 가까워지면 Tip4와와 함께 수직하방으로 이동한다.

III. 결론

본 연구에서는 푸리에-스펙트럴 방법을 사용하여 편대비행을 하는 항공기의 날개에서 발생한 와의 거동에 대해서 연구하였으며 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 1) 와레이놀즈수를 기준으로 와의 순환강도 값이 큰 경우 와들의 이동속도가 증가하였고, 동점성계수 값이 클수록 와반경이 빠르게 증가했다.
- 2) 두 개의 날개 사이에 위치한 와들은 크기가 같고 순환강도 부호가 반대인 엇회전 와쌍(Vortex Pair)을 구성하였으며, 초기에는 타원형 와도 분포로 변형하였으며, 이동경로에 다른 와가 가까이 존재할 경우 비대칭 형상으로 변형되었다.
- 3) 날개사이의 수평거리 및 수직거리는 와쌍의 초기 이동방향을 결정하는데 영향을 미친다.
- 4) 초기에 형성된 와쌍 중 한 개의 와가 새로운 와

에 근접하게 되면, 새로운 와쌍이 형성되어 이동경로가 바뀌게 된다.

향후 본 연구방법을 확장하여 항공기가 이착륙 시에 발생하는 지면 효과를 고려한 수치해석 연구를 수행하고자 한다.

후 기

이 논문은 2018년 한국교통대학교 지원을 받아 수행하였으며, 또한 2018년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(No.2018R1D1A3B07050384)으로 관계자 여러분께 감사드립니다.

References

- 1) Zhang, D., Chen, Y., Dong, X., Liu, Z., and Zhou, Y., "Numerical Aerodynamic Characteristics Analysis of the Close Formation Flight," *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, p. 13.
- 2) Vachon, M. J., Ray, R. J., Walsh, K. R., and Ennix, K., "F/A-18 Aircraft Performance Benefits Measured During the Autonomous Formation Flight," *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, Monterey, California, USA, 2002, Paper 4491.
- 3) Shen, H., Perkins, N. H., Lin, K. C., and Zarmehr, A., "Energy Saving Formation Flight: A Review of the Past, Present, and Future," *International Journal of Innovative Research in Technology and Science*, Vol. 4, No. 3, 2016, pp. 35~40.
- 4) Ning, S., Flanzer, T., and Kroo, I., "Aerodynamic Performance of Extended Formation Flight," *Journal of Aircraft*, May-June, 2011, Vol. 48 Issue 3, pp. 855~856.
- 5) Ning, S., Aircraft Drag Reduction through Extended Formation Flight, PhD Dissertation, Stanford University, 2011.
- 6) Bower, G., Flanzer, T., and Kroo, I., "Formation Geometries and Route Optimization for Commercial Formation Flight," *27th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 22-25 June 2009, San Antonio, Texas, USA.
- 7) Breitsamter, C., "Wake Vortex Characteristics of Transport Aircraft," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 47, 2011, pp. 89~134.
- 8) FAA Advisory Circular AC90-23G, *Aircraft Wake Turbulence*.
- 9) Ko, D. H., and Choi, K. Y., "Optimization of Aircraft Landing Problem with Flight Envelope Protection using BADA Information," *Proceedings of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, 2015, pp. 852~855.
- 10) Hallock, J. N., and Holzapfer, F., "A Review of Recent Wake Vortex Research for Increasing Airport Capacity," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 98, 2018, pp. 27~36.
- 11) Green, G. I., *Fluid Vortices*, Kluwer Academic Publishers, 1995.
- 12) Han, C. H., and Cho, J. S., "Unsteady Trailing Vortex Evolution Behind a Wing in Ground Effect," *Journal of Aircraft*, Vol. 42, No. 2, 2005.
- 13) Pullin, D. I., "The Large-scale Structure of Unsteady Self-similar Rolled-up Vortex Sheets," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 88, part 3, 1978, pp. 401~130.
- 14) Rosenhead, L., "The Formation of Vortices from a Surface of Discontinuity," *Proceedings of Royal Society of London, A*, Vol. 134, No. 823, 1931, pp. 170~192.
- 15) Krasny, R., "Computation of Vortex Sheet Roll-up in the Trafftz Plane," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 184, 1987, pp. 123~155.
- 16) Hemati, M., "Vortex Merger: A Numerical Investigation," University of California-Los Angeles, USA, 2009.
- 17) Park, S. H., Sheen, D. J., Chang, K. S., and Kwag, D. G., "Numerical Analysis on Two-Dimensional Vortex Merger," *Journal of Aerospace System Engineering*, Vol. 10, No. 1, 2016, pp. 1~7.
- 18) Cottet, G. H., Michaux, B., Ossia, S., and Linden, G. V., "A Comparison of Spectral and Vortex Methods in Three-Dimensional Incompressible Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol. 175, 2002, pp. 702~712.
- 19) Henshaw, W. D., Kreiss, H.-O., and Reyna, L. G., "On Smallest Scale Estimates and a Comparison of the Vortex Method th the Pseudo-Spectral Method," *Lectures in Applied Mathematics*, Vol. 28, 1991, pp. 303~325.
- 20) Wang, Y., Liu, P., Hu, T., and Qu, Q., "Investigation of Co-rotating Vortex Merger in Ground Proximity," *Aerospace Science and Technology*, 2016.
- 21) Gerz, T., Holzapfer, F., and Darracq, D., "Aircraft Wake Vortices- A position paper-," 2001, <http://www.cerfacs.fr/~wakenet/>.
- 22) Orlandi, P., "Two-dimensional and Three-dimensional Direct Numerical Simulation of

Co-rotating Vortices," *Physics of Fluids*, Vol. 19, No. 1, 2007, pp. 1~18.

23) Katz, J., and Plotkin, A., *Low-Speed Aerodynamics*, Cambridge University Press.

24) Yehoshua, T., and Seifert, A., "Empirical Model for the Evolution of a Vortex-Pair Introduced into a Boundary Layer," Aerospace Lab, 2013, pp. 1~12.

25) Tophøj, L., and Aref, H., "Instability of Vortex Pair Leapfrogging," *Physics of Fluids*, Vol. 25, No. 1, 2013.

26) Aref, H., "Motion of Three Vortices," *Physics of Fluids*, Vol. 22, 1979, pp. 393~400.

27) Forster, K. J., Barber, T. J., Diasinos, S., and Doig, G., "Interactions of a Counter-rotating Vortex Pair at Multiple Offsets," *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 86, 2017, pp. 63~74.

28) So, J., Ryan, K., and Sheard, G. J., "Interaction of an Unequal-strength Vortex Pair," *16th Australasian Fluid Mechanics Conference*, Crown Plaza, Gold Coast, Australia, 2-7 December 2007.