

변곡점 검출을 이용한 AM-FM 신호의 순간주파수 추정

Instantaneous Frequency Estimation of AM-FM Signals using the Inflection Point Detection

임 병 관*★

Byeong-Gwan Iem*★

Abstract

Instantaneous frequencies (IF) of the AM-FM signal is estimated based on the inflection point detection (IPD) method. Local maxima/minima are detected using the IPD, and they are exploited to find the IF of AM and FM components, respectively. The envelope of the maxima/minima is obtained to estimate the IF of the AM part. And the distance between neighboring maxima (or minima) is used to estimate the IF of the FM component. Computer simulation shows that the proposed method properly estimates the IF of the AM and FM when the signal has fixed frequencies for both parts. In the case of the time-varying IF of the FM part, the estimated IF shows some deviation from the true IF due to the rough sampling effect of the maximum/minimum points. Thus, the post-processing such as the lowpass filtering of the estimated IF is required to refine the resulting IF estimation.

요 약

변곡점 추출방법을 활용하여 AM-FM신호의 순간주파수를 추정하는 방법을 제안한다. 제안된 방법은 AM-FM신호의 국부적인 최대값/최소값을 변곡점 추출법을 활용하여 검출하며, 검출된 인접한 최대값/최소값 사이의 시간 간격을 계산하여 FM성분의 순간주파수를 추정한다. AM성분의 경우, 검출된 최소값/최대값의 포락선을 먼저 구하고 포락선의 최고값 간의 시간을 계산하여 순간주파수를 추정한다. 컴퓨터 모의실험으로 FM성분의 주파수가 고정된 경우와 변화하는 경우에 제안된 방법의 유용성을 검증한다. FM성분의 주파수가 일정한 AM-FM신호의 경우, 제안된 방법은 두 주파수 성분을 적절하게 추정한다. FM성분의 주파수가 변화하는 AM-FM신호의 경우, AM성분의 순간주파수는 적절히 추정되었으나 FM성분의 순간주파수는 이론적인 주파수에서 편이되는 현상을 보인다. 이는 국소적인 최고점/최대점 검출로 표본수가 적어지는 효과에 따른 것으로, 지역통과 필터와 같은 후처리로 개선될 수 있다.

Key words : inflection point detection, instantaneous frequency, local maxima, local minima, AM-FM

1. 서론

AM-FM 성분의 분리와 순간주파수 추정은 활발히 연구되어온 연구주제이다. 순간주파수 추정은 시변신호의 주파수분석 [1, 2], 음성신호의 기본주

파수 추정 [3], 신호의 이상현상 검출 [4] 등 다양한 분야에 활용된다. 이러한 순간주파수의 분석대상인 AM-FM 신호는 아래와 같이 정의된다.

$$x(t) = a(t)e^{j\theta(t)} \quad (1)$$

* Dept. of Electronic Eng., Gangneung-Wonju Nat. Univ.

★ Corresponding author

E-mail : ibg@gwnu.ac.kr, Tel : +82-33-640-2426

Manuscript received Nov. 26, 2020; revised Dec. 26 2020; accepted Dec. 28, 2020.

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

(1)식에서, $a(t)$ 는 비교적 천천히 변화하는 진폭 신호이며, $\theta(t)$ 는 시간에 따라 변하는 위상에 해당한다. 이 신호의 순간주파수 $f_i(t)$ 는 아래와 같이 얻어진다[1].

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \theta(t) \tag{2}$$

(2)식의 순간주파수 정의는 순수정현파의 경우에 쉽게 이해된다. $x[n] = a[n]e^{j\theta[n]}$ 으로 표현되는 이산 신호의 경우 순간주파수는 central finite difference를 이용하여 아래와 같이 추정될 수 있다.

$$\hat{f}_i[n] = \frac{1}{4\pi} [\theta(n+1) - \theta(n-1)] \tag{3}$$

이러한 순간주파수를 얻기 위해서는 신호를 먼저 진폭성분과 위상성분으로 표현해야 한다. 즉, 실수 값을 갖는 신호 $x(t)$ 의 경우 위상신호를 얻기 위해 다음과 같이 정의되는 아날리틱 신호 $z(t)$ 를 얻어야 한다[1].

$$z(t) = x(t) + j\hat{x}(t) = a(t)e^{j\theta(t)} \tag{4}$$

(4)식에서, $\hat{x}(t)$ 는 $x(t)$ 의 Hilbert 변환이다.

아날리틱신호가 필요한 실신호에 대하여 (2)와 (3)의 순간주파수 대신에 에너지 오퍼레이터를 이용하여 순간주파수를 추정하는 다양한 방법이 제안되어 왔다[3]. 대표적으로는 이산 에너지 분리 알고리즘(Discrete-Time Energy Separation Algorithm, DESA)이 있으며 AM-FM 신호의 주파수와 진폭을 아래와 같이 추정한다[3].

$$f_i[n] = \arccos\left(1 - \frac{\Psi[x(n+1) - x(n)]}{2\Psi[x(n)]}\right) \tag{5}$$

$$a[n] = \frac{\Psi[x(n)]}{\sin^2(2\pi f_i(n))} \tag{6}$$

여기에서 $\Psi[x(n)] = x^2(n) - x(n-1) \cdot x(n+1)$ 로 정의되는 에너지 오퍼레이터이다[3, 5]. 이상과 같은 순간주파수 추정법은 DESA에서와 같이 계산이 복잡하거나, 신호의 위상성분을 먼저 구해야 하는 문제가 있다.

신호의 순간주파수를 얻는 간단한 방법으로 신호의 제로크로싱을 이용하는 방법이 있다[1]. 제로크로싱을 이용한 순간주파수는 아래와 같이 정의된다.

$$\hat{f}_i[n] = \frac{1}{2} z'(n) = \frac{1}{2T_z(n)} \tag{7}$$

여기에서, $z(n)$ 은 제로크로싱을, $T_z(n)$ 은 제로크로싱 사이의 시간 간격이다. 이러한 제로크로싱은 구조가 간단하며 신호가 순수정현파이거나 협대역 신호일 때 유용하지만, 제로크로싱이 샘플포인트에서 발생하지 않는 경우 오차가 생길 수 있다. 따라서, 추가적인 평균화 과정이 필요하다[1].

본 논문에서는 변곡점 검출을 활용하여 AM성분과 FM성분의 순간주파수를 추정하는 방법을 제안한다. 본 논문은 다음과 같이 구성된다. 먼저 변곡점 검출 알고리즘이 소개된다. 그리고 AM과 FM성분의 순간주파수를 추정하는 방법이 다뤄진다. 컴퓨터 모의실험을 통해 제안된 방법의 유용성을 검증하며 결론을 맺는다.

II. 본론

1. 변곡점 검출 알고리즘

변곡점은 신호의 기울기가 변하는 지점으로 정의된다. 대표적으로는 국부적인 최저점, 최고점을 들 수 있으며, 좀 더 일반적으로는 신호가 증가하거나 감소하는 패턴에서 단순히 기울기가 달라지는 지점을 변곡점이라 할 수 있다. 아래 그림 1은 변곡점의 다양한 유형을 보여준다. 그림 1의 점 A, B는 국부적인 최고점과 최저점을 나타내며, 점 C는 단순 변곡점을 보여준다.

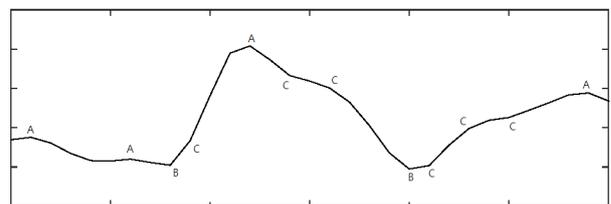


Fig. 1. A signal with various inflection points.
그림 1. 다양한 변곡점을 갖는 신호

연속하는 세 샘플 x_1, x_2, x_3 에 대하여 국부적인 최고점 A 혹은 최저점 B는 아래 식이 만족되는 샘플 x_2 이다.

$$d_{21} \cdot d_{32} < 0 \tag{8}$$

여기에서 $d_{ij} = x_i - x_j$ 는 연속하는 두 샘플의 차이

다. 단순 기울기가 변화하는 변곡점 x_2 는 아래 식에 의하여 검출될 수 있다[6, 7].

$$ID = \frac{|d_{21} - d_{32}|}{|d_{21}| + |d_{32}|} \geq threshold \quad (9)$$

threshold값은 0과 1 사이에서 정해진다. 변곡점 검출과정은 그림 2에서 보인다.

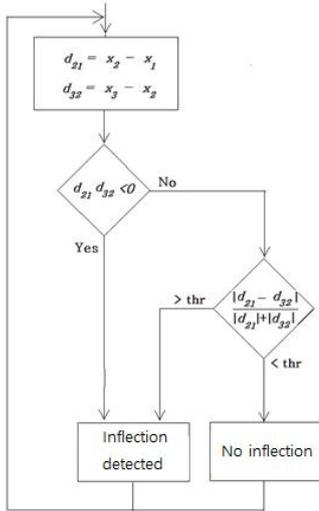


Fig. 2. Inflection point detection algorithm. 그림 2. 변곡점 검출 알고리즘[6].

2. AM/FM성분 추정 방법

가. AM 성분 추정 방법

AM성분은 신호의 포락선(envelope)에 해당하므로 신호의 국부적인 최대값과 최소값(local maxima/minima)을 검출하여 추정할 수 있다. 따라서, 그림 2의 변곡선 검출 알고리즘의 최대값과 최소값을 활용할 수 있다. 즉, 신호가 양의 값을 갖는 경우 국부적인 최대값을 취하며 신호값이 음의 값을 갖는 경우 신호의 국부적인 최소값을 취하여 포락선을 검출한다. 검출된 포락선의 최대값(혹은 최소값) 사이의 시간간격을 측정하여 AM성분의 순간 주파수를 추정한다. 검출된 포락선의 최대값/최소값은 변곡선 검출을 다시 한번 수행하여 얻을 수 있다.

나. FM 성분 추정 방법

FM성분은 신호에서 연속하는 국부적인 두 최대값 혹은 두 최소값 사이의 시간 간격을 측정하여 검출할 수 있다. 즉 FM성분에 따른 순간주파수는 이웃하는 최대값(혹은 최소값) 간의 시간 간격의

역수로 주어진다. 위에서 설명한 주파수 추정방법을 정리하면 아래 그림 3과 같은 AM성분과 FM성분의 순간주파수 추정 알고리즘을 얻는다.

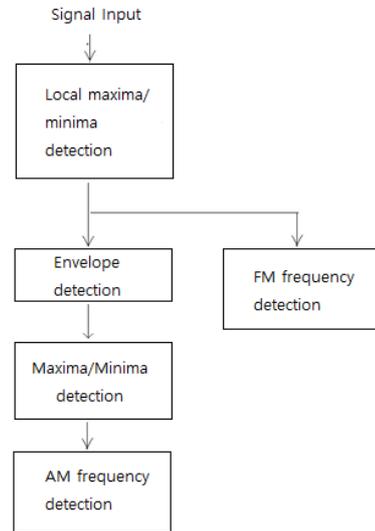


Fig. 3. Instantaneous frequency estimation algorithm of AM/FM components.

그림 3. AM성분과 FM성분의 순간주파수 추정 알고리즘

3. 컴퓨터 모의실험

컴퓨터 모의실험으로 제안된 방법의 유용성을 확인한다. 모의실험 대상 신호는 두 가지 유형을 사용한다. 첫 번째는 AM 성분과 FM 성분 모두 일정한 주파수를 갖는 경우이며, 두 번째는 FM 성분의 경우 주파수가 시간과 함께 변화하는 경우이다.

가. AM/FM성분이 고정된 주파수를 갖는 경우
시험용 신호는 아래의 식으로 정의된다[8].

$$x(n) = \left[1 + 0.5 \cos\left(\frac{\pi}{50}n\right) \right] \cdot \cos\left(\frac{\pi}{5}n\right), \quad 0 \leq n \leq 400$$

샘플링 주파수는 10 kHz를 가정한다. AM 성분의 주파수는 100 Hz로 주어지고, FM 성분은 1000 Hz의 주파수를 갖는다. 아래 그림 4는 본 논문에서 제안된 방법으로 처리한 결과이다. 그림 4의 (a)는 시험용 AM-FM신호이고 (b)는 검출된 국부적인 최대값과 최소값이다. (c)는 검출된 최대값/최소값의 포락선으로 그 자체로 AM 성분에 해당되며, AM성분의 주파수를 추정하는데 활용될 수 있다. (d)에서는 (b)의 국부적인 최대값/최소값을 활용하

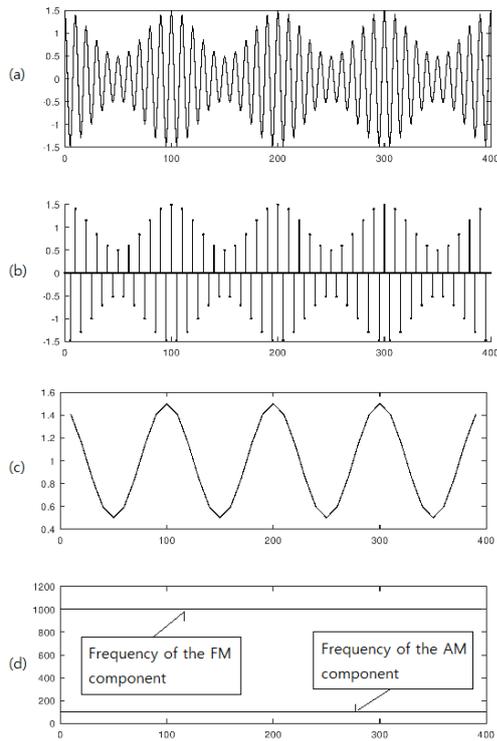


Fig. 4. Frequency estimation results of AM/FM components (a) AM-FM signal (b) Detected maximum/minimum points (c) Envelope of maxima/minima, and (d) Frequencies of the AM/FM parts.

그림 4. AM성분과 FM성분의 순간주파수 추정 알고리즘 (a) AM-FM 신호 (b) 검출된 국부적인 최대값/최소값 (c) 최대값/최소값의 포락선 (d) AM/FM 성분의 주파수

여 얻은 FM 성분의 순간주파수와 (c)로 얻은 AM 성분의 순간주파수를 함께 보인다. AM 성분과 FM 성분이 고정된 주파수인 경우 (d)에서 보이듯이 제안된 방법이 두 주파수를 적절하게 추정함을 알 수 있다.

나. FM성분이 변화하는 주파수를 갖는 경우 시험용 신호는 아래의 식으로 정의된다[3].

$$x(n) = \left[1 + 0.5 \cos\left(\frac{\pi}{50}n\right) \right] \cdot \cos\left[\frac{\pi}{5}n + 4\sin\left(\frac{\pi}{100}n + \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

AM 성분의 주파수는 100 Hz로 주어지고, FM 성분의 경우 순간주파수는 아래 식으로 주어진다.

$$f_i(n) = 1000 + 200 \cdot \cos\left(\frac{\pi n}{100} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (10)$$

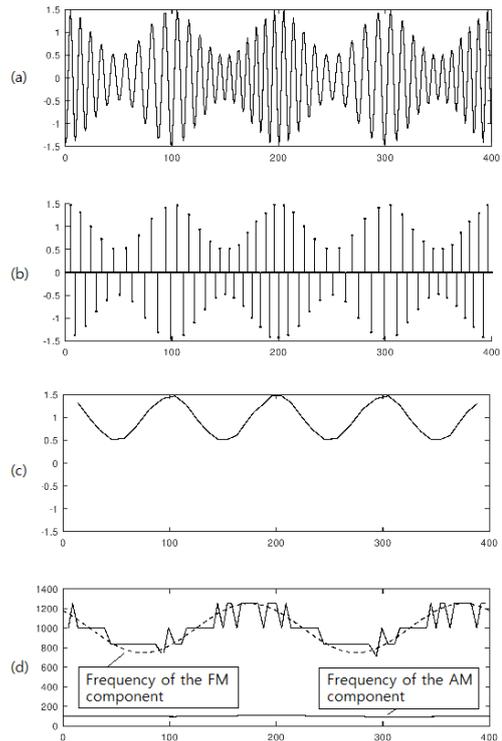


Fig. 5. Frequency estimation results of AM/FM components (a) AM-FM signal (b) Detected maximum/minimum points (c) Envelope of maxima/minima, and (d) Frequencies of the AM/FM parts.

그림 5. AM성분과 FM성분의 순간주파수 추정 알고리즘 (a) AM-FM 신호 (b) 검출된 국부적인 최대값/최소값 (c) 최대값/최소값의 포락선 (d) AM/FM 성분의 주파수

그림 5는 FM 성분이 변화하는 경우 본 논문의 방법으로 처리한 결과이다. 그림 (a)는 사용된 시험 신호이고 (b)는 국부적인 최대값과 최소값이다. (c)는 검출된 최대값의 포락선으로 진폭 성분을 보이며, AM 성분의 주파수를 추정하는데 사용된다. (d)에서는 (b)의 국부적인 최대값/최소값을 활용하여 얻은 FM 성분의 순간주파수와 (c)로 얻은 AM 성분의 순간주파수를 함께 보인다. (d)에서 FM 성분의 순간주파수 추정치는 실선으로 표시되어 있고 식 (10)에 따른 이론적인 실제 순간주파수가 점선으로 함께 표시되어 있다. 본 논문에서 제안된 FM 성분의 순간주파수 추정은 국소적인 최고점/최저점의 샘플링에 기초하므로 원 신호의 샘플링보다도 낮은 시간 해상도를 갖기 때문에 그림 5(d)에서와 같이 이론적인 값과 편차가 있는 결과를 보인다. 따라서, 후처리로 저역통과 필터링이 요구된다. 이같은 단점을 제외하면 (d)에서 보이듯이 제안된 방법

이 두 주파수를 적절하게 추정함을 알 수 있다.

III. 결론

변곡점 추출 방법을 활용하여 신호의 국소적인 최대값/최소값을 검출하고, 그 결과를 사용하여 AM 성분과 FM 성분의 순간주파수를 각각 추정하는 방법을 제안하였다. AM 성분은 최고점/최소점의 포락선을 구하여 순간주파수를 계산했으며, FM 성분은 국소적인 최고점간 혹은 최저점간 시간간격을 활용하여 순간주파수를 추정했다. 컴퓨터 모의 실험을 통해 제안된 방법이 두성분의 순간주파수를 적절히 추적함을 확인하였다. 향후 과제로 FM 성분의 순간주파수가 시간과 함께 변화하는 경우 (그림 5 (d))에 순간주파수의 불연속점을 해소하기 위한 후처리 방법 연구가 필요하다.

References

- [1] B. Boashash, "Estimating and Interpreting the Instantaneous Frequency of a Signal-Part 2: Algorithms and Applications," *Proceedings of the IEEE*, vol.80, no.4, pp.540-568, 1992.
DOI: 10.1109/5.135378
- [2] B. Iem, "Sound Signal Analysis Using the Time-Frequency Representations," *Journal of IKEEE*, vol.23, no.3, pp.893-898, 2019.
DOI: 10.7471/ikeee.2019.23.3.893
- [3] P. Maragos, J. F. Kaiser, and T. F. Quatieri, "Energy Separation in Signal Modulations with Application to Speech Analysis," *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol.41, no.10, pp.3024-3051, 1993.
DOI:10.1109/78.277799
- [4] B. Boashash, *Time-Frequency Signal Analysis and Processing: A Comprehensive Reference*, 2nd ed., San Diego, CA: Academic Press, 2016.
- [5] J. F. Kaiser, "On a simple algorithm to calculate the energy of a signal," in *Proc. of the 1990 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP1990)*, pp.381-384, 1990. DOI: 10.1109/ICASSP.1990.115702
- [6] B. Iem, "A Fixed Rate Speech Coder based

on the Filter Bank Method with Non-uniform Bandwidth," *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol.19, no.2, pp.129-133, 2019. DOI: 10.5391/IJKIS.2019.19.2.129

[7] B. Iem, "A Nonuniform Sampling Technique based on Inflection Point Detection and its Application to Speech Coding," *Journal of Acoustical Society of America*, vol.136, no.2, pp.903-909, 2014.

DOI: 10.1121/1.4884882

[8] F. G. Stremler, *Introduction to Communication Systems*, 3rd ed., Reading, MA: Addison Wesley, 1992.

BIOGRAPHY

Byeong-Gwan Iem (Member)



1988 : BS degree in Electronic Engineering, Yonsei University.

1990 : MS degree in Electronic Engineering, Yonsei University.

1998 : PhD degree in Electrical Engineering, University of Rhode Island.

1999~2001 : Senior Research Engineer, Samsung Electronics.

2002~Present : Professor, Gangneung-Wonju National University