

일반논문 (Regular Paper)

방송공학회논문지 제25권 제1호, 2020년 1월 (JBE Vol. 25, No. 1, January 2020)

<https://doi.org/10.5909/JBE.2020.25.1.36>

ISSN 2287-9137 (Online) ISSN 1226-7953 (Print)

## LDPC 부호의 복호를 위한 정규화와 오프셋이 조합된 최소-합 알고리즘

이 희 란<sup>a)</sup>, 윤 인 우<sup>b)</sup>, 김 준 태<sup>c)†</sup>

### Combined Normalized and Offset Min-Sum Algorithm for Low-Density Parity-Check Codes

Hee-ran Lee<sup>a)</sup>, In-Woo Yun<sup>b)</sup>, and Joon Tae Kim<sup>c)†</sup>

#### 요 약

향상된 신뢰-전파 기반 알고리즘인 정규화 최소-합 알고리즘 혹은 오프셋 최소-합 알고리즘은 낮은 연산복잡도와 높은 복호 성능을 보여 LDPC(Low-Density Parity-Check) 부호의 복호에 널리 이용되고 있다. 그러나, 이 알고리즘들은 적절한 정규화 계수와 오프셋 계수가 이용되어야만 높은 복호 성능을 갖는다. 최근 제안된 CMD(Check Node Message Distribution) 차트와 최소자승법을 이용하여 정규화 계수를 찾는 방법은 기존의 계수 도출 방법보다 계산량이 적을 뿐 아니라 각 반복 복호마다 최적의 정규화 계수를 도출할 수 있기 때문에 복호 성능을 높일 수 있다. 본 논문에서는 이 방법을 응용하여 정규화와 오프셋이 조합된 최소-합 알고리즘의 보정 계수 조합의 도출을 위한 알고리즘을 제안하고자 한다. 차세대 방송 통신 표준인 ATSC 3.0용 LDPC 부호의 컴퓨터 모의실험은 제안한 알고리즘을 통해 도출된 보정 계수 조합을 사용하였을 때 타 복호 알고리즘보다 월등히 높은 복호 성능을 가지는 것을 보인다.

#### Abstract

The improved belief-propagation-based algorithms, such as normalized min-sum algorithm (NMSA) or offset min-sum algorithm (OMSA), are widely used to decode LDPC(Low-Density Parity-Check) codes because they are less computationally complex and work well even at low SNR(Signal-to-Noise Ratio). However, these algorithms work well only when an appropriate normalization factor or offset value is used. A new method that uses a CMD(Check Node Message Distribution) chart and least-square method, which has been recently proposed, has advantages on computational complexity over other approaches to get optimal coefficients. Furthermore, this method can be used to derive coefficients for each iteration. In this paper, we apply this method and propose an algorithm to derive a combination of normalization factor and offset value for a combined normalized and offset min-sum algorithm to further improve the decoding of LDPC codes. Simulations on the next-generation broadcasting standards, ATSC 3.0 LDPC codes, prove that a combined normalized and offset min-sum algorithm which takes the proposed coefficients as correction coefficients shows the best BER performance among other decoding algorithms.

Keyword : LDPC codes, min-sum, normalized min-sum, offset min-sum

## 1. 서론

저밀도 패리티 검사 부호(low-density parity-check codes, LDPC codes)는 선형 블록 코드의 일종으로 1960년대 Gallager에 의해 제안되었다<sup>[1]</sup>. LDPC 부호는 제안된 당시 컴퓨터의 연산 능력에 비해 복호를 위해 필요한 연산량이 매우 높았기 때문에 수십년간 연구되지 않았지만, 1981년 Tanner와 1990년대 MacKay와 Luby의 재해석으로 현재 강력한 오류정정이 필요한 시스템에서 오류정정 부호로 채택되어 널리 이용되고 있다<sup>[2][3]</sup>.

LDPC 부호의 최적의 복호 알고리즘은 신뢰 전파 알고리즘(belief propagation algorithm, BPA)이다. 이 알고리즘은 복호 과정이 변수 노드와 검사노드 간의 로그 우도비(log-likelihood ratio, LLR)인 확률 메시지 교환으로 표현될 수 있기 때문에 메시지 전달 알고리즘(message-passing algorithm)으로 불리기도 한다. 신뢰 전파 알고리즘의 검사노드 메시지 갱신과정은 많은 부동소수점 연산을 포함하고 있으며, 특정 조건을 만족하여 복호가 종료될 때까지 모든 엣지에서 반복적으로 계산되어야 한다. 따라서, 자원이 제한적인 임베디드 환경에서도 사용할 수 있도록 복호 연산량을 감소시키는 다양한 방법들이 연구되어 왔다. 특히, 최소-합 알고리즘(min-sum algorithm, MSA)을 이용하여 LDPC 부호를 복호하는 방법은 복잡한 검사노드 갱신식을 간단한 최소값 선택 연산으로 근사하여 복호 시 필요한 연산량을 대폭 감소시킨다<sup>[4]</sup>. 그러나, 이 방법은 검사노드 갱신식의 근사로 인한 오차가 매우 크기 때문에 신뢰 전파 알고리즘에 비해 복호 성능의 열화가 크다. 따라서, 정규화와 오프셋을 이용하여 오차를 보정한 정규화 최소-합 알고리즘(normalized min-sum algorithm, NMSA)과 오프셋 최

소-합 알고리즘(offset min-sum algorithm, OMSA)이 실제 복호기에서 가장 널리 이용되고 있다<sup>[5][6]</sup>.

이 두 가지 향상된 신뢰 전파 기반 알고리즘의 복호 성능을 최대화하기 위해서는 적절한 정규화 계수와 오프셋 값을 선택해야 한다. 왜냐하면 적절한 계수를 선택하는 것은 BPA와 두 가지 신뢰 전파 기반 알고리즘들의 검사노드 메시지의 오차를 최소화하는 것과 같기 때문이다. 이에 대해 2장 2절에서 자세하게 설명한다. 최적의 정규화 계수와 오프셋 값을 선택하기 위해 기존에 가장 널리 이용되던 밀도 진화 방법은 무한한 확률 연산이 필요할 뿐 아니라 LDPC 부호가 트리 구조를 가지며, 대칭 조건을 만족한다는 것을 가정해야 한다. 하지만, LDPC 부호의 특성상 트리 구조를 갖기 매우 힘들다는 것을 고려할 때 밀도 진화 방법을 통해 도출된 계수가 최적일 아닐 수 있다. 이러한 이유로, 검사노드 메시지 분포도(check node message distribution chart, CMD chart)를 이용해 최적의 정규화 계수를 선택하는 방법이 제안되었다<sup>[7]</sup>. 검사노드 메시지 분포도는 동일한 검사노드 입력 메시지를 이용하여 신뢰 전파 알고리즘과 최소-합 알고리즘으로 각각 계산한 검사노드 출력 메시지의 크기의 관계를 도시한 2차원 그래프이다. 검사노드 메시지 분포도의 데이터 점들은 검사노드의 도수, 신호 대 잡음비, 반복 복호 횟수의 3가지 조건에 의해 다른 분포를 갖는다. 따라서 정규화 최소-합 알고리즘에 이용될 정규화 계수도 이 세 가지 조건에 의해 변화한다. 먼저, 검사노드의 도수는 패리티 검사 행렬에 따라 정해지기 때문에 고려하지 않는다. 그리고 신호 대 잡음비는 신뢰 전파 알고리즘으로 FEC 프레임이 성공적으로 복호될 수 있는 최소 신호 대 잡음비로 고정하였다. 마지막으로 반복 복호를 진행하며 매 반복 복호마다 최적의 정규화 계수를 구하였다.

본 논문에서는, 이 방식을 확장하여 정규화와 오프셋이 조합된 최소-합 알고리즘에서 이용하기 위한 정규화 계수와 오프셋 값의 조합을 도출한다. 이 복호 알고리즘은 부분 응답 채널에서 LDPC 부호를 복호하기 위해 이용되었지만, 매 반복 복호마다 동일한 정규화 계수와 오프셋 값의 조합이 이용되었으며, 계수 조합을 구하는 방법도 언급되어 있지 않다<sup>[8]</sup>. 따라서, 본 논문에서는 한 세트의 보정 계수 조합을 도출하기 위한 탐색 알고리즘을 제안한다. 차세대 방송통신 표준인 ATSC 3.0에서의 컴퓨터 모의실험은 제안하

a) 한화시스템(Hanwha System)  
b) 삼성전자(Samsung Electronics)  
c) 건국대학교 전자공학부(Department of Electronic Engineering, Konkuk University)

‡ Corresponding Author : 김준태(Joon Tae Kim)  
E-mail: jtkim@konkuk.ac.kr  
Tel: +82-2-450-4269  
ORCID:https://orcid.org/0000-0001-6953-5482

※ This paper was written as part of Konkuk University's research support program for its faculty on sabbatical leave in 2018.  
· Manuscript received July 22, 2019; Revised October 21, 2019; Accepted November 5, 2019.

는 방법으로 도출된 계수 조합을 채용했을 때, 정규화와 오프셋이 결합된 최소-합 알고리즘이 타 알고리즘에 비해 월등한 성능을 가지는 것을 보인다.

## II. 본 론

### 1. LDPC 부호의 부복호 과정

LDPC 부호는 선형 블록 코드의 일종으로 생성 행렬(generator matrix, G matrix) 혹은 패리티 검사 행렬(parity-check matrix, H matrix)로 정의된다. LDPC 부호는 두 행렬을 이용하여 부/복호화 되며 그 과정은 그림 1과 같다. LDPC 부호기는  $m$  비트의 메시지에  $k$ 비트의 패리티를 추가하여  $N$ 비트의 부호어  $u$ 로 부호화한다. 부호어  $u$ 는 mapper에서 심볼  $s$ 로 매핑되어 채널을 통과한다. 이 때, 본 논문에서는 AWGN 채널만을 가정하므로 그림 1에서는 AWGN 채널로 명시하였다. 채널을 통과한 심볼은 soft demapper에서  $N$ 비트의 로그 우도 비(log-likelihood ratio, LLR)로 변환되어 LDPC 복호기의 입력값으로 이용된다.

LDPC 부호의 복호 과정은 Tanner 그래프 상에서 정의된 검사 노드와 변수 노드 간의 확률 메시지 교환으로 표현된다. 이 때, Tanner 그래프는 패리티 검사 행렬의  $m$  번째 행,  $n$  번째 열의 요소인  $h_{mn}$ 가 1인 곳에서  $n$  번째 변수노드와  $m$  번째 검사 노드를 연결한 이분 그래프이다<sup>[9]</sup>. Tanner 그래프 상에서  $n$  번째 변수 노드를  $V_n$ ,  $m$  번째 검사 노드를

$C_m$ 이라고 할 때, 신뢰 전파 알고리즘(belief propagation algorithm, BPA)를 이용한 LDPC 복호 과정은 다음과 같다<sup>[9]</sup>.

• 로그 도메인 BPA 복호기의 복호 과정

- 1) 변수 노드  $V_n$ 에서 검사노드  $C_m$ 으로 전달되는 변수 노드 메시지  $L(q_{nm}^{(l)})$ 를 초기화 한다. AWGN 채널에서 BPSK 매핑을 이용한 경우, 변수노드 메시지의 초기값  $L(q_{nm}^{(0)})$ 은 식 (1)과 같이  $n$  번째 수신 심볼값인  $y_n$ 을 이용하여 계산한다. 이 때,  $L(C_n)$ 은 부호어의  $n$  번째 비트의 로그 우도 비를 의미한다.

$$L(q_{nm}^{(0)}) = L(C_n) = \frac{2y_n}{\sigma^2} \quad (1)$$

- 2) 식 (2)와 식 (3)을 이용하여  $l$  번째 이터레이션 수행 시 검사 노드  $C_m$ 에서 변수 노드  $V_n$ 으로 전달되는 검사 노드 메시지  $L(r_{mn}^{(l)})$ 를 계산한다. 이 때,  $n'$ 은 검사 노드  $C_m$ 에 연결된 변수 노드의 인덱스 중  $n$ 을 제외한 인덱스를 의미한다.

$$L^{BPA}(r_{mn}^{(l)}) = \sum_{n' \in C_m \setminus n} \text{sign}(L(q_{n'm}^{(l)})) \Phi \left( \sum_{n' \in C_m \setminus n} \Phi(|L(q_{n'm}^{(l)})|) \right) \quad (2)$$

$$\Phi(x) = -\ln \left( \tanh \left( \frac{|x|}{2} \right) \right) \quad (3)$$

- 3) 식 (4)를 이용해  $l$  번째 이터레이션에서의 변수 노드 메시지를 갱신한다. 이 때,  $m'$ 은 변수 노드  $V_n$ 에 연결된 검

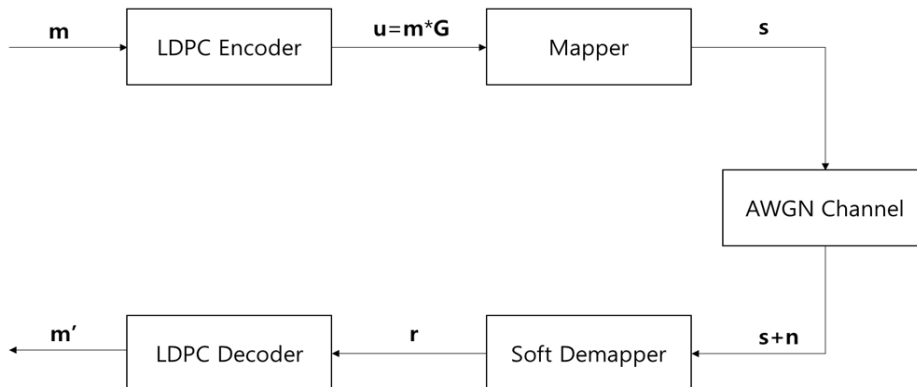


그림 1. LDPC 부호의 부호화 및 복호화 과정  
Fig. 1. Encoding and decoding process of LDPC codes

사 노드의 인덱스 중  $m$ 을 제외한 인덱스를 의미한다.

$$L(q_{nm}^{(l+1)}) = L(C_n) + \sum_{m' \in V_n \setminus m} L(r_{m'n}^{(l)}) \quad (4)$$

4) 식 (5)를 이용해  $l$ 번째 이터레이션에서의 소프트 출력값을 갱신한다.

$$L(Q_n^{(l)}) = L(C_n) + \sum_{m \in V_n} L(r_{mn}^{(l)}) \quad (5)$$

5)  $i = 0, 1, \dots, n-1$ 인  $i$ 에 대해, 경판정하여  $\hat{c}_i$ 를 도출한다.

$$\hat{c}_i = \begin{cases} 1 & \text{if } L(Q_n) < 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (6)$$

$\hat{c}_i H^T = 0$  혹은  $l$ 이 최대 이터레이션 수에 도달하면 복호를 중단하고 그렇지 않으면  $l$ 을 1 증가시키고 2로 돌아가 반복 복호를 수행한다.

이 알고리즘은 이론적으로 최적의 복호 알고리즘이라고 알려진 신뢰 전파 알고리즘이며, 합-곱 알고리즘(sum-product algorithm, SPA)이라고도 불린다. LDPC 복호 과정 중 2번째 과정인 검사 노드 메시지 갱신 과정은 복잡한 부동소수점 연산을 포함하고 있다. BPA를 이용하여 복호할 시 이 연산을 반복적으로 수행해야하기 때문에 하드웨어에 많은 부담을 야기한다. 최소-합 알고리즘(min-sum algorithm, MSA)은 식 (2)를 식 (7)로 근사하여 BPA의 연산량을 대폭 줄여준다.

$$L^{MSA}(r_{mn}^{(l)}) = \prod_{n' \in C_m \setminus n} \text{sign}(L(q_{n'm}^{(l)})) \min_{n' \in C_m \setminus n} (|L(q_{n'm}^{(l)})|) \quad (7)$$

MSA 복호기는 BPA의 검사노드 갱신식에 포함된 복잡한  $\Phi(x)$  연산을 최소값 선택기로 대체한다. 하지만,

$$L^{OMSA}(r_{mn}^{(l)}) = \prod_{n' \in C_m \setminus n} \text{sign}(L(q_{n'm}^{(l)})) \max(\min_{n' \in C_m \setminus n} (|L(q_{n'm}^{(l)})|) - \beta, 0) \quad (8)$$

$$L^{NMSA}(r_{mn}^{(l)}) = \alpha \times \prod_{n' \in C_m \setminus n} \text{sign}(L(q_{n'm}^{(l)})) \min_{n' \in C_m \setminus n} (|L(q_{n'm}^{(l)})|) \quad (9)$$

$$L^{NOMSA}(r_{mn}^{(l)}) = \alpha \times \prod_{n' \in C_m \setminus n} \text{sign}(L(q_{n'm}^{(l)})) \max(\min_{n' \in C_m \setminus n} (|L(q_{n'm}^{(l)})|) - \beta, 0) \quad (10)$$

$L^{MSA}(r_{mn}^{(l)})$ 은  $L^{BPA}(r_{mn}^{(l)})$ 과 많은 오차를 갖기 때문에 복호 성능이 매우 낮아진다. 따라서, LDPC 복호기는 주로 식 (8) 또는 (9)를 이용해 오프셋과 정규화를 통해 검사 노드 메시지의 값을 BPA를 이용한 결과와 같아지도록 검사 노드 출력 메시지를 보정하여 이용한다.

정규화와 오프셋이 조합된 최소-합 알고리즘(combined normalized and offset min-sum algorithm, NOMSA)은 검사 노드 출력 메시지를 BPA 복호기와 더 근접하도록 만들기 위해 식 (10)과 같이 정규화와 오프셋을 모두 이용한다.

식 (10)과 식(9)를 비교하면 검사 노드 메시지 계산 시 뺄셈 연산과 비교 연산이 한 번씩 추가적으로 필요하다. 따라서, 이터레이션 당  $h_{mn}$ 이 1인 패리티 검사 행렬 요소 개수만큼의 뺄셈기와 비교기가 필요하다. 마찬가지로, 식 (10)과 식(8)을 비교하면 이터레이션 당  $h_{mn}$ 이 1인 패리티 검사 행렬 요소 개수만큼의 곱셈기가 추가적으로 필요하다.

NOMSA는 적절한 정규화 계수와 오프셋값 조합을 이용할 때 기존에 제안되었던 알고리즘보다 향상된 성능을 보인다<sup>[8]</sup>. 그러나, 적절한 보정 계수 조합을 찾는 방법은 제안되지 않고 있다. 따라서, 본 논문에서는 검사노드 메시지 분포도를 이용하여 최적의 보정 계수 조합을 도출하는 방법을 제시하고자 한다.

## 2. 검사노드 메시지 분포도를 이용한 보정 계수 조합 도출

이 장에서는 NOMSA에서 이용할 정규화 계수와 오프셋값 조합을 도출하는 방법에 대해 설명한다. 먼저, 보정 계수 조합 도출에 이용할 검사 노드 메시지 분포도(check node distribution chart, CMD chart)를 예제를 통해 설명하고 NOMSA가 NMSA보다 더 좋은 성능을 보이는 이유에 대해 간단히 설명한다. 그 후, 정규화 계수와 오프셋 값을 도출하는 새로운 알고리즘을 제안한다. 마지막으로, 이터레

이선 별 보정 계수 조합 도출 방법에 대해 설명한다.

### 2.1 검사노드 메시지 분포도

CMD 차트는 두 개의 축을 갖는 2차원 그래프로, MSA로 계산한 검사 노드 출력 메시지의 절대값인  $\min_{n' \in C_m \setminus n} (|L(q_{n'm}^{(l)})|)$  을  $x$  축 값으로 사용하고 각 복호 알고리즘으로 계산한 검사 노드 출력 메시지의 절대값을  $y$  축 값으로 사용하여 데이터 점을 나타낸다<sup>[7]</sup>. 그림 2은  $(n, d_v, d_c) = (20, 3, 4)$  인 균일 LDPC 부호를 복호하여 구한 CMD 차트의 예이다. 이 때,  $d_v$ 는 변수 노드의 도수를 의미하며,  $d_c$ 는 검사 노드의 도수를 의미한다. 그림 2의 데이터 점들을 구하기 위해 메시지 비트를 랜덤하게 생성하여 임의로 도출한 페리티 검사 행렬의 규칙에 따라 부호화하고, BPSK로 심볼 매핑 한 후, AWGN을 통과시켰다. 그리고 소프트 디매퍼를 이용하여 LLR을 구해 변수 노드 메시지의 초기값으로 이용해 첫 번째 이터레이션에서 BPA, MSA, NMSA, NOMSA를 이용해 검사 노드 출력 메시지를 계산했다.  $(n, d_v, d_c) = (20, 3, 4)$

인 규칙 LDPC 부호의 경우, 한 번 복호 할 때마다 60개의 검사 노드 메시지가 계산되기 때문에 각 알고리즘마다 한 번 복호 시 60개의 검사 노드 출력 메시지 데이터 점을 도출할 수 있다.

CMD 차트에 대한 이해를 돕기 위해 하나의 검사 노드와 연결된 네 개의 변수 노드에 전달되는 검사 노드 출력 메시지 네 개를 각 알고리즘으로 계산하고 검사 노드 메시지 분포도에 그리는 일련의 과정을 설명하고자 한다. 예제 설명 시, 이터레이션 횟수인  $l$ 에 대한 표기는 생략한다. 임의의 검사 노드  $C_m$ 은 네 개의 변수 노드 메시지  $L(q_{mn}) = [1.49, 0.97, -0.40, 0.52]$ 를 입력받는다. 검사 노드는 식 (2), (7), (9), (10)을 이용해 각 알고리즘의 검사 노드 출력 메시지인  $L^{BPA}(r_{mn}), L^{MSA}(r_{mn}), L^{NMSA}(r_{mn}), L^{NOMSA}(r_{mn})$ 를 계산한다. 식 (2)를 이용해  $L^{BPA}(r_{mn})$ 를 계산하면  $[-0.04, -0.06, 0.14, -0.11]$ 이며, 메시지를 보낼 변수 노드를 제외한 변수 노드 메시지의 절대값의 최소값  $\min_{n' \in C_m \setminus n} (|L(q_{n'm})|)$ 은  $[0.40, 0.40, 0.52, 0.40]$ 가 된다. 이 결과를  $\min_{n' \in C_m \setminus n} (|L(q_{n'm})|)$ 를  $x$  축,  $|L^{BPA}(r_{mn})|$ 를  $y$  축 값으로 한  $(\min_{n' \in C_m \setminus n} (|L(q_{n'm})|), |L^{BPA}(r_{mn})|)$ 을 그림 2에 예제 데이터 점(\*)으로 표현하였다. 이 그래프를 그릴 때 각 데이터 점의 부호는 무시하고 크기만을 고려한다는 점에 주의한다. 그림 2을 통해 BPA를 이용하여 계산한 검사 노드 출력 메시지(○)와 MSA를 이용하여 계산한 검사 노드 출력 메시지(□)는 오차가 매우 큰 것을 볼 수 있다. 이 오차는 CMD 차트 상에서 최소 자승법으로 최적의 정규화 계수를 도출해 줄일 수 있다<sup>[7]</sup>. 이 예제에서는 최소 자승법을 이용하여 계산하였을 때 정규화 계수가 0.26일 때 오차가 최소가 된다. 이 정규화 계수를 적용했을 때, NMSA의 검사 노드 출력 메시지의 크기는  $[0.10, 0.10, 0.14, 0.10]$ 이 되어 오차의 크기를  $[0.36, 0.34, 0.38, 0.29]$ 에서  $[0.06, 0.04, 0.01, 0.01]$ 로 감소시킨

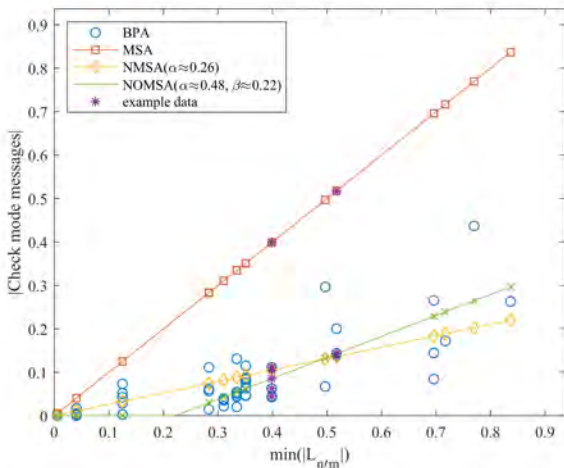


그림 2. 검사 노드 메시지 분포도의 예  
Fig. 2. Example of CMD chart

표 1. 메시지당 평균 오류  
Table 1. Average error per message

	MSA	NMSA	NOMSA
Average error per message	0.2108	0.0814	0.0282
Error reduction (%)	0	-61.4	-86.6

다. 여기서 오프셋 값을 추가적으로 이용할 때 최적의 정규화 계수와 오프셋 값 조합은  $(\alpha, \beta) = (0.48, 0.22)$  이고, NOMSA를 이용해 복호할 때 오차의 크기는  $[0.06, 0.04, 0.01, 0.01]$ 에서  $[0.04, 0.02, 0.00, 0.02]$ 로 더 크게 감소시킬 수 있다. 표 1에서 볼 수 있듯, 최적의 보정계수 조합을 이용했을 때 NOMSA의 메시지당 평균 오차는 MSA에 비해 86.6% 감소된다. 따라서, NOMSA가 BPA와 근사한 성능을 보일 것으로 예상할 수 있으며, 이러한 이유로 NOMSA

를 이용하면 NMSA를 이용하였을 때 보다 연산량은 증가하지만 메시지당 평균 오차를 대폭 줄일 수 있다.

## 2.2 제안하는 NOMSA의 보정 계수 조합 도출 알고리즘

보정 계수 조합을 도출하기 위해 사용할 수 있는 가장 간단한 알고리즘은 먼저 오프셋을 고정하고, 고정된 오프셋 값에서 오차를 최소화할 수 있는 정규화 계수를 최소 자승법으로 구한 후, 고정된 오프셋 값과 최소 자승법으로

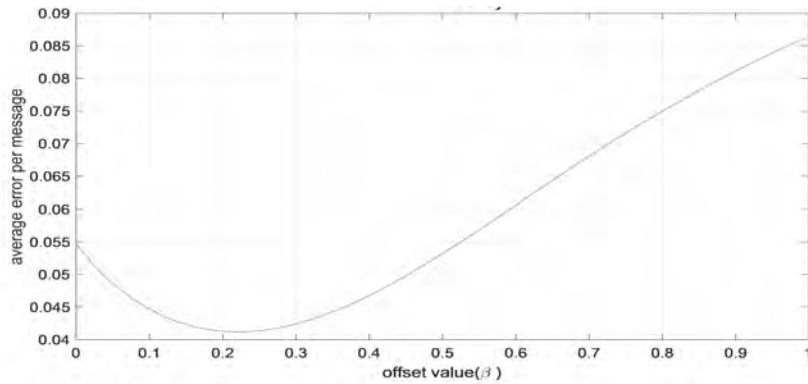


그림 3. 오프셋 설정 값에 따른 메시지당 평균 오차  
 Fig. 3. Average error per message based on offset value

---

**Algorithm 1** Obtaining a coefficient pair for NOMS algorithm

---

```

1: function GETCOEFFPAIR(abs_BPAout, abs_MSAout)
  ▷ abs_BPAout : column vector whose elements are magnitude of output messages of BPA decoder
  ▷ abs_MSAout : column vector whose elements are magnitude of output messages of MSA decoder
2:   start = 0
3:   end = 1
4:   div = 10
  ▷ Search the best offset from start to end at intervals of interval
5:   Let error[1...div] and alpha[1...div] be new arrays
6:   while diff_error < 1.0e - 6 do                                ▷ diff_error : average(error)-error[min_idx]
7:     interval = (end - start)/div
8:     for i = 0 to div - 1 do
9:       offset = start + interval * i
10:      if abs_MSAout < offset then
11:        error_off = error caused by offset
12:      else
13:        alpha[i] = normalization factor obtained by least square method
14:        error_nor = error caused by normalization
15:      end if
16:      error[i] = (error_off + error_nor)/total_edges  ▷ error is normalized by total number of edges
17:    end for
18:    min_idx = index i of least value in error array
19:    min_point = start + min_idx * interval
20:    start = max(0, min_point - interval/2)
21:    end = min_point + interval/2
22:  end while
23:   $\alpha$  = alpha[min_idx]
24:   $\beta$  = start + interval/2
25:  return  $\alpha$  and  $\beta$ 
26: end function
    
```

---

그림 4. 보정 계수 조합을 구하기 위한 알고리즘  
 Fig. 4. Obtaining a coefficient pair for NOMSA

도출한 정규화 계수를 이용하여 NOMSA로 복호했을 때의 오차를 계산하는 과정을 오프셋을 최대한 작은 간격으로 변화시켜가며 수행하는 것이다. 이 방법으로 ATSC 3.0 표준의 부호화율 2/15 LDPC 부호를 복호한 결과를 이용해 오류 경향을 살펴보면 그림 3와 같이 오류의 경향이 극값이 하나만 존재하는 개형을 보인다. 따라서, 탐색 범위를 점점 좁혀가며 탐색하는 알고리즘을 사용해 오류를 최소화한다.

NOMSA에 이용할 최적의 보정계수 조합은 일정 간격으로 오프셋 값을 고정하고, 고정된 오프셋 값에서 BPA 데이터 점 즉, CMD 차트에 도시화된 BPA 복호기의 검사 노드 출력 메시지와 가장 적은 오차를 갖도록 하는 정규화 계수 값을 도출하는 방식으로 구한다. 이 때, BPA 데이터 점들 중 고정된 오프셋 값보다  $x$ 축 값이 큰 데이터점들에 대해 정규화 계수를 구하며, 정규화 계수는 BPA 데이터 점들을 고정된 오프셋 값만큼  $x$ 축의 음의 방향으로 평행이동하고 최소 자승법을 적용해서 도출한다.

그림 4는 보정 계수 조합을 도출하는 알고리즘을 설명한 그림이다. 먼저, CMD 차트를 그리기 위한 데이터 점을 저장할 배열인 *abs\_MSAout*과 *abs\_BPAout*을 지정하고, MSA와 BPA를 이용해 검사 노드 출력 메시지의 크기를 계산하여 두 배열에 저장한다. 앞서 설명한대로 이 방식은 일정 간격으로 오프셋 값을 고정하고, 고정된 오프셋 값에서 최적의 정규화 계수를 도출하는 방식으로 진행되며 탐색에 필요한 연산량을 줄이기 위해 오프셋 값의 탐색 범위를 점점 줄여간다. 즉, 첫 탐색 시 오프셋 값을 넓은 간격으로

변화시켜가며 고정하고, 고정된 오프셋에서 최적의 정규화 계수를 최소자승법으로 찾는다. BPA를 이용했을 때와의 오차가  $1.0e-6$ 이하가 되면 탐색을 종료하고 정규화 계수와 오프셋 값 조합 ( $\alpha, \beta$ )를 출력한다. 그림 5는 이 과정을 블록 다이어그램으로 표현한 그림이다.

2.3 이터레이션 별 보정 계수 조합 도출 방법

BPA의 검사 노드 메시지 분포는 크게 3가지 요인에 의해 영향을 받는다. 그 중, 두 가지 요인에 대해 설명하자면 첫 번째 요인은 신호 대 잡음비이다. 신호 대 잡음비가 클수록 CMD 차트 상에서 BPA의 검사 노드 출력 메시지 크기의 분포는 MSA의 검사 노드 출력 메시지의 크기 분포에 수렴하며, 신호 대 잡음비가 낮아질수록 MSA와 BPA의 검사 노드 출력 메시지 크기의 차이는 커진다<sup>[7]</sup>. 두 번째 요인은 이터레이션 수이다. LDPC 부호의 복호는 이터레이션이 진행됨에 따라 변수노드 메시지의 크기와 분포가 변화한다. 이터레이션 초기에는 BPA와 MSA의 검사 노드 출력 메시지의 크기 차이가 매우 크지만, 이터레이션이 진행될수록 CMD 차트 상에서 BPA와 MSA의 검사 노드 출력 메시지의 크기 차이는 작아진다<sup>[7]</sup>. LLR이 큰 상황에서는 각 알고리즘의 계산 값 차이가 크지 않다는 점에 착안했을 때 이 두 가지 요인을 고려하면 보정 계수 조합 도출 과정을 다음과 같이 설정할 수 있다.

- 1) 최대 이터레이션 수에 근접하여 복호를 완료하는 프레임 을 보정 계수를 도출할 프레임으로 선정한다.

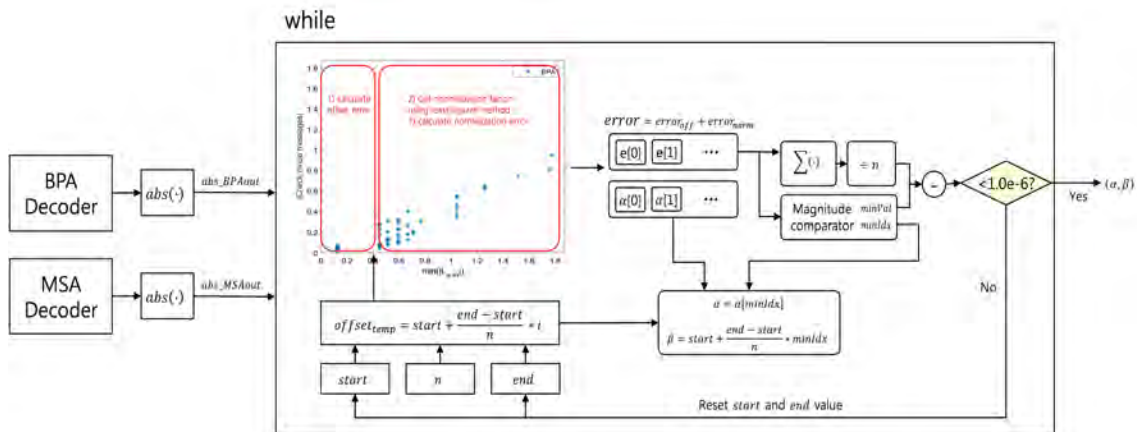


그림 5. 보정 계수 조합을 구하기 위한 알고리즘의 블록 다이어그램  
 Fig. 5. A block diagram of an algorithm for obtaining a coefficient pair for NOMSA

- 2) 조건에 해당되는 프레임 10개에 대해 반복 복호를 수행 하면서 매 반복 복호마다 검사 노드 메시지 분포도를 그리기 위한 BPA 검사 노드 출력 메시지와 MSA 검사 노드 출력 메시지를 도출한다.
- 3) 도출된 검사 노드 출력 메시지들을 이용하여 각 반복 복호 단계에서 최적의 보정 계수 조합( $\alpha^{(l)}, \beta^{(l)}$ )을 도출한다.
- 4) 10개 프레임의 보정 계수 조합의 평균 ( $\alpha_{avg}^{(l)}, \beta_{avg}^{(l)}$ )을 구한다.

위의 방법으로 도출한 보정 계수 조합의 평균을 복호에 이용하는 것은 매 반복 복호마다 다른 보정계수 조합을 이용해야하기 때문에 하드웨어 설계의 관점에서 복잡도를 높이지게 만든다. 하지만 알고리즘의 연산 관점에서 본다면 기존의 단일 계수를 이용하는 알고리즘과 보정 계수 조합의 평균을 이용한 복호 알고리즘은 동일한 연산 복잡도를 가진다.

### III. 모의 실험

모의 실험은 크게 두 가지로 진행하였다. 먼저, 본문에서 언급한 보정 계수 조합 도출 알고리즘을 이용해 차세대 방송통신 표준인 ATSC 3.0 표준의 두 가지 부호율에서 최적

의 보정 계수 조합을 도출했다. 다음으로 이 보정 계수 조합을 이용해 LDPC 복호를 수행해 비트 오류율 그래프를 도출했다. 3장 모의실험의 모든 모의실험 환경은 다음과 같다. ATSC 3.0 표준을 따르는 LDPC 부/복호기, 비트 인터리버/디인터리버, 매핑/디매핑을 사용하였으며, AWGN 채널을 이용하여 모의 실험을 수행하였다. LDPC 부호의 부/복호기의 부호어 크기는 64800 비트이며, 변조 방식은 256QAM이다.

#### 1. 보정 계수 조합 도출

방송 통신 환경에서 실시간으로 복호하기 위해 가장 적절한 최대 반복복호 횟수인 40회의 이터레이션을 최대값으로 설정하고 각 부호율 별 보정 계수 조합 세트를 도출하였다. 그림 6과 그림 7은 각각 부호율 9/15와 10/15에서 최적의 보정 계수 조합 세트를 도출한 결과이다. 두 부호율 모두 반복 복호가 진행됨에 따라 BPA와 MSA의 검사 노드 출력 메시지 차이가 줄어들기 때문에 반복 복호가 진행될수록 정규화 계수는 1로, 오프셋 계수는 0으로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 그러나, 부호율이 다른 경우, 보정 계수 조합을 도출하는 신호 대 잡음비가 다르고, 검사 노드의 차수도 다르기 때문에 최적의 보정 계수 조합이 다르다<sup>7)</sup>.

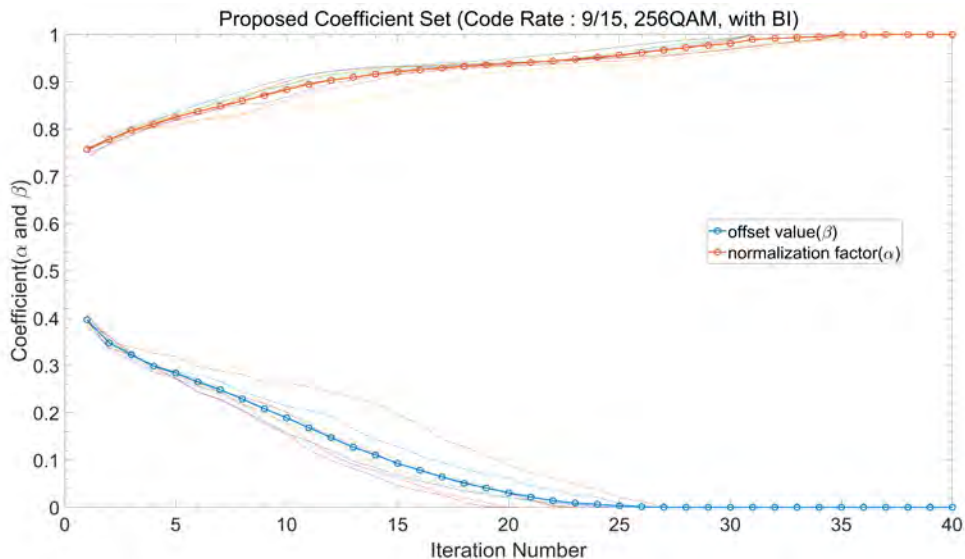


그림 6. 제안하는 보정 계수 조합(부호율 9/15)  
 Fig. 6. Proposed coefficient set for code of rate 9/15



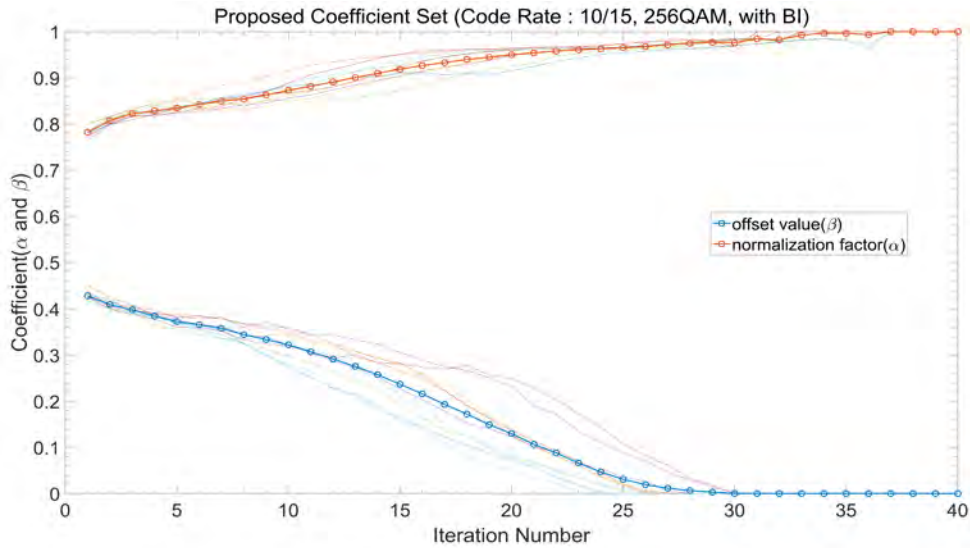


그림 7. 제안하는 보정 계수 조합(부호율 10/15)  
 Fig. 7. Proposed coefficient set for code of rate 10/15

## 2. LDPC 부호의 복호 결과

이 절에서는 앞선 모의실험에서 도출한 보정 계수 조합 세트를 사용하여 LDPC 부호를 복호하고 그 결과를 타알고리즘과 비교하여 아래 두 가지 결과를 확인하고자 한다.

1) 논문 [10]에서 도출한 단일 정규화 계수를 이용한 NMSA의 성능과, 논문 [7]에서 도출한 이터레이션 별 정

규화 계수 세트를 이용한 NMSA의 성능을 비교하여 이터레이션 별로 다른 정규화 계수를 이용하는 알고리즘의 성능이 우수함을 확인한다.

2) 논문 [7]에서 도출한 이터레이션 별 정규화 계수 세트를 이용한 NMSA의 성능과 본 논문에서 제안하는 이터레이션 별 보정계수(정규화 계수와 오프셋 값 동시 사용) 조합 세트를 이용한 NOMSA 성능을 비교하여 정규화와 오프셋이 조합된 최소-합 알고리즘의 성능이 우수함을 확인한다.

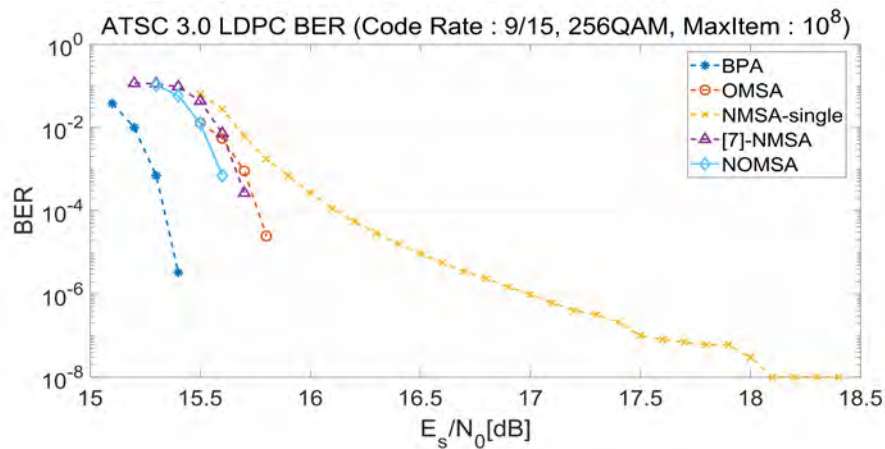


그림 8. 비트오류율 (부호율 9/15)  
 Fig. 8. Bit error rate (code rate 9/15)

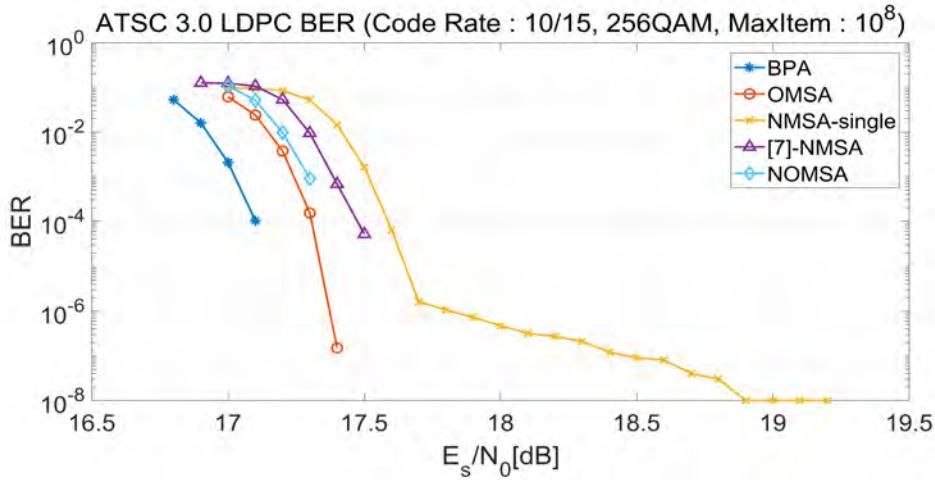


그림 9. 비트오류율 (부호율 10/15)  
Fig. 9. Bit error rate (code rate 10/15)

그림 8과 그림 9는 각각 부호율 9/15와 10/15에서의 복호 결과를 비트 오류율로 표현한 그림이다. 이 때, 그림에서  $10^{-8}$  이상의 비트오류율을 보이는 SNR에서만 비트오류율을 표시하였다. 예를 들어, 그림 8에서 NOMSA 알고리즘은 15.7[dB]에서  $10^{-8}$  이하의 비트 오류율을 보이기 때문에 15.7[dB] 이상의 SNR에서의 BER은 표기되지 않는다. 먼저 부호화율 9/15에 대한 BER 곡선인 그림 8을 살펴보면 BPA는 15.5[dB]에서  $10^{-8}$  이하의 비트 오류율을 갖는다. 기존에 [10]에서 밀도 진화 방법을 통해 제안되었던 단일 정규화 계수를 사용하는 NMSA-single는 심한 오류 마루를 보일 뿐 아니라,  $10^{-6}$  이하의 비트 오류율을 가지기 위해 BPA에 비해 1.5[dB] 이상의 신호대잡음비가 필요하다. 그러나, 매 반복 복호마다 [7]에서 제안한 방식으로 매 이터레이션마다 다른 정규화 계수를 도출하여 사용하면 NMSA-single의 성능을 대폭 개선할 수 있다. 이 방법( $\Delta$ )은  $10^{-8}$  이하 비트오류율을 위해 BPA보다 0.4[dB] 높은 SNR이 요구된다. 이 방식은 OMSA보다도 0.1[dB] 성능 이득이 있다. 하지만 본 논문에서 제안하는 정규화와 오프셋을 모두 이용한 NOMSA를 사용하는 경우에는 NMSA보다도 0.1[dB]의 추가적인 성능 이득을 얻을 수 있다.

다음으로 부호화율 10/15에 대한 비트오류율 곡선인 그림 9를 살펴보면 BPA는 17.2[dB]에서  $10^{-8}$  이하의 비트 오류율을 갖는다. 마찬가지로 단일 계수를 이용한 NMSA는 심한 오류 마루를 보이며  $10^{-8}$  이하의 비트 오류율을

갖기 위해 BPA보다 약 2.1[dB] 더 높은 신호 대 잡음비에서 통신해야 한다. 반면, [7]의 정규화 최소-합 알고리즘을 이용하면  $10^{-8}$  이하의 비트 오류율을 갖기 위해 BPA보다 0.4[dB] 높은 신호 대 잡음비가 요구된다. 이 부호율에서는 OMSA가 [7]의 정규화 최소-합 알고리즘에 비해 0.1[dB]의 성능이득이 있다. 그러나 정규화와 오프셋을 모두 이용한 NOMSA를 사용하면 [7]의 정규화 최소-합 알고리즘보다 0.2[dB] 성능 이득을 추가적으로 얻을 수 있다.

#### IV. 결론

본 논문에서는 검사 노드 메시지 분포도를 바탕으로 정규화 계수와 오프셋 값 조합을 도출하는 방식에 대하여 소개하였다. 정규화 계수와 오프셋 값을 모두 이용하는 알고리즘은 기존에 소개되었지만<sup>[8]</sup>, 적절한 계수를 도출하는 방법이 제안되지 않았으며, 매 반복 복호마다 동일한 보정 계수 조합을 이용하였다. 검사 노드 메시지 분포도를 이용하지 않으면 매 반복 복호마다 적절한 보정 계수 조합을 찾는 것은 불가능에 가깝다는 점을 고려하면, 본 논문에서 제안하는 방식은 매우 간단히 계수 조합을 찾을 수 있다는 데서 이점을 갖는다. 뿐만 아니라, 이렇게 도출한 보정 계수 조합이 실제 사용되고 있는 ATSC 3.0 표준을 기반으로 컴퓨터 모의실험을 수행하였을 때 매우 좋은 성능을 보인다.

추가적으로 본 논문에서는 256 QAM과 AWGN 채널에서 최적의 보정 계수 조합 세트를 도출하였지만, 다른 변조 방식 혹은 타 채널에서 제안하는 방식을 이용하여 최적의 보정 계수 조합 세트를 도출한다면, 해당 복호 환경에서의 성능을 증가 시킬 것으로 예상된다.

### 참 고 문 헌 (References)

[1] R. G. Gallager, 「Low-density parity-check codes」, 『IEEE Transactions on Information Theory』, VOL.8, pp. 21-28, 1962.

[2] M. P. C. Fossorier, M. Mihaljevic and H. Imai, 「Reduced Complexity Iterative Decoding of Low-Density Parity Check Codes Based on Belief Propagation」, 『IEEE Transactions on Communications』, VOL. 47, NO. 5, May 1999.

[3] J. Chen and M. P. C. Fossorier, 「Near optimum universal belief propagation based decoding of low-density parity check codes」, 『IEEE Transactions on Communications』, vol. 50, no. 3, pp. 406 - 414, 2002.

[4] J. Chen and M. P. C. Fossorier, 「Density Evolution for Two Improved BP-Based Decoding Algorithms of LDPC Codes」, 『IEEE Communications Letters』, VOL. 6, NO. 5, May 2002.

[5] T. J. Richardson, M. A. Shokrollahi and R. L. Urbanke, 「Design of Capacity-Approaching Irregular Low-Density Parity-Check codes」, 『IEEE Transactions on Information Theory』, VOL. 47, NO. 2, February 2001

[6] T. J. Richardson and R. L. Urbanke, 「The Capacity of Low-Density Parity-Check Codes Under Message-Passing Decoding」, 『IEEE Transactions on Information Theory』, VOL. 47, NO. 2, February 2001.

[7] I. W. Yun, H. R. Lee and J. T. Kim, 「An Alternative Approach Obtaining a Normalization Factor in Normalized Min-Sum Algorithm for Low-Density Parity-Check Code」, 『Hindawi Wireless Communications and Mobile Computing』, VOL. 2018, October 2018.

[8] M. Shaghghi, Yong Liang Guan, Kui Cai, Zhiliang Qin, 「Combined normalized and offset min-sum decoding over partial response channels」, 『ICICS』, Dec 2009

[9] W. E. Ryan, 「An introduction to LDPC codes」, 『CRC Handbook for Coding and Signal Processing for Recording Systems』, B. Vasic, Ed. Boca Raton, FL: CRC, 2004.

[10] S. Myung, S. Park, K. Kim, J. Lee, S. Kwon and J. Kim, 「Offset and Normalized Min-Sum Algorithms for ATSC 3.0 LDPC Decoder」, 『IEEE Trans. Broadcasting』, vol. 63, no. 4, Dec 2017.

---

### 저 자 소 개



#### 이 희 란

- 2012년 : 건국대학교 전자공학부 졸업
- 2017년 : 건국대학교 일반대학원 전자정보통신공학부 졸업
- 2019년 ~ 현재 : 한화시스템 재직
- 주관심분야 : 오류정정부호, 정보통신이론, 통신시스템



#### 윤 인 우

- 2012년 : 건국대학교 전자공학부 졸업
- 2017년 : 건국대학교 일반대학원 전자정보통신공학부 졸업
- 2019년 ~ 현재 : 삼성전자 재직
- 주관심분야 : 오류정정부호, 5G 모뎀, 통신시스템

---

저 자 소 개

---



**김 준 태**

- 1990년 : 한국과학기술원 학사과정 졸업
- 1993년 : 한국과학기술원 석사과정 졸업
- 1998년 : 한국과학기술원 박사과정 졸업
- 1998년 ~ 2003년 : LG전자 DTV 연구소 책임 연구원
- 2003년 ~ 현재 : 건국대학교 전자공학부 교수
- ORCID : <https://orcid.org/0000-0001-6953-5482>
- 주관심분야 : 차세대 방송 통신 & 디지털 TV 시스템, 통신 시스템