

# FVM-FEM 결합 기법을 이용한 압축성 이상 유동과 변형 가능한 구조물의 상호작용 수치해석

문지후\* · 김대겸†

## Numerical simulation of deformable structure interaction with two-phase compressible flow using FVM-FEM coupling

Jihoo Moon\* and Daegyoun Kim†

**Abstract** We conduct numerical simulations of the interaction of a deformable structure with two-phase compressible flow. The finite volume method (FVM) is used to simulate fluid phenomena including a shock wave, a gas bubble, and the deformation of free surface. The deformation of a floating structure is computed with the finite element method (FEM). The compressible two-phase volume of fluid (VOF) method is used for the generation and development of a cavitation bubble, and the immersed boundary method (IBM) is used to impose the effect of the structure on the fluid domain. The result of the simulation shows the generation of a shock wave, and the expansion of the bubble. Also, the deformation of the structure due to the hydrodynamic loading by the explosion is identified.

**Key Words** : Near-field Underwater Explosion(수중 근접 폭발), Fluid-structure Interaction(유체-구조 상호작용), Multiphase Flow(다상유동), Computational Flow Visualiation (전산 유동가시화)

### 1. 서론

자유수면 근처의 수중에서 발생하는 폭발은 선박을 포함한 근처의 해상 부유체에 막대한 손상을 일으킬 수 있다<sup>(1)</sup>. 이와 같은 수중근접폭발은 매우 복잡한 물리 현상들을 동반하며 부유체를 변형시킨다. 가장 먼저 폭원으로부터 충격파가 발생하여 매우 빠른속도로 전파되고, 근접 부유체에 타격을 가한다<sup>(2)</sup>. 폭발로 인해 발생한 버

블은 매우 큰 내부압력에 의하여 빠른 속도로 팽창하며, 버블이 충분히 팽창해 주변과 압력평형에 도달한 이후에도 관성에 의한 팽창이 지속된다. 버블은 이후 주위보다 낮은 압력에 의해 수축을 하게 되고, 이러한 팽창과 수축이 반복되며 부유체 주변에 강한 압력장을 형성해 부유체의 손상을 야기한다<sup>(3-5)</sup>.

수중 근접 폭발과 부유체의 상호작용을 수치적으로 해석하기 위해서는 여러 사항이 고려되어야 한다. 우선 버블의 팽창과 수축은 물과 기체 형태의 수증기가 공존하는 다상유동 현상이다. 이를 해석하기 위해서는 자유수면 및 버블 경계면에 대한 고려가 필수적이다. 또한 충격파

† Mechanical Engineering, KAIST,  
Associate Professor

E-mail: daegyoun@kaist.ac.kr

\* Mechanical Engineering, KAIST, Master student

는 매우 빠른 속도로 진행하지만, 버블의 거동은 상대적으로 느린 속도로 이루어진다. 따라서 두 물리현상이 각기 다른 시간 스케일을 갖고 있기 때문에 각 물리현상에 맞춰진 유동적인 시간단계(timestep)의 설정이 필요하다. 또한 유체 응답에 의해 구조물이 받는 영향을 해석하기 위해서는 변형 가능한 구조물과 유체의 상호작용을 고려하여야 한다.

본 연구에서는 수중 근접폭 발과 해상 부유체의 상호작용을 3차원 시뮬레이션하기 위한 수치 해석 코드를 개발하였다. 부유체와의 경계면이 끊임없이 변하는 유체 응답의 해석을 위하여 가상경계법(immersed boundary method)을 적용한 유한체적법(finite volume method)을 사용하였으며, 구조물의 변형은 유한요소법(finite element method)으로 계산되었다. 또한 두 수치기법을 partitioned method를 이용해 커플링하여 유체-구조 상호작용을 계산하였다<sup>6)</sup>. 개발된 코드를 이용하여 직육면체 형태의 부유체 아래에서 발생하는 수중 근접폭발 시뮬레이션을 진행하였으며, 충격과 및 버블의 팽창과 수축 등 다양한 유체 응답에 의한 부유체의 변형 양상을 확인하고자 하였다.

## 2. 시뮬레이션 코드 개발

### 2.1 수치해석 기법

가스 버블, 충격과, 자유수면의 변형 등 유체 도메인의 다상 유동 현상을 계산하기 위하여 유한체적법을 사용하였다. 유한체적법은 경계요소법(boundary element method)과 같은 다른 수치해석 기법에 비해 계산속도가 오래 걸린다는 단점이 있지만, 유체의 연속성이 잘 성립하고, 압축성 유동 등을 고려할 수 있어 정밀한 시뮬레이션이 가능하다는 장점을 가지고 있다. 해당 수치기법은 지배방정식인 연속방정식(식 1)과 Navier-Stokes 방정식(식 2)을 이산화하여 계산한다. 개발된 코드에서는 충격과 등 압축성 유동에 의한 물리 현상을 구현하기 위하여 유체의 압축성을 고려하였으며, 자유수면과 버블 경계면 위치의 계산을 위하여 volume of fluid (VOF) 기법을 사

용하였다<sup>7-8)</sup>. VOF기법은 각 셀에서 물이 차지하는 비중  $\alpha_1$ 을 0에서 1 사이로 계산하고, 이를 이용해 연속방정식을 풀어 다상유동을 계산한다(식 1).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla p_d - (\nabla \rho) \mathbf{g} \cdot \mathbf{z} + (\nabla \mathbf{u}) \nabla \mu_{eff} + \mu_{eff} \Delta \mathbf{u}, \quad (2)$$

$$p_d = p - \rho g z, \quad \mu_{eff} = 4(\alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2) / 3$$

폭발에 의한 부유체의 변형은 유한요소법을 이용하여 계산되었으며, 실제에 가까운 변형 형태 재현을 위하여 재료의 소성 변형을 고려하였다. 또한 큰 변형률의 정확한 계산을 위하여 구조물의 비선형적 변형을 고려하였다.

### 2.2 커플링 알고리즘

유체 도메인과 부유체의 서로 다른 해석 기법을 연결하여 유체-구조 상호작용을 구현하기 위해 커플링 코드를 고려하였다<sup>9-10)</sup>. 각 시간단계마다 Fig. 1과 같은 partitioned method를 이용하여 유체 도메인과 부유체 사이의 정보 교환이 이루어지도록 코드를 구성하였다.

자세한 커플링 알고리즘은 Fig. 2에서 확인할 수 있다. 유체 도메인에서 계산된 유체-부유체 경계의 응력이 구조물로 전달되어 구조물의 변형이 계산된다. 변형된 구조물의 변위 벡터가 유체 도메인으로 전달되고, 이는 다음 시간단계의 운동학적 경계조건으로 사용된다. 이 과정의 반복을 통해 매 시간단계마다 유체와 부유체의 상호작용이 계산된다.

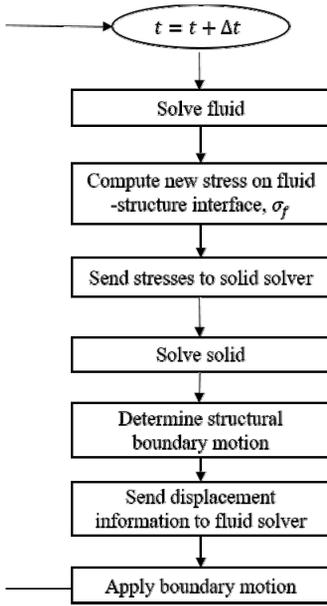


Fig. 1. Schematic diagram of the partitioned method algorithm.

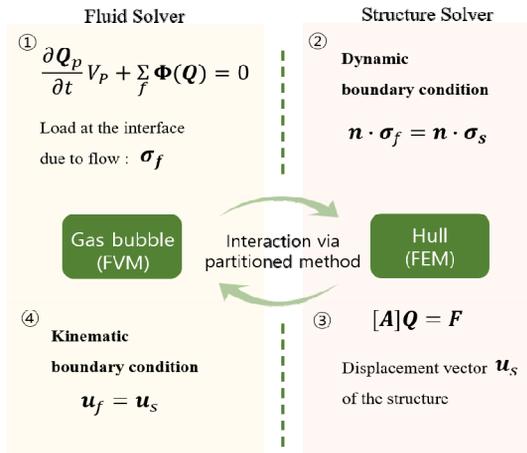


Fig. 2. Diagram of the coupling algorithm between two numerical methods.

### 2.3 유체-부유체 경계 구현

유체 도메인에 존재하는 부유체의 경계면은 가상경계법을 이용하여 고려하였다. 가상경계(immersed boundary)의 영향을 운동량 방정식의 소스 항(source term)으로 구현하는 feedback law IBM을 적용하였다<sup>(11-14)</sup>.

이 소스 항이 포함된 운동량 방정식은 식 (3) 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \otimes u) \\ = -\nabla p_d - (\nabla \rho) \cdot g \cdot z + (\nabla u) \nabla \mu_{eff} \\ + \mu_{eff} \Delta u - f \end{aligned} \quad (3)$$

위 식에서 소스 항에 해당하는 항은  $f$ 로, 식 (4)와 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} F_f &= \alpha \int_0^t (u_l - U) dt + \beta (u_l - U) \\ f(x, t) &= - \int F_f(s, t) \delta(X(s, t) - x) dS \end{aligned} \quad (4)$$

( $\alpha, \beta$ : problem-dependent constants)

$U$ 와  $u_l$  은 각각 Lagrangian 격자에서의 구조물 경계면의 속도와 Lagrangian 격자에 내삽된 유체의 속도를 의미한다. Feedback law IBM의 도입으로 구조물 경계면의 영향이 지배 방정식을 풀 때 같이 계산되게 된다. 따라서 외부에서 따로 경계조건을 줄 필요가 없기 때문에 시뮬레이션의 안정성을 크게 강화할 수 있다.

### 3. 시뮬레이션 모델 셋업

개발된 코드를 이용하여 부유체 아래 고압의 버블이 급격히 팽창하며 발생하는 수중 근접 폭발에 대한 3D 시뮬레이션을 진행하였다. 시뮬레이션 모델의 개략도는 Fig.3과 같으며, 시뮬레이션에 사용된 주요 변수를 Table 1에 정리하였다.

$P_B$ 는 버블의 초기 압력,  $P_W$ 는 자유수면에서 물의 초기 압력을 의미한다.  $\rho_W$ 는 물의 초기 밀도이며, 버블의 isentropic exponent( $\gamma_B$ )는 1.25를 적용하였다. 부유체는 모든 부분에서 균일한 물 성치를 가지며, 영률( $E$ )과 푸아송 비( $\nu$ )는 강철과 같은 값을 사용하였다.  $S_b$ 는 부유체의 항복 강도로, 이 값 이하의 응력 하에서는 탄성 변형( $\sigma = \epsilon E$ )하다가, 항복 강도 이상의 응력이 가해

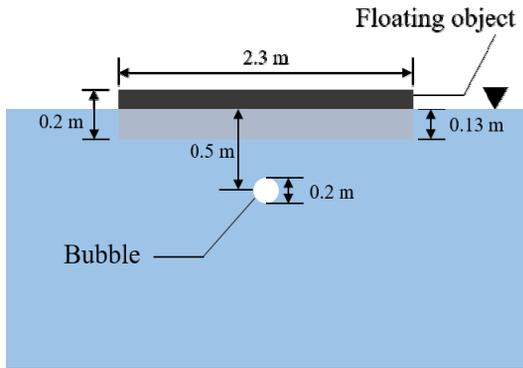


Fig. 3. Model setup for underwater explosion simulation.

Table 1. Parameters used for the simulation.

| $P_B$              |         | $P_W$              |         | $\rho_W$              |
|--------------------|---------|--------------------|---------|-----------------------|
| $4 \times 10^6$ Pa |         | $1 \times 10^5$ Pa |         | $1025 \text{ kg/m}^3$ |
| $\gamma_B$         | E       | $\nu$              | Sy      |                       |
| 1.25               | 203 GPa | 0.3                | 370 MPa |                       |

지면 소성 변형한다. 버블은 초기 조건으로 0.1 m의 반지름과 대기압의 약 40배에 해당하는 균일내부압력을 갖고 있다. 높은 압력에 의해 충격파의 발산과 함께 급격한 팽창을 하게 되며 구조물에 충격을 가하게 된다.

시뮬레이션에는 1930만개의 비균일 유체 격자와 13000개의 균일 구조물 격자가 사용되었으며, 시간단계의 크기는  $5 \times 10^{-6}$  s로 설정되었다.

## 4. 결 과

### 4.1 폭발에 의한 충격파의 발생

버블의 높은 내부 압력에 의해 팽창 초기 단계에서 강한 충격파가 발생하였다. Fig. 4는 폭발 4 ms와 8 ms 이후의 밀도 변화도(density gradient)로, 폭발 위치에서 버블 주변으로 충격파가 빠른 속도로 진행되는 것을 확인할 수 있다. 그리고 위로 진행되는 충격파가 부유체에 반사되는 현상 또한 확인할 수 있었다.

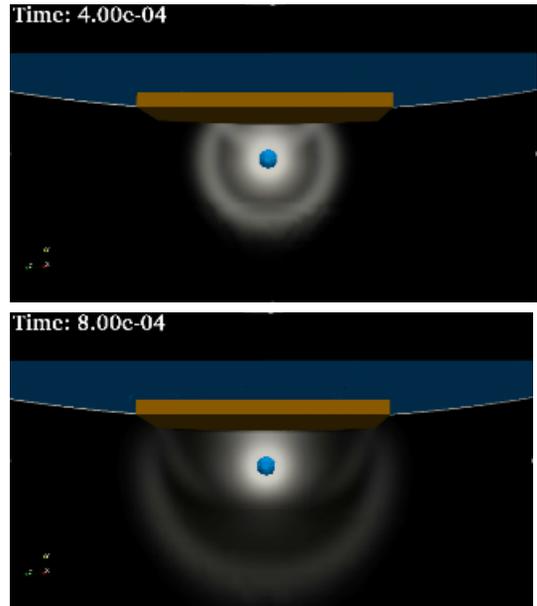
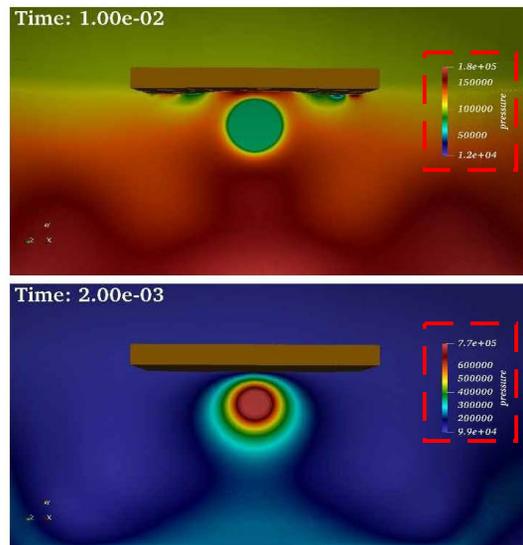


Fig. 4. Shock wave propagation at the early stage of bubble expansion.

### 4.2 버블의 팽창에 따른 압력장의 발생

충격파 발생 이후, 버블이 팽창함에 따라 부유체 하부에 강한 압력장이 발생함을 확인할 수 있다(Fig. 5). 최초로 팽창을 시작한 뒤 약 0.01초가 되는 시점에서는 부유물 중앙부에 최대 약 140 kPa의 압력이 작용하였다.



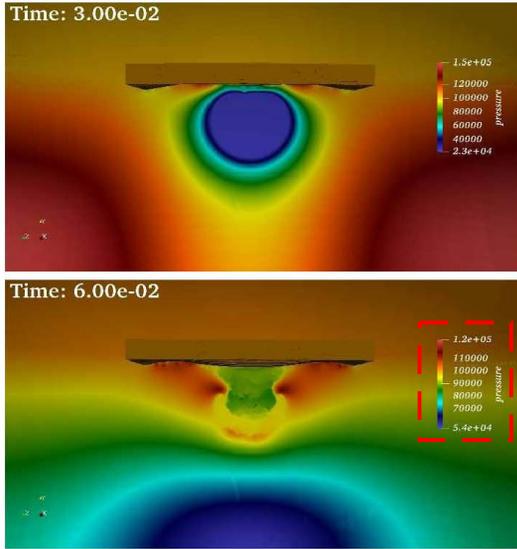


Fig. 5. Temporal change in the pressure field.

### 4.3 부유체의 변형

부유체의 전반적인 부분에서 소성 변형이 발생하였으며, 가장 큰 충격을 받는 중앙 부분에서 가장 큰 변형이 발생하였다. Fig. 6(a)는 버블의 초기 팽창 과정에서 발생한 위쪽 방향의 강한 힘에 의해 부유체의 중앙 부분이 움푹하게 들어간 모습이다. 이 때 중앙 부분의 최대 변형은 9.4 cm로 측정되었다. 또한 중앙 부분 주변으로 주름 형태의 비선형적 변형이 발생하였음을 확인할 수 있다. Fig. 6(b)에서는 이후 버블이 수축함에 따라 부유체 하부에 아랫 방향으로의 힘이 작용하여 중앙 부분이 아래로 내려앉음을 확인할 수 있다.

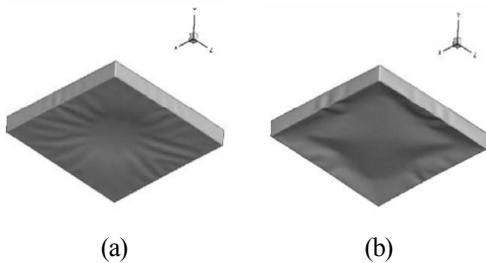


Fig. 6. Deformation of the floating object at different timesteps. (a) Phase of bubble expansion ( $t = 0.10$  ms), (b) Phase of bubble contraction ( $t = 0.55$  ms).

### 4.4 부유체의 가속도 응답

부유체의 특정 지점에 대하여 유체 응답에 의해 부유체에 발생하는 가속도를 측정하였다. 측정 지점은 Fig.7과 같다. 측정 결과 약 0.4 ms에서 0.8 ms 사이에 가속도와 힘의 큰 피크가 관찰되었다. 이 피크는 Fig. 4에서 확인할 수 있듯이 충격파에 의한 부유체의 응답에 해당된다. 특히 point 0, 즉 부유체의 중앙부분에서 가장 강한 충격이 관찰되었음을 확인할 수 있다. 또한 point 0에서 가장 빨리 충격파에 의한 응답이 관찰되고, 중앙에서 멀리 떨어질수록 응답이 지연됨을 확인할 수 있다.

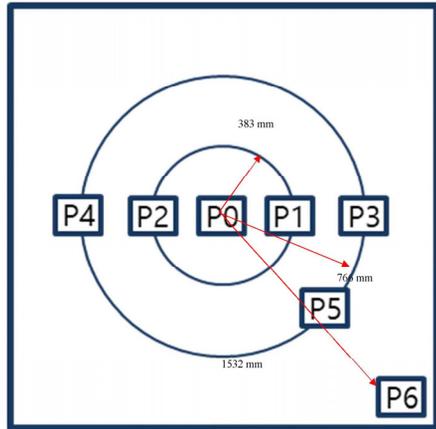


Fig. 7. Locations on the floating object for acceleration measurement.

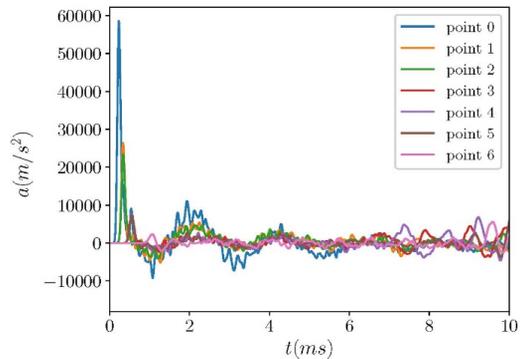


Fig. 8. Acceleration of selected points on the bottom of the floating object.

이는 폭발 지점에서 가장 가까운 순서대로 충격과파가 도달하기 때문이다. 충격과 이후, 버블의 팽창과 수축에 의한 응답의 크기를 비교해 볼 때, point 0, 즉 중앙부에서 가장 큰 가속도 응답이 관찰되었다.

## 5. 결론

본 연구에서는 유한체적법과 유한요소법을 결합하여 수중 근접 폭발 현상을 구현하기 위한 유체-구조 상호작용 해석 코드를 독자적으로 구축하였다. 버블을 포함한 유체 부분을 해석하는데 사용된 유한체적법의 경우 feedback law IBM을 통해 구조물과의 경계면을 계산하였으며, 충격과파의 구현을 위해 압축성 유동을 고려하였다. 또한 VOF기법으로 버블의 경계면과 자유수면을 계산하였다. 부유체의 변형을 계산하는데 사용된 유한요소법의 경우 소성 변형 및 비선형적 변형을 고려하여 코드를 구축하였다. 두 해석 기법의 결합은 partitioned method를 통해 구현하였다. 개발된 해석 코드를 이용하여 직육면체 형상의 부유체 근처에서 발생하는 수중 근접 폭발 현상에 대한 시뮬레이션을 진행하였다.

시뮬레이션 결과, 폭발 초기에 발생하는 강한 충격과파와, 매우 큰 가속도로 나타나는 부유체의 응답을 확인할 수 있었다. 중앙 부분에 가까울수록 더 큰 가속도가 더 빠른 시간에 발생하였다. 이후 버블의 팽창에 따른 부유체 하부 주변에 발생하는 강한 압력장과 이에 의한 부유체의 변형을 확인할 수 있었다. 팽창 초기에는 중앙 부분이 움푹 패이고 주변부에 주름 형태의 비선형적 변형이 생김을 관찰하였고, 이후 버블이 수축함에 따라 강한 음압에 의하여 아랫방향으로의 변형이 이루어짐을 확인하였다.

시뮬레이션 데이터와 비교 분석이 가능한 수중폭발에 의한 부유체의 변형의 실험 연구 사례는 상당히 드물다. 따라서, 시뮬레이션 코드의 유효성 검증을 위하여 향후 직접 실험을 수행하거나 상용 소프트웨어의 실험 결과와 비교하는 등의 과정이 필요하다.

선박 또는 잠수함 등 실제 부유체에서 발생하

는 수중 근접 폭발의 경우 더 복잡한 부유체 형상을 고려하여야 하며, 해저 지형에 의한 반사파의 영향 또한 부유체의 변형에 영향을 미칠 수 있다. 후속 연구로 이러한 변수들을 포함하여, 해석 코드를 개발하고, 복잡한 다중 물리 현상을 구현하고자 한다.

## 후 기

이 연구는 수중근접폭발 특화연구실 과제의 일환으로 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

## REFERENCE

- 1) Wang, G. & Zhang, S., 2014, "Damage Prediction of Concrete Gravity Dams Subjected to Underwater Explosion Shock Loading," Eng. Fail. Anal., 39, pp.72-91.
- 2) Costanzo, F. A., 2011, "Underwater Explosion Phenomena and Shock Physics," Structural Dynamics, 3, pp.917-938.
- 3) Riley, M., 2010, "Analytical Solutions for Predicting Underwater Explosion Gas Bubble Behaviour," (No.DRDC-ATLANTIC-TM-2010-237). DEFENCE RESEARCH AND DEVELOPMENT ATLANTIC DARTMOUTH(CANADA).
- 4) Geers, T. L. & Hunter, K. S., 2002, "An Integrated Wave-Effects Model for an Underwater Explosion Bubble," J. Acoust. Soc. Am., 111(4), pp.1584-1601.
- 5) Zhang, A. M. et al., 2008, "The Interaction of an Underwater Explosion Bubble and an Elastic-plastic Structure," Appl. Ocean Res., 30, pp.159-171.
- 6) Kim, W. J. & Choi H. C., 2019, "Immersed Boundary Methods for Fluid-structure Interaction: A Review," Int. J. Heat Fluid Flow, 75, pp.301-309.
- 7) Miller, S. T. et al., 2013, "A Pressure-based, Compressible, Two-phase Flow Finite Volume

- Method for Underwater Explosions," *Comput. Fluids*, 87, pp.132~143.
- 8) Zhang, A. M. et al., 2018, "Numerical Investigation of an Underwater Explosion Bubble Based on FVM and VOF," *Appl. Ocean Res.*, 74, pp.49~58.
  - 9) Yau, L. C., 2016, "Conjugate Heat Transfer with the Multiphysics Coupling Library preCICE," Technische Universität München.
  - 10) Hou, G. et al., 2012, "Numerical Methods for Fluid-structure Interaction – A Review," *Commun. Comput. Phys.*, 12, pp.337~377.
  - 11) Fadlun, E. A. et al., 2000, "Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations," *J. Comput. Phys.*, 161, pp.35-60.
  - 12) Sotiropoulos, F. & Yang, X., 2014, "Immersed Boundary Methods for Simulating Fluid-structure Interaction," *Prog. Aerosp. Sci.*, 65, pp.1~21.
  - 13) Wang, L. et al., 2017, "An Immersed Boundary Method for Fluid-Structure Interaction with Compressible Multiphase Flows," *J. Comput. Phys.*, 346, pp.131-151.
  - 14) Fadlun, E. A. et al., 2000, "Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations," *J. Comput. Phys.*, 161, pp.35-60.